ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο
ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ-ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

6.1 Ομαλή κυκλική κίνηση

Στο κεφάλαιο 4 ασχοληθήκαμε με τις ευθύγραμμες κινήσεις και τα πιο απλά είδη τους. Αν, όμως, ρίξουμε μια ματιά γύρω μας θα δούμε ότι οι κινήσεις δεν είναι όλες ευθύγραμμες. Το αυτοκίνητο κινείται και σε στροφές δρόμου. Ο αθλητής των 400m (με ή χωρίς εμπόδια) διαγράφει μια λωρίδα του κυκλικού στίβου. Ο τροχός του ποδηλάτου περιστρέφεται γύρω από κάποιον άξονα. Τα παιδιά περιστρέφονται στον τροχό του λούνα – παρκ. Ακόμα και εμείς την ώρα που στεκόμαστε ή καθόμαστε ή κινούμαστε ευθύγραμμα συμμετέχουμε στη διπλή περιστροφή της Γης γύρω από τον Ήλιο και γύρω από τον άξονά της.

Υπάρχουν λοιπόν, και οι **καμπυλόγραμμες κινήσεις**. Εκδηλώνονται με δύο τρόπους: με **περιφορά** και με **περιστροφή**. Στην πρώτη περίπτωση το σώμα, σαν να είναι υλικό σημείο, διαγράφει μια καμπύλη τροχιά γύρω από κάποιο σταθερό σημείο. Το αυτοκίνητο και ο αθλητής των παραπάνω παραδειγμάτων ανήκουν σε αυτή την κατηγορία. Στη δεύτερη περίπτωση έχουμε να κάνουμε με σώμα το οποίο δεν αντιμετωπίζεται ως υλικό σημείο. Ο τροχός του ποδηλάτου και ο αντίστοιχος του λούνα – παρκ είναι σώματα περιστρεφόμενα. (Βεβαίως, το παιδί για περιστρεφόμενο σύστημα του τροχού εμφανίζεται ως σημείο).

Οι καμπυλόγραμμες κινήσεις δεν είναι απλές, επειδή μια τυχαία καμπύλη δεν έχει συγκεκριμένο κέντρο. Εδώ, λοιπόν, θα μελετήσουμε τις πιο απλές καμπυλόγραμμες κινήσεις, τις **κυκλικές**.

Η κίνηση που θα μας απασχολήσει είναι η **ομαλή κυκλική,** κατά την οποία το κινητό σε **ίσους χρόνους διαγράφει ίσα τόξα, καθώς κινείται στην περιφέρεια ενός κύκλου**. Η κίνηση, δηλαδή, χαρακτηρίζεται από σταθερό μέτρο της ταχύτητας $\vec{υ}$.

Ο ορισμός του μέτρου της $\vec{υ}$ είναι ίδιος με αυτόν της ευθύγραμμης ομαλής: $υ = \frac{s}{t}$. Τώρα το s είναι το μήκος του τόξου που διανύει το σημείο σε χρόνο t.

Στην εικόνα 6.1(α), π.χ., το σημείο διατρέχει ομαλά την περιφέρεια ενός κύκλου σε οριζόντιο επίπεδο Π. Αν το κινητό συνεχίζει για αρκετό χρόνο την κίνηση, μπορεί να διαγράφει περισσότερους του ενός κύκλους. Χρειαζόμαστε, λοιπόν, κάποιο μέγεθος που να δείχνει πόσο γρήγορα διαγράφονται οι κύκλοι (ρυθμός). Το μέγεθος αυτό είναι η **συχνότητα f**. Ισούται με τον αριθμό N των περιστροφών που διαγράφονται στη μονάδα του χρόνου.

$$\boxed{f = \frac{N}{t}} \qquad (6.1)$$

Το μονόμετρο (βαθμωτό) αυτό μέγεθος εμφανίζεται και σε άλλα φυσικά φαινόμενα που έχουν κάτι κοινό με την ομαλή κυκλική κίνηση: επαναλαμβάνονται με ίδιο ακριβώς τρόπο σε τακτά χρονικά διαστήματα. Καθένα από αυτά τα διαστήματα λέγεται **περίοδος** Τ. Γι' αυτό όλα αυτά τα φαινόμενα λέγονται **περιοδικά**. Στην περίπτωση της κυκλικής κίνησης **περίοδος είναι ο χρόνος μιας περιφοράς του κινητού**. Αν, λοιπόν, στη σχέση (6.1) θεωρήσουμε χρόνο μιας περιόδου t = T, τότε N = 1.

Άρα $$f = \frac{1}{T} \qquad (6.2)$$

Από τις σχέσεις (6.1) και (6.2) φαίνεται ότι μονάδα συχνότητας στο S.I. είναι ο $\frac{1\text{κύκλος}}{s}$ ή $1\,\frac{c}{s}$ ή $1\,s^{-1}$, την οποία ονομάζουμε **1Hertz (1Hz).**

Επομένως, 1 Hz είναι η συχνότητα περιφοράς σημείου το οποίο σε 1s διαγράφει μια περιφέρεια κύκλου.

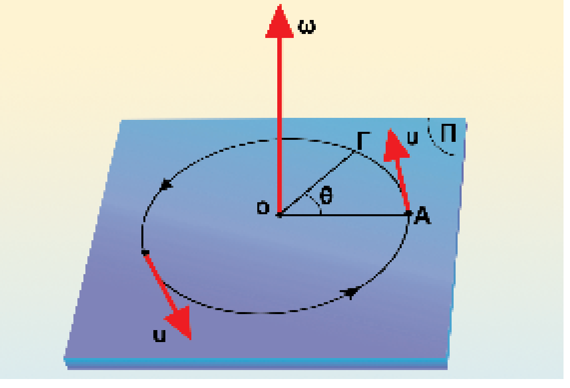
Πολλαπλάσια του Hz είναι:
1kHz = 10^3Hz
1MHz = 10^6Hz

Σε περιοδικά φαινόμενα άλλων περιοχών της Φυσικής μιλάμε για συχνότητες οι οποίες εκφράζονται μόνο με αυτά τα πολλαπλάσια του Hz. Λέμε, π.χ., ότι "ακούμε το ραδιοφωνικό σταθμό Χ στους 93,6 μεγάκυκλους".

Η σωστή τιμή, βέβαια, είναι $93.6\,\frac{Mc}{s}$ ή 93,6 MHz και υπονοείται ότι η κεραία του σταθμού στέλνει 93,6 εκατομμύρια ($93{,}6 \cdot 10^6$) κύματα το δευτερόλεπτο.

Στο στροφόμετρο του αυτοκινήτου αναγράφεται η ένδειξη rpm, που σημαίνει στροφές ανά λεπτό (rounds per minute).

Ας κοιτάξουμε τα ρολόγια μας (όσοι έχουμε ρολόι με δείκτες). Προσέχουμε πόσο χρόνο θέλει ο δευτερολεπτοδείκτης, για να διαγράψει τον κύκλο του ρολογιού. Κάνουμε το ίδιο για το λεπτοδείκτη και μετά για τον ωροδείκτη. Βρίσκουμε, έτσι, την περίοδο περιφοράς κάθε δείκτη και επιβεβαιώνουμε τις συχνότητές τους στον πίνακα 6.1.



Εικόνα 6.1.(α): *Για τη μελέτη της ομαλής κυκλικής κίνησης*

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1 Παραδείγματα συχνοτήτων

Παραδείγματα	**f Hz**
Γη (γύρω από τον άξονά της)	115.10^{-7}
Ωροδείκτης	23.10^{-6}
Λεπτοδείκτης	28.10^{-5}
Δευτερολεπτοδείκτης	17.10^{-3}
Τροχός οχήματος (70km/h)	9.10^{-1}
Δίσκος πικάπ (78στρ/min)	1,3
Έλικας πλοίου	2,7
Ηλεκτροκινητήρας	20-50
Δίκτυο Δ.Ε.Η.	50
Φυγοκεντρική συσκευή	2500
Σταθμός ραδιοφώνου FM	$\sim 10^{6}$

Στην κυκλική κίνηση, που είναι η βάση για όλα αυτά, η ταχύτητα δεν είναι χαρακτηριστικό μέγεθος κίνησης. Αυτό, διότι, αν πάρουμε διάφορα σημεία της ίδιας ακτίνας, π.χ. ΟΑ της εικ. 6.1(α), θα διαπιστώσουμε ότι στον ίδιο χρόνο θα διαγράψουν άνισα τόξα. Θα έχουν, λοιπόν, διαφορετική ταχύτητα.

Αν, τώρα, μελετήσουμε την κυκλική κίνηση του σημείου Α για χρόνο t = T, το σημείο έχει διαγράψει τόξο ίσο με το μήκος της περιφέρειας, δηλαδή s = 2πr (r = ακτίνα).

Άρα:

$$\boxed{\upsilon = \frac{2\pi r}{T}} \tag{6.3}$$

Η ταχύτητα είναι διάνυσμα εφαπτόμενο στην τροχιά, το μέτρο της είναι σταθερό και δίνεται από την παραπάνω σχέση (6.3).

Όταν καθόμαστε, είμαστε ακίνητοι; Αν δεχτούμε μέση ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6400km και θυμηθούμε πως η Γη κάνει μια περιστροφή σε 24 h (T = 24 h = 86400s), βρίσκουμε:

$$\upsilon = \frac{2\pi R_Γ}{T} = \frac{2{\cdot}3{,}14{\cdot}6{,}4{\cdot}10^{3}\text{km}}{24\text{h}} = 1{,}67{\cdot}10^{3}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ ή } 46{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

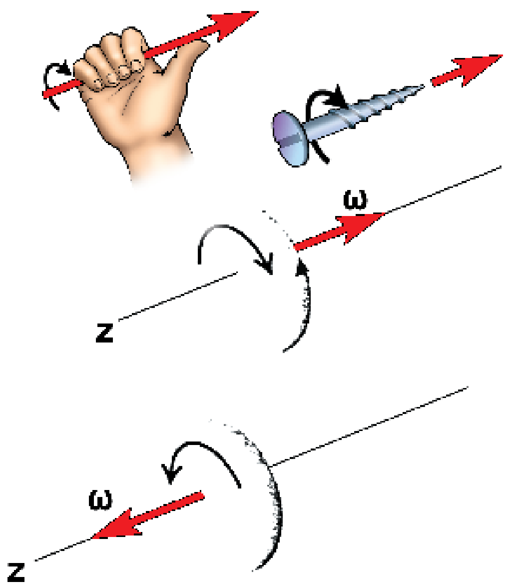
Αφού, λοιπόν, η ταχύτητα δεν είναι ίδια για τα σημεία της ακτίνας ΟΑ, που αναφέρθηκε παραπάνω, πρέπει να εισάγουμε νέο μέγεθος χαρακτηριστικό της κυκλικής κίνησης, το οποίο να είναι σταθερό για όλα τα σημεία της ακτίνας.

Το μέγεθος είναι η **γωνιακή ταχύτητα** $\vec{\omega}$ με μέτρο:

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}} \qquad (6.4)$$

(θ= η γωνία που διαγράφει η ακτίνα σε χρόνο t) και μονάδα το 1 rad/s, αφού η γωνία στη Φυσική μετριέται σε rad. (*Ας θυμηθούμε: $360^o = 2\pi$ rad*).

Η γωνιακή ταχύτητα παριστάνεται με διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο περιστροφής και με φορά ανάλογα με τη φορά περιστροφής. (Θυμηθείτε όσα είπαμε και για τη ροπή δύναμης στο κεφ. 3). Στην εικόνα 6.1(β) φαίνεται ο τρόπος προσδιορισμού της φοράς για την ω με τη βοήθεια του δεξιού χεριού ή της βίδας.



Εικόνα 6.1(β): Για τον προσδιορισμό της φοράς της γωνιακής ταχύτητας

Αν, πάλι, αναφερθούμε σε χρόνο t = T, η γωνία που διαγράφει η ακτίνα (που συνοδεύει το κινητό) είναι 360^o ή 2π.

Άρα, η σχέση (6.4) γράφεται:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f} \qquad (6.5)$$

Μετά την αναφορά μας στη γωνιακή ταχύτητα μπορούμε να ονομάσουμε την ταχύτητα υ (για να τις διακρίνουμε) **γραμμική ταχύτητα**. Η ονομασία τους είναι ευνόητη, αφού η μία συνδέεται με γωνία και η άλλη με γραμμή (τόξο).

Ανάμεσα στα δύο μεγέθη υπάρχει σχέση, η οποία προκύπτει από συνδυασμό των (6.3) και (6.5):

$$\boxed{\upsilon = \omega r} \qquad (6.6)$$

Παράδειγμα. Ο τροχός του οχήματος στον πίνακα 6.1 έχει διάμετρο 70cm. Να βρεθούν α) η γωνιακή ταχύτητα του τροχού, β) η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς του.

Λύση

Από τον πίνακα 6.1. βλέπουμε ότι f = 0.9Hz. Από τη σχέση (6.5)

βρίσκουμε: $\omega=2\pi f=2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}9\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}=5{,}65\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Εξάλλου η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας είναι $\upsilon=\omega r$

και $r=\frac{\delta}{2}=35\text{cm}=0.35\text{m}$ (δ=διάμετρος).

Άρα: $\upsilon=5{,}65\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 0{,}35\text{m}=1{,}98\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(Ας έχουμε υπόψη ότι η γωνία σε rad θεωρείται καθαρός αριθμός και στην επεξεργασία (πράξεις) του rad με άλλες μονάδες παραλείπεται. Λέ- με, π.χ., 5,65 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot\text{m}$*, αλλά γράφουμε:* $\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot\text{m}=\frac{\text{m}}{\text{s}}$ *).*

Ας προσπαθήσουμε: Αν εκτιμήσουμε το μήκος της ακτίνας στην οθόνη (καντράν) του ρολογιού, μπορούμε να βρούμε γωνιακή και γραμμική ταχύτητα για τους τρεις δείκτες του (αν έχει ...).

6.2 Επιτάχυνση και δύναμη στην ομαλή κυκλική κίνηση

Μπορούμε να μιλάμε για επιτάχυνση σε κίνηση ομαλή; Για τις ευθύγραμμες κινήσεις η απάντηση είναι όχι. Στις καμπυλόγραμμες κινήσεις, όμως, ακόμα και αν το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό, αλλάζει συνεχώς η διεύθυνσή της. Ως διάνυσμα, λοιπόν, η ταχύτητα μεταβάλλεται και, επομένως, υπάρχει επιτάχυνση. (Θυμηθείτε: η επιτάχυνση είναι υπεύθυνη για τη μεταβολή του διανύσματος της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$). Όμως, στην ομαλή κυκλική κίνηση η επιτάχυνση δεν μπορεί να έχει τυχαία διεύθυνση και φορά. Πρέπει η δύναμη που την προκαλεί να είναι κάθετη στην ταχύτητα, ώστε να μην αντιστοιχεί σε έργο (§ 5.1). Χωρίς έργο η κινητική ενέργεια σε οριζόντιο επίπεδο διατηρείται σταθερή, άρα και το μέτρο της $\vec{\upsilon}$).

Η επιτάχυνση, λοιπόν, στην ομαλή κυκλική κίνηση (εικόνα 6.2 α) είναι διάνυσμα κάθετο στην ταχύτητα, σε κάθε θέση του κινητού, έχει φορά προς το κέντρο O του κύκλου και μέτρο:

$$\boxed{\alpha_\kappa=\frac{\upsilon^2}{r}} \qquad (6.7)$$

Η σχέση (6.7) μπορεί να συνδυαστεί με τις προηγούμενες (6.5) και (6.6), οπότε:

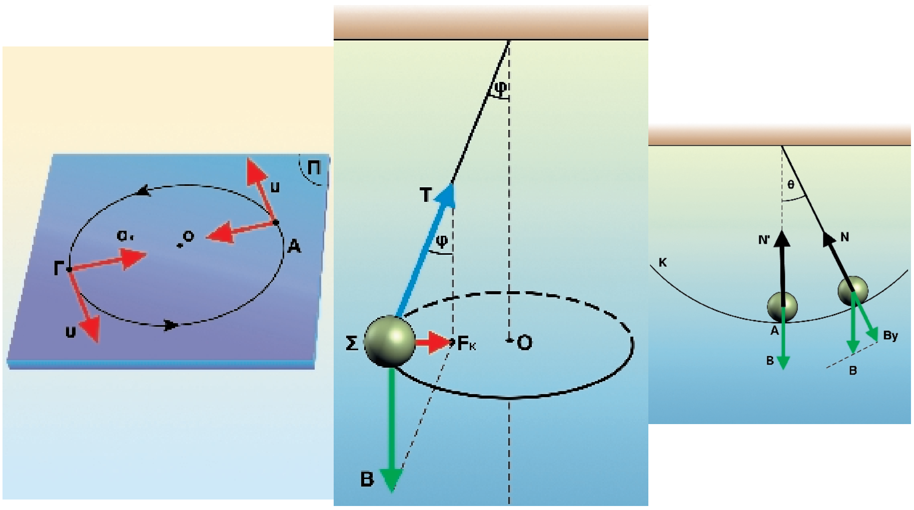
$$\boxed{\alpha_\chi = \omega^2 r} \tag{6.8}$$

$$\boxed{\alpha_\chi = \frac{4\pi^2}{T^2}\, r} \tag{6.9}$$

$$\boxed{\alpha_\chi = 4\pi^2 f^2 r} \tag{6.10}$$

Αν θυμηθούμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα, "πίσω" από την κεντρομόλο επιτάχυνση α_χ βρίσκεται κάποια δύναμη που τη λέμε **κεντρομόλο δύναμη** F_χ.

Παρατήρηση: **Η κεντρομόλος δεν είναι μια επιπλέον δύναμη η οποία ασκείται στο σώμα. Είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας περιφοράς.**



(α) (β) (γ)

Εικόνα 6.2: Η κεντρομόλος δύναμη είναι η ακτινική συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

Αυτό φαίνεται στα παραδείγματα των εικόνων 6.2(β) και (γ).

Στην εικόνα 6.2(β) η σφαίρα διαγράφει οριζόντιο κύκλο. Οι δυνάμεις (βάρος Β και τάση του νήματος Τ) μπορούν να δώσουν συνισταμένη στη διεύθυνση της ακτίνας και αυτή είναι, φυσικά, η κεντρομόλος δύναμη F_χ.

Στην εικόνα 6.2(γ) η σφαίρα περιφέρεται πάνω σε κατακόρυφη ημισφαιρική επιφάνεια. Οι δυνάμεις (αντίδραση Ν και βάρος Β) έχουν συνισταμένη, η οποία δεν έχει φορέα την ακτίνα. Γι’ αυτό, τώρα, η κεντρομόλος είναι η συνισταμένη των Ν και B_y (συνιστώσας του βάρους στη διεύθυνση της ακτίνας)

Για την κεντρομόλο δύναμη μπορούμε να γράψουμε:

$$\boxed{F_\kappa = m\frac{\upsilon^2}{r}} \qquad (6.11)$$

$$\boxed{F_\kappa = m\omega^2 r} \qquad (6.12)$$

$$\boxed{F_\kappa = m\frac{4\pi^2}{T^2}r} \qquad (6.13)$$

και

$$\boxed{F_\kappa = m4\pi^2 f^2 r} \qquad (6.14)$$

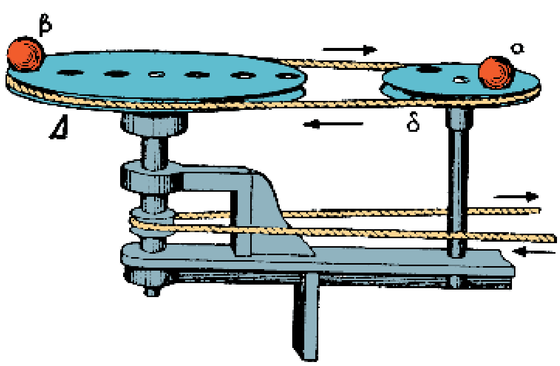
Αν προσέξει κάποιος τις σχέσεις για την κεντρομόλο επιτάχυνση α_κ και για την κεντρομόλο δύναμη F_κ, θα διαπιστώσει πως ο ρόλος της ακτίνας r μοιάζει αντιφατικός. Είναι όμως; Βλέπουμε, ας πούμε, από τις σχέσεις (6.7) και (6.11) ότι όσο μεγαλώνει η ακτίνα r περιφοράς, μικραίνουν τα α_κ, F_κ. Από τις σχέσεις, πάλι, (6.8) και (6.12) αλλά και από τις υπόλοιπες φαίνεται ότι όσο μεγαλώνει η r, μεγαλώνουν τα α_κ, F_κ.

Η απάντηση του διλήμματος είναι απλή: πρέπει, πριν καταλήξουμε σε τέτοια συμπεράσματα, να διερευνήσουμε αν το περιστρεφόμενο σημείο συμμετέχει σε σύστημα σταθερής τιμής υ ή σταθερής τιμής ω.

Από τον προβληματισμό αυτό οδηγούμαστε στους δύο κύριους τύπους περιστρεφόμενων συστημάτων.

Τύπος Ι (Περιφερειακή μετάδοση κίνησης)

Είναι τα συστήματα στα οποία η κίνηση μεταδίδεται περιφερειακά από ένα τμήμα τους σε κάποιο άλλο. Τέτοια συστήματα είναι όσα λειτουργούν με ιμάντα, με αλυσίδα ή με οδοντωτούς τροχούς. Σε αυτά οι περιστρεφόμενοι τροχοί επικοινωνούν "εφαπτομενικά", άρα έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα (εικόνα 6.3).



Εικόνα 6.3: Περιφερειακή μετάδοση κίνησης

Αν θέλουμε, λοιπόν, να συγκρίνουμε τις κεντρομόλες επιταχύνσεις και δυνάμεις των όμοιων σφαιρών α και β, πρέπει να καταφύγουμε στις σχέσεις (6.7) και (6.11). Άρα, η σφαίρα α δέχεται μεγαλύτερη κεντρομόλο δύναμη από τη σφαίρα β, επειδή αντιστοιχεί σε μικρότερη ακτίνα.

Στα συστήματα αυτά μπορούμε να αξιοποιήσουμε τη σχέση $\upsilon = \omega r$. Αν ω_1, ω_2 οι γωνιακές ταχύτητες για τις σφαίρες α, β, μπορούμε να γράψουμε:

$$\upsilon=\omega_1 r_1=\omega_2 r_2$$

Άρα:
$$\boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}} \qquad (6.15)$$

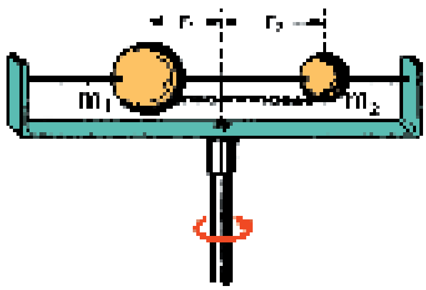
Ας προσέξουμε: Η κίνηση δίνεται στο δίσκο με μεγάλη ακτίνα και μεταφέρεται στο δίσκο με μικρή ακτίνα. Αυτό, σύμφωνα με τη σχέση (6.15), σημαίνει ότι δίνουμε μικρή γωνιακή ταχύτητα στο δίσκο μεγάλης ακτίνας και δημιουργούμε μεγάλη γωνιακή ταχύτητα στον άλλο με τη μικρή ακτίνα.

Συμπέρασμα: Στα συστήματα περιφερειακής μετάδοσης επεμβαίνουμε στους τροχούς μεγάλης ακτίνας και πολλαπλασιάζουμε τη γωνιακή ταχύτητα (και συχνότητα) για τους τροχούς μικρής ακτίνας.

Ας θυμηθούμε: Στο ποδήλατο περιστρέφουμε με κάποια συχνότητα το πεντάλ (πετάλι) και το μεγάλο δίσκο. Με τη βοήθεια της αλυσίδας προκαλούμε μεγαλύτερη συχνότητα στο μικρό δίσκο, που βρίσκεται στο κέντρο του πίσω τροχού.

Τύπος ΙΙ (Ομοαξονική ή ομοκεντρική μετάδοση κίνησης)

Είναι τα συστήματα στα οποία η κίνηση γίνεται γύρω από τον ίδιο άξονα και το ίδιο κέντρο περιστροφής. Σε αυτά τα συστήματα έχουμε σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Η κεντρομόλος επιτάχυνση και η κεντρομόλος δύναμη σχολιάζονται με τη βοήθεια των σχέσεων (6.8) και (6.12). Στην εικόνα (6.4) φαίνεται ομοαξονικό σύστημα με δύο μάζες. Η κεντρομόλος επιτάχυνση και η κεντρομόλος δύναμη έχουν μεγαλύτερες τιμές για τη σφαίρα με μάζα m_2, όπου η ακτίνα είναι μεγαλύτερη.



Εικόνα 6.4: Ομοαξονική μετάδοση κίνησης

Αξιοποιούμε πάλι τη σχέση υ = ωr και γράφουμε:

$$υ_1=ωr_1$$

$$υ_2=ωr_2$$

Άρα:

$$\boxed{\frac{υ_1}{υ_2}=\frac{r_1}{r_2}} \qquad (6.16)$$

Στα συστήματα αυτά επεμβαίνουμε σε τροχούς με μικρή ακτίνα, οπότε η γραμμική ταχύτητα μπορεί να έχει μικρές τιμές. Δημιουργούμε κίνηση σε τροχούς με μεγάλη ακτίνα, οπότε προκύπτει μεγάλη γραμμική ταχύτητα.

Συμπέρασμα: Στη μάζα m_2 της εικόνας 6.4 έχουμε μεγαλύτερη ακτίνα ($r_2 > r_1$), άρα μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα ($υ_2 > υ_1$), μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση και κεντρομόλο δύναμη σε σχέση πάντα με τα αντίστοιχα μεγέθη της m_1.

Ας σκεφτούμε: Από το μικρό δίσκο (που αναφέραμε πιο πάνω) η κίνηση μεταδίδεται στον οπίσθιο τροχό του ποδηλάτου με την πολύ μεγαλύτερη ακτίνα. Ποιο μέγεθος αυξάνεται τώρα;

Παράδειγμα:

Σε ποδήλατο η αλυσίδα γυρίζει γύρω από δύο δίσκους, που είναι κάθετοι στον άξονα περιστροφής του πεντάλ. Ο μπροστινός δίσκος έχει ακτίνα 9cm, ενώ ο πίσω (που είναι ομόκεντρος με τον πίσω τροχό) έχει ακτίνα 3cm. Ο ποδηλάτης περιστρέφει τα πετάλια με συχνότητα 3Hz και οι ρόδες έχουν ακτίνα 20cm. Ο ποδηλάτης διαγράφει τον κυκλικό στίβο σε 1min. Να βρεθούν: α)ποιες μετατροπές μεγεθών εμφανίζονται στη διαδικασία και πόσες φορές αυξάνεται κάθε μέγεθος, β)η συχνότητα περιστροφής τροχών και ποδηλάτου.

Λύση

Η μετάδοση κίνησης από το πεντάλ και από το μεγάλο δίσκο στο μικρό είναι περιφερειακή.

Η σχέση (6.15) μπορεί να γραφεί: $\frac{f_1}{f_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{δ_2}{δ_1}$, με f_1=3Hz $δ_1$=9cm και $δ_2$=3cm. Άρα, ο πίσω μικρός δίσκος περιστρέφεται με συχνότητα f_2=9Hz. (Το κέρδος στη συχνότητα είναι, λοιπόν, ίσο με 3). Με την ίδια συχνότητα περιστρέφεται και ο πίσω τροχός του ποδηλάτου.

Η μετάδοση κίνησης από το μικρό δίσκο στον πίσω τροχό (ομοαξονική) μάς οδηγεί στη σχέση (6.16). Η γραμμική ταχύτητα του μικρού δίσκου είναι $υ_2=2πf_2r_2=6{,}1\,\frac{km}{h}$.

Η γραμμική ταχύτητα $υ_3$ του τροχού είναι:

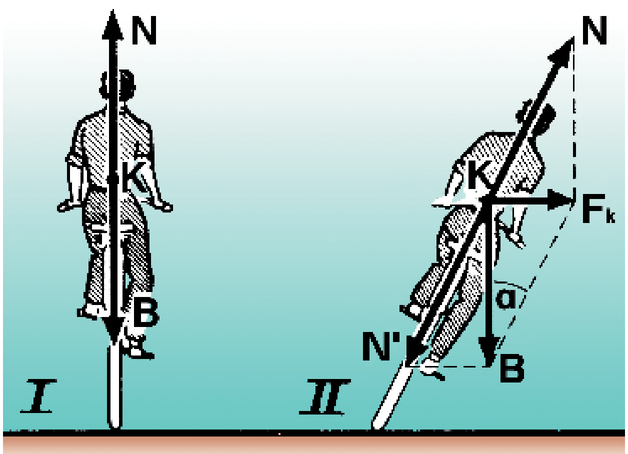
$υ_3=υ_2\dfrac{r_3}{r_2}=40{,}7\dfrac{km}{h}$ περίπου. (Ας δοκιμάσουμε να επιβεβαιώσουμε τις παραπάνω μετατροπές μονάδων).

β) Η συχνότητα περιστροφής των τροχών είναι, βέβαια, η f_2=9Hz. Η συχνότητα περιφοράς του ποδηλάτου είναι:

$f=\dfrac{1}{T}$, όπου T=1min η περίοδος περιφοράς. Άρα: $f=1min^{-1}$.

6.3 Εφαρμογές της κεντρομόλου δύναμης

Πολλές είναι οι εφαρμογές της κεντρομόλου δύναμης και με μεγάλη πρακτική αξία.



Εικόνα 6.5: Κεντρομόλος δύναμη σε ποδηλάτη

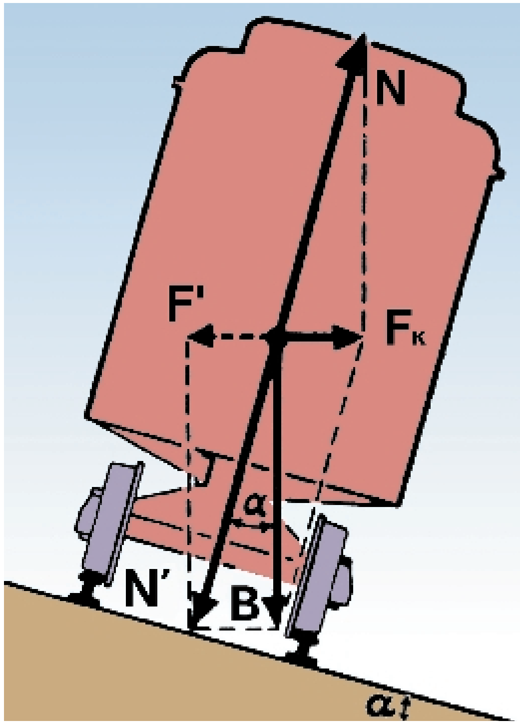
1. Ο ποδηλάτης (εικόνα 6.5): Όταν ο ποδηλάτης βρίσκεται στη στροφή του σταδίου, περιφέρεται κυκλικά. Η απαραίτητη για την κυκλική κίνηση κεντρομόλος $F_κ$ δημιουργείται από τις υπαρκτές δυνάμεις. Όπως έχουμε αναφέρει, αυτές είναι για κάθε σώμα που στηρίζεται στο έδαφος: το βάρος Β και η αντίδραση Ν. Η τελευταία είναι πάντα κάθετη στην επιφάνεια επαφής. Αν ο ποδηλάτης τρέχει στη στροφή σε κατακόρυφη "στάση", (εικόνα 6.5.Ι) η συνισταμένη των Β, Ν θα είναι μηδέν. Η δημιουργία της κεντρομόλου απαιτεί την πλάγια θέση του ποδηλάτη. Τότε το βάρος μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες: τη Ν΄, που εξουδετερώνει την αντίδραση Ν, και την οριζόντια, η οποία θα παίξει το ρόλο της κεντρομόλου $F_κ$. Η κλίση του ποδηλάτου εκφράζεται από τη γωνία α. Με τις γνώσεις μας από την τριγωνομετρία βρίσκουμε ότι:

$$εφα=\frac{F_κ}{B}=\frac{m\frac{υ^2}{r}}{mg}.$$

Τελικά:

$$\boxed{\varepsilon\varphi\alpha = \frac{\upsilon^2}{rg}} \qquad (6.17)$$

2. Κλίση στο εθνικό οδικό και σιδηροδρομικό δίκτυο (εικόνα 6.6): Πολλές φορές έχουμε ακούσει για περιπτώσεις "ντεραπαρίσματος" σε στροφές του εθνικού οδικού δικτύου. Εκεί υποτίθεται ότι έχει δοθεί η κατάλληλη κλίση ανάλογα με το όριο ταχύτητας που επιτρέπεται σε αυτό το σημείο και ανάλογα με την καμπυλότητα του δρόμου. Η διαδικασία είναι ίδια με την αντίστοιχη του ποδηλάτη και εκφράζεται με τη σχέση (6.17).



Εικόνα 6.6: Κλίση σε σιδηροτροχιές και όριο ταχύτητας

Παράδειγμα: **Ποιο πρέπει να είναι το όριο ταχύτητας του σιδηροδρομικού βαγονιού της εικόνας 6.6 για στροφή δρόμου ακτίνας 400m και κλίση 10%;**

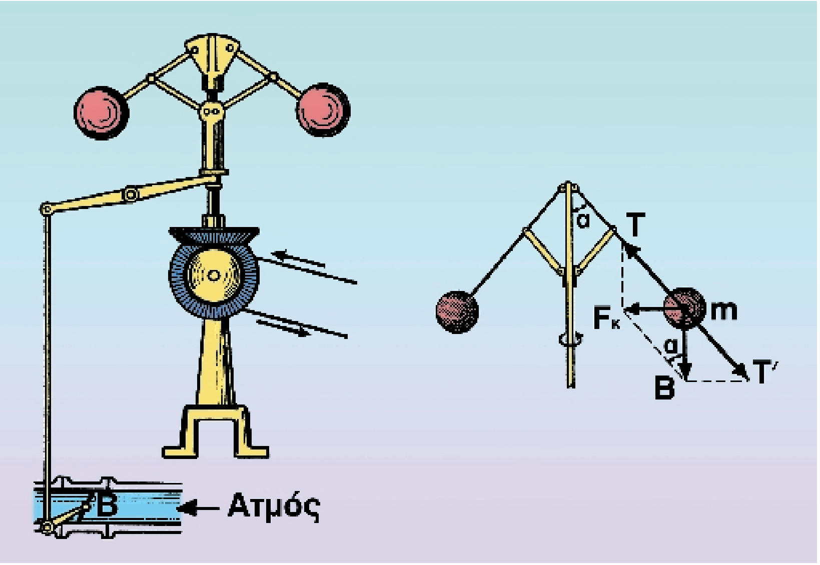
Όταν οι μηχανικοί αναφέρουν κλίση 10% (ή 0,1), εννοούν ότι για 100m δρόμου έχουμε ανύψωση 10m. Στη Φυσική, κλίση θεωρούμε την εφαπτομένη (εφα) της γωνίας που σχηματίζει η ανηφόρα με το οριζόντιο επίπεδο. Από τη σχέση (6.17) βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{gr\varepsilon\varphi\alpha}\,.$$

Άρα:

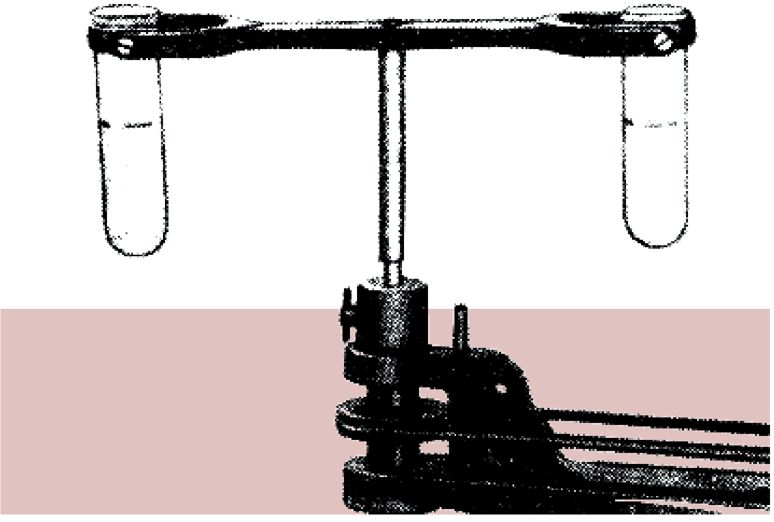
$$\upsilon = \sqrt{10\frac{m}{s^2}\,400m\cdot 0{,}1} = 20\frac{m}{s} \quad ή \quad 72\frac{km}{h}\,.$$

Αν η σιδηροτροχιά δεν έχει την κατάλληλη κλίση ή αν ο οδηγός παραβιάσει το όριο ταχύτητας, το τρένο εκτροχιάζεται.



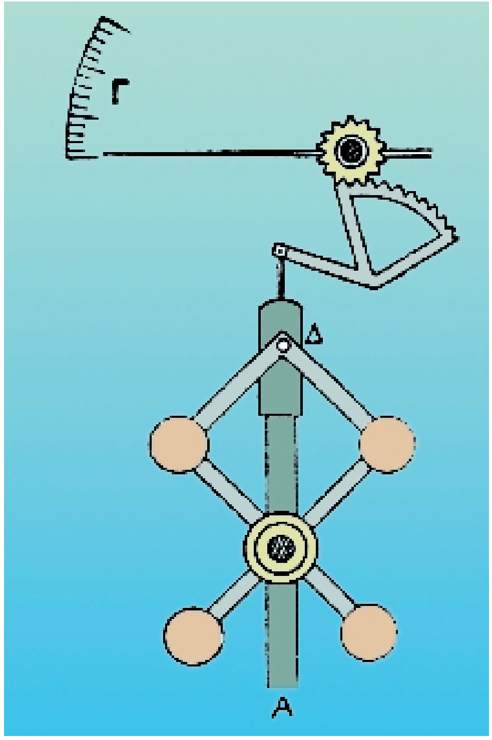
Εικόνα 6.7: Ρυθμιστής του Watt

3. Ρυθμιστής του Watt και φυγοκεντρικός διαχωριστήρας: Η διάταξη Watt χρησιμεύει για εισαγωγή υγρών ή αερίων σε μηχανές εσωτερικής καύσης, εικόνα 6.7. Πάνω στην ίδια ιδέα στηρίζεται και ο διαχωριστήρας υγρών της εικόνας 6.8. Ίσως να το έχετε δει σε μικροβιολογικό εργαστήριο. Χρησιμοποιείται για διαχωρισμούς των συστατικών διαλύματος που έχουν μεγαλύτερη πυκνότητα από τα υπόλοιπα. Υγρά που χρειάζονται τέτοιο διαχωρισμό είναι το γάλα και το αίμα, οπότε τα άλατα και τα άλλα βαριά συστατικά πέφτουν στον πυθμένα. Προϋποθέτει μεγάλη συχνότητα περιστροφής.



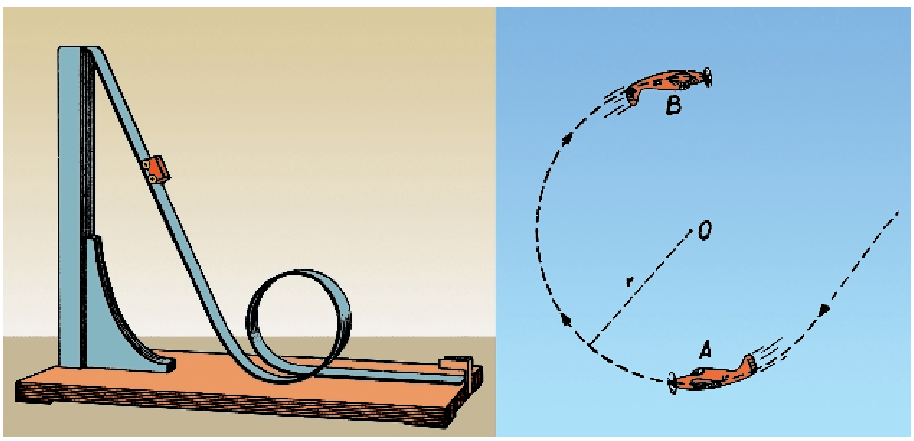
Εικόνα 6.8: Διαχωριστήρας υγρών

4. Το ταχύμετρο (κοντέρ) (εικόνα 6.9): Η αρχή λειτουργίας του ταχύμετρου είναι η ίδια με την αντίστοιχη του ρυθμιστή Watt. Ο άξονας Α περιστρέφεται και, όσο μεγαλώνει η συχνότητα περιστροφής, οι σφαίρες απομακρύνονται από αυτόν. Τότε, ο δρομέας Δ κατεβαίνει και ο δείκτης στην κλίμακα μετακινείται σε μεγαλύτερες τιμές.



Εικόνα 6.9: Αρχή λειτουργίας του ταχύμετρου (κοντέρ) στο αυτοκίνητο

5. Ανακυκλώσεις (εικόνα 6.10): Είναι η κατακόρυφη κυκλική κίνηση όπου επιδιώκεται να φτάσει το κινητό στο ανώτατο σημείο χωρίς να πέσει.



Εικόνα 6.10: Ανακύκλωση και αεροπορικοί ελιγμοί

Πώς λύνουμε ασκήσεις ομαλής κυκλικής κίνησης: Οι σχέσεις που αφορούν την ομαλή κυκλική κίνηση είναι αρκετές. Για το ίδιο μέγεθος, όπως είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση και δύναμη, έχουμε περισσότερες από μια σχέσεις. Γι' αυτό ακολουθούμε την εξής πορεία:

- Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
- Βρίσκουμε τη συνισταμένη τους στη διεύθυνση της ακτίνας. Αν οι ίδιες οι δυνάμεις δε δίνουν συνισταμένη σε αυτή τη διεύθυνση, τις αναλύουμε σε δύο άξονες: τον x, παράλληλο προς την ακτίνα, και τον y, κάθετο στον x. Γράφουμε: $\Sigma F_x = F_\kappa$ (F_κ= κεντρομόλος δύναμη).
- Αξιοποιούμε κάποια από τις σχέσεις (6.11) μέχρι (6.14) ανάλογα με το βασικό μέγεθος το οποίο δίνεται ή ζητείται να υπολογιστεί.

Παράδειγμα οριζόντιας περιφοράς: (το σώμα εκτελεί οριζόντια, ομαλή κυκλική κίνηση)

Το νήμα στην εικ. 6.2 (β) έχει μήκος 20cm και σχηματίζει 60° με την κατακόρυφη. Με ποια γωνιακή ταχύτητα περιφέρεται η σφαίρα;

Λύση:

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα. Αυτές είναι το βάρος Β και η τάση Τ του νήματος. Η συνισταμένη τους έχει τη διεύθυνση της ακτίνας και ισούται με την κεντρομόλο δύναμη.

Από το ορθογώνιο τρίγωνο βρίσκουμε: $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{F_\kappa}{B}$.

Αλλά $F_\kappa = m\omega^2 r = m\omega^2 \ell\, \eta\mu\varphi$.

Άρα, προκύπτει: $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{m\omega^2 \ell\, \eta\mu\varphi}{mg}$ ή $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{\ell . \sigma\upsilon\nu\varphi}}$.

Βρίσκουμε: $\omega = 10 \dfrac{rad}{s}$.

Παράδειγμα κατακόρυφης περιφοράς *(για να θυμηθούμε και την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας):*

Η σφαίρα στην εικόνα 6.2 (γ) αφήνεται από την κορυφή Κ λείας ημισφαιρικής επιφάνειας. Ζητείται η αντίδραση Ν′ που δέχεται η σφαίρα

στο κατώτερο σημείο Α. Δίνονται: m=1kg, $g = 10 \dfrac{m}{s^2}$.

Λύση:

Στο σημείο Α η συνισταμένη των δυνάμεων Ν′ και Β ισούται με την

κεντρομόλο δύναμη F_κ. Άρα, $F_\kappa = N' - B = m\dfrac{\upsilon^2}{r}$ (1)

Η μηχανική ενέργεια στα σημεία Κ και Α είναι ίδια, αφού δεν εμφανίζονται τριβές. $E_M^{\alpha\rho\chi.} = E_M^{\tau\varepsilon\lambda}$ Άρα:

$K_K + U_K = K_A + U_A$ ή $0 + mgh = \dfrac{1}{2} m\upsilon^2 + 0$

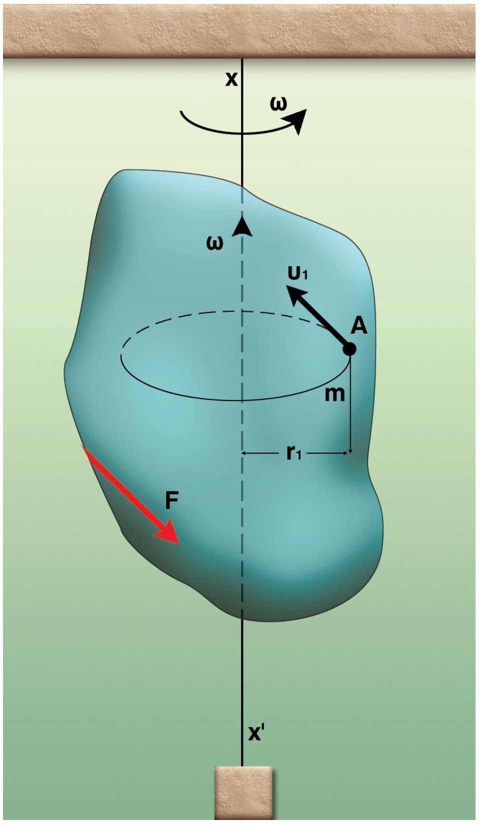
Επομένως: $υ^2=2gh=2gr$ (αφού το ύψος του σημείου Κ από το Α ισούται με την ακτίνα r της σφαιρικής επιφάνειας). Η σχέση (1) μπορεί να γραφεί:

$N'=B+m\frac{2gr}{r}$ 3mg. Βρίσκουμε: $N'=30N$.

6.4 Περιστροφή στερεού

Κάθε στερεό σώμα, οποιουδήποτε σχήματος ή όγκου μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από τυχαίο σημείο του. Το στερεό, π.χ., της εικόνας 6.11 περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα xx΄. Όπως έχουμε συζητήσει σε προηγούμενη ενότητα, τα χαρακτηριστικά της περιστροφής αυτής είναι δύο:

- Αιτία της περιστροφής είναι κάποια ροπή δύναμης (όπως π.χ. η $\vec{F}$).
- Τα σημεία του στερεού έχουν κοινό μέγεθος τη γωνιακή ταχύτητα $\vec{ω}$, αλλά διαφέρουν ως προς τη γραμμική ταχύτητα $\vec{υ}$.



Εικόνα 6.11: Περιστροφή στερεού

Ας εξετάσουμε μικρό κομμάτι του στερεού (όσο μικρό μπορούμε να φανταστούμε) γύρω από το σημείο Α. Το κομμάτι έχει μάζα m_1 και περιφέρεται σε κύκλο με ακτίνα r_1. Ο κύκλος βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και η δυναμική ενέργεια του κομματιού παραμένει σταθερή (όποιο επίπεδο αναφοράς και να δεχτούμε). Το κομμάτι διαθέτει κινητική ενέργεια K_1 ίση με:

$$K_1=\frac{1}{2}\ m_1υ_1^2$$

ή

$$K_1=\frac{1}{2}\ m_1ω_1^2r_1^2$$

Η αντικατάσταση: $υ_1=ωr_1$ έγινε, για να εμφανιστεί στη σχέση η γωνιακή ταχύτητα ω, κοινό μέγεθος για όλα τα σημεία του στερεού.

Επεκτείνοντας τη διαδικασία για τα υπόλοιπα τμήματα του στερεού, βρίσκουμε:

$$K=K_1+K_2+.....=\frac{1}{2}m_1\omega^2 r_1^{\,2}+\frac{1}{2}m_2\omega^2 r_2^{\,2}+.....$$

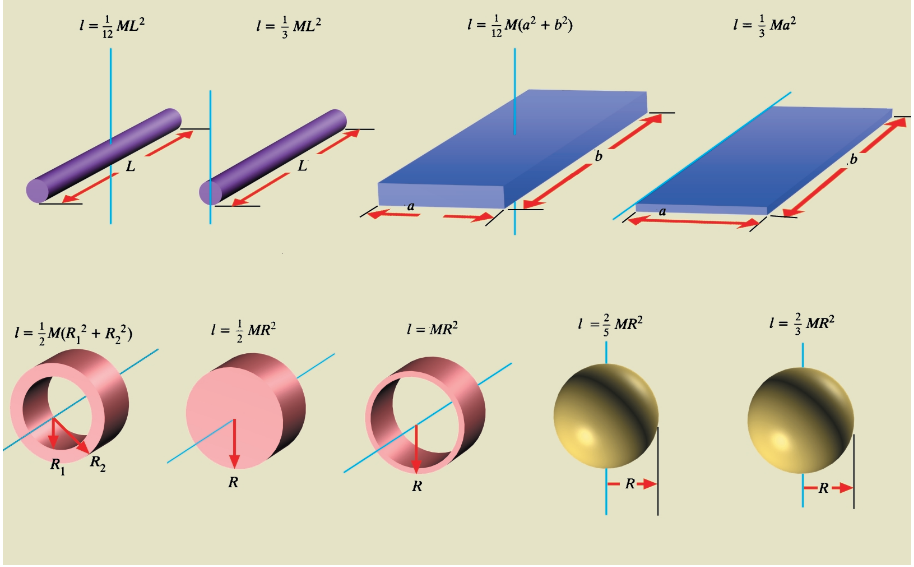
Τελικά: $$\boxed{K=\frac{1}{2}(m_1r_1^{\,2}+m_2r_2^{\,2}+.....)\omega^2} \qquad (6.18)$$

Η ... ατέλειωτη σειρά όρων της παρένθεσης μοιάζει να είναι πολύ σημαντική για το στερεό, επειδή σχετίζεται όχι μόνο με τη μάζα του αλλά και με τον τρόπο κατανομής της γύρω από τον άξονα περιστροφής. Η διαπίστωση αυτή μας οδήγησε στην αντικατάσταση:

$$I=m_1r_1^{\,2}+m_2r_2^{\,2}+.....$$

Το μέγεθος Ι, γνωστό ως **ροπή αδράνειας**, χαρακτηρίζεται από τα παρακάτω:

- Είναι μονόμετρο μέγεθος.
- ΄Εχει μονάδα το kg.m^2 στο S.I.
- Εκφράζει την αδράνεια του στερεού, όταν προσπαθούμε να το περιστρέψουμε (αντίστοιχο της μάζας για τη μεταφορική κίνηση).
- Η τιμή εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής που έχουμε επιλέξει.
- Η ακριβής σχέση για τη ροπή αδράνειας εξαρτάται από το σχήμα του στερεού, όπως φαίνεται στην εικόνα 6.12. Η μαθηματική διαδικασία για την απόδειξη των σχέσεων που φαίνονται είναι πολύπλοκη και δε θα μας απασχολήσει εδώ.



Εικόνα 6.12: Σχέσεις για τη ροπή αδράνειας στερεών με γνωστά σχήματα

Προβληματισμοί: Ας μας απασχολήσουν λίγο τα χαρακτηριστικά της ροπής αδράνειας Ι και ας προσπαθήσουμε να βρούμε - βασιζόμενοι σε αυτήν - τι σημαίνουν τα παρακάτω (και αν είναι σαφή):

- Το σώμα Α περιστρέφεται δυσκολότερα από το σώμα Β.
- Η ροπή αδράνειας στερεού είναι $10 kgm^2$.
- Η ρόδα αγωνιστικού αυτοκινήτου έχει μικρότερη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής από την αντίστοιχη κοινού Ι.Χ. (Δεχτείτε ισοβαρείς τους δύο τροχούς).

Η ολική κινητική ενέργεια περιστροφής Κ του στερεού μπορεί να γραφεί λοιπόν:

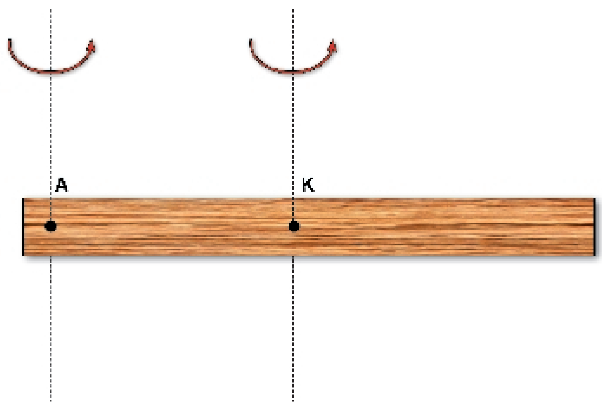
$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (6.19)$$

Προς το παρόν ασχολούμαστε με σώμα που περιστρέφεται μόνο. (*Καλό παράδειγμα είναι το γνωστό θύμα των πασχαλινών εθίμων μας, ο οβελίας. Εδώ, μάλιστα, η διαδικασία θυμίζει βαρούλκο).*

Το σημαντικότερο ερώτημα προκύπτει με την παρατήρηση του παραπάνω πίνακα. Οι σχέσεις της Ι για τα στερεά αναφέρονται σε περιστροφή γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο βάρους τους Κ ("κύριος" άξονας). Τα στερεά δεν περιστρέφονται πάντα, όμως, γύρω από αυτό τον άξονα. Η σκάλα, π.χ., ανατρέπεται με περιστροφή γύρω από άξονα που περνά από το άκρο της, η καρέκλα το ίδιο κτλ. Τι κάνουμε τότε;

Υπάρχει μια χρήσιμη σχέση γνωστή ως **τύπος του Steiner** (ή ως θεώρημα παράλληλων αξόνων), που βοηθά να βρίσκουμε σχέση για τη ροπή αδράνειας I_A ως προς άξονα που περνά από τυχαίο σημείο Α και είναι παράλληλος με αυτόν που διέρχεται από το Κ, εικόνα 6.13. Υποτίθεται ότι η αντίστοιχη σχέση για τη ροπή αδράνειας I_K ως προς κύριο άξονα είναι γνωστή (σχέσεις πίνακα). Είναι:

$$I_A = I_K + m(AK)^2 \qquad (6.19)$$



Εικόνα 6.13: Θεώρημα του Steiner

Εφαρμογή: Η ροπή αδράνειας πρισματικής και ομογενούς ράβδου ως προς τον κύριο άξονά της (εικόνα 6.13) είναι: $I_K = \frac{1}{12} m\ell^2$. Η αντίστοιχη για άξονα που είναι παράλληλος προς τον κύριο άξονα και περνά από το άκρο της Α είναι:

$$I_A = I_K + m(AK)^2 = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m\ell^2.$$

Παρατηρήστε ότι η ροπή αδράνειας I_K ως προς τον κύριο άξονα είναι μικρότερη από την αντίστοιχη I_A, ανεξάρτητα από τη θέση του σημείου Α.

Συμπερασματικά:

- Το σώμα περιστρέφεται ευκολότερα γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο βάρους του παρά γύρω από οποιοδήποτε άλλο άξονα.
- Όσα σημεία είναι συμμετρικά ως προς το κέντρο βάρους αντιστοιχούν σε ίδια τιμή ροπής αδράνειας της ράβδου (ως προς τους άξονες που περνάνε από αυτά τα σημεία και είναι παράλληλοι μεταξύ τους).

Παράδειγμα:

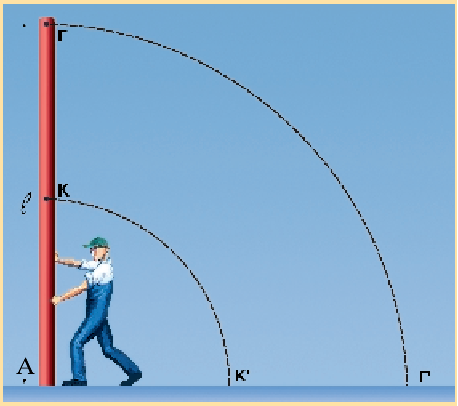
Υπολογισμός της γωνιακής ταχύτητας στην περιστροφή (με τη βοήθεια και της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας).

Κολόνα της Δ.Ε.Η. με ύψος ℓ=7,5m συγκρατείται όρθια από εργάτη, πριν στερεωθεί μόνιμα. Από απροσεξία του, η κολόνα πέφτει στο έδαφος. Στην όρθια θέση η μηχανική ενέργεια ισούται με τη δυναμική ως προς το έδαφος.

$$E_M = U_1 = mgh = mg\frac{\ell}{2}$$

(αφού η μάζα m της κολόνας θεωρείται συγκεντρωμένη στο κέντρο βάρους της Κ). Λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος, η μηχανική ενέργεια E'_M εμφανίζεται ως κινητική: $E'_M = \frac{1}{2} I_A \omega^2$.

Η ροπή αδράνειας αναφέρεται στον άξονα περιστροφής που περνά από το Α (εικόνα 6.14). Όπως είδαμε πιο πάνω: $I_A = \frac{1}{3} m\ell^2$.



Εικόνα 6.14: Περιστροφή κολώνας γύρω από το άκρο της.

Τελικά: $$E_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m\ell^2\omega^2.$$

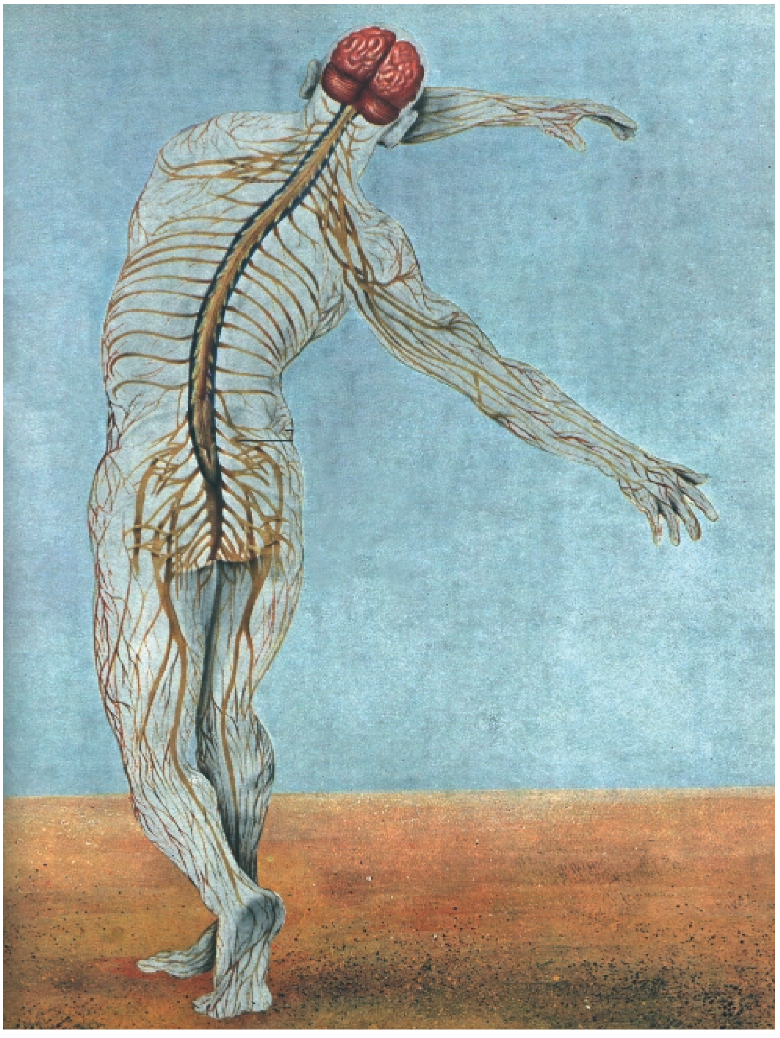
Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας σημαίνει:

$E_M^{αρχική} = E_M^{τελική}$ και $mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{6} m\ell^2\omega^2$, οπότε $\omega = 2\frac{rad}{s}$ στην τελική (οριζόντια θέση) (ω=γωνιακή ταχύτητα περιστροφής που είναι ίδια για όλα τα σημεία της. Έτσι:

Σημείο Α $(r_A=0) : \upsilon_A=\omega r_A=0$

Σημείο Κ $\left(r_K=\frac{\ell}{2}\right) : \upsilon_K=\omega r_K=\omega\frac{\ell}{2}=7{,}5m/s$

Σημείο Γ $(r_\Gamma=\ell) : \upsilon_\Gamma=\omega.\ell=15m/s.$

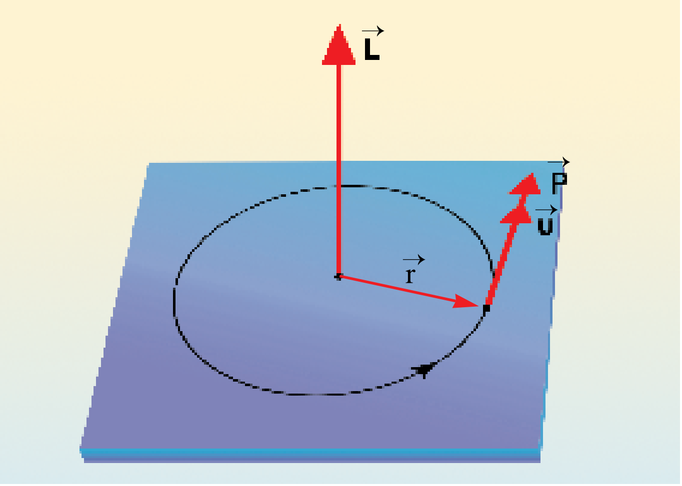


Αθλητής σε περιστροφική κίνηση

6.5 Διατηρήσιμη ποσότητα στην περιστροφή

Ο όρος "διατηρήσιμη ποσότητα" αναφέρεται σε κάθε μέγεθος που μπορεί να διατηρείται σταθερό κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις. Στη μελέτη της περιστροφής στερεού δεν έχουμε ακόμα αναφερθεί σε μέγεθος συνδυαστικό, το οποίο να αποτελεί, δηλαδή, συνδυασμό ενός αδρανειακού και ενός κινηματικού μεγέθους, όπως είναι η ορμή ($\vec{P}=m.\vec{\upsilon}$) στη μεταφορική κίνηση.

Στην περιστροφική κίνηση το αντίστοιχο μέγεθος, ας το πούμε X προς το παρόν, πρέπει να ισούται με: X = Ιω, αφού τώρα το χαρακτηριστικό κινηματικό μέγεθος είναι η γωνιακή ταχύτητα ω και η αδράνεια εκφράζεται με τη ροπή αδράνειας Ι. Η παράλληλη λογική φαίνεται στην εικόνα 6.15.



Εικόνα 6.15: Στροφορμή υλικού σημείου

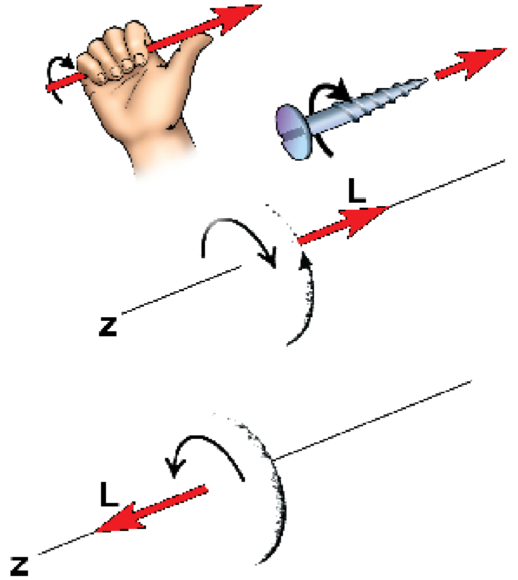
Το σωματίδιο μάζας m έχει ταχύτητα υ και περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω σε κύκλο ακτίνας r. Η ορμή του P = mυ δεν αρκεί για να περιγράψουμε την κίνηση, επειδή το αποτέλεσμα επηρεάζεται και από την ακτίνα περιφοράς του σωματιδίου. Δημιουργούμε νέο μέγεθος, τη **στροφορμή** $\vec{L}$, η οποία εκφράζεται από τη σχέση:

$$\boxed{L = m\upsilon r} \tag{6.20}$$

Η στροφορμή έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Είναι διανυσματικό μέγεθος κάθετο στο επίπεδο στο οποίο ανήκουν η ορμή $m\vec{\upsilon}$ και το διάνυσμα θέσης $\vec{r}$. Η φορά της καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού (εικόνα 6.16). Τα 4 δάκτυλα δείχνουν τη φορά περιστροφής και ο αντίχειρας τη στροφορμή. (Παρατηρήστε την αναλογία των εικόνων 6.1(β) και 6.16 και βγάλτε συμπεράσματα...)

217-247 21-12-99 09:46 Σελίδα 237



Εικόνα 6.16: Για τον προσδιορισμό του διανύσματος της στροφορμής

- Μονάδα της L στο S.I. είναι το $1\text{kg}\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}}$.
- Με την αντικατάσταση: $\upsilon = \omega r$, η L γράφεται: $L = m\omega r^2$ ή

$$\boxed{\vec{L} = I\vec{\omega}} \qquad (6.21)$$

και ικανοποιεί τη σύνδεση κινηματικού $\left(\vec{\omega}\right)$ με αδρανειακό μέγεθος (I).

Μπορούμε να εκφράσουμε και στην περιστροφή το 2ο νόμο του Νεύτωνα με σχέση αντίστοιχη της : $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$, την οποία μελετήσαμε στο κεφάλαιο 4. Είναι η σχέση ανάμεσα στη ροπή $\vec{M}$ δύναμης και τη στροφορμή:

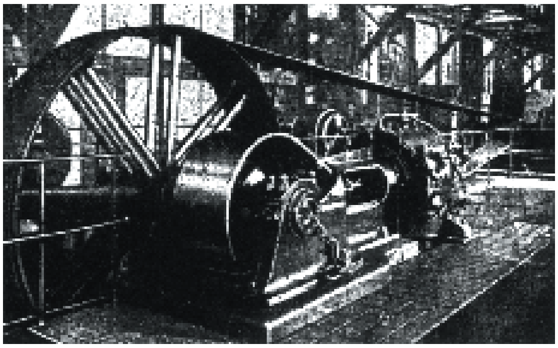
ή
$$\boxed{\vec{M} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}} \qquad (6.22)$$

ή
$$\boxed{\vec{M} = I\cdot\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}} \qquad (6.23)$$

Η σχέση (6.22) ή (6.23) αποτελεί το **θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τη στροφική κίνηση.**

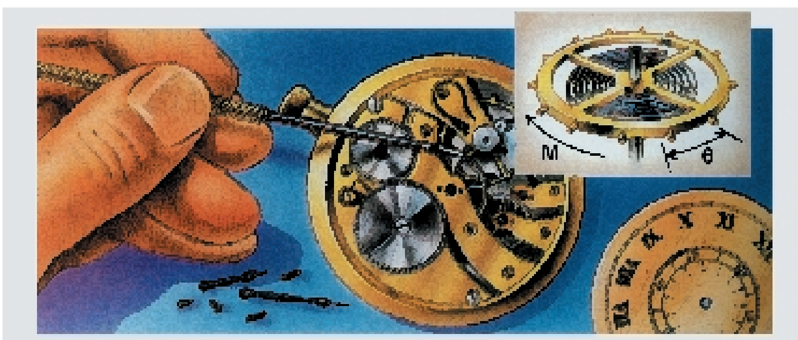
Το προνόμιο της μεγάλης ροπής αδράνειας: Αν δοκιμάσουμε ίδια ροπή Μ σε διάφορα στερεά, εκείνο που έχει μεγάλη ροπή αδράνειας I θα αντιστοιχεί σε μικρό ρυθμό $\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right)$ μεταβολής της γωνιακής ταχύτητάς του.

Αν, πάλι, επιδιώκουμε ίδιο ρυθμό μεταβολής της ω, η μεγάλη ροπή αδράνειας αντιστοιχεί σε μεγάλη ροπή. Διατάξεις με μεγάλη ροπή αδράνειας, λοιπόν, έχουν την ικανότητα να κρατάνε σχεδόν σταθερή τη γωνιακή τους ταχύτητα. Σε ένα κινητήρα, π.χ., ακόμα και αν η ροπή που την παράγει αυξομειώνεται ελαφρά, οι "στροφές" παραμένουν ίδιες.



Εικόνα 6.17: Σφόνδυλος μηχανών

Μια τέτοια διάταξη είναι ο σφόνδυλος των μηχανών (εικόνα 6.17). Είναι ένας μεγάλος τροχός, του οποίου όλη η μάζα είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρεια. Αυτό βοηθά να έχουν όλα τα σημεία του την ίδια και μάλιστα μεγάλη ροπή αδράνειας. Είναι το σχήμα του στερεού, του οποίου η σχέση της ροπής αδράνειάς έχει αριθμητικό συντελεστή 1 ($I = mR^2$). Σφονδύλους βρίσκουμε σε πολλές μηχανές και διατάξεις σε ποικίλα μεγέθη, και ο ρόλος τους είναι σημαντικός. Κάθε τροχός και στεφάνι συμπεριφέρεται ως σφόνδυλος. Ακόμα και μικροδιατάξεις, όπως το ρολόι π.χ. (εικόνα 6.18), διαθέτουν σφόνδυλο.



Εικόνα 6.18: Ο σφόνδυλος μέσα στο ρολόι μας

Εδώ ο σφόνδυλος κρατά σταθερή τη γωνιακή ταχύτητα (άρα και τη συχνότητα) ταλάντωσής του και του ελατήριου ("τρίχα" ρολογιού) που τον συνοδεύει.

Προτροπή: Ας προσπαθήσουμε να αναγνωρίσουμε και άλλους σφονδύλους σε μηχανές ή διατάξεις που συναντάμε στην καθημερινή ζωή μας...

Διατήρηση στροφορμής: το τρίτο βασικό στήριγμα των φυσικών εξελίξεων

Έως τώρα ασχοληθήκαμε με δύο αρχές διατήρησης: της μηχανικής ενέργειας και της ορμής. Τα φυσικά φαινόμενα διέπονται και από μια τρίτη αρχή. Ας δούμε λίγο τη σχέση (6.22). Από τη σχέση προκύπτει ότι:

"Σε κάθε σώμα ή σύστημα το οποίο δε δέχεται συνολικά ροπή, η στροφορμή του παραμένει σταθερή διανυσματικά".

Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί την **αρχή διατήρησης της στροφορμής**, που μαζί με τις δύο προηγούμενες δημιουργούν το σύνολο των αρχών πάνω στις οποίες στηρίζεται η φυσική έρευνα.

Ροπή ίση με μηδέν έχουμε σε δύο περιπτώσεις:

- Όταν δεν εμφανίζεται κάποια εξωτερική ροπή στο σύστημα, και
- Όταν οι εξωτερικές για το σύστημα ροπές έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.

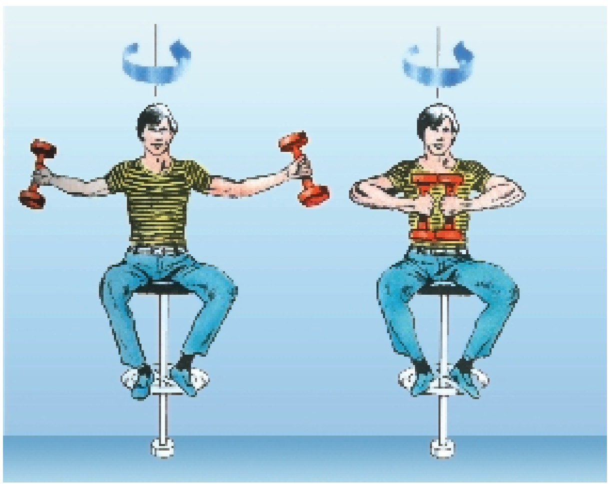
Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε αυτό που ονομάζουμε **μονωμένο ή κλειστό σύστημα**. Είναι κάθε σύστημα σωμάτων (μπορεί να είναι και μόνο του κάποιο σώμα), στο οποίο δεν επενεργούν εξωτερικές ροπές και στο οποίο οι όποιες τριβές (που συνήθως δε λείπουν) θεωρούνται αμελητέες για την περιστροφή.

Η διατήρηση της στροφορμής γράφεται: $L_1 = L_2$. Άρα:

$$\boxed{I_1\omega_1 = I_2\omega_2} \qquad (6.24)$$

Η σχέση (6.24) δείχνει ότι το γινόμενο Ι.ω διατηρείται σταθερό. Αυτό σημαίνει ότι τα μεγέθη Ι, ω "δουλεύουν" το ένα σε βάρος του άλλου. Όσο μεγαλώνει δηλαδή η ροπή αδράνειας Ι, μικραίνει η γωνιακή ταχύτητα ω, και αντίστροφα. Ο άνδρας, π.χ. της εικόνας 6.19 περιστρέφεται κρατώντας σε οριζόντια τεντωμένα χέρια δύο βάρη. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του είναι ω_1. Όταν μαζεύει τα χέρια του, η γωνιακή ταχύτητα ω_2 γίνεται μεγαλύτερη. Βασιστείτε στη σχέση (6.24), για να εξηγήσετε το φαινόμενο.

Ας σκεφτούμε δύο ακόμα ενδεικτικά παραδείγματα...



Εικόνα 6.19: Για την επιβεβαίωση της διατήρησης της στροφορμής

α) Οι παγοδρόμοι περιστρέφονται σε παγωμένη πίστα με κάποια γωνιακή ταχύτητα. Κάποια στιγμή συσπειρώνονται και η περιστροφή γίνεται γρηγορότερη.

β) Καθόμαστε σε περιστρεφόμενη πολυθρόνα και κρατάμε μία σφαίρα σε κάθε τεντωμένο οριζόντια χέρι μας. Μαζεύουμε απότομα τις σφαίρες στο στήθος και η περιστροφή γίνεται πιο γρήγορη. Ο ίλιγγος παραμονεύει...

γ) Ισχυρίζονται πολλοί ότι μπορούν να διακρίνουν το βρασμένο από το άβραστο αβγό περιστρέφοντάς το πάνω σε τραπέζι. Εξηγήστε...

Πίνακας 6.2: Αντιστοιχία μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης

Μεταφορική κίνηση		**Περιστροφική κίνηση**	
Μέγεθος	**Σχέση**	**Μέγεθος**	**Σχέση**
Μετατόπιση s		Γωνία θ	$s = \theta \, . \, r$
Ταχύτητα υ		Γωνιακή ταχύτητα ω	$\upsilon = \omega \, . \, r$
		Κεντρομόλος επιτάχυνση	$\alpha_{\kappa} = \omega^2 \, . \, r$
Μάζα m		Ροπή αδράνειας I	$I = m \, . \, r^2$
Δύναμη F	$F = m \, . \, \Delta\upsilon/\Delta t$	Ροπή M	$M = I \, . \, \Delta\omega/\Delta t$
Ορμή P	$P = m \, . \, \upsilon$	Στροφορμή L	$L = I \, . \, \omega$
Κινητική ενέργεια K	$K = ½ \, m \, . \, \upsilon^2$	Κινητική ενέργεια K	$K = ½ \, I \, . \, \omega^2$
Αρχή της διατήρησης της ορμής: $\vec{F} = 0$, $\vec{P} =$ σταθ.		Αρχή της διατήρησης της στροφορμής: $\vec{M} = 0$, $\vec{L} =$ σταθ.	

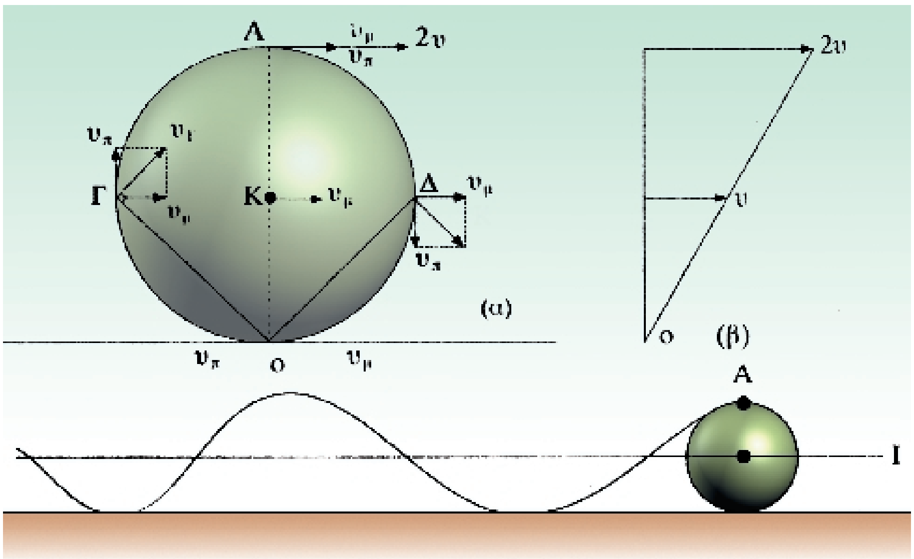
6.6 Κύλιση: Συνύπαρξη μεταφοράς και περιστροφής

Πολλές φορές τα στερεά συμμετέχουν συγχρόνως σε μεταφορική και σε περιστροφική κίνηση. Η σύνθετη κίνηση, η **κύλιση**, έχει αναφερθεί κατά τη μελέτη του ρόλου της τριβής στα φυσικά φαινόμενα. Θυμίζουμε ότι η παρουσία της στατικής τριβής είναι απαραίτητη, για να κυλήσει κάποιο σώμα.

Ας σκεφτούμε: Παράδειγμα στερεού που μπορεί να μετακινείται, να περιστρέφεται και να κυλίεται είναι ο τροχός του αυτοκινήτου.

- Όταν τα φρένα μπλοκάρουν τον τροχό, αυτός ολισθαίνει στο δρόμο. Θυμηθείτε, με τα πρωτοβρόχια και το βρέξιμο του δρόμου, πόσο συχνά γλιστράνε οι τροχοί με τις γνωστές συνέπειες. (*Αναλύστε, με την ευκαιρία, το φαινόμενο. Γιατί τα λάδια που είναι χυμένα στο δρόμο επιδεινώνουν τα πράγματα;*).
- Όταν ο τεχνίτης ανεβάζει το αμάξι σε "γρύλο", για να ελέγξει, π.χ., το δάπεδο ή την εξάτμισή του οι τροχοί είναι στον αέρα. Τότε μπορούν μόνο να περιστρέφονται.
- Όταν κυκλοφορεί το αυτοκίνητο, κάθε τροχός μετακινείται και περιστρέφεται. Άρα κυλίεται.

Η συμπεριφορά του κυλιόμενου τροχού φαίνεται στην εικόνα 6.20. Στην



Εικόνα 6.20: Μελέτη της συμπεριφοράς του κυλιόμενου τροχού

ομαλή κίνηση του αυτοκινήτου ο τροχός χαρακτηρίζεται από δύο ταχύτητες: την $\vec{\upsilon}_{\mu}$ της μεταφορικής κίνησης και την $\vec{\upsilon}_{\pi}$ της περιστροφικής. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{\mu}$ είναι σταθερή διανυσματικά και κοινή για όλα τα σημεία του τροχού.

Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{\pi}$ έχει σταθερό μέτρο $\upsilon_{\pi}=\omega r$ και είναι εφαπτόμενη σε κάθε σημείο του τροχού. Το μόνο σημείο που δεν περιστρέφεται (άρα έχει $\vec{\upsilon}_{\pi}=0$) είναι το κέντρο Κ του τροχού.

Κάθε στιγμή υπάρχει κάποιο σημείο Ο του τροχού που ακουμπά στο έδαφος. (Στην πραγματικότητα ο τροχός εφάπτεται στο έδαφος με κάποια πολύ μικρή επιφάνειά του, που μπορεί να θεωρηθεί ευθεία. Η κάτοψη της ευθείας είναι το σημείο Ο). Το Ο εκείνη τη στιγμή έχει συνολική ταχύτητα μηδέν (όπως και το έδαφος).

Άρα: $\vec{\upsilon}_\mu+\vec{\upsilon}_\pi=0$, οπότε: $\upsilon_\mu=\upsilon_\pi=\upsilon$.

Η σχέση αυτή επιδρά στη συνολική ταχύτητα και των άλλων σημείων του τροχού. Δείτε τα σημεία Κ, Α, Γ, και Δ:

Σημείο Κ (κέντρο του τροχού): $\upsilon_K=\upsilon_\mu=\upsilon$

Σημείο Α (το ανώτερο σημείο του τροχού): $\upsilon_A=\upsilon_\mu+\upsilon_\pi=2\upsilon$

Σημεία Γ, Δ (άκρα οριζόντιας διαμέτρου): $\upsilon_\Gamma=\upsilon_\Delta=\sqrt{\upsilon_\mu^2+\upsilon_\pi^2}=\upsilon\sqrt{2}$.

Η παραπάνω εξομοίωση μετατρέπει τη σύνθετη κίνηση (κύλιση) σε απλή (περιστροφική) γύρω από τον άξονα που περνά από το Ο (**στιγμιαίος άξονας**). Ας δούμε στην εικόνα 6.20 (β) την κατανομή των ταχυτήτων στα διάφορα σημεία του τροχού. Παρατηρήστε, ακόμα, πώς κινείται το Α, π.χ., στο χώρο. Η κίνηση θυμίζει την ελικοειδή διάταξη μιας βίδας της οποίας, επίσης, κάθε σημείο μετακινείται και περιστρέφεται.

Με βάση την παραπάνω προσέγγιση, ερμηνεύεται η συμπεριφορά των τροχών. Ίσως γνωρίζετε τι σημαίνει αυτό που λέμε "ζυγοστάθμιση οπίσθιων τροχών". Γίνεται, όταν δούμε τους οπίσθιους τροχούς να "τρικλίζουν" (λέμε ότι κάνουν "οκτάρια") ύστερα από την καταπόνησή τους σε πεζοδρόμια, σε λακκούβες και από κτυπήματα. Στο συνεργείο ζυγοσταθμίσεων τοποθετούν τον τροχό σε περιστρεφόμενη βάση και παρακολουθούν τη συμπεριφορά του. Αν χρειαστεί, στερεώνουν μολυβένια τακάκια σε επιλεγμένα σημεία του τροχού. Σκεφτείτε ή ρωτήστε γιατί γίνονται όλα αυτά...

Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην κύλιση

Αναφερθήκαμε παραπάνω στις δύο κινήσεις που περιέχονται μέσα στην κύλιση. Άρα και σε δυο κινητικές ενέργειες: σ’ αυτήν της μεταφορικής, $K_\mu=\frac{1}{2}m\upsilon^2$, και στην αντίστοιχη της περιστροφικής, $K_\pi=\frac{1}{2}I\omega^2$. Επομένως, στην κύλιση η συνολική κινητική ενέργεια είναι:

$$\boxed{K_{ολ}=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}I\omega^2} \qquad (6.25)$$

Όταν μελετάμε την κίνηση σώματος που προσφέρεται για κύλιση (σφαίρας, κυλίνδρου κτλ.), μπαίνει το ερώτημα αν οι συνθήκες του επιτρέπουν να κυλίεται.

- Όταν μιλάμε για λείο δάπεδο ή, γενικά, επίπεδο, η έλλειψη τριβής έχει συνέπεια την απουσία κύλισης. Το σώμα απλώς ολισθαίνει.
- Όταν υπάρχει τριβή (που είναι και το φυσιολογικό), το σώμα κυλίεται. Το πιο ενδιαφέρον και χρήσιμο είναι το γεγονός **ότι το έργο της τριβής είναι μηδέν**. Αυτό συμβαίνει, επειδή η τριβή ολίσθησης δεν έχει την ευκαιρία να καταναλώνει έργο, αφού η επιφάνεια επαφής σώματος – επιπέδου

αλλάζει συνεχώς. ΄Εχουμε, δηλαδή, κύλιση χωρίς ολίσθηση. ΄Ετσι, η τριβή δεν "προλαβαίνει να κάνει τη ζημιά" της.

Πώς λύνουμε ασκήσεις κίνησης στερεού: Οι ασκήσεις της περιστροφής στερεού χωρίζονται σε τρεις γενικές κατηγορίες:

- **Ασκήσεις περιστροφικής κίνησης.** Το σώμα έχει κινητική ενέργεια, περιστροφής: $K=\frac{1}{2}I\omega^2$. Με την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας βρίσκουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής σε κάποια θέση του στερεού.
- **Ασκήσεις κύλισης στερεού.** Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με: $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}I\omega^2$. Η σχέση $\upsilon=\omega r$ βοηθά στο να έχουμε σχέση μόνο με τη γωνιακή ταχύτητα, την οποία μπορούμε να βρούμε.
- **Ασκήσεις μονωμένου συστήματος σωμάτων.** Η διατύπωση της άσκησης πρέπει να αναφέρει τη φράση: “χωρίς εξωτερική παρέμβαση” ή κάποια παρόμοια. Τότε αξιοποιούμε την αρχή της διατήρησης της στροφορμής και βρίσκουμε τη σχέση των γωνιακών ταχυτήτων για τις δυο καταστάσεις του συστήματος.

Εφαρμογή: Κύλινδρος $\left(I_K=\frac{1}{2}mR^2\right)$ αφήνεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους h. Με ποια ταχύτητα φτάνει στη βάση της κατηφόρας, αν το επίπεδο: α)είναι λείο, β)εμφανίζει τριβή με το σώμα;

Λύση:

Στην περίπτωση (α) ο κύλινδρος όπως είπαμε ολισθαίνει. Η διατήρηση της ενέργειας για τα σημεία Α (κορυφή κατηφόρας) και Γ (βάση) γράφεται:

$$K_A+U_A=K_\Gamma+U_\Gamma$$

ή

$$0+mgh=\frac{1}{2}m\upsilon^2+0$$

(επίπεδο αναφοράς δυναμικής ενέργειας θεωρείται το αντίστοιχο του Γ).

Άρα: $\upsilon=\sqrt{2gh}$

Στην περίπτωση (β) το σώμα κυλίεται και η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας γράφεται: $0+mgh=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}I_K\omega^2+0.$

Αν αντικαταστήσουμε: $I_K = \frac{1}{2} mR^2$ και $\omega = \frac{\upsilon}{R}$ (υ=ταχύτητα του κέντρου βάρους), βρίσκουμε: $mgh = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mR^2 \cdot \frac{\upsilon^2}{R^2}$.

Άρα: $$\upsilon = \sqrt{\frac{4}{3} gh}.$$

Βλέπουμε, δηλαδή, ότι η τελική ταχύτητα είναι μικρότερη στην κύλιση παρά στην ολίσθηση. Αξίζει να το σχολιάσουμε σε συνδυασμό με την απορία: "Γιατί έχουμε, παρ' όλα αυτά, τροχούς στρογγυλούς, που κυλίονται, και όχι, π.χ., ορθογώνιους, που ολισθαίνουν μόνο;"
Ας επεκτείνουμε: Δοκιμάζουμε την παραπάνω διαδικασία για στερεά άλλων σχημάτων (π.χ. σφαίρα, τροχό κτλ.), Βρίσκουμε ποιο από όλα φτάνει με μεγαλύτερη ταχύτητα στη βάση της κατηφόρας. Παρατηρούμε ότι η μάζα m και η ακτίνα R του στερεού δεν εμφανίζονται στη σχέση της υ. Πώς μπορούμε να το εξηγήσουμε;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ -ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ- ΑΣΚΗΣΕΙΣ

6.1. Επεξεργαστείτε τα ερωτήματα και τους προβληματισμούς που είναι διάσπαρτα στο κείμενο του κεφαλαίου.

6.2. Συμπληρώστε τις λέξεις που λείπουν στις παρακάτω φράσεις:

α: Στην ομαλή κυκλική κίνηση η .... επιτάχυνση είναι .... στη γραμμική ταχύτητα.

β: Στα ομοαξονικά συστήματα έχουμε σταθερή .... ταχύτητα και η .... ταχύτητα αυξάνεται όσο .... η απόσταση από τον άξονα περιστροφής..

γ: Η κλίση του δρόμου στις στροφές καθορίζει το όριο .... των οχημάτων για δεδομένη .... καμπυλότητας.

6.3. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

α: Σε κάθε ομαλή κίνηση η επιτάχυνση είναι μηδέν.

β: Η κεντρομόλος επιτάχυνση περιστρεφόμενου τροχού στα περιφερειακά σημεία είναι μεγαλύτερη απ' ότι στα άλλα.

γ: Στα συστήματα περιφερειακής μετάδοσης περιστροφής η κίνηση δίνεται στον τροχό με μεγάλη ακτίνα.

δ: Τα ποδηλατοδρόμια έχουν στίβο με κλίση, για να διευκολύνεται η κυκλική κίνηση.

6.4. Σε ποδήλατο οι ακτίνες των δύο δίσκων είναι r και 3r, ενώ ο οπίσθιος τροχός έχει ακτίνα 10r. Να συγκριθούν οι γωνιακές και οι γραμμικές ταχύτητές τους.

6.5. Ο δίσκος του συμπλέκτη (ο οποίος συνήθως αναφέρεται με τους γαλλικούς όρους αμπραγιάζ ή ντεμπραγιάζ) επικοινωνεί με τους αντίστοιχους των ταχυτήτων εφαπτομενικά. Το "ανέβασμα" της ταχύτητας από την 1η προς την 5η επιτρέπει μεγαλύτερες επιδόσεις; Σε τι πιστεύετε ότι οφείλεται αυτό; Ρωτήστε τι σημαίνει η πληροφορία: "η 1η ταχύτητα και η όπισθεν έχουν σχέση 3,909, ενώ η 5η 0,967";

6.6. Θεωρείτε σωστές και πλήρεις τις παρακάτω προτάσεις; Αν όχι, διορθώστε τες ή συμπληρώστε τες.
α: Η ροπή αδράνειας σώματος είναι 50kgm².
β: Ο στιγμιαίος άξονας περιστροφής τροχού βοηθά την κύλιση να "φαίνεται" σαν περιστροφή.
γ: Η τριβή μετατρέπει έργο σε θερμότητα.
δ: Σε μονωμένο σύστημα η στροφορμή διατηρείται σταθερή.

6.7. Σημειώστε τις αντιστοιχίες μεγεθών μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης με τις αναφερόμενες μονάδες S.I.

Μονάδες S.I.	Μεταφορική κίνηση		Περιστροφική κίνηση	
kgm^2	Μάζα	m	Ροπή	M
Nm	Μετατόπιση	s	Στροφορμή	L
rad/s	Ταχύτητα	υ	Γωνία	θ
kg m/s	Επιτάχυνση	α	Γωνιακή ταχύτητα	ω
m/s^2	Ορμή	P	Ροπή αδράνειας	I
kgm^2/s	Δύναμη	F	Κεντρομόλος επιτάχυνση	$α_κ$

6.8. Συμπληρώστε τις λέξεις που λείπουν στο παρακάτω κείμενο:
Το αίτιο κάθε περιστροφής στερεού είναι η .... Όταν το σώμα έχει .... ροπή αδράνειας περιστρέφεται δύσκολα. Η ροπή αδράνειας στερεού εξαρτάται από τον ...., γύρω από τον οποίο .... Ο άξονας που αντιστοιχεί στη .... ροπή αδράνειας είναι αυτός που περνά από το .... βάρους του στερεού.

6.9. Εξηγήστε γιατί, μετά τις χορευτικές φιγούρες περιστροφής στο καλλιτεχνικό πατινάζ, οι χορευτές ανοίγουν οριζόντια τα χέρια τους, ώστε να σταματήσουν τελικά;

6.10. Εξηγήστε πότε η μελέτη ενός φαινομένου βασίζεται στη διατήρηση της ορμής και πότε στην αντίστοιχη της στροφορμής.

6.11. Όταν το ρολόι δείχνει 12h 0min 0sec, οι 3 δείκτες συμπίπτουν. Ποια ώρα μετά τις 12 ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης θα γίνουν κάθετοι για πρώτη φορά;

6.12. Δύο αθλητές των 400m έχουν επιδόσεις 48,2 s και 48,8s αντίστοιχα. α) Ποια μέση ταχύτητα αναπτύσσει καθένας; β) Πόσο θα απέχουν, όταν τερματίσει ο πιο γρήγορος; γ) Αν θεωρήσουμε ότι το στάδιο έχει μέγεθος και σχήμα τέτοιο, ώστε τα 400m να αντιστοιχούν σε μια περιφέρεια, να βρείτε τις γωνιακές ταχύτητές τους. ***Αλήθεια, γιατί οι αθλητές στίβου παραπονιούνται συχνά: "Με έβαλαν να τρέξω σε δύσκολο διάδρομο (κουλουάρ)..."; Τι εννοούν και πώς εξηγείτε το παράπονό τους;***

6.13. Στους αγώνες στίβου "Βενιζέλεια" η καλύτερη Ελληνική επίδοση στο δρόμο 800m γυναικών γράφτηκε στο φωτεινό πίνακα έτσι: 2:10:54. Γράψτε σε μονάδες της Φυσικής την επίδοση αυτή. Αν δεχτούμε πως η περιφέρεια του στίβου αντιστοιχεί σε 400m, να βρεθούν για την αθλήτρια οι μέσες τιμές για τα παρακάτω μεγέθη: περίοδος περιφοράς, συχνότητα, γωνιακή και γραμμική ταχύτητα, κεντρομόλος επιτάχυνση και κεντρομόλος δύναμη (στην τελευταία ζύγιση η αθλήτρια βρέθηκε με βάρος 50kp).

6.14. Να υπολογίσετε όλα τα μεγέθη για τη συμμετοχή σας στην περιφορά της Γης γύρω από τον άξονά της (συχνότητα, ταχύτητες, επιτάχυνση και κεντρομόλο δύναμη. ***Τη μάζα σας την ξέρετε καλύτερα από τον καθένα...*****). Να συγκρίνετε, ύστερα, την κεντρομόλο δύναμη με το βάρος σας. ($R_Γ$ = 6400km, γεωγραφικό πλάτος 37^0 βόρειο).**

6.15. Υποθέτουμε ότι η Γη περιφέρεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Η μέση ακτίνα της τροχιάς υπολογίστηκε $1{,}49.10^{11}$m και η τροχιά (όπως ξέρουμε) διανύεται σε 365 μέρες. Να βρεθούν τα μεγέθη της ομαλής κυκλικής κίνησης και να συγκριθούν με τα αντίστοιχα της προηγούμενης άσκησης.

6.16. Ο μεγάλος κατακόρυφος τροχός του λούνα-παρκ ακτίνας 14m περιφέρεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του. Η γραμμική ταχύτητα παιδιού με μάζα 40kg είναι 8m/s. Να βρεθούν τα μεγέθη της ομαλής κυκλικής κίνησης (***έχουν αναφερθεί στις προηγούμενες ασκήσεις*****).**

6.17. Η σφαίρα της εικόνας 6.2 (β), με μάζα 1kg, περιφέρεται σε οριζόντιο κύκλο με τη βοήθεια του νήματος μήκους ℓ=20cm, που σχηματίζει 60^0 με την κατακόρυφο. Να βρεθούν: η γωνιακή ταχύτητα, η περίοδος, η συχνότητα, η κεντρομόλος επιτάχυνση και δύναμη. Επιλέξτε κάποια από τις σχέσεις, που χρησιμοποιήσατε, για να δείξετε ότι: "όσο πιο γρήγορα περιφέρεται η σφαίρα, τόσο πιο ψηλά ανεβαίνει ο κύκλος περιφοράς" (***Θυμηθείτε από την Τριγωνομετρία: όσο μεγαλώνει η γωνία, μικραίνει το συνημίτονό της*****).**

6.18. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου αφήνεται μια σφαίρα

$\left(I_K = \frac{2}{5} mR^2\right)$ και ένας τροχός $\left(I_K = \frac{1}{2} m\ell^2\right)$. Να συγκριθούν οι ταχύτητές τους, όταν φτάνουν στη βάση της κατηφόρας, αν το επίπεδο: α) είναι λείο, β) παρουσιάζει τριβή.

6.19. Ο τροχός της προηγούμενης άσκησης έχει μάζα 35kg και ακτίνα 60cm και το ύψος, από το οποίο αφήνεται, είναι 15m. Να βρεθούν: α) η ταχύτητα με την οποία φθάνει στη βάση, β) η κινητική ενέργειά του, γ) η τελική συχνότητα περιστροφής. ($g=10m/s^2$).

6.20. Ράβδος περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο βάρους της $\left(I_{\varkappa} = \frac{1}{12} m\ell^2\right)$. Χωρίς εξωτερική επέμβαση η ράβδος κάποια στιγμή αλλάζει άξονα περιστροφής και περιστρέφεται γύρω από το ένα άκρο της $\left(I_A = \frac{1}{3} m\ell^2\right)$. Να συγκριθούν α) οι γωνιακές ταχύτητες, β) οι κινητικές ενέργειες για τις δύο περιπτώσεις.