

## Εξισώσεις και προβλήματα

### 4.1 Η έννοια της εξίσωσης - Οι εξισώσεις: $a+x=\beta$ , $x-a=\beta$ , $a-x=\beta$ , $a \cdot x=\beta$ , $a:x=\beta$ και $x:a=\beta$

- Κατανοώ την έννοια της εξίσωσης
- Ελέγχω αν κάποιος αριθμός είναι λύση εξίσωσης
- Λύνω με τη βοήθεια του ορισμού των πράξεων εξισώσεις της μορφής:  $a+x=\beta$ ,  $x-a=\beta$ ,  $a-x=\beta$ ,  $a \cdot x=\beta$ ,  $a:x=\beta$  και  $x:a=\beta$

### 4.2 Επίλυση προβλημάτων

- Λύνω προβλήματα τεσσάρων πράξεων

### 4.3 Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων

- Λύνω απλά προβλήματα με τη βοήθεια των εξισώσεων των παραπάνω μορφών



ΔΡΧΥΤΑΣ Ο ΤΑΡΑΝΤΙΝΟΣ  
(428 - 365 π.Χ.)

4

Κ  
Ε  
Φ  
Α  
Λ  
Α  
Ι  
Ο

### A.4.1. Η έννοια της εξίσωσης

Οι εξισώσεις:  $a+x=\beta$ ,  $x-a=\beta$ ,  $a-x=\beta$ ,  $ax=\beta$ ,  $a:x=\beta$  και  $x:a=\beta$

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

Προσπάθησε να μεταφράσεις τις παρακάτω προτάσεις, με τη βοήθεια αριθμών και γραμμάτων.

- ο επόμενος ενός φυσικού αριθμού
- ο προηγούμενος ενός φυσικού αριθμού
- ένας άρτιος φυσικός αριθμός
- ένας περιττός φυσικός αριθμός
- τα πολλαπλάσια του 3
- το διπλάσιο ενός αριθμού
- ένας αριθμός αυξάνεται κατά 8
- ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 4
- το τετραπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2, μας δίνει 22
- αν σε ένα αριθμό προσθέσουμε 5, το άθροισμα γίνεται 8



#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η

Γράψε συντομότερα τις εκφράσεις:

(α)  $x+x+x+x$ , (β)  $a+a+a+\beta+\beta$ , (γ)  $3\cdot a+5\cdot a$ , (δ)  $18\cdot x+7\cdot x+4\cdot x$ , (ε)  $15\cdot \beta-9\cdot \beta$ .

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3η

Μια ζυγαριά ισορροπεί, όταν βάλουμε από το ένα μέρος μια σοκολάτα, της οποίας δεν γνωρίζουμε το βάρος και στο άλλο μέρος 100 g και μισή σοκολάτα.

- Μπορείς να βρεις μια ισότητα που να περιγράφει αυτή την ισορροπία;



#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4η

Να αντικαταστήσεις το  $x$ , με τους αριθμούς 1, 3, 4, 5, 6 και 11, σε κάθε ισότητα της πρώτης στήλης, του παρακάτω πίνακα. Βρες ποιος από αυτούς την επαληθεύει και ποιος όχι.

- Συμπλήρωσε τις δύο άλλες στήλες του πίνακα, σύμφωνα με τα συμπεράσματά σου.
- Μπορείς, με τη βοήθεια του ορισμού των πράξεων, να φθάσεις στα ίδια αποτελέσματα;

Εξίσωση	Αριθμοί που την επαληθεύουν	Αριθμοί που δεν την επαληθεύουν
$x - 4 = 1$		
$5 - x = 4$		
$2x = 8$		
$\frac{6}{x} = 2$		
$\frac{x}{2} = 3$		
$x + 7 = 30$		

Στην ισότητα  $2 \cdot 6 = 12$  το μόνο που μπορούμε να κάνουμε είναι να επιβεβαιώσουμε ότι είναι σωστή. Η ισότητα όμως  $2 \cdot x = 12$  δεν είναι η ίδια. Αυτό το  $x$  που περιέχει "κρύβει" έναν αριθμό που αν τον θάλαμε στη θέση του, "επαληθεύει" αυτή την ισότητα. Αν θάλαμε οποιαδήποτε άλλη τιμή στη θέση του  $x$ , η ισότητα  $2 \cdot x = 12$  δεν ισχύει. Γι' αυτό τη σχέση δεν τη λέμε ισότητα, αλλά **εξίσωση**. Και ο  $x$  είναι ο **άγνωστος** αυτής της σχέσης. Όταν εμφανίζεται αυτός ο περιφραγμένος **άγνωστος**  $x$ , ακολουθεί κι ένα **πρόβλημα**. Τώρα, η σχέση η δική μας με τέτοιον είδους "σχέσεις" δεν θα είναι καθόλου προβληματικές αν προσέξουμε καλά όσα ακολουθούν.

## Μαθαίνουμε

Παρατηρούμε ότι μπορούμε να διατυπώσουμε κάποιες προτάσεις με τη βοήθεια αριθμών και γραμμάτων, ενώ για να λύσουμε ορισμένα προβλήματα μπορούμε να δημιουργήσουμε μια ισότητα με γράμματα και αριθμούς. Τέτοιες ισότητες τις λέμε εξισώσεις.



- **Εξίσωση με έναν άγνωστο** είναι μία ισότητα, που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστος).
- **Λύση ή ρίζα της εξίσωσης** είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.
- Η διαδικασία, μέσω της οποίας, βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης, λέγεται **επίλυση της εξίσωσης**.
- Μια εξίσωση λέγεται **ταυτότητα ή αόριστη**, όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της.
- Μια εξίσωση λέγεται **αδύνατη**, όταν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει.
- Βάσει των ορισμών των πράξεων

η εξίσωση:  $x + a = \beta$  έχει λύση την  $x = \beta - a$

-//-	$x - a = \beta$	-//-	$x = \beta + a$
-//-	$a - x = \beta$	-//-	$x = a - \beta$
-//-	$a \cdot x = \beta$	-//-	$x = \beta : a$
-//-	$x : a = \beta$	-//-	$x = \beta \cdot a$
-//-	$a : x = \beta$	-//-	$x = a : \beta$

**Οι ισότητες:**

$$x + 5 = 12, \quad y - 2 = 3, \quad 10 - 2 = 1$$

$$w : 5 = 4, \quad 7 \cdot \varphi = 14, \quad 24 : \psi = 6$$

*είναι εξισώσεις*

**Λύση ή ρίζα της εξίσωσης**

$x - 7 = 5$  είναι ο αριθμός 12 διότι

$$12 - 7 = 5$$

**Τη λύση τη γράφουμε:**  $x=12$

Τον άγνωστο μιας εξίσωσης τον συμβολίζουμε με ένα γράμμα π.χ.  $x, y, z, w, \varphi, \psi$  κ.λπ.

**Οι εξισώσεις:**

$$x = x \text{ ή } 0 \cdot 2 = 0$$

*είναι αόριστες ή ταυτότητες.*

**Οι εξισώσεις:**

$$x + 2 = x + 6 \text{ ή } 0 \cdot w = 5$$

*είναι αδύνατες*

**Η εξίσωση:**  $x + 5 = 12$  έχει λύση την  $x=12-5$  ή  $x=7$

-//-	$y - 2 = 3$	-//-	$y = 3 + 2$ ή $y = 5$
-//-	$10 - 2 = 1$	-//-	$2 = 10 - 1$ ή $2 = 9$
-//-	$7 \cdot \varphi = 14$	-//-	$\varphi = 14 : 7$ ή $\varphi = 2$
-//-	$w : 5 = 4$	-//-	$w = 4 \cdot 5$ ή $w = 20$
-//-	$24 : \psi = 6$	-//-	$\psi = 24 : 6$ ή $\psi = 4$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Μια δεξαμενή χωρητικότητας  $6m^3$  που έχει μήκος  $1,5m$  και πλάτος  $2m$ , έχει ύψος (α)  $1,5m$  ή (β)  $3m$  ή (γ)  $2m$ ;

### Λύση

Αν συμβολίσουμε με  $x$  το ύψος της δεξαμενής, τότε ο όγκος της θα ισούται με:  $V = 1,5 \cdot 2 \cdot x$ . Όμως γνωρίζουμε ότι ο όγκος της δεξαμενής είναι  $6m^3$ , άρα  $3x = 6$ . (Δεν γράφουμε τις μονάδες στις εξισώσεις, αλλά πρέπει να γνωρίζουμε ποιες μονάδες χρησιμοποιούμε). Επομένως,  $x = 6 : 3$ , δηλαδή  $x = 2m$ . Συνεπώς το σωστό ύψος της δεξαμενής είναι τα  $2m$ .



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



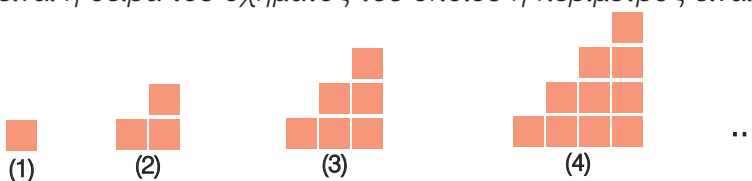
- 1.** Αντιστοίχισε τις προτάσεις των γραμμών του πρώτου πίνακα με τις εκφράσεις αριθμών και γραμμάτων των γραμμών στο δεύτερο πίνακα.

το τριπλάσιο ενός αριθμού	$x - y > 20$
το δεκαπλάσιο ενός αριθμού	$x \cdot y = 32$
ένας αριθμός αυξάνεται κατά 12	$3 \cdot x$
ένας αριθμός ελαττώνεται κατά 5	$x + 12$
η διαφορά δύο αριθμών είναι μεγαλύτερη του 20	$10 \cdot x$
το γινόμενο δύο αριθμών είναι ίσο με 32	$x - 5$

- 2.** Διατύπωσε με λόγια τις ακόλουθες μαθηματικές εκφράσεις:  
 (α)  $3 \cdot x + 25$ , (β)  $(\frac{1}{2}) \cdot x - 7 = 2$ , (γ)  $a - 2 \cdot \beta$ , (δ)  $4 \cdot \kappa + 7 \cdot \kappa = 88$
- 3.** Η πλευρά ενός τετραγώνου είναι  $a$ . Πόση είναι η περίμετρός του και πόσο το εμβαδόν του;
- 4.** Γράψε με απλούστερο τρόπο τις μαθηματικές εκφράσεις: (α)  $x + x$ , (β)  $a + a + a$ , (γ)  $3 \cdot a + 52 \cdot a$ , (δ)  $2 \cdot \beta + \beta + 3 \cdot a + 2 \cdot a$ , (ε)  $4 \cdot x + 8 \cdot x - 3 \cdot x$ , (στ)  $7 \cdot \omega + 4 \cdot \omega - 10 \cdot \omega$
- 5.** Αν  $x \cdot y = \frac{2}{9}$  και  $z = \frac{3}{5}$ , να βρεθεί το  $x \cdot (y \cdot z)$ .
- 6.** Στην εξίσωση  $2 + a = x$ , το  $a$  και το  $x$  είναι φυσικοί αριθμοί. Ποια από τις τιμές 0, 3, 1 μπορεί να πάρει το  $x$ ;
- 7.** Να εξετάσεις, αν ο αριθμός 12 είναι η λύση της εξίσωσης:  $x + 13 = 25$
- 8.** Τοποθέτησε ένα "X" στην θέση εκείνη που ο αριθμός επαληθεύει την αντίστοιχη εξίσωση:

	1	2	3	4	5	6	7	8
$x - 2 = 4$								
$1 + y = 4$								
$18 - \omega = 10$								
$2 - \alpha = 1$								
$93 - \beta = 86$								

- 9.** Ποιος αριθμός επαληθεύει κάθε μία από τις παρακάτω εξισώσεις;  
 (α)  $x + 4,9 = 15,83$  (β)  $40,4 + x = 93,19$  (γ)  $53,404 - x = 4,19$  (δ)  $38 - x = 7,1$
- 10.** Ποια είναι η τιμή του  $x$  για να ισχύει; (α)  $\frac{3}{x} = \frac{12}{20}$ , (β)  $\frac{5}{7} = \frac{15}{x}$ , (γ)  $\frac{35}{40} = \frac{x}{8}$ , (δ)  $\frac{49}{5} = x + \frac{4}{5}$ .
- 11.** Βρες την τιμή του φυσικού αριθμού  $x$ : (α)  $\frac{x+3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ , (β)  $\frac{5}{8} + \frac{x}{16} = \frac{3}{4}$ , (γ)  $\frac{3}{5} + \frac{x+2}{10} = 1$
- 12.** Λύσε τις εξισώσεις: (α)  $v + 3 = 4$ , (β)  $x - 2 = 8$ , (γ)  $t + 4 + 1 = 3 + 19$ , (δ)  $6 - x = 5$ .
- 13.** Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσεις στον 4, για να προκύψει ο αντίστροφός του  $\frac{5}{21}$ ;
- 14.** Σε έναν αριθμό προσθέτουμε 5 και παίρνουμε άθροισμα 313. Ποιος είναι ο αριθμός;
- 15.** Τα τετράγωνα που αποτελούν τους "δομικούς λίθους" με τους οποίους κατασκευάζουμε τα παρακάτω σχήματα, έχουν πλευρά ίση με 1 cm.  
 (α) Βρες την περίμετρο του πέμπτου σχήματος και εξήγησε πώς έφτασες στην απάντησή σου.  
 (β) Γράψε ένα τύπο με τη βοήθεια του οποίου θα μπορείς να υπολογίσεις την περίμετρο κάθε σχήματος.  
 (γ) Ποια είναι η σειρά του σχήματος του οποίου η περίμετρος είναι 128 cm;



## A.4.2. Επίλυση προβλημάτων

As προσπαθήσουμε να λύσουμε ασαντήσεις στα παρακάτω ερωτήματα:

- > Πότε, στη ζωή μας, λέμε ότι έχουμε "πρόβλημα";
- > Τι ειδικεύουμε να πετύχουμε όταν λέμε ότι: "λύουμε ένα πρόβλημα";
- > Τι εννοούμε όταν λέμε ότι θέλουμε να βρούμε μία "λύση του προβλήματος";
- > Όλα τα προβλήματα λύνονται με τη βοήθεια των Μαθηματικών;
- > Ποιες είναι οι αναγκαίες ενέργειες που πρέπει να κάνουμε για να καταφέρουμε να αντιμετωπίσουμε ένα πρόβλημα;

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Ένα κατάστημα για να προσελκύσει πελατεία ανακοινώνει ότι ο πελάτης που θα αγοράσει τρία ίδια πακέτα προσφοράς ενός συγκεκριμένου προϊόντος θα έχει έκπτωση 5€. Αν και τα τρία πακέτα κοστίζουν, με την έκπτωση, συνολικά 85€, ποιά είναι η αρχική αξία του κάθε πακέτου;

### Λύση

Έστω  $x$  η αρχική αξία του κάθε πακέτου. Τότε τα τρία πακέτα κοστίζουν  $3 \cdot x$  και ο πελάτης που θα τα αγοράσει θα πληρώσει  $3 \cdot x - 5$  ή 85€, δηλαδή είναι:  $3 \cdot x - 5 = 85$  ή  $3 \cdot x = 85 + 5$  ή  $3 \cdot x = 90$  ή  $x = 90 : 3$  ή  $x = 30$ . Άρα η αρχική αξία κάθε πακέτου είναι 30€.

2. Να περιγράψεις κάποιο πρόβλημα, που να λύνεται με τη βοήθεια της εξίσωσης:  $2x + 800 = 1000$

### Λύση



Για παράδειγμα τα δύο παρακάτω προβλήματα περιγράφονται από την εξίσωση αυτή.

- Με τι ισούται η μία πλευρά του ορθογωνίου, που έχει περίμετρο 1000 m και του οποίου η άλλη πλευρά είναι 400 m;
- Πόσο ζυγίζει καθένα από τα δύο κιβώτια, με τα οποία είναι φορτωμένο ένα αυτοκίνητο, που έχει βάρος 800 kg, όταν η πλάστιγγα που ανέβηκε δείχνει 1000 kg;
- > Προσπάθησε να διατυπώσεις και άλλα προβλήματα που λύνονται με την παραπάνω εξίσωση.

## Θνημόμαστε - Μαθαίνουμε



- **Πρόβλημα** ονομάζουμε την κατάσταση, που δημιουργείται, όταν αντιμετωπίζουμε εμπόδια και δυσκολίες στην προσπάθειά μας να φτάσουμε σε ένα συγκεκριμένο στόχο.
- **Λύση** ενός προβλήματος είναι η επίτευξη του στόχου.
- **Επίλυση** ενός προβλήματος ονομάζεται η διαδικασία, με την οποία επιτυγχάνεται η λύση του.

Για τη λύση των προβλημάτων, με τη βοήθεια των εξισώσεων, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- ▶ **Προσδιορίζουμε** το άγνωστο στοιχείο του προβλήματος και το εκφράζουμε με ένα γράμμα ( $x$  ή  $y$  ή  $z$  ή  $\omega$  κ.τ.λ.), που είναι ο "άγνωστος" του προβλήματος.
- ▶ **Εκφράζουμε** στοιχεία του προβλήματος με τη βοήθεια του αγνώστου.
- ▶ **Περιγράφουμε** με μία εξίσωση το πρόβλημα.
- ▶ **Επιλύουμε** την εξίσωση του προβλήματος.
- ▶ **Επαληθεύουμε** τη λύση που βρήκαμε.

Όμως, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι:

- ◆ υπάρχουν και προβλήματα που δεν λύνονται με εξισώσεις και
- ◆ υπάρχουν και άλυτα προβλήματα ή προβλήματα των οποίων δεν μπορούμε να βρούμε τη λύση.

### A.4.3. Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων

#### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Η Χριστίνα ξόδεψε τα μισά της χρήματα για να αγοράσει 2 τετράδια και μαρκαδόρους. Αν είναι γνωστό, ότι κάθε τετράδιο στοιχίζει 1 € και όλοι οι μαρκαδόροι 3 €, ποιο είναι το ποσό των χρημάτων που είχε η Χριστίνα πριν από τις αγορές αυτές;



#### Λύση

Το ζητούμενο του προβλήματος είναι το ποσό των χρημάτων που είχε η Χριστίνα, δηλαδή ο άγνωστος  $x$  του προβλήματος.

Το πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί απλούστερα με την εξίσωση:

“τα χρήματα που ξοδεύτηκαν” = “τα χρήματα που κόστισαν οι αγορές”.

ή “τα μισά χρήματα της Χριστίνας” = “το κόστος τετραδίων” + “κόστος μαρκαδόρων”.

$$\text{ή} \quad x : 2 = 2 \cdot 1 + 3$$

$$\text{ή} \quad x : 2 = 2 + 3$$

$$\text{ή} \quad x : 2 = 5$$

$$\text{ή} \quad x = 5 \cdot 2$$

$$\text{ή} \quad x = 10$$

Επαλήθευση:

Τα μισά των 10 € είναι 5 € και τα έξοδα είναι  $2 \cdot 1 \text{ €} + 3 \text{ €} = 5 \text{ €}$

2. Η δεξαμενή της κοινότητας χωράει 3.000 m<sup>3</sup> νερό. Κάθε μέρα ξοδεύονται 300 m<sup>3</sup> από τα νοικοκυριά και άλλα 200 m<sup>3</sup> από τις βιοτεχνίες. Για τη συντήρηση του δικτύου, σταμάτησε η παροχή νερού προς τη δεξαμενή. Τέσσερις ημέρες μετά την έναρξη των εργασιών αποφασίζεται να ξοδεύονται μόνο 400 m<sup>3</sup> συνολικά κάθε ημέρα. Πόσες ημέρες ακόμη πρέπει να κρατήσουν τα έργα συντήρησης, ώστε να μη μείνουν χωρίς νερό οι κάτοικοι της κοινότητας;

#### Λύση

Το ζητούμενο του προβλήματος είναι το επιπλέον πλήθος των ημερών συντήρησης του δικτύου, δηλαδή ο άγνωστος  $x$  του προβλήματος.

Το πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί με την εξίσωση:

“ποσό νερού που καταναλώνεται” = “ποσό νερού δεξαμενής” ή αναλυτικότερα:

“ποσό νερού που καταναλώνεται στις τέσσερις ημέρες της συντήρησης” + “ποσό νερού που καταναλώνεται στις επιπλέον ημέρες συντήρησης” = “ποσό νερού δεξαμενής”

$$\text{ή} \quad (300+200) \cdot 4 + 400 \cdot x = 3.000$$

$$\text{ή} \quad 500 \cdot 4 + 400 \cdot x = 3.000$$

$$\text{ή} \quad 2.000 + 400 \cdot x = 3.000$$

$$\text{ή} \quad 400 \cdot x = 3.000 - 2.000$$

$$\text{ή} \quad 400 \cdot x = 1.000$$

$$\text{ή} \quad x = 1.000 : 400$$

$$\text{ή} \quad x = 2,5 \text{ ημέρες}$$

Επαλήθευση:  $2,5 \cdot 400 + 4 \cdot (200 + 300) = 3.000$  ή  $1.000 + 2.000 = 3.000$  ή  $3.000 = 3.000$

3. Ένας εργάτης για μια εργασία πέντε ημερών συμφώνησε να πάρει προκαβολή το μισό της αμοιβής του και το υπόλοιπο αυτής να το πληρωθεί όταν τελειώσει η εργασία. Αν η προκαταβολή ήταν 180€, ποιο ήταν το μεροκάματό του;

**Λύση**

Έστω ότι είναι  $x$  το μεροκάματο του εργάτη. Τότε η αμοιβή του εργάτη για την πενήμερη εργασία θα είναι  $5 \cdot x$  και το μισό αυτής θα είναι  $\frac{5 \cdot x}{2}$ . Συνεπώς η εξίσωση που περιγράφει το πρόβλημα θα είναι:

$$\frac{5 \cdot x}{2} = 180 \text{ ή } \frac{5}{2} \cdot x = 180 \text{ ή } x = 180 : \frac{5}{2} \text{ ή } x = 180 \cdot \frac{2}{5} \text{ ή } x = \frac{360}{5} \text{ ή } x = 72\text{€}.$$

4. Μετά τη συνεδρίαση και τα 10 μέλη του διοικητικού συμβουλίου μιας εταιρείας ανταλλάσσουν μεταξύ τους χειραψίες. Πόσες χειραψίες γίνονται συνολικά;

**Λύση**

1ος τρόπος: Αν υποθέσουμε ότι φεύγει ένας - ένας και χαιρετάει τους υπόλοιπους θα έχουμε ότι:



Ο πρώτος θα ανταλλάξει, συνολικά, 9 χειραψίες. Ο δεύτερος 8, ο τρίτος 7, ο τέταρτος 6, ο πέμπτος 5, ο έκτος 4, ο έβδομος 3, ο όγδοος 2, ο ένατος 1 και δέκατος καμία.

Επομένως, ο συνολικός αριθμός θα είναι:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = (1+9)+(2+8)+(3+7)+(4+6)+5 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 45$$

Άρα, η λύση είναι ότι θα γίνουν συνολικά 45 χειραψίες.

2ος τρόπος: Γνωρίζουμε ότι ο καθένας κάνει χειραψία με τους υπόλοιπους. Επομένως, αφού όλοι είναι 10, ο καθένας θα κάνει  $10 - 1 = 9$  χειραψίες. Άρα συνολικά θα γίνουν 10 φορές επί 9, δηλαδή  $10 \cdot 9 = 90$  χειραψίες. Όμως, μεταξύ δύο ανθρώπων η χειραψία είναι μία και εμείς τη μετρήσαμε διπλή (μία για καθένα από τους δύο).

Επομένως, αυτές που έγιναν συνολικά θα είναι οι μισές, δηλαδή  $90 : 2 = 45$ .

Ο Διόφαντος (μέσα του 3ου αιώνα μ.Χ.), στην εισαγωγή των "Αριθμητικών" του, ονομάζει τον άγνωστο με τη λέξη "αριθμός" και τον συμβολίζει με το σύμβολο "ς". Αργότερα ο Βιέτ (1540 - 1603) χρησιμοποιεί τα κεφαλαία φωνήεντα Α, Ε, Ι, Ο, Υ για να υποδηλώσει τον άγνωστο και τα σύμφωνα Β, Δ, Γ κ.λπ. για τα γνωστά μεγέθη.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



1. Η διαφορά της ηλικίας της κόρης από τη μητέρα της είναι 25 χρόνια. Αν η κόρη είναι 18 ετών, πόσων ετών είναι η μητέρα;
2. Πόσοι μαθητές είναι τα  $\frac{7}{10}$  των μαθητών ενός σχολείου, αν τα  $\frac{2}{8}$  των μαθητών, αυτού του σχολείου, είναι 60 μαθητές;
3. Να βρεις τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς που έχουν άθροισμα 1533.
4. Βρες το ψηφίο που λείπει από τον αριθμό  $75\square 3$ , ώστε αυτός να διαιρείται με το 9.
5. Σε ένα διαγώνισμα, κάθε μαθητής πρέπει να απαντήσει σε 100 ερωτήσεις. Θα πάρει 3 μονάδες, για κάθε σωστή απάντηση και μόνο 1 μονάδα, για κάθε λανθασμένη. Ένας μαθητής πήρε συνολικά 220 μονάδες. Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά;
6. Η ηλικία ενός πατέρα είναι τετραπλάσια από την ηλικία του γιου του. Οι δύο ηλικίες μαζί συμπληρώνουν μισό αιώνα. Πόσο χρονών είναι ο καθένας;
7. Τρία αδέρφια μοιράζονται, εξίσου, μια κληρονομιά, που είναι ένα χωράφι και ένα διαμέρισμα. Ο πρώτος παίρνει το χωράφι. Ο δεύτερος παίρνει το διαμέρισμα, αλλά δίνει στον πρώτο 600 € και στον τρίτο 15.000 €. Ποια ήταν η αξία του χωραφιού και ποια του διαμερίσματος;
8. Σε κάθε μία από τις πράξεις (α) και (β) τα γράμματα αντιστοιχούν (α) AB (β) ΓΔ σε διαφορετικά μεταξύ τους ψηφία. Αντικατέστησε τα 
$$+ \frac{47}{73} \qquad \frac{-8}{\Delta 5}$$
 γράμματα A, B, Γ και Δ με τα κατάλληλα ψηφία.
9. Από μία ποσότητα κρασιού, αφαιρούμε 18 lt. Η υπόλοιπη ποσότητα χωράει σε δοχεία των 7 lt. Αν γνωρίζεις ότι η αρχική ποσότητα είναι μικρότερη από 100 lt και μεγαλύτερη από 90 lt, πόσα lt είναι η ποσότητα αυτή; Πόσα δοχεία θα χρησιμοποιήσουμε;
10. Ένας παραγωγός έφτιαξε 100 lt ξύδι και θέλει να το συσκευάσει σε μπουκάλια που χωράνε 0,75 lt. Να βρεις: (α) Πόσα μπουκάλια θα χρειαστεί. (β) Πόσα lt θα του περισσέψουν.
11. Δύο συνεργεία καθαρισμού ακτών καθαρίζουν μία μεγάλη παραλία μήκους  $18\frac{3}{4}$  Km. Το πρώτο συνεργείο καθαρίζει  $3\frac{1}{2}$  Km και το δεύτερο συνεργείο  $2\frac{3}{4}$  Km, κάθε μέρα. Τα δύο συνεργεία εργάζονται, στα δύο άκρα της παραλίας, έως ότου συναντηθούν. Σε πόσες ημέρες θα έχουν ολοκληρώσει τον καθαρισμό της παραλίας;
12. Ένα κατάστημα προσφέρει τους υπολογιστές με έκπτωση 20%. Ο Γιώργος πήγε με τον πατέρα του και αγόρασε ένα υπολογιστή και ένα κινητό τηλέφωνο αξίας 230€ και πλήρωσαν συνολικά 1.070€. Ποιά ήταν η αρχική αξία του υπολογιστή;
13. Αυτή τη χρονιά η ηλικία ενός ανθρώπου είναι πολλαπλάσιο του 7 και την επόμενη χρονιά είναι πολλαπλάσιο του 9. Αν γνωρίζουμε ότι δεν είναι αιωνόβιος ποιά είναι η ηλικία του;