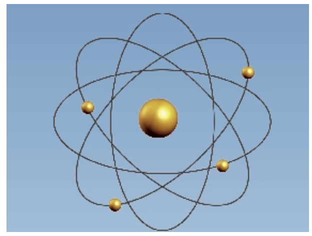
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο
ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΚΙΝΗΣΗ

Στην Αρχαία Ελλάδα παράλληλα με τον υψηλό πνευματικό πολιτισμό (Φιλοσοφικές σχολές, Θέατρα, Ολυμπιακή Ιδέα, Επιστήμες, Τέχνες και τόσα άλλα) φαίνεται ότι είχε αναπτυχθεί και μια μορφή Τεχνολογίας για την οποία ελάχιστα πράγματα γνωρίζουμε σήμερα.
Ενδεικτικό αυτής της τεχνολογίας είναι το εύρημα από ένα αρχαίο ναυάγιο (εικόνα I), που φυλάσσεται στο Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο. Ανασύρθηκε από ψαράδες στα ανοιχτά των Αντικυθήρων στις αρχές του αιώνα μας.
Αποτελείται από ένα εξαιρετικά πολύπλοκο σύστημα οδοντωτών τροχών και διαφορικών γραναζιών. Επίσημα έχει καταγραφεί με την ονομασία «Αστρολάβος», επειδή μάλλον πρόκειται για υψηλής ακρίβειας αστρονομικό όργανο. Διαπρεπείς Έλληνες και ξένοι επιστήμονες έχουν μελετήσει το παράξενο αυτό εύρημα και έχουν προσπαθήσει πολλές φορές με τη βοήθεια της σύγχρονης Τεχνολογίας να το ανακατασκευάσουν. Για την ανακατασκευή του (εικόνα II) χρειάστηκε να ακτινογραφηθεί σε ειδικά εργαστήρια.

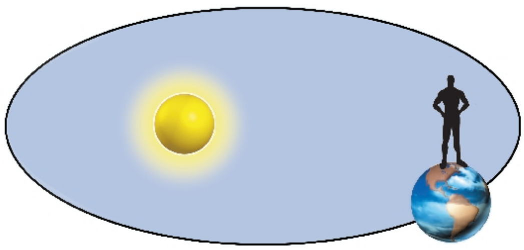
4.1 Το αίνιγμα της κίνησης

Ο κόσμος γύρω μας είναι ένας κόσμος κίνησης...

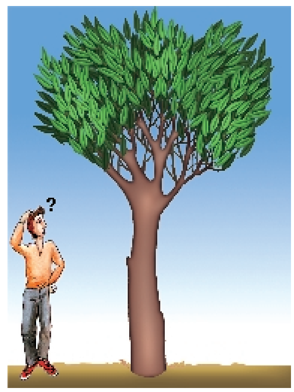
Οι αθλητές τρέχουν στους στίβους, τα αυτοκίνητα κινούνται στους δρόμους, τα αεροπλάνα διασχίζουν τον ουρανό, τα ηλεκτρόνια στροβιλίζονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου, τώρα που διαβάζεις αυτό το βιβλίο κινείσαι μαζί με τη Γη συμμετέχοντας στο αέναο ταξίδι της γύρω από τον ΄Ηλιο. Η κίνηση φαίνεται να είναι στο σύμπαν μια απαραβίαστη αρχή.



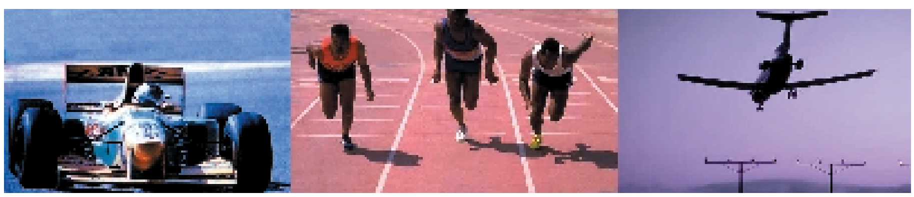
Εικόνα 4.1
Αναπαράσταση ατόμου της ύλης



Εικόνα 4.2
...ταξιδεύοντας γύρω από τον ήλιο



Εικόνα 4.3
΄Ενα “ακίνητο” δέντρο εκτελεί πολλές κινήσεις (ποιες;)



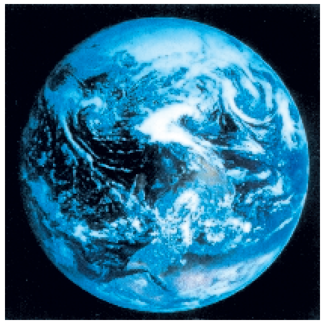
Εικόνα 4.4
Κάποιες από τις κινήσεις που συμβαίνουν γύρω μας

Τι ακριβώς σημαίνει, όμως,το γεγονός ότι ένα σώμα κινείται;

4.1.1 Σύστημα αναφοράς - Θέση

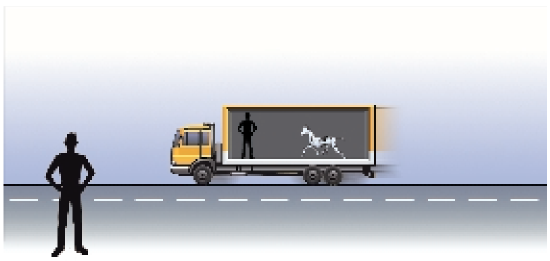
Προκειμένου να μελετήσουμε τη θέση και τις κινήσεις των διάφορων σωμάτων, πρέπει να διαλέξουμε αυθαίρετα έναν παρατηρητή, ο οποίος υποθέτουμε ότι είναι ακίνητος, και μελετάμε ως προς αυτόν τη θέση και τις κινήσεις των διάφορων σωμάτων. Ο παρατηρητής αυτός συνδέεται με ένα

σύστημα αναφοράς που παριστάνεται με σύστημα αξόνων xyz. Αν θέλουμε, για παράδειγμα, να μελετήσουμε τις κινήσεις που συμβαίνουν στην επιφάνεια της Γης ή κοντά σ′ αυτή, τότε παίρνουμε ως σύστημα αναφοράς τη Γη. Θεωρούμε δηλαδή ότι η Γη είναι ακίνητη και ότι ο παρατηρητής στέκεται ακίνητος στη Γη. Αν θέλουμε να μελετήσουμε την κίνηση της ίδιας της Γης, επιλέγουμε ως σύστημα αναφοράς π.χ. τον Ήλιο. Επειδή κανένα σώμα στο σύμπαν δεν είναι ακίνητο, όλα τα συστήματα αναφοράς είναι σχετικά. Η επιλογή του συστήματος αναφοράς καθορίζεται μόνο από την άποψη της απλότητας των εξισώσεων που θα προκύψουν από τη μελέτη της κίνησης των σωμάτων. Επιλέγουμε, δηλαδή, εκείνο το σύστημα αναφοράς, το οποίο θα απλοποιήσει όσο το δυνατόν περισσότερο τις εξισώσεις που θα προκύψουν.



Εικόνα 4.5
Η Γη σε φωτογραφία από δορυφόρο

Για παράδειγμα, η κίνηση του σκύλου στην εικόνα 4.6 είναι αρκετά πιο απλό να μελετηθεί από τον παρατηρητή που βρίσκεται μέσα στο βαγόνι παρά από εκείνον που στέκεται στο δρόμο (γιατί;).

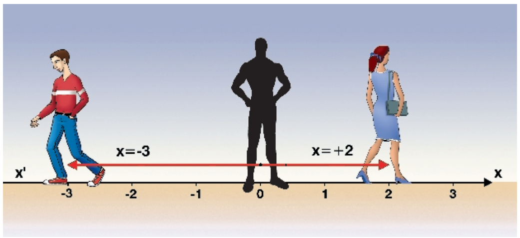


Εικόνα 4.6
Η επιλογή του κατάλληλου συστήματος αναφοράς απλοποιεί τα προβλήματα κίνησης

Η θέση ενός σώματος καθορίζεται από το **διάνυσμα θέσης** $\vec{r}$. Διάνυσμα θέσης είναι εκείνο το διάνυσμα το οποίο συνδέει το σώμα που εξετάζουμε με ένα σύστημα αναφοράς (και ειδικά με την αρχή των συντεταγμένων του). Προκειμένου να εντοπίσουμε τη θέση ενός αντικειμένου σε μια **ευθεία**, χρειαζόμαστε μόνον **έναν αριθμό**. Ο αριθμός αυτός είναι η αλγεβρική τιμή του διανύσματος θέσης στον άξονα x′x. Η απόλυτη τιμή του αριθμού αυτού εκφράζει την **απόσταση** του αντικειμένου από την αρχή των αξόνων, ενώ το πρόσημό του καθορίζει αν θα βρίσκεται δεξιά της αρχής των αξόνων (θετικός ημιάξονας) ή αριστερά αυτής (αρνητικός ημιάξονας).

Στην εικόνα 4.7 η θέση της γυναίκας είναι η $x=+2$, γεγονός που σημαίνει ότι η απόστασή της από την αρχή των αξόνων είναι 2 μονάδες μήκους (π.χ. μέτρα), ενώ το θετικό πρόσημο δείχνει ότι βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα (δεξιά της αρχής).

Ομοίως η θέση $x=-3$ του αγοριού σημαίνει ότι η απόστασή του είναι 3

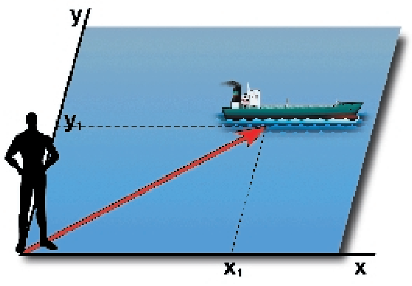


Εικόνα 4.7
Η θέση ενός σώματος σε μια ευθεία καθορίζεται από μια συντεταγμένη x.

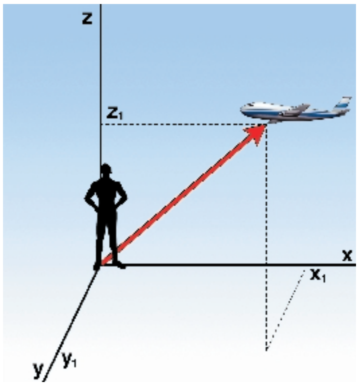
μονάδες μήκους και βρίσκεται αριστερά της αρχής (αρνητικός ημιάξονας). Η θέση στο επίπεδο καθορίζεται από δύο αριθμούς x_1,y_1, οι οποίοι ομοίως εκφράζουν τις αλγεβρικές τιμές των συνιστωσών του διανύσματος θέσης στους άξονες x′x και y′y. Στην εικόνα 4.8 η θέση του πλοίου είναι καθορισμένη, αν γνωρίζουμε τις τιμές x_1 και y_1.

Στο **χώρο** απαιτείται η γνώση τριών αριθμών x_1, y_1, z_1, όπως εύκολα διαπιστώνουμε από την εικόνα 4.9.

(Όπως είναι γνωστό από τα Μαθηματικά, οι αριθμοί x,y,z, ονομάζονται **Καρτεσιανές συντεταγμένες**).



Εικόνα 4.8
Η θέση του πλοίου καθορίζεται από δύο συντεταγμένες x_1,y_1.

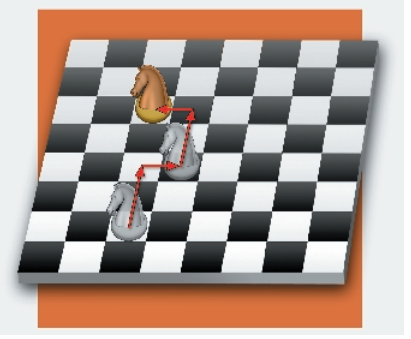


Εικόνα 4.9
Η θέση του αεροσκάφους καθορίζεται από τρεις συντεταγμένες x_1,y_1,z_1.

4.1.2 Κίνηση και ηρεμία

΄Ενα σώμα κινείται, όταν η θέση του αλλάζει χρονικά ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς. Η αλλαγή της θέσης επιφέρει και ταυτόχρονη αλλαγή στις συντεταγμένες που την καθορίζουν.

Στο παράδειγμα της σκακιέρας το πιόνι-άλογο **κινείται** σχετικά με την σκακιέρα, διότι η **θέση του αλλάζει** διαδοχικά.



Εικόνα 4.10
Στο σύστημα αναφοράς της σκακιέρας το πιόνι-άλογο κινείται, διότι η θέση του αλλάζει.

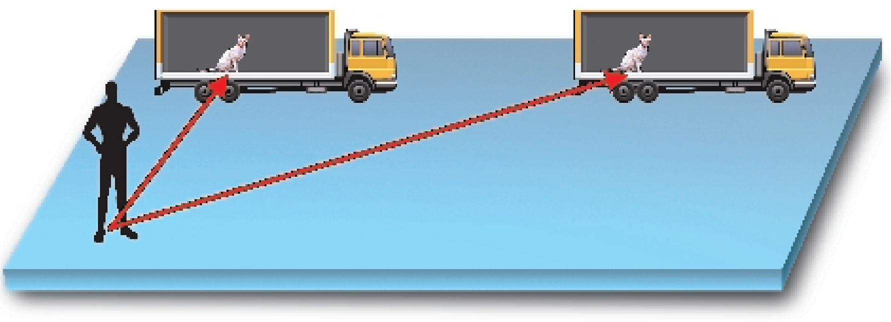
Η έννοια της ηρεμίας συνδέεται με το αμετάβλητο της θέσης ενός σώματος ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς. ΄Ετσι, θα λέμε ότι ένα σώμα ηρεμεί ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς, όταν η θέση του παραμένει χρονικά σταθερή.

ΚΙΝΗΣΗ: αλλαγή θέσης	*(ως προς ένα σύστημα αναφοράς)*
ΗΡΕΜΙΑ: σταθερότητα θέσης	*(ως προς ένα σύστημα αναφοράς)*

Θα πρέπει ιδιαίτερα να τονιστεί ότι ένα συγκεκριμένο σώμα είναι δυνατόν να φαίνεται κινούμενο ή ακίνητο ανάλογα με το σύστημα αναφοράς που χρησιμοποιούμε.

Στο παράδειγμα της εικόνας 4.11 ο γάτος είναι ακίνητος σχετικά με τον οδηγό του οχήματος, διότι η μεταξύ τους απόσταση παραμένει αμετάβλητη.

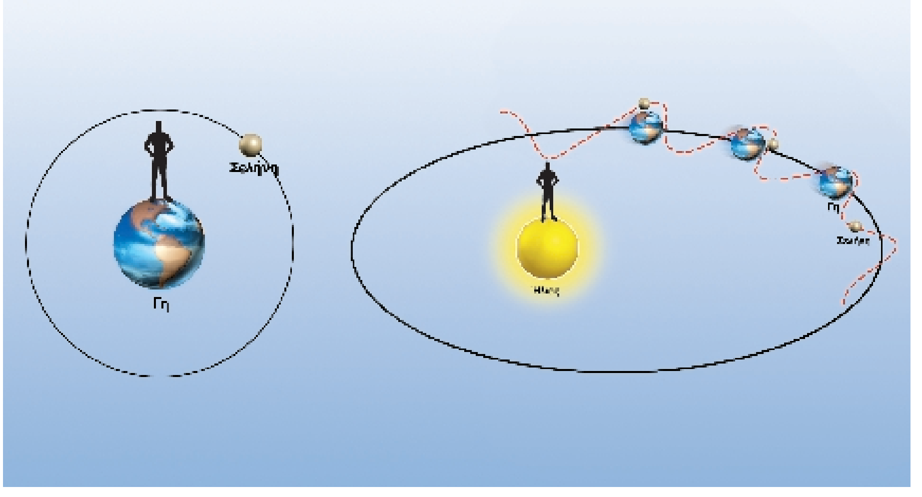
Ο άνθρωπος όμως που στέκεται στο πεζοδρόμιο αντιλαμβάνεται το γάτο να κινείται, διότι η μεταξύ τους απόσταση αλλάζει. **Το ερώτημα** “τι κάνει στην πραγματικότητα ο γάτος;” δεν έχει νόημα, διότι η κίνηση και η ηρεμία είναι έννοιες σχετικές και πάντοτε θα πρέπει να συνδέονται με κάποιο σύστημα αναφοράς.



Εικόνα 4.11
Ανάλογα με τον παρατηρητή ο γάτος φαίνεται να κινείται ή να είναι ακίνητος.

4.1.3 Τροχιά

Αν ενώσουμε με μια γραμμή το σύνολο των θέσεων από τις οποίες διέρχεται το κινητό, τότε η γραμμή αυτή που θα προκύψει ονομάζεται **τροχιά**. Ανάλογα με το είδος της τροχιάς οι κινήσεις διακρίνονται σε **ευθύγραμμες** και σε **καμπυλόγραμμες**, ενώ ειδική περίπτωση καμπυλόγραμμης κίνησης είναι η κυκλική, στην οποία η τροχιά του κινητού είναι η περιφέρεια ενός κύκλου.



Εικόνα 4.12
Η μορφή της τροχιάς εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς.
Η τροχιά της Σελήνης με σύστημα αναφοράς τη Γη είναι σχεδόν κυκλική,
ενώ με σύστημα αναφοράς τον Ήλιο είναι ελικοειδής.

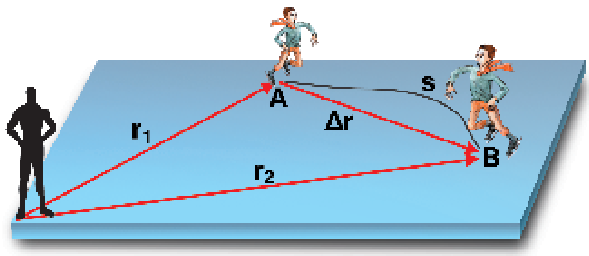
Οι έννοιες: **θέση, κίνηση, ηρεμία, τροχιά,** είναι σχετικές. Δηλαδή, πάντα θα εξαρτώνται από το σύστημα αναφοράς το οποίο χρησιμοποιούμε για τη μελέτη τους.

4.1.4 Μετατόπιση - Διάστημα

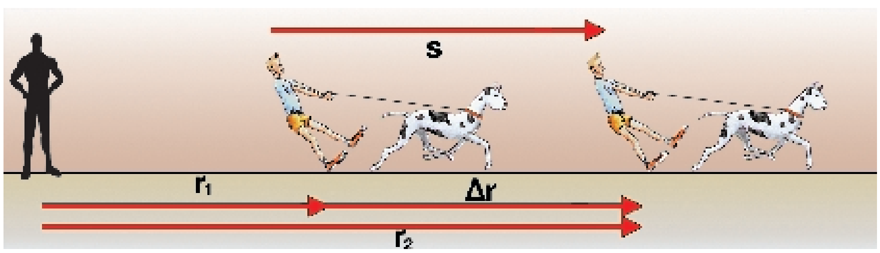
Στην εικόνα 4.13 ο παγοδρόμος διαγράφει μια καμπύλη τροχιά μεταξύ των θέσεων Α και Β, οι οποίες καθορίζονται από τα διανύσματα θέσης $\vec{r}_1$ και $\vec{r}_2$. Η μεταβολή της θέσης του παγοδρόμου καθορίζεται από το διάνυσμα $\Delta\vec{r}$ (δηλαδή από τη διανυσματική διαφορά τους), το οποίο λέγεται **μετατόπιση**. Προφανώς το διάνυσμα της μετατόπισης θα συνδέει πάντα την αρχική και την τελική θέση του κινητού, και θα ισχύει: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Το συνολικό μήκος της τροχιάς του παγοδρόμου ονομάζεται **διάστημα** s και γενικά δεν ταυτίζεται με το μέτρο της μετατόπισης.

Στις ευθύγραμμες μόνο κινήσεις και όταν η φορά της κίνησης δεν αλλάζει, τότε το μέτρο της μετατόπισης και το διάστημα αριθμητικά ταυτίζονται, όπως βλέπουμε στο παράδειγμα της εικόνας 4.14.

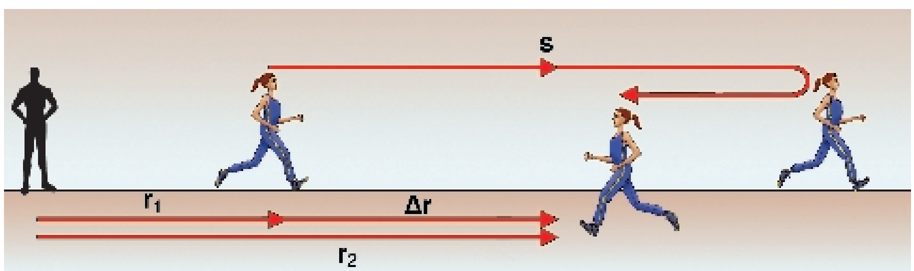


Εικόνα 4.13
Το διάστημα s και η μετατόπιση Δr είναι δύο διαφορετικά μεγέθη.



Εικόνα 4.14
Στις ευθύγραμμες κινήσεις το μέτρο της μετατόπισης και το διάστημα ταυτίζονται. Εκτός αν...

Το αγόρι της εικόνας 4.14, που έχει βγάλει το σκύλο του περίπατο, κινείται ευθύγραμμα. Το διάστημα s που διανύει είναι ίσο με το μέτρο του διανύσματος της μετατόπιση $\Delta\vec{r}$.



Εικόνα 4.15
...όταν η φορά της κίνησης αντιστρέφεται, το διάστημα s είναι μεγαλύτερο από τη μετατόπιση.

Για το κορίτσι όμως της εικόνας 4.15, επειδή η φορά της κίνησής του αντιστρέφεται, το διάστημα και η μετατόπιση δεν ταυτίζονται. Στις περιπτώσεις αυτές το διάστημα είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της μετατόπισης.

Σύντομα......

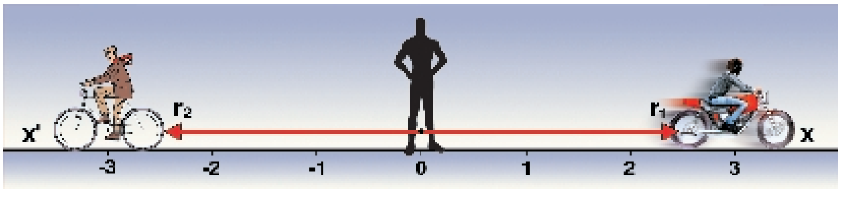
Μετατόπιση	**Διάστημα**
Διανυσματικό μέγεθος	Μονόμετρο μέγεθος
Εξαρτάται από την αρχική και την τελική θέση και όχι από τις ενδιάμεσες θέσεις.	Εξαρτάται και από τις ενδιάμεσες θέσεις.
Στις ευθύγραμμες κινήσεις η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης στον άξονα κίνησης μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός.	Είναι πάντα θετικός αριθμός.

Ας εφαρμόσουμε

▼ Καθορισμός της θέσης

1. Η θέση του ποδηλάτη της εικόνας 4.16 καθορίζεται από το διάνυσμα θέσης του $\vec{r}_2$. Επειδή η κίνησή του γίνεται σε μια διάσταση (άξονας x′x), το διάνυσμα θέσης θα έχει συνιστώσα μόνο κατά τον x άξονα. Η αλγεβρική τιμή του διανύσματος θέσης είναι η x=-3 και καθορίζει τη **θέση του ποδηλάτη**. Το μέτρο του διανύσματος θέσης είναι ίσο με 3 μονάδες μήκους και εκφράζει την **απόστασή** του από την αρχή των αξόνων.

Σκεπτόμενοι κατά ανάλογο τρόπο καθορίζουμε τη θέση του μοτοσικλετιστή και βρίσκουμε την απόσταση μεταξύ των δύο κινητών.



Εικόνα 4.16
Καθορισμός της θέσης ποδηλάτη

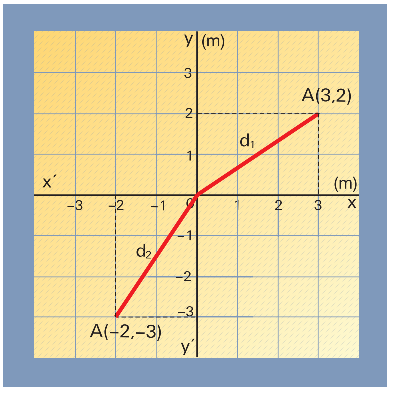
2. Στο διάγραμμα της εικόνας 4.17 τα σημεία Α και Β απέχουν ίση απόσταση από την αρχή των αξόνων, βρίσκονται όμως σε διαφορετικές θέσεις.

Πράγματι, το σημείο Α καθορίζεται από τις τιμές x=3m, y=2m και απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση

$d_1 = \sqrt{3^2+2^2} \cong 3{,}6\,m$, ενώ το σημείο Β βρίσκεται στη θέση x=-2m, y=-3m και επίσης απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση

$d_2 = \sqrt{(-3^2) + (-2^2)} \cong 3{,}6\ m.$

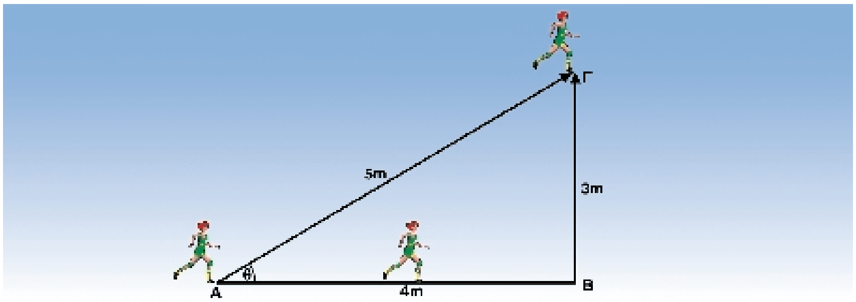
Υπάρχουν κι άλλα τέτοια σημεία;



Εικόνα 4.17
Καθορισμός θέσης σε Καρτεσιανό σύστημα

▼ Μετατόπιση - Διάστημα

1. Η αθλήτρια στην εικόνα 4.18 ακολουθεί τη διαδρομή ΑΒΓ.



Εικόνα 4.18
Διαδρομή αθλήτριας

Το διάστημα που διανύει είναι: ΑΒ+ΒΓ=4m+3m=7m, ενώ η μετατόπισή της καθορίζεται από το διάνυσμα $\vec{ΑΓ}$, το οποίο έχει μέτρο 5m και σχηματίζει γωνία θ με την ΑΒ τέτοια, ώστε: εφθ=3/4 δηλαδή θ ≅ 41^{o}.

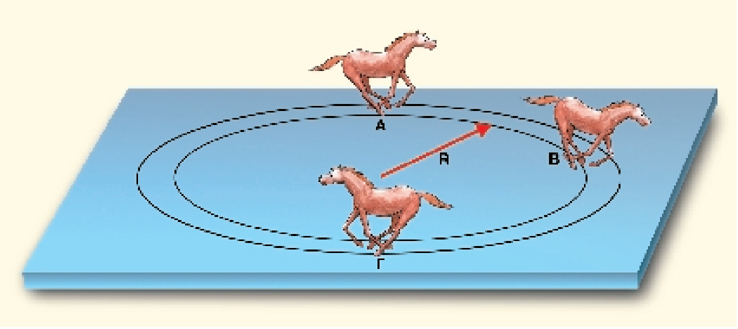
Ας προσέξουμε ότι ο διανυσματικός χαρακτήρας της μετατόπισης επιβάλλει και τον καθορισμό της διεύθυνσής της. Βρίσκουμε, δηλαδή, μια γωνία ή έναν τριγωνομετρικό αριθμό της (συνήθως την εφαπτομένη), που σχηματίζει το διάνυσμα με μια γνωστή από τα δεδομένα μας διεύθυνση.

2. Το άλογο στην εικόνα 4.19 διαγράφει την ημιπεριφέρεια ΑΒΓ ακτίνας R=2m.

Το διάστημα που διατρέχει προφανώς θα ισούται με το ήμισυ του μήκους της περιφέρειας:

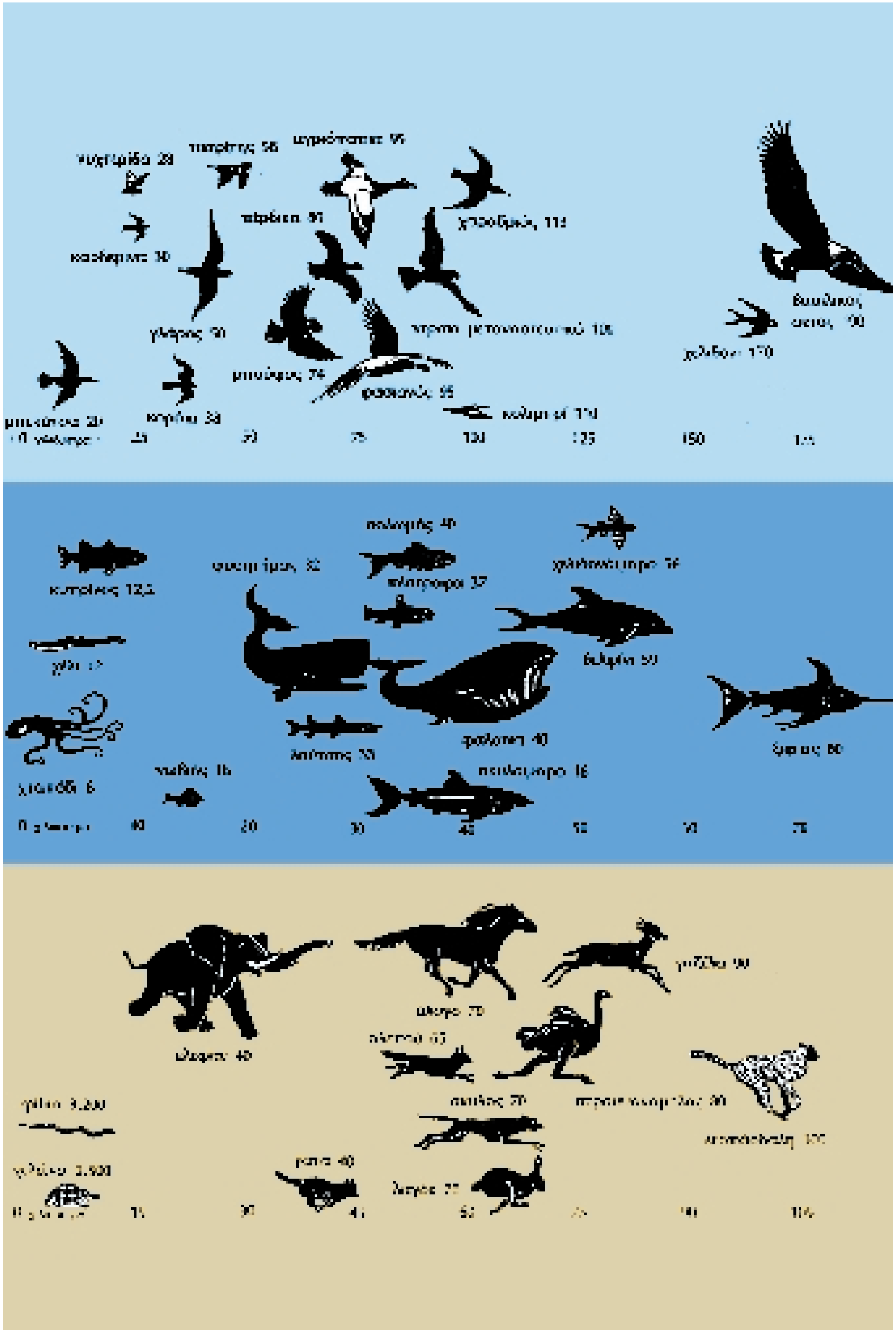
$$s=\frac{1}{2}\,2\pi R = \pi R=3{,}14.\ 2m = 6{,}28m,$$ ενώ η

μετατόπισή του ταυτίζεται με την διάμετρο ΑΓ και έχει μέτρο 2R=4m.



Εικόνα 4.19
Κυκλική κίνηση αλόγου

Αν το άλογο είχε διαγράψει όλη την περιφέρεια, μπορούμε να βρούμε το διάστημα και τη μετατόπιση;



Μέγιστες ταχύτητες στο ζωϊκό Βασίλειο (σε km/h)

4.1.5 Ταχύτητα

Ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται η θέση των διάφορων κινητών σε σχέση με το χρόνο είναι διαφορετικός. Ένας άνθρωπος που βαδίζει και έ-νας άλλος που τρέχει (εικόνα 4.20) διέρχονται από θέση σε θέση με διαφορετικό ρυθμό. Χρειαζόμαστε, επομένως, ένα φυσικό μέγεθος που να είναι ικανό να περιγράφει με ακρίβεια την αλλαγή της θέσης των κινητών.

Εικόνα 4.20
... το "πόσο γρήγορα" αλλάζει η θέση διαφέρει από κινητό σε κινητό.

Το φυσικό μέγεθος που εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της θέσης $\left(\dfrac{\Delta S}{\Delta t}\right)$ ονομάζεται ταχύτητα και συμβολίζεται με $\vec{\upsilon}$.

Η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος, διότι, εκτός από το **πόσο γρή-γορα** αλλάζει θέση ένα σώμα (μέτρο ταχύτητας), πρέπει να γνωρίζουμε και προς τα πού κινείται (διεύθυνση και φορά).

Στο SI μονάδα μέτρησης της ταχύτητας είναι το 1m/s, ενώ πρακτική μονάδα της είναι το 1km/h (1 m/s = 3,6km/h).

Μόνο για ανάγνωση...

* 4.1.6 Μέση ταχύτητα

Στην καθημερινή ζωή η μέση ταχύτητα εκφράζει αριθμητικά το διάστη-μα s που διανύει ένα κινητό στη μονάδα του χρόνου, και είναι βαθμωτό μέ-γεθος. Αν, για παράδειγμα, ένα αυτοκίνητο ξεκινήσει από την Αθήνα με προορισμό τη Θεσσαλονίκη, που απέχει από αυτήν 500km, και καλύψει τη διαδρομή σε χρόνο t=5h, τότε η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι:

$$\upsilon_M = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon_M = \frac{500\text{ km}}{5\text{ h}} = 100\text{ km/h}$$

Στα πλαίσια της Φυσικής, όμως, η μέση ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος και ορίζεται ως εξής:

Μέση ταχύτητα $\vec{\upsilon}_M$ ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα στον άξονα x′x είναι το πηλίκο της μετατόπισής του προς τον αντίστοιχο χρόνο Δt, στον οποίο έγινε η μετατόπιση. Δηλαδή:

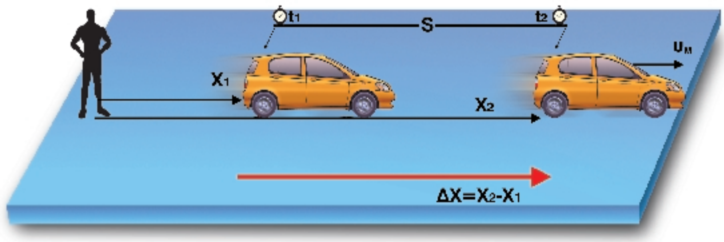
$$\upsilon_M = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \qquad (4.1)$$

Το διάνυσμα της μέσης ταχύτητας έχει:

- κατεύθυνση που ταυτίζεται με την κατεύθυνση του διανύσματος της μετατόπισης,
- σημείο εφαρμογής το κινητό,
- μέτρο: $\upsilon_M = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

Επειδή, όπως μάθαμε, στις ευθύγραμμες κινήσεις το μέτρο της μετατόπισης Δx ισούται με το διάστημα s, μπορούμε για το μέτρο της μέσης ταχύτητας να γράψουμε:

$$\boxed{\upsilon_M = \frac{s}{t}} \qquad (4.2)$$



Εικόνα 4.21
Η μέση ταχύτητα ορίζεται μεταξύ δύο θέσεων x_1 και x_2.

* 4.1.7 Στιγμιαία ταχύτητα $\vec{\upsilon}$

Η μέση ταχύτητα μας δίνει μόνο μια **γενική εικόνα της κίνησης** μεταξύ δύο τυχαίων σημείων της τροχιάς του κινητού. Δε μας πληροφορεί για το τι συμβαίνει σε κάθε ενδιάμεσο τροχιακό σημείο.

Στο προηγούμενο παράδειγμα (§4.1.6) του αυτοκινήτου που ταξιδεύει για τη Θεσσαλονίκη **η γνώση της μέσης ταχύτητας δεν αρκεί**, για να ξέρουμε ποια είναι η ταχύτητά του, π.χ., τη στιγμή ακριβώς που περνάει από τα Τέμπη.

Δημιουργείται, επομένως, η ανάγκη να ορίσουμε ένα άλλο φυσικό μέγεθος, που να εκφράζει την ταχύτητα του κινητού σε **κάθε σημείο της τροχιάς του.**

Το μέγεθος αυτό λέγεται **στιγμιαία ταχύτητα.**

Στιγμιαία ταχύτητα είναι η ένδειξη του «κοντέρ» ενός αυτοκινήτου ή μιας μοτοσικλέτας σε κάθε χρονική στιγμή μιας διαδρομής.

Η στιγμιαία ταχύτητα είναι **διανυσματικό μέγεθος** και στις ευθύγραμμες κινήσεις έχει κάθε στιγμή την ίδια κατεύθυνση με τη την κατεύθυνση της κίνησης.

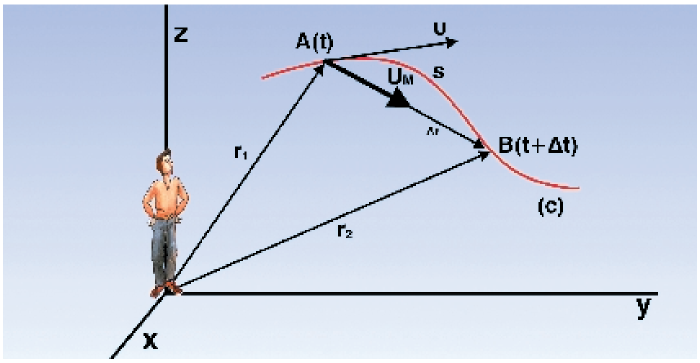
Το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας είναι ίσο με το μέτρο της μέσης ταχύτητας, όταν το Δt γίνει πολύ μικρό.

Φανταστείτε, δηλαδή, ότι οι δύο θέσεις x_1 και x_2, που παίρνουμε για να βρούμε τη μέση ταχύτητα υ_M, γίνονται ολοένα και πιο κοντινές μεταξύ τους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το Δt και το Δx επίσης να μικραίνουν.

Η τιμή του κλάσματος $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, όταν το Δt «τείνει» προς το μηδέν ονομάζεται μέτρο της **στιγμιαίας ταχύτητας.**

(Ο αυστηρός ορισμός της στιγμιαίας ταχύτητας είναι έξω από τους σκοπούς αυτού του βιβλίου).

Μαθηματικός προβληματισμός



Στο σχήμα της εικόνας μελετάμε την κίνηση ενός σώματος, το οποίο διαγράφει την τροχιά C μεταξύ δύο θέσεων A και B, οι οποίες καθορίζονται από τα διανύσματα θέσης $\vec{r}_1$ και $\vec{r}_2$ αντίστοιχα. Το κινητό σε χρόνο Δt μετατοπίζεται κατά το διάνυσμα $\Delta\vec{r}$, το οποίο, όπως γνωρίζουμε, συνδέει την αρχική με την τελική θέση του.
*Ορίζουμε ως **μέση ταχύτητα** $\vec{\upsilon}_M$ ένα νέο διάνυσμα, που έχει φορά και διεύθυνση τη φορά και τη διεύθυνση της μετατόπισης και μέτρο*

$\upsilon_M = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$. *Η γνώση της υ_M, όμως, δεν αρκεί, για να ξέρουμε τι συμβαίνει σε κάθε σημείο.*

Έτσι, οι φυσικοί σκέφτηκαν το εξής «τέχνασμα»: Θεώρησαν ότι το χρονικό διάστημα Δt γίνεται τόσο μικρό, ώστε το σημείο B σχεδόν να συμπίπτει με το A. Έτσι, η μετατόπιση Δr από τέμνουσα της τροχιάς, που ήταν στα σημεία A και B, μετατρέπεται σε εφαπτομένη αυτής στο σημείο A. Ταυτόχρονα το πηλίκο Δr/Δt παίρνει μια συγκεκριμένη τιμή υ, που ονομάζεται στιγμιαία ταχύτητα και είναι ένα διάνυσμα εφαπτομένο της τροχιάς.

Το μέτρο του για κάθε σημείο δίνεται από τη σχέση: $\upsilon = \dfrac{ds}{dt}$

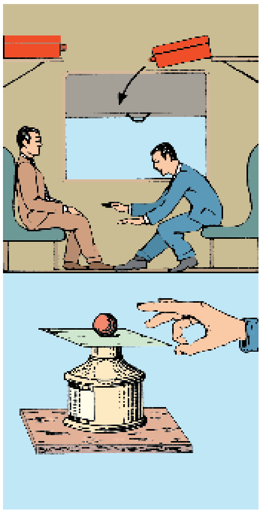
(ds είναι το απειροελάχιστο τμήμα της τροχιάς που διαγράφεται στον απειροελάχιστο χρόνο dt).

Ας προσέξουμε

- *Η μέση ταχύτητα ορίζεται μεταξύ δύο διαφορετικών θέσεων της τροχιάς του κινητού.*
- *Η στιγμιαία ταχύτητα ορίζεται σε μία θέση της τροχιάς, η οποία όμως αποτελείται από δύο απείρως γειτονικά σημεία (...το τέχνασμα που λέγαμε).*

4.2 Αδράνεια - 1ος νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση

΄Ενα λεωφορείο φρενάρει απότομα... Οι επιβάτες του αναγκάζονται να κρατηθούν, για να μη χάσουν την ισορροπία τους και πέσουν μπροστά. Οι ζώνες ασφαλείας των αυτοκινήτων συγκρατούν τους οδηγούς σε περίπτωση ατυχήματος...... Στο γνωστό πείραμα με το νόμισμα, το χαρτόνι και το μπουκάλι, το νόμισμα τελικά καταλήγει μέσα στο μπουκάλι.



Εικόνα 4.22
Αποτελέσματα της αδράνειας της ύλης

Φαίνεται, λοιπόν, ότι τα υλικά σώματα **“προβάλλουν μια δυσκολία”**, όταν εμείς επιχειρούμε να τους αλλάξουμε την κινητική κατάστασή τους, ενώ ταυτόχρονα **επιμένουν** να διατηρούν την κινητική κατάσταση στην οποία βρίσκονται.

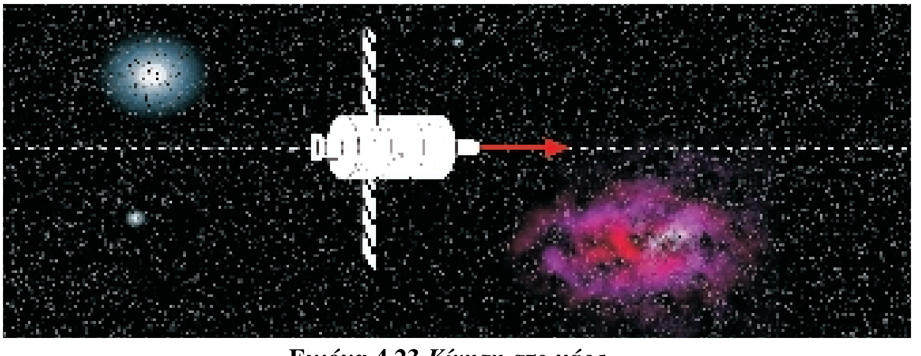
Θεμελιώδης ιδιότητα κάθε υλικού σώματος είναι η **εμμονή** του στο να διατηρεί αμετάβλητη την κινητική κατάστασή του. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται **αδράνεια.**

Ο βαθμός αδράνειας της ύλης εκφράζεται με τη **μάζα**. Με άλλα λόγια, η μάζα είναι το μέτρο της αδράνειας και σχετίζεται με την ποσότητα της ύλης από την οποία αποτελείται το σώμα.

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση (ή αξίωμα της αδράνειας) προήλθε από τις παραπάνω διαπιστώσεις και διατυπώνεται ως εξής:

“΄Οταν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις ή, αν ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε το σώμα ή θα ηρεμεί ή θα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα”.

Σύντομα: Αν $\Sigma\vec{F}=\vec{0}$, τότε: $\Delta\vec{\upsilon}=\vec{0}$ ($\vec{\upsilon}=\vec{0}$ ή $\vec{\upsilon}=$σταθερή).



Εικόνα 4.23 ***Κίνηση στο χάος...***
Η κίνηση ενός διαστημικού οχήματος στο μεσοαστρικό χώρο μπορεί να θεωρηθεί ως κίνηση χωρίς την επίδραση δυνάμεων. Σε μια τέτοια περίπτωση το διαστημικό όχημα θα κινείται αιωνίως ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα εξαιτίας της αδράνειάς του.

Ιστορικό σημείωμα

Το αξίωμα της αδράνειας διατυπώθηκε πρώτα από τον Αριστοτέλη (στην πραγματεία του η "Φυσική ακρόασις", Δ8 215,α) ως εξής:

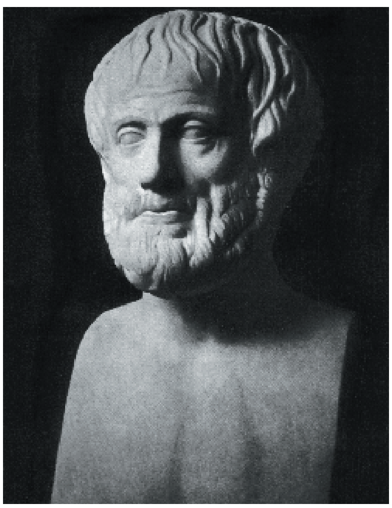
...ΕΤΙ ΟΥΔΕΙΣ ΕΧΟΙ ΕΙΠΕΙΝ ΔΙΑΤΙ ΚΙΝΗΘΕΝ ΣΤΗΣΕΤΑΙ ΠΟΥ ΑΝ ΤΙ ΓΑΡ ΜΑΛΛΟΝ ΕΝΤΑΥΘΑ Η ΕΝΤΑΥΘΑ ΩΣΤΕ Η ΗΡΕΜΗΣΕΙ Η ΕΙΣ ΑΠΕΙΡΟΝ ΑΝΑΓΚΗ ΦΕΡΕΣΘΑΙ...

και σε ελεύθερη απόδοση: "....επιπλέον κανένας δε θα μπορούσε να πει γιατί ένα κινητό θα σταματήσει κάπου ή γιατί να σταματήσει εδώ κι όχι εκεί, ώστε ή θα ηρεμήσει ή αναγκαστικά θα κινείται επ' άπειρον...."

Επίσης, στην πραγματεία του "Περί ουρανού" διαβάζουμε...

...ΕΙ ΔΕ ΜΗ ΕΣΤΙ ΜΗΤΕ ΦΥΣΕΙ ΜΗΤΕ ΒΙΑ ΟΛΩΣ ΟΥΔΕΝ ΚΙΝΗΘΗΣΕΤΑΙ...

δηλαδή "... αν δεν υπάρχει αιτία για την κίνηση ενός σώματος, είτε εκ φύσεως (όπως, π.χ., λόγω της βαρύτητας) είτε εξαιτίας της επίδρασης δύναμης, τότε αυτό δε θα είναι δυνατόν να κινηθεί...."



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ
Μεταξύ των πολλών άλλων έθεσε και τα επιστημονικά θεμέλια για την κίνηση των σωμάτων. Στο έργο του έχει στηριχθεί ολόκληρος ο δυτικός πολιτισμός.

4.3 Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Ο πίνακας μετρήσεων 4.1 αφορά την κίνηση του αυτοκινήτου της εικόνας 4.24.

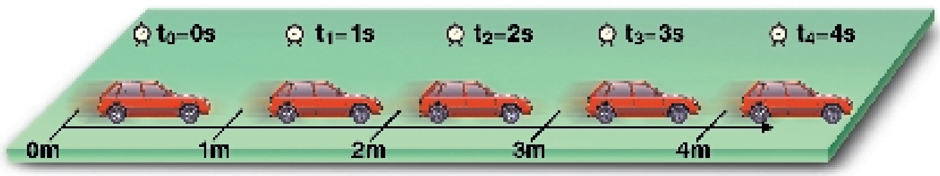
Ο υπολογισμός της ταχύτητάς του σε κάθε χρονικό διάστημα $\Delta t=1s$ δίνει την ίδια σταθερή τιμή $\upsilon=1m/s$.

Η κίνηση, λοιπόν, στην οποία το κινητό διαγράφει ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του παραμένει χρονικά σταθερή ονομάζεται **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.**

Αναγκαία προϋπόθεση για να εκτελεί ένα σώμα ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα, είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να ισούται με μηδέν.

Πίνακας 4.1 Ομαλή κίνηση

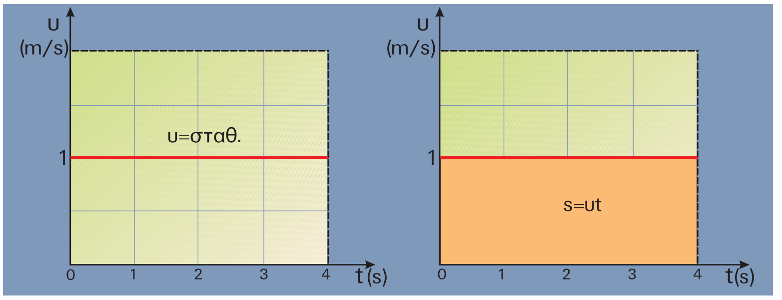
α/α	t (s)	s (m)	υ=Δs/Δt (m/s)
1	0	0	
2	1	1	1
3	2	2	1
4	3	3	1
5	4	4	1
6	5	5	1
7	6	6	1
8	7	7	1
9	8	8	1
10	9	9	1



Εικόνα 4.24
Το αυτοκίνητο σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.

4.3.1 Μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης

Η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι η απλούστερη μορφή κίνησης που μπορεί να εκτελέσει κάποιο κινητό, επειδή το μέτρο, η διεύθυνση και η φορά της ταχύτητας παραμένουν χρονικά αμετάβλητα. Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση $\upsilon=f(t)$ είναι σταθερή και η γραφική παράστασή της θα είναι μια ευθεία παράλληλη με τον άξονα t (εικόνα 4.25).

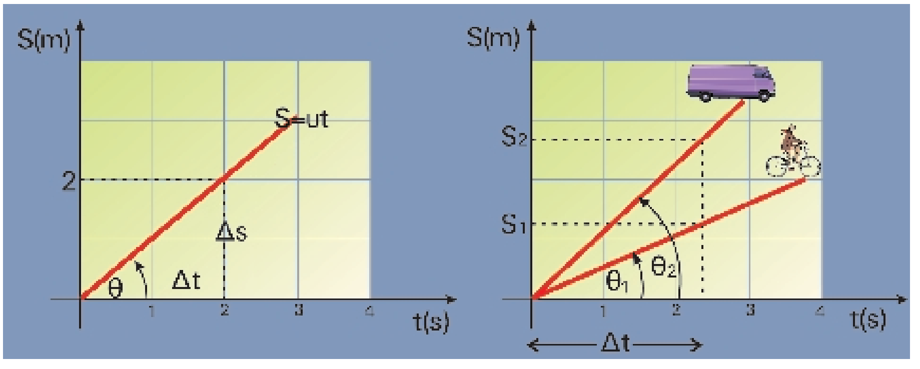


Εικόνα 4.25
Διαγράμματα υ=f(t) στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Το εμβαδόν του διαγράμματος για κάθε χρονικό διάστημα Δt θα ισούται με το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό στο χρόνο αυτό, και θα ισχύει ότι

$$s = \upsilon t$$

Το διάστημα που διατρέχει το κινητό είναι ανάλογο του χρόνου κίνησης, και η συνάρτηση s=f(t) είναι μια ευθεία (εικόνα 4.26) που διέρχεται από την αρχή των αξόνων (είναι δηλαδή της γνωστής μορφής y=αχ).



Εικόνα 4.26
Διαγράμματα s=f(t) στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Η κλίση λ της ευθείας εκφράζει αριθμητικά την ταχύτητα υ του κινητού.

Πράγματι, $\lambda = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \upsilon$.

Όσο αυξάνεται η ταχύτητα, τόσο θα αυξάνεται και η κλίση της ευθείας.

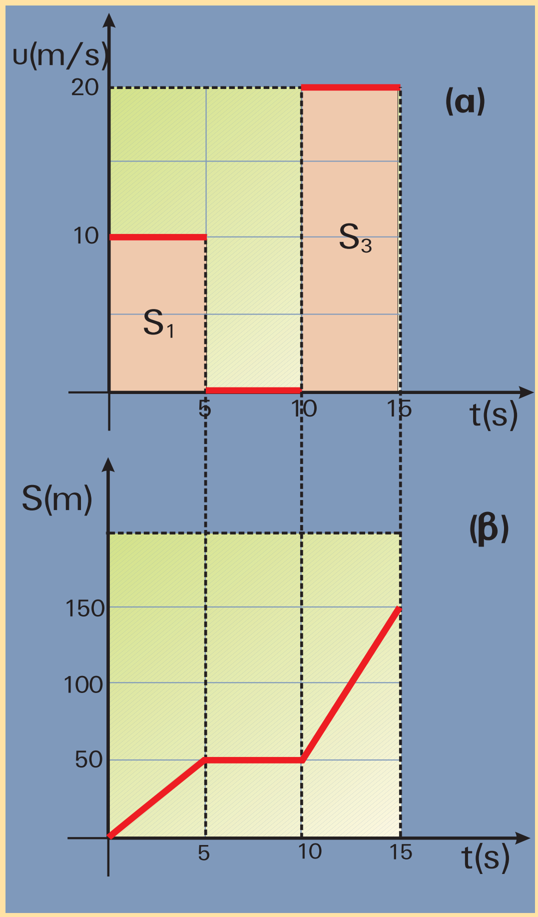
Στην εικόνα 4.26 η ταχύτητα του ποδηλάτου είναι $\lambda_1 = \dfrac{\Delta s_1}{\Delta t} = \dfrac{s_1}{\Delta t}$,

ενώ του αυτοκινήτου είναι $\lambda_2 = \dfrac{\Delta s_2}{\Delta t} = \dfrac{s_2}{\Delta t}$ και προφανώς $\upsilon_1 < \upsilon_2$.

- **Από το διάγραμμα (υ-t) με το εμβαδόν βρίσκουμε το διάστημα.**
- **Από το διάγραμμα (s-t) με την κλίση της ευθείας βρίσκουμε την ταχύτητα.**

Παραδείγματα

1. ΄Ενα υποθετικό κινητό εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση. Κατά τα 5 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησής του κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_1$=10m/s. Στη συνέχεια επί 5s είναι ακίνητο και στα επόμενα 5s κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_2$=20m/s ίδιας φοράς με τη $υ_1$. Θέλουμε να παραστήσουμε γραφικά α) την ταχύτητα του κινητού με το χρόνο, και β) το διάστημα που διανύει το κινητό με το χρόνο.



Λύση

α) Για το χρονικό διάστημα 0-5s η ταχύτητα του κινητού είναι σταθερή και ίση με 10m/s. Το διάγραμμα θα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα παράλληλο με τον άξονα t. Στα επόμενα 5s, χρονικό διάστημα 5-10s, η ταχύτητα είναι μηδέν, οπότε το διάγραμμα της ταχύτητας θα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα πάνω στον άξονα t. Ομοίως από 10-15s η ταχύτητα παριστάνεται με ένα ευθύγραμμο τμήμα παράλληλο στον άξονα t, με τιμή 20m/s.

β) Τα διαστήματα που διανύει το κινητό τα βρίσκουμε με εμβαδομέτρηση του διαγράμματος της ταχύτητας. ΄Εχουμε:

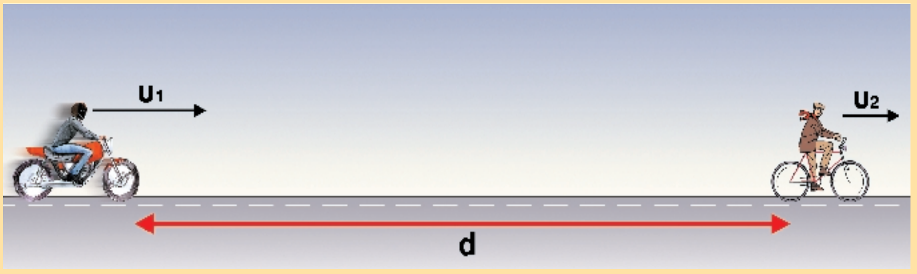
από 0-5s: s_1=5s10m/s=50m

(το ίδιο αποτέλεσμα θα βρίσκαμε και με τον τύπο του διαστήματος s=υt),

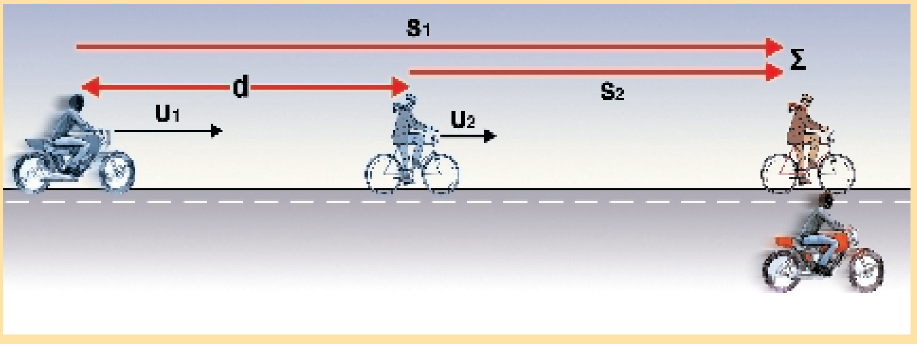
από 5-10s: s_2=5s 0m/s=0m. Προσθέτουμε στα 50m άλλα 0m, για να

βρούμε το διάστημα έως τη στιγμή t=10s,
από 10-15s: s_3=5s 20m/s=100m, οπότε για t= 15s το διάστημα θα είναι 150m.

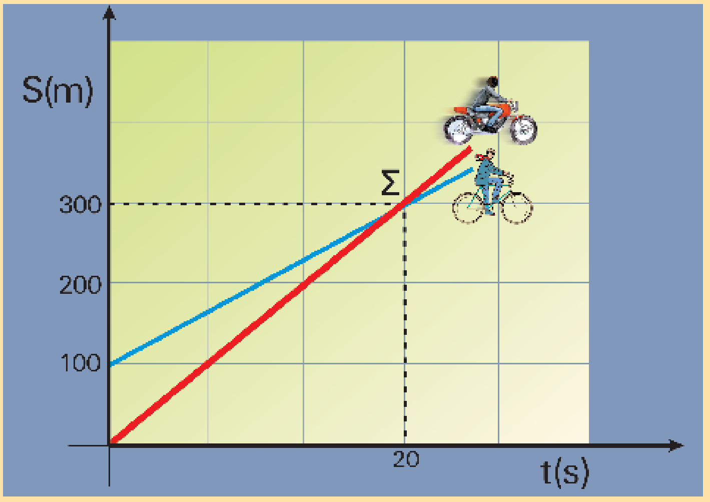
2. Ποδηλάτης κινούμενος ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $υ_2$=10m/s προηγείται ενός μοτοσικλετιστή κατά 100m. Αν ο μοτοσικλετιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_1$=15m/s, σε πόσο χρόνο θα προλάβει τον ποδηλάτη; Να παρασταθούν γραφικά τα διαστήματα των κινητών με το χρόνο στο ίδιο σύστημα αξόνων και να σχολιαστούν.



Λύση
Υποθέτουμε ότι η συνάντηση των δύο κινητών θα γίνει στο σημείο Σ ύστερα από χρόνο t. Ο μοτοσικλετιστής φτάνει στο Σ, αφού διανύσει διάστημα $s_1=υ_1t$, ενώ ο ποδηλάτης, αφού διανύσει διάστημα $s_2=υ_2t$.
Παρατηρούμε όμως από το σχήμα ότι η διαφορά των διαστημάτων που διανύουν τα κινητά μέχρι να φτάσουν στο σημείο συνάντησης είναι ίση με d. Άρα:
$s_1- s_2 = d$ ή $υ_1t- υ_2t = d$ ή $t(υ_1- υ_2) = d$ ή $t = \dfrac{d}{υ_1 - υ_2}$
(μετά τις αντικαταστάσεις και πράξεις): t =20s.
Το διάστημα που διανύει ο καθένας τους είναι:
s_1=15m/s20s=300m και s_2=10m/s20s=200m.



Αν πάρουμε ως αρχή μέτρησης των διαστημάτων το σημείο που βρίσκεται ο μοτοσικλετιστής τη χρονική στιγμή t=0s, τότε ο ποδηλάτης θα βρίσκεται στη θέση s_0=d=100m. Το σημείο συνάντησης Σ θα είναι εκείνο στο οποίο οι ευθείες των γραφικών παραστάσεων των διαστημάτων των δύο κινητών τέμνονται. Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι στο σημείο Σ τα δύο κινητά θα απέχουν την ίδια απόσταση από την αρχή μέτρησης των διαστημάτων, τα διαστήματα όμως που θα έχουν διανύσει θα είναι διαφορετικά.



4.4 Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση - Επιτάχυνση

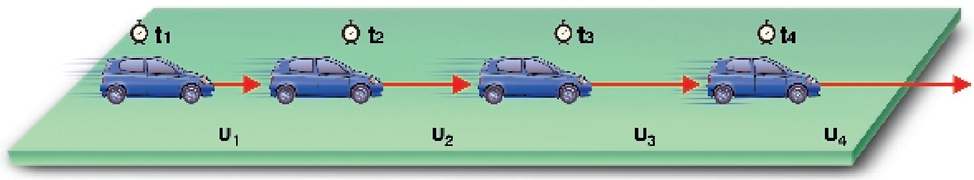
Ο πίνακας μετρήσεων 4.2 αφορά την κίνηση του οχήματος στην εικόνα 4.27 που ακολουθεί. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα του οχήματος διαρκώς αυξάνεται αλλά με τέτοιο τρόπο, ώστε σε ίσα χρονικά διαστήματα Δt να παρουσιάζει την ίδια αύξηση $\Delta \upsilon$. Δηλαδή, σε κάθε 2s έχουμε αύξηση στην ταχύτητα κατά 10m/s. Η κίνηση αυτή του οχήματος ονομάζεται ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.

Πίνακας 4.2 Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

α/α	**t (s)**	**υ (m/s)**	**$\Delta\upsilon=\upsilon_2 - \upsilon_1$ (m/s)**	**$\Delta t=t_2 - t_1$ (s)**	**$\Delta\upsilon/\Delta t$ (m/s^2)**
1	0	0			
2	2	10	10	2	**5**
3	4	20	10	2	**5**
4	6	30	10	2	**5**
5	8	40	10	2	**5**
6	10	50	10	2	**5**
7	12	60	10	2	**5**
8	14	70	10	2	**5**
9	16	80	10	2	**5**
10	18	90	10	2	**5**

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ονομάζεται η κίνηση στην οποία:

- η τροχιά του κινητού είναι μια ευθεία γραμμή
- η ταχύτητα του κινητού μεταβάλλεται κατά το ίδιο ποσό ανά μονάδα χρόνου.



Εικόνα 4.27
Η ταχύτητα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό 10 m/s κάθε 2s.

4.4.1 Η έννοια της επιτάχυνσης

Είδαμε από τον πίνακα μετρήσεων ότι η ταχύτητα του κινητού κάθε 2s αυξάνεται κατά 10m/s. Η ταχύτητα κάποιου άλλου κινητού, όμως, μπορεί να μεταβάλλεται με διαφορετικό τρόπο, π.χ. να μειώνεται κατά 10m/s κάθε 2s.

Για παράδειγμα, ο οδηγός ενός οχήματος “πατάει γκάζι”, προκειμένου να **αυξήσει** την ταχύτητά του, ενώ, όταν αντιληφθεί κάποιο εμπόδιο, “πατάει φρένο”, προκειμένου να την **ελαττώσει**. Και στις δύο περιπτώσεις η ταχύτητα του οχήματος μεταβάλλεται αλλά με διαφορετικό τρόπο. Δημιουργείται, επομένως, η ανάγκη ενός νέου φυσικού μεγέθους, το οποίο να εκφράζει τον τρόπο μεταβολής της ταχύτητας. Το μέγεθος αυτό ονομάζεται **επιτάχυνση**.

Επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ενός κινητού ονομάζουμε το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητάς του $\Delta\vec{\upsilon}$ προς το χρόνο Δt που χρειάστηκε για τη μεταβολή αυτή.

$$\boxed{\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1}{t_2 - t_1}} \qquad (4.3)$$

Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος με φορά και διεύθυνση τη φορά και τη διεύθυνση του $\Delta\vec{\upsilon}$ και με σημείο εφαρμογής το κινητό.

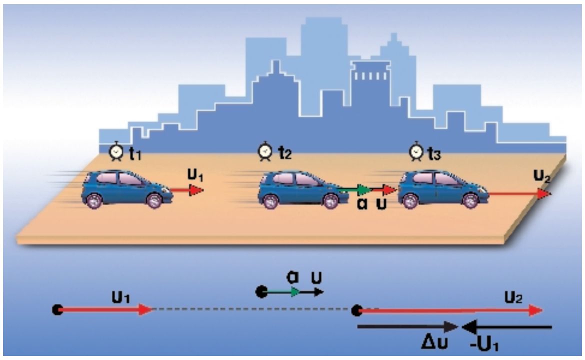
Μονάδα επιτάχυνσης στο SI είναι το $1 m/s^2$. Επιτάχυνση π.χ. $\alpha=5m/s^2$ σημαίνει ότι σε κάθε 1s το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται κατά 5m/s.

Στη τελευταία στήλη του πίνακα μετρήσεων έχει υπολογιστεί η επιτάχυνση του οχήματος. Παρατηρούμε ότι σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή έχει σταθερή τιμή $\alpha=5m/s^2$. Επομένως, **στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η επιτάχυνση είναι σταθερή.**

Κίνηση ομαλά μεταβαλλόμενη *σημαίνει:* υπάρχει σταθερή επιτάχυνση.
Σταθερή επιτάχυνση *σημαίνει:* η ταχύτητα αλλάζει με σταθερό ρυθμό.

1η παρατήρηση:

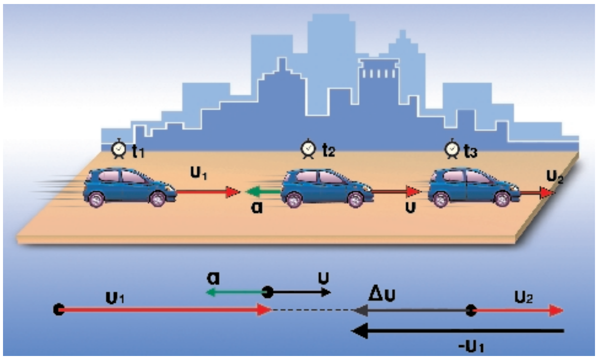
Όταν η ταχύτητα του κινητού αυξάνεται, τότε η κίνηση ονομάζεται **επιταχυνόμενη**, η επιτάχυνση είναι θετικός αριθμός και το διάνυσμά της είναι ομόρροπο με την ταχύτητα.



Εικόνα 4.28
Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.

2η παρατήρηση:

Αντίθετα, όταν η ταχύτητα του κινητού ελαττώνεται, τότε η κίνηση ονομάζεται **επιβραδυνόμενη**, η επιτάχυνση είναι αρνητικός αριθμός (λέγεται και **επιβράδυνση**) και το διάνυσμά της είναι αντίρροπο της ταχύτητας.



Εικόνα 4.29
Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν αντίθετη φορά.

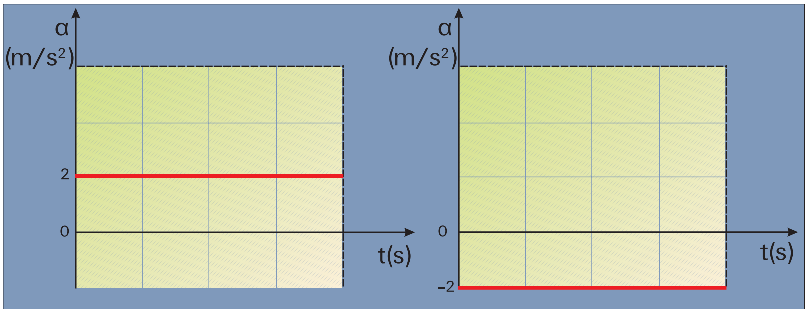
Στις μη ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις, ορίζονται τα μεγέθη μέση και στιγμιαία επιτάχυνση σε αναλογία με τα μεγέθη μέση και στιγμιαία ταχύτητα.

4.4.2 Εξισώσεις κίνησης - Διαγράμματα

1. Επιτάχυνση

Το γεγονός ότι η επιτάχυνση παραμένει χρονικά σταθερή σημαίνει ότι το γράφημα της συνάρτησης α=f(t) θα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα παράλληλο με τον άξονα του χρόνου.

Για παράδειγμα, μια επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $α=2m/s^2$ και μια επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $α= -2m/s^2$ απεικονίζονται γραφικά όπως στο παρακάτω σχήμα της εικόνας 4.30.



Εικόνα 4.30
Διαγράμματα α=f(t) σε ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις

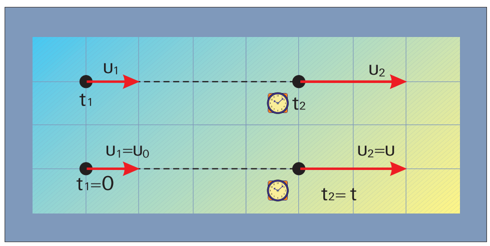
2. Ταχύτητα

Εύκολα μπορούμε να καταλήξουμε σε μια γενική εξίσωση της ταχύτητας, για τις ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις, αν τροποποιήσουμε κατάλληλα την εξίσωση 4.3 του ορισμού της επιτάχυνσης:

Πράγματι, από την εξίσωση

$$\vec{α} = \frac{Δ\vec{υ}}{Δt} = \frac{\vec{υ}_2 - \vec{υ}_1}{t_2 - t_1},$$

θεωρούμε ότι η χρονική στιγμή t_1 συμπίπτει με την αρχή μέτρησης του χρόνου, δηλαδή $t_1=0$. Επίσης, θεωρούμε ότι για $t_1=0$ η ταχύτητα του κινητού $υ_1$ ισούται με $υ_0$. Κατά την τυχαία χρονική στιγμή $t_2 = t$ το κινητό έχει μια τυχαία τιμή ταχύτητας $υ_2 = υ$ (εικόνα 4.31).



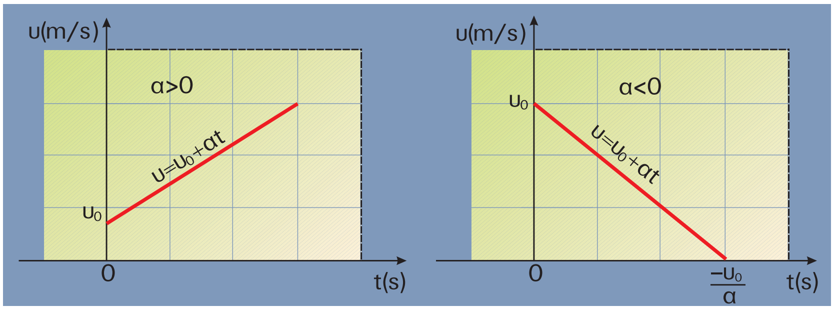
Εικόνα 4.31

Με τους συμβολισμούς αυτούς η εξίσωση (4.3) γράφεται:

$$\boxed{υ=υ_0+αt} \text{ (νόμος της ταχύτητας)} \qquad (4.4)$$

Η ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή που αρχίζουμε να μελετάμε την κίνησή του ονομάζεται **αρχική ταχύτητα $υ_0$.**

Προφανώς, η συνάρτηση της ταχύτητας υ=f(t) είναι της γνωστής μορφής y=αx+β και η γραφική παράστασή της για επιταχυνόμενη (α>0) και επιβραδυνόμενη κίνηση (α<0) φαίνεται στα διαγράμματα της εικόνας 4.32 που ακολουθούν:



Εικόνα 4.32
Διαγράμματα υ=f(t) στις ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις

Ας προσέξουμε

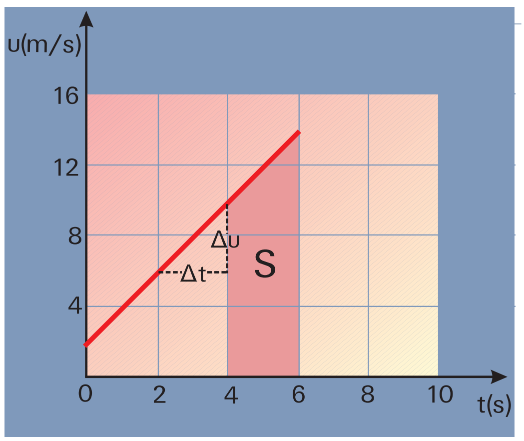
1) Η κλίση της ευθείας $υ = υ_0 + αt$ είναι ίση με την επιτάχυνση α. Αυτό σημαίνει ότι από το διάγραμμα υ-t μπορούμε εύκολα να βρούμε την επιτάχυνση της κίνησης υπολογίζοντας το πηλίκο Δυ/Δt μεταξύ δύο οποιωνδήποτε χρονικών στιγμών t_1 και t_2. Το αποτέλεσμα θα είναι πάντα το ίδιο, επειδή η επιτάχυνση είναι σταθερή.

2) Το εμβαδόν του επίπεδου τμήματος, που ορίζεται από την ευθεία $υ=υ_0+αt$ και τον άξονα του χρόνου t, εκφράζει το διάστημα που έχει διατρέξει το κινητό.

Ας εφαρμόσουμε

Στο διάγραμμα υ-t της εικόνας 4.33 ο υπολογισμός της επιτάχυνσης μεταξύ δύο οποιωνδήποτε χρονικών στιγμών δίνει το ίδιο αποτέλεσμα $α=2m/s^2$, π.χ. μεταξύ των στιγμών t_1=2s και t_2=4s:

$$α=\frac{Δυ}{Δt} = \frac{4m/s}{2s}=2\ m/s^2.$$



Εικόνα 4.33

Το διάστημα s που διανύεται μεταξύ δύο τυχαίων χρονικών στιγμών, π.χ. t_1=4s και t_2=6s, θα είναι ίσο με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος, το οποίο στην περίπτωση αυτή είναι ένα τραπέζιο. Από τη γεωμετρία ξέρουμε ότι:

$E_{τραπεζίου}$ = (άθροισμα παράλληλων πλευρών x ύψος):2

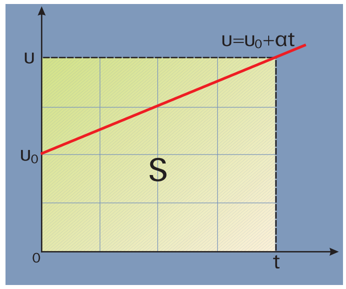
δηλαδή:

$$s = \frac{(υ_1 + υ_2)\,Δt}{2} = \frac{(10\ m/s + 14\ m/s)\ 2s}{2} = 24\ m.$$

Από το διάγραμμα (υ - t)
- **Με την κλίση της ευθείας βρίσκουμε την επιτάχυνση.**
- **Με το εμβαδόν βρίσκουμε το διάστημα..**

3. Διάστημα

Η μέθοδος του εμβαδού μπορεί να χρησιμοποιηθεί, για να βρούμε το τυχαίο διάστημα s που διατρέχει το κινητό στην ευθύγραμμα ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση από τη χρονική στιγμή t=0, που αρχίζει να κινείται με αρχική ταχύτητα $υ_0$, μέχρι μια τυχαία χρονική στιγμή t, που έχει αποκτήσει ταχύτητα $υ = υ_0+αt$. Όπως είδαμε και στο παράδειγμα, το διάστημα s είναι ίσο με το εμβαδόν ενός τραπεζίου.



Εικόνα 4.34
Διάγραμμα για την απόδειξη της σχέσης s=f(t) στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Άρα:

$$α = \frac{(υ+υ_0)\ t}{2} = \frac{(υ_0 + αt + υ_0)\ t}{2} = \frac{2υ_0 t + αt^2}{2}$$ ή τελικά

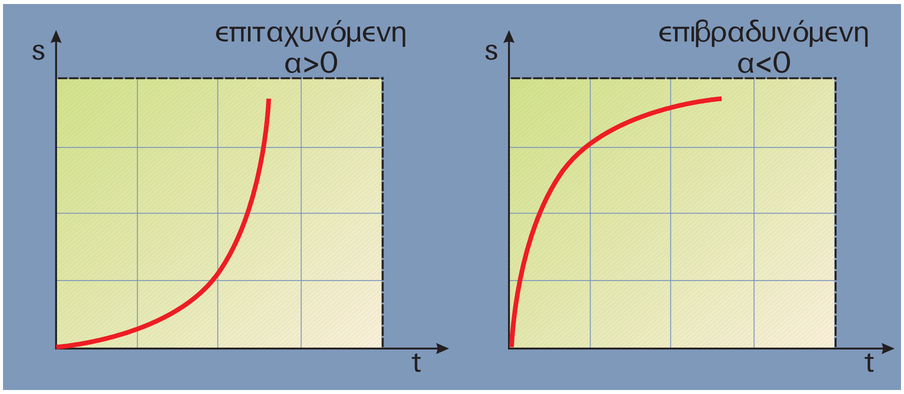
$$\boxed{\mathbf{S = υ_0\, t + \frac{1}{2}\, αt^2}}$$ (νόμος του διαστήματος) (4.5)

Αν η αρχική ταχύτητα είναι μηδέν ($υ_0$=0), ο νόμος του διαστήματος γίνεται:

$$\boxed{\mathbf{S = \frac{1}{2}\, αt^2}}$$

Μόνο για ανάγνωση...

Η συνάρτηση του διαστήματος s=f(t) είναι της μορφής $y=αx^2+βx$ και, όπως έχουμε μάθει στα Μαθηματικά, η γραφική παράστασή της είναι μια καμπύλη γραμμή, που ονομάζεται παραβολή και περνάει από την αρχή των αξόνων. Η καμπύλη αυτή ανάλογα με το πρόσημο του α «στρέφει τα κοίλα της» πάνω (για θετικό α) ή κάτω (για αρνητικό α), δηλαδή εμφανίζει μια συγκεκριμένη καμπυλότητα, όπως φαίνεται στην εικόνα 4.35.



Εικόνα 4.35
Διαγράμματα s=f(t) στις ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις

◆ Ειδικές μορφές των εξισώσεων κίνησης

1. Ο τύπος... χωρίς χρόνο

Σε πολλές περιπτώσεις είναι χρήσιμο να γνωρίζουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα υ σε σχέση με το διάστημα s, που έχει διατρέξει το κινητό.

Από τις εξισώσεις της ταχύτητας και του διαστήματος με απαλοιφή του χρόνου βρίσκουμε τη ζητούμενη σχέση μεταξύ ταχύτητας και διαστήματος.

(Θυμίζουμε ότι “απαλοιφή του χρόνου” σημαίνει: λύνουμε την εξίσωση της ταχύτητας ως προς t και αυτό που θα βρούμε το αντικαθιστούμε στην εξίσωση του διαστήματος, οπότε κάνοντας τις πράξεις καταλήγουμε στη ζητούμενη σχέση).

Δηλαδή:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon &= \upsilon_0 + \alpha t \\ s &= \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{πράξεις}} \boxed{\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2\alpha s}} \qquad (4.6)$$

Στην περίπτωση που η αρχική ταχύτητα είναι μηδέν ($\upsilon_0=0$), η σχέση (4.6) γίνεται

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{2\alpha s}}$$

88-181 21-12-99 09:34 Σελίδα 115

2. Ολικό διάστημα και ολικός χρόνος

Όταν ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, η ταχύτητά του μειώνεται συνεχώς. Υπάρχει, λοιπόν, η δυνατότητα σε κάποια χρονική στιγμή να μηδενιστεί η ταχύτητα. Το διάστημα που διανύει το κινητό από τη χρονική στιγμή που αρχίζει να επιβραδύνεται μέχρι να ακινητοποιηθεί θα το ονομάζουμε **ολικό διάστημα $s_{Ολ}$**. Ο αντίστοιχος χρόνος που περνάει μέχρι να ακινητοποιηθεί θα λέγεται **ολικός χρόνος $t_{Ολ}$**.

Το ολικό διάστημα είναι μια ιδιαίτερα σημαντική παράμετρος στις επιβραδυνόμενες κινήσεις και σχετίζεται άμεσα με θέματα κυκλοφορίας των αυτοκινήτων, με τροχαία ατυχήματα κτλ.

Ο υπολογισμός του $s_{Ολ}$ γίνεται ταυτόχρονα με τον υπολογισμό του ολικού χρόνου $t_{Ολ}$ ως εξής:

Επειδή για $t=t_{Ολ}$ η ταχύτητα του κινητού μηδενίζεται, από την εξίσωση (4.4) της ταχύτητας θα έχουμε:

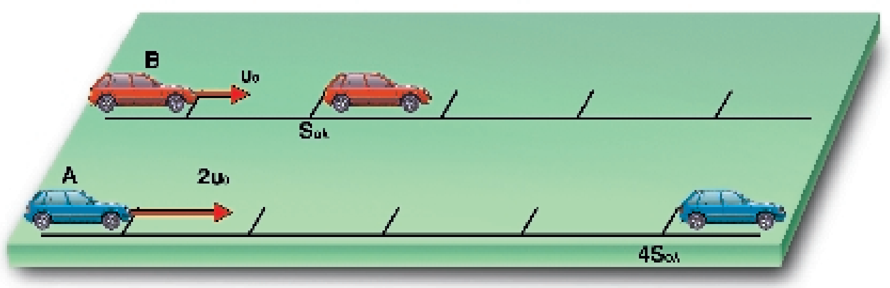
$$\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \text{ ή } 0=\upsilon_0+\alpha\, t_{Ολ} \text{ ή } t_{Ολ}=-\frac{\upsilon_0}{\alpha}\ (\alpha<0) \text{ ή απλούστερα}$$

$$\boxed{t_{Ολ}=\frac{\upsilon_0}{|\alpha|}} \qquad (4.7)$$

Αν αντικαταστήσουμε στην εξίσωση του διαστήματος την τιμή του χρόνου με $t_{Ολ}$ και κάνουμε τις πράξεις, βρίσκουμε το ολικό διάστημα $S_{Ολ}$.

$$\left.\begin{array}{l} t_{Ολ}=\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|} \\[2ex] s=\upsilon_0 t+\dfrac{1}{2}\alpha t^2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{πράξεις}} \boxed{S_{ολ}=\frac{\upsilon_0^2}{2|\alpha|}} \qquad (4.8)$$

Πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα ότι το ολικό διάστημα εξαρτάται από το τετράγωνο της αρχικής ταχύτητας. Αυτό σημαίνει ότι αν η αρχική ταχύτητα γίνει 2πλάσια, 3πλάσια κτλ., το ολικό διάστημα θα γίνεται 4πλάσιο, 9πλάσιο κτλ.



Εικόνα 4.36
Το ολικό διάστημα στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση 4πλασιάζεται, αν η αρχική ταχύτητα 2πλασιαστεί.

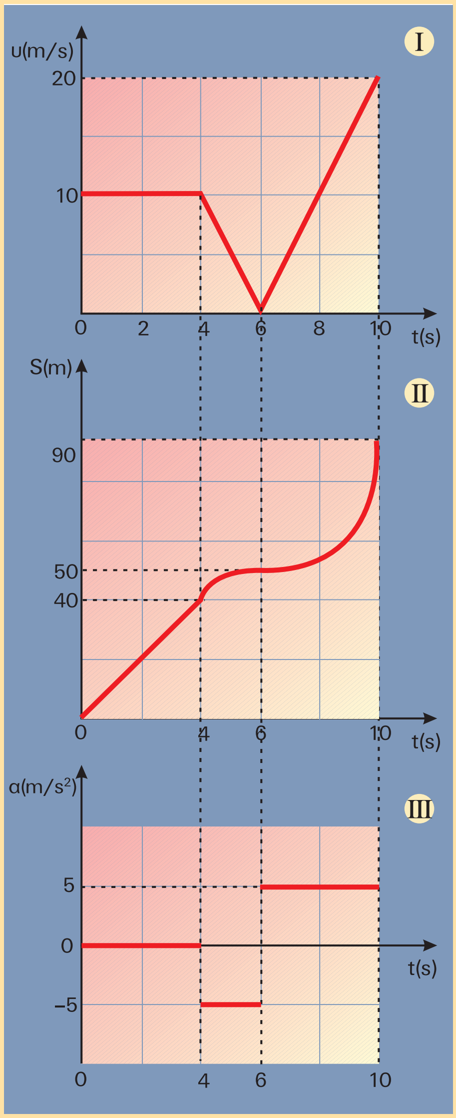
Στην εικόνα 4.36 το αυτοκίνητο Α έχει διπλάσια αρχική ταχύτητα από το Β. Αν υποθέσουμε ότι τα ελαστικά τους και το οδόστρωμα βρίσκονται στην ίδια κατάσταση, τότε το αυτοκίνητο Α θα χρειαστεί να διανύσει τετραπλάσιο διάστημα από το Β μέχρι να ακινητοποιηθεί. Είναι εύκολο να αποδείξουμε (πώς;) ότι αν $\alpha_1=\alpha_2$,

τότε: $\dfrac{s_{Ολ,1}}{s_{Ολ,2}} = \dfrac{\upsilon_{0,1}^2}{\upsilon_{0,2}^2}$.

Παραδείγματα

1. Δίνεται το διάγραμμα (Ι) μεταβολής της ταχύτητας με το χρόνο ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα.

Ζητούνται τα διαγράμματα διαστήματος-χρόνου (ΙΙ) και επιτάχυνσης-χρόνου (ΙΙΙ)



Λύση

Εξετάζουμε την κίνηση χωριστά σε κάθε χρονικό διάστημα στο οποίο το είδος αυτής αλλάζει. Αφού βρούμε τα διαστήματα και τις επιταχύνσεις με τη βοήθεια των εξισώσεων κίνησης ή με τη γραφική μέθοδο, τα απεικονίζουμε στους αντίστοιχους άξονες.

- **Χρονικό διάστημα 0-4s**

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$s_1=E_{παραλληλογράμμου}$ (ή $s_1=\upsilon t$)

$s_1=10m/s\ 4s$ ή $s_1=40m$

$\alpha_1=0m/s^2$, διότι η κίνηση είναι ομαλή.

- **Χρονικό διάστημα 4-6s**

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$s_2=E_{τριγώνου}$ (ή $s_2=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha_2 t^2$)

$s_2=\frac{1}{2}\,10m/s\ 2s$ ή $s_2=10m$

$\alpha_2=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\dfrac{(0-10)\ m/s}{(6-4)\ s}$ ή $\alpha_2=-5m/s^2$.

- **Χρονικό διάστημα 6-10s**

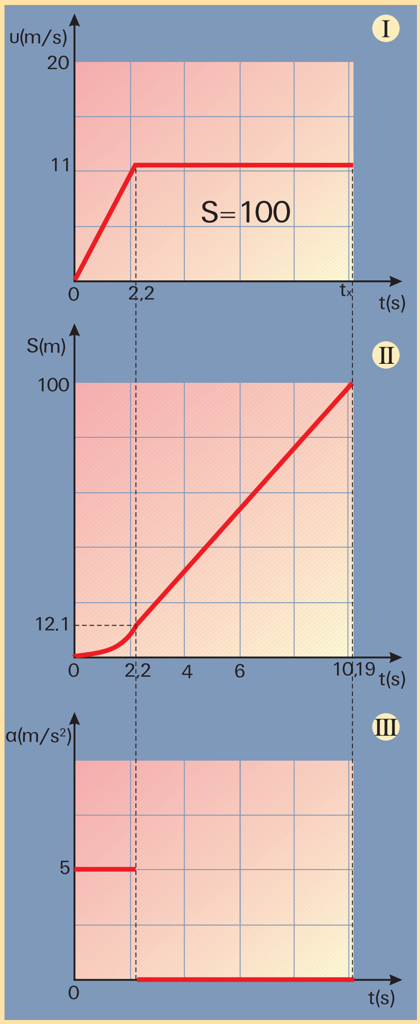
Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$s_3=E_{τριγώνου}$ (ή $s_3=\frac{1}{2}\,α_3 t^2$)

$s_3=\frac{1}{2}\,20m/s\;4s$ ή $s_2=40m$

$α_3=\frac{Δυ}{Δt}=\frac{(20-0)\ m/s}{(10-6)\ s}$ ή $α_3=5m/s^2$.

2. Δρομέας των 100m αναπτύσσει μέγιστη ταχύτητα 11m/s κινούμενος με σταθερή επιτάχυνση 5m/s². Θέλουμε να βρούμε το χρόνο που έκανε ο δρομέας, καθώς και τα διαγράμματα (υ-t), (s-t), (α-t) της κίνησής του.



Λύση

Η κίνηση του αθλητή αποτελείται από δύο επιμέρους κινήσεις:

- από μια ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση α = 5m/s² μέχρι να επιτύχει τη μέγιστη ταχύτητά του υ=11m/s. Η κίνηση αυτή διαρκεί από τη στιγμή της εκκίνησής του μέχρι μια χρονική στιγμή t, την οποία μπορούμε να βρούμε από την εξίσωση της ταχύτητας:

$υ=υ_0+αt$ ή (επειδή $υ_0=0$)

$υ=αt$ ή $t=\frac{υ}{α}=\frac{11\ m/s}{5\ m/s^2}=2{,}2s$,
και

- από μια ομαλή κίνηση με ταχύτητα υ=11m/s μέχρι τον τερματισμό του κατά τη ζητούμενη χρονική στιγμή έστω t_x.

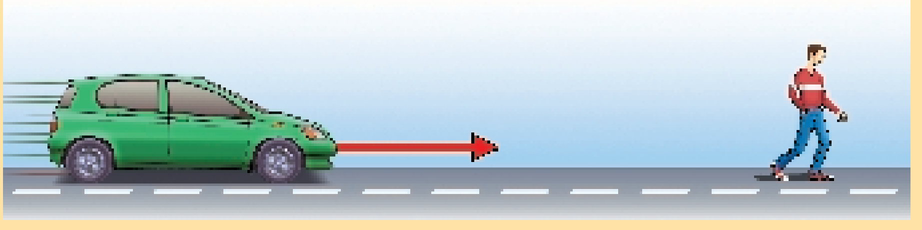
Από το διάγραμμα (υ-t) μπορούμε εύκολα να βρούμε το χρόνο t_x, αν θυμηθούμε ότι το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος εκφράζει το διάστημα που διανύει ο δρομέας, το οποίο είναι βέβαια 100 m. Επομένως:

$E_{τραπεζίου} = s$ ή $s = \frac{[t_x + (t_x - 2{,}2)\ 11]}{2} = 100\ m$.

Από την εξίσωση αυτή εύκολα υπολογίζεται ότι $t_x \cong 10{,}19s$
(προφανώς: μεγάλη βάση τραπεζίου= t_x, μικρή βάση= t_x-2,2 και ύψος τραπεζίου= 11m/s).

Στη συνέχεια εύκολα μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα (s-t) και (α-t) σύμφωνα με τα όσα ισχύουν για την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και για την ομαλή.

3. Οδηγός αυτοκινήτου αντιλαμβάνεται έναν άνθρωπο σε απόσταση 20m, ο οποίος επιχειρεί να διασχίσει το δρόμο. Αν ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι t_a= 0,1s και η (μέγιστη)επιβράδυνση που μπορεί να αναπτύξουν τα φρένα του αυτοκινήτου είναι $α=15m/s^2$, με πόση(μέγιστη) ταχύτητα πρέπει να κινείται το αυτοκίνητο, ώστε να μη χτυπήσει τον πεζό;



Λύση

Η κίνηση του αυτοκίνητου αποτελείται από δύο επιμέρους κινήσεις:

- από μια ομαλή κίνηση, που διαρκεί t_a= 0,1s, δηλαδή από τη στιγμή που ο οδηγός του αυτοκινήτου αντιλαμβάνεται τον άνθρωπο μέχρι να αντιδράσει και να πατήσει φρένο.

Στη διάρκεια αυτού του χρόνου το αυτοκίνητο διανύει διάστημα
$s_1 = υ_0\, t_a$ (1), και

- από μια ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $15m/s^2$ και αρχική ταχύτητα $υ_0$, η οποία είναι η ταχύτητα που θέλουμε να βρούμε. Κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει να κινείται διανύει διάστημα (....θυμηθείτε το ολικό διάστημα της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης...)

$$s_2 = \frac{υ_0^2}{2α} \ . \ (2)$$

Προκειμένου ο άνθρωπος να μη χτυπηθεί από το αυτοκίνητο, θα πρέπει το άθροισμα αυτών των δύο διαστημάτων να μην είναι μεγαλύτερο από την απόσταση των 20m. Δηλαδή,

$s_1 + s_2 \leq d$. (3)

Από τη σχέση (3), θα βρούμε τη μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα του αυτοκινήτου: $s_1 + s_2 = d$, και λόγω των σχέσεων (1) και (2) έχουμε ότι:

$$\upsilon_0 t_a + \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} = d \text{ ή } 0{,}1\,\upsilon_0 + \frac{\upsilon_0^2}{30} - 20 = 0 \text{ ή } \upsilon_0^2 + 3\,\upsilon_0 - 600 = 0. \ (4)$$

Η (4) είναι μια εξίσωση 2ου βαθμού ως προς την ταχύτητα υ_0 που θέλουμε να βρούμε. Η επίλυσή της σύμφωνα με όσα ξέρουμε από τα μαθηματικά θα μας δώσει δύο λύσεις:

$$\upsilon_{0,1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 600}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{2409}}{2} = \frac{-3 \pm 49{,}08}{2} \Rightarrow$$

$\upsilon_{01} = 23{,}04$m/s και $\upsilon_{02} = -26{,}04$m/s.

Από τις δύο λύσεις δεκτή είναι η θετική $\upsilon_{01} = 23{,}04$m/s, διότι θεωρούμε ότι η κίνηση του αυτοκινήτου γίνεται κατά τη θετική φορά του άξονα κίνησης x′x.

Συμπεραίνουμε ότι για ταχύτητα μεγαλύτερη από 23,04m/s (82,9km/h) θα έχουμε ατύχημα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.1 Να συμπληρωθούν τα κενά:

α) Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η τροχιά του κινητού είναι.................... και η ταχύτητά του παραμένει.................

β) Στο SI μονάδα μέτρησης της ταχύτητας είναι................και της επιτάχυνσης είναι................

γ) Η ταχύτητα εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της.................ενός κινητού, ενώ η επιτάχυνση εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της...................ενός κινητού.

4.2 Να συμπληρωθούν τα κενά:

Κινητό	**Αριθμός συντεταγμένων που χρειάζονται, για να καθοριστεί η θέση του κινητού.**
Αεροπλάνο	......
Ακροβάτης που περπατάει σε σχοινί	......
Καράβι σε ήρεμη θάλασσα	......
Καράβι σε φουρτουνιασμένη θάλασσα	......
Πιόνι σκακιού	......
Αυτοκίνητο σε πεδινό δρόμο	......
Αυτοκίνητο σε ορεινό δρόμο	......

4.3 Μια από τις διαφορές μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι ότι:
α) έχουν πάντα αντίθετη φορά
β) το ένα μέγεθος είναι διανυσματικό, ενώ το άλλο μονόμετρο.
γ) το ένα μέγεθος εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της θέσης, ενώ το άλλο το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας
δ) η επιτάχυνση είναι μεγαλύτερη της ταχύτητας.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

4.4 Διαλέξτε δύο από τους παρακάτω τύπους και αποδείξτε τους:

α) $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t$ γ) $\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2\alpha s}$

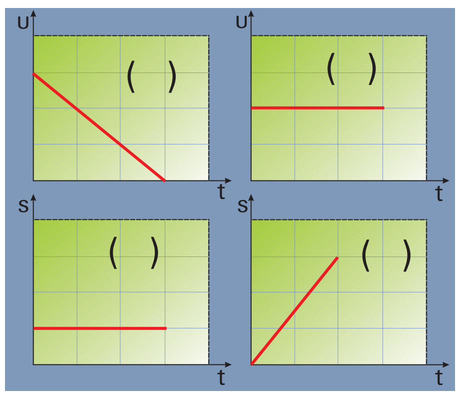
β) $s=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2$ δ) $s_{O\lambda}=\frac{\upsilon_0^2}{2|\alpha|}$

4.5 Δύο κινητά που κινούνται στην ίδια ευθεία έχουν ταχύτητες υ και -υ αντίστοιχα. Τι συμπεραίνετε για την κίνησή τους;

4.6 Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:
α) η επιτάχυνση είναι μηδέν
β) η ταχύτητα είναι σταθερή
γ) ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός
δ) ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι μηδέν.
Χαρακτηρίστε με Σ τις σωστές προτάσεις και με Λ τις λανθασμένες.

4.7 Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:
α) η επιτάχυνση αυξάνεται
β) η ταχύτητα αυξάνεται
γ) ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός
δ) ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός.
Χαρακτηρίστε με Σ τις σωστές προτάσεις και με Λ τις λανθασμένες.

4.8 Επιλέξτε το σωστό διάγραμμα για καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις ευθύγραμμης κίνησης:
α) ακινησία
β) ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
γ) ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση
δ) ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.



4.9 ΄Ενα αυτοκίνητο που αρχικά ηρεμεί ξεκινάει με σταθερή επιτάχυνση $α = 0{,}5 m/s^2$ κινούμενο ευθύγραμμα. ΄Υστερα από χρόνο t=1 min η ταχύτητά του θα είναι:

α) 0,5 m/s β)$30 m/s^2$ γ) 108 km/h
δ) 3 m/s ε) 30m ζ) 108.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

4.10 Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα μεταβάλλεται κατά 60m/min σε 1s. Η επιτάχυνσή του θα είναι:

α) $60 m/s^2$ β) $10 m/s^2$ γ)$1 m/s^2$ δ) $6 m/s^2$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

4.11 ΄Οχημα κινούμενο ευθύγραμμα με ταχύτητα υ=10m/s αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση α, και, αφού διανύσει διάστημα s=50m, η ταχύτητά του διπλασιάζεται. Ζητούνται τα εξής:

α) η επιτάχυνση του κινητού
β) τα διαγράμματα (υ-t),(s-t), (α-t).

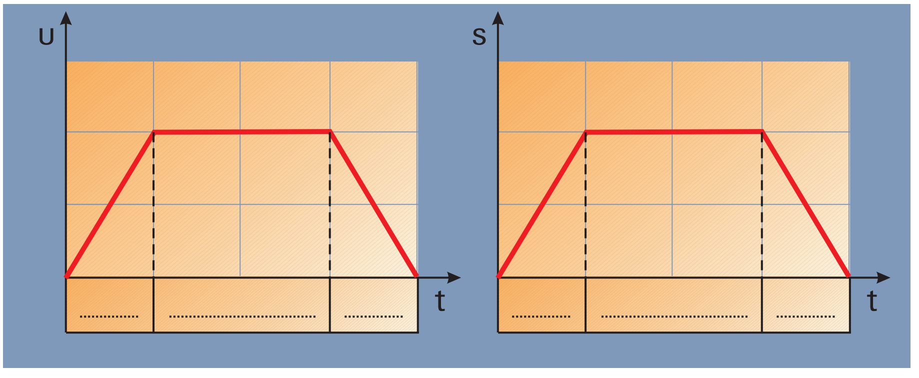
4.12 Με βάση τον πίνακα μετρήσεων

α) Να κάνετε τη γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου.
β) Η αρχική ταχύτητα είναι............m/s.
γ) Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, διότι...............
δ) Η επιτάχυνση της κίνησης είναι............ m/s^2.
ε) Το διάστημα για τα πρώτα 4s είναι........m.

Πίνακας μετρήσεων

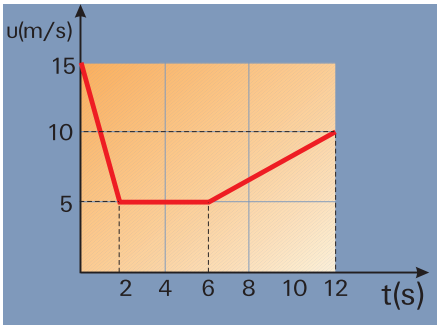
t(s)	υ(m/s)
0	0
1	2
2	4
4	8
8	16
10	20

4.13 Χαρακτηρίστε καθεμιά από τις ευθύγραμμες κινήσεις που παριστάνονται στα δύο διαγράμματα, συμπληρώνοντας το αντίστοιχο κενό:



4.14 Δρομέας των 200m αναπτύσσει μέγιστη ταχύτητα 10m/s με επιτάχυνση $5 m/s^2$. Ποιος είναι ο χρόνος που έκανε;

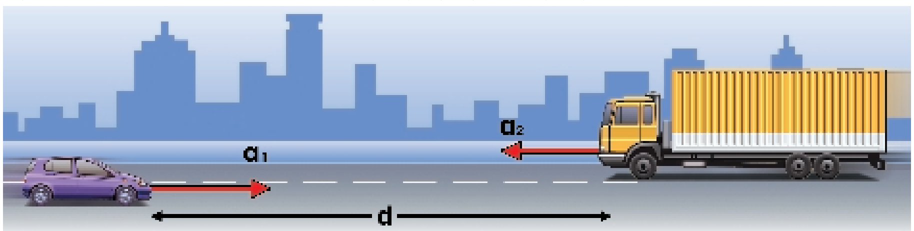
4.15 Από το παρακάτω διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου μιας ευθύγραμμης κίνησης να γίνουν τα διαγράμματα α) διαστήματος- χρόνου (s-t) και β) επιτάχυνσης- χρόνου (α-t).



4.16 Δύο οχήματα αρχίζουν να κινούνται ταυτόχρονα πάνω στην ίδια ευθεία με επιταχύνσεις που έχουν μέτρα $α_1$=5m/s² και $α_2$=4m/s² αντίστοιχα. Αν αρχικά η απόστασή τους ήταν d = 72m και η κίνησή τους είναι αντίρροπη,

α) να βρεθεί πού και πότε θα συναντηθούν τα οχήματα

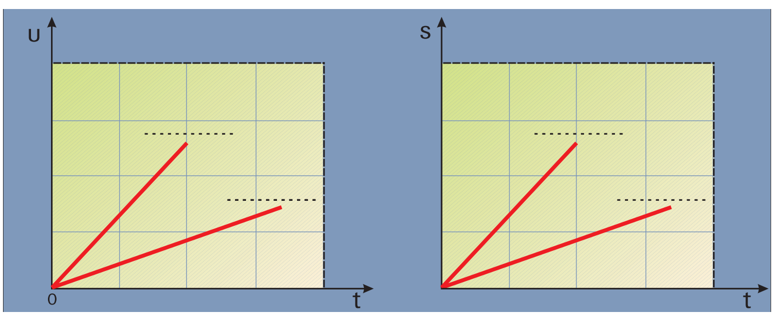
β) να γίνουν τα διαγράμματα (υ-t), (s-t) και (α-t).



4.17 Αντιστοιχίστε καθεμιά από τις 4 ευθείες με τις παρακάτω περιπτώσεις κινητών, συμπληρώνοντας τα κατάλληλα κενά στα διαγράμματα που ακολουθούν:

α) ποδήλατο υ=25km/h β) αυτοκίνητο α=3m/s²

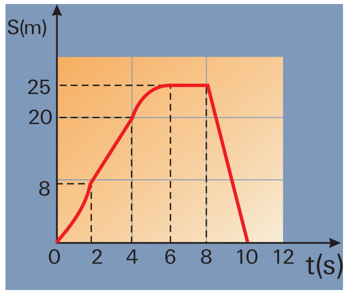
γ) μοτοσικλέτα υ=110km/h δ) αεροπλάνο α=20m/s²



4.18 Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η μεταβολή του διαστήματος s με το χρόνο t ενός κινητού που αρχικά ηρεμεί, το οποίο εκτελεί

ευθύγραμμη κίνηση. Ζητούνται:

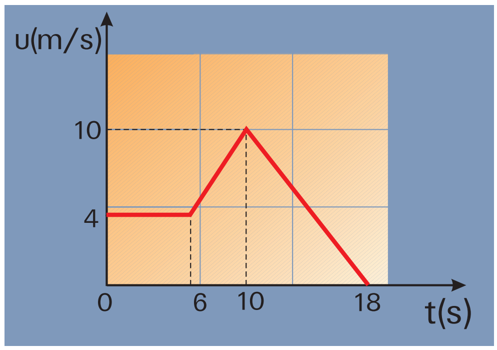
α) να αναγνωριστεί το είδος κάθε επιμέρους κίνησης,
β) να βρεθεί η μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα του κινητού,
γ) να υπολογιστεί το συνολικό διάστημα και η μετατόπιση του κινητού,
δ) να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου (υ-t) και επιτάχυνσης - χρόνου (α-t).



4.19 Στο διάγραμμα απεικονίζεται η μεταβολή της ταχύτητας με το χρόνο ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα. Ζητούνται τα εξής:

I) Χαρακτηρίστε με Σ τις σωστές προτάσεις και με Λ τις λανθασμένες:

- η ταχύτητα για t=0s είναι υ=0m/s
- το συνολικό διάστημα είναι 92m
- η κίνηση στη διάρκεια των 4 πρώτων δευτερολέπτων είναι ομαλή
- η επιταχυνόμενη κίνηση έχει επιτάχυνση 2 m/s^2.



II) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

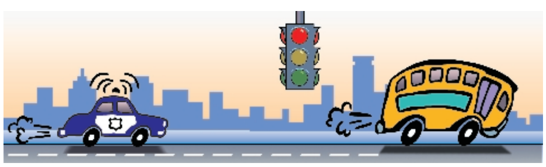
Κατά τη χρονική στιγμή t=14s η ταχύτητα είναι:

α) 4m/s β) 5m/s γ)6m/s δ) 2m/s

III) Να συμπληρώσετε τα κενά:

- Τη χρονική στιγμή t=18s το κινητό..........................
- Τη χρονική στιγμή t=10s το κινητό αποκτά τη.............ταχύτητα
- Τη χρονική στιγμή t=12s το κινητό εκτελεί κίνηση.................
- Το κινητό εκτελεί διαδοχικά τις εξής κινήσεις: αρχικά..........κίνηση, έπειτα.................κίνηση και τέλος...................κίνηση.

4.20 Περιπολικό της τροχαίας καταδιώκει λεωφορείο που πέρασε με κόκκινο. Το λεωφορείο κινείται με σταθερή ταχύτητα υ=1m/s, ενώ το περιπολικό, όταν αρχίζει να κινείται, έχει σταθερή επιτάχυνση α=1m/s^2 και απέχει από το λεωφορείο απόσταση d=8m. Ζητούνται τα εξής:



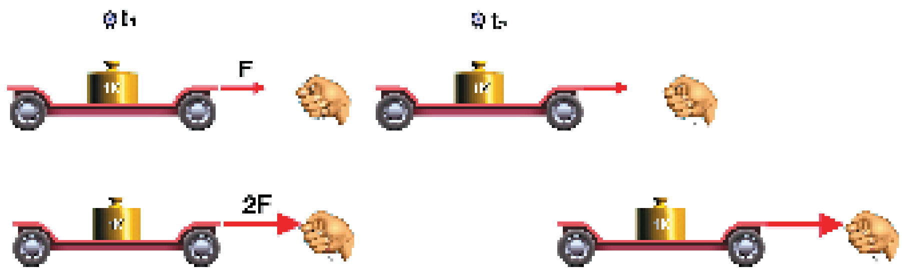
α) Σε πόσο χρόνο το περιπολικό θα προλάβει το λεωφορείο;
β) Σε τι απόσταση από το φανάρι θα συμβεί αυτό;

γ) Να παρασταθούν γραφικά οι ταχύτητες των δύο κινητών με το χρόνο σε κοινό σύστημα αξόνων (υ-t).
δ) Να παρασταθούν γραφικά τα διαστήματα των δύο κινητών με το χρόνο σε κοινό σύστημα αξόνων (s-t) και να σημειωθεί το σημείο συνάντησής τους Σ.
ε) Υπάρχει κι άλλο σημείο συνάντησης στο διάγραμμα (s-t);

4.5 ΔΥΝΑΜΗ... Το μυστικό της επιτάχυνσης - 2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα

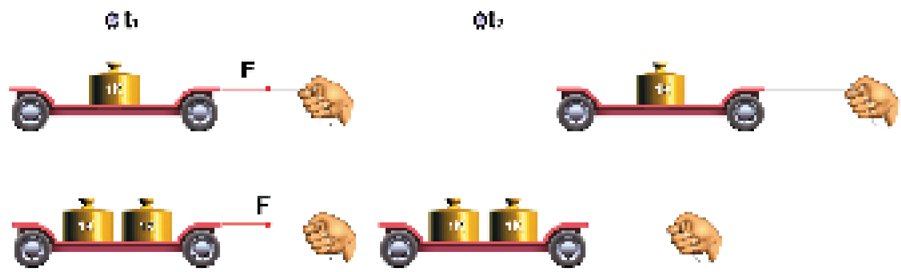
Αν θυμηθούμε τον ορισμό της δύναμης (...*αίτιο που μεταβάλλει την κινητική κατάσταση των σωμάτων*...) και τον 1^{ο} νόμο του Νεύτωνα (... *αν δεν ασκούνται δυνάμεις σε κάποιο σώμα, τότε η ταχύτητά του παραμένει σταθερή*....), τότε εύκολα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η **εφαρμογή δύναμης** σε κάποιο σώμα θα επιφέρει **μεταβολή στην ταχύτητά** του, δηλαδή θα του προσδώσει **επιτάχυνση**.

Από την πειραματική διάταξη της εικόνας 4.37 διαπιστώνουμε ότι αν



Εικόνα 4.37
Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα είναι ανάλογη με τη δύναμη που του ασκείται.

τραβήξουμε δύο ίδια βαγονάκια το ένα με δύναμη F και το άλλο με διπλάσια δύναμη 2F, τότε αυτό που δέχεται τη διπλάσια δύναμη διατρέχει διπλάσιο διάστημα στον ίδιο χρόνο, αποκτά δηλαδή διπλάσια επιτάχυνση.



Εικόνα 4.38
Η επιτάχυνση που αποκτούν τα σώματα, με την επίδραση δύναμης, είναι αντίστροφη της μάζας του.

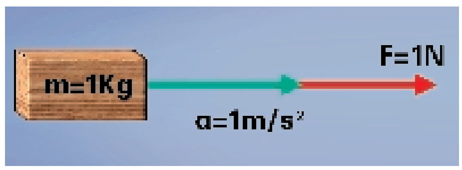
Όμως, αν ασκηθεί η ίδια δύναμη σε δύο βαγονάκια που έχουν διπλάσια μάζα το ένα από το άλλο, εικόνα 4.38, τότε αυτό που έχει τη μικρότερη μάζα διανύει διπλάσιο διάστημα στον ίδιο χρόνο, αποκτά δηλαδή διπλάσια επιτάχυνση.

Τα δύο παραπάνω συμπεράσματα, τα οποία αφορούν τις σχέσεις “επιτάχυνση-δύναμη” και “επιτάχυνση - μάζα”, ο Νεύτωνας τα συμπεριέλαβε σε μια μαθηματική σχέση που ονομάζεται **2ος νόμος του Νεύτωνα** ή **“Θεμελιώδης Νόμος της Δυναμικής”** και διατυπώνεται ως εξής:

«Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι ίση με το γινόμενο της μάζας του σώματος επί την επιτάχυνση με την οποία κινείται αυτό», δηλαδή:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \qquad \textbf{ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ} \qquad (4.9)$$

• Με βάση το θεμελιώδη νόμο ορίζεται η μονάδα δύναμης στο S.I. σύστημα και ονομάζεται Newton (1N).

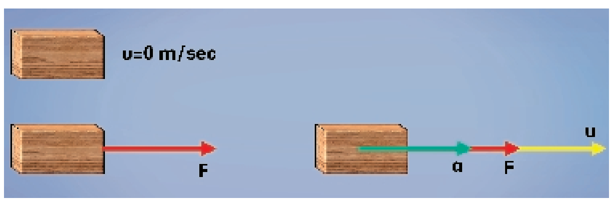


1N είναι η δύναμη η οποία όταν ασκηθεί σε σώμα μάζας 1kg του προσδίδει επιτάχυνση 1m/s² κατά τη διεύθυνσή της.

Δηλαδή: **1N = 1kg. 1m/s².**

Παρατηρήσεις

• Η συνισταμένη δύναμη $\Sigma\vec{F}$ και η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι διανύσματα **ομόρροπα**, διότι η μάζα m του σώματος είναι πάντα θετικός αριθμός.



Έτσι, αν ένα σώμα αρχικά ηρεμεί (υ=0m/s) και δεχτεί την επίδραση σταθερής δύναμης $\vec{F}$, τότε θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, η οποία θα είναι ομόρροπη της δύναμης, και το σώμα θα εκτελέσει κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη (α>0 και σταθ.).

Ας εφαρμόσουμε

Σώμα μάζας m=10kg, που αρχικά ηρεμεί, δέχεται την επίδραση σταθερής δύναμης F=50N για χρόνο t=3s. Πόση είναι η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή t=3s;

Από το θεμελιώδη νόμο βρίσκουμε την επιτάχυνση α της κίνησης:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{50N}{10kg} = \frac{50kg\frac{m}{s^2}}{10kg} = 5\frac{m}{s^2}.$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας για τις ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις έχουμε: $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t$ ή, επειδή το σώμα αρχικά ηρεμεί, $\upsilon=\alpha t$,

οπότε η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή t=3s θα είναι: $\upsilon=5\frac{m}{s^2}3s=15\frac{m}{s}$.

Μπορούμε όμως να εργαστούμε και ως εξής:

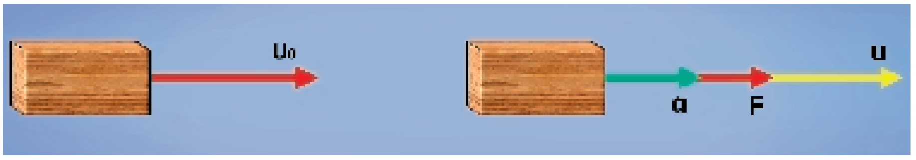
Από τις σχέσεις $\Sigma F=m\alpha$ ή $\alpha=\frac{\Sigma F}{m}$ ή $\alpha=\frac{F}{m}$ (1) και $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t$ ή $\upsilon=\alpha t$ (2)

προκύπτει ότι $\upsilon=\frac{Ft}{m}$ (3). Από τη σχέση (3), αφού αντικαταστήσουμε

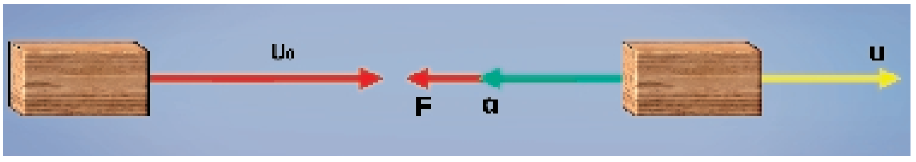
τα μεγέθη και κάνουμε τις πράξεις, βρίσκουμε την ταχύτητα.

• Αν σε ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ασκηθεί σταθερή δύναμη κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας, τότε ανάλογα με τη φορά της δύναμης διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

i) Η φορά της δύναμης να **συμπίπτει** με τη φορά της ταχύτητας, οπότε το σώμα θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.



ii) Η φορά της δύναμης να είναι **αντίθετη** με τη φορά της ταχύτητας, οπότε το σώμα θα εκτελέσει ομαλά **επιβραδυνόμενη** κίνηση.



Ας εφαρμόσουμε

Σώμα μάζας 10kg κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα 36km/h. Μια σταθερή δύναμη επιδρά πάνω του με φορά αντίθετη της ταχύτητάς του και το ακινητοποιεί σε χρόνο 2s. Ζητείται το μέτρο της δύναμης αυτής.

Για τη δύναμη θα ισχύει ότι F = mα (θεμελιώδης νόμος).

Προφανώς το σώμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε ο χρόνος ακινητοποίησης δίνεται από τη γνωστή σχέση: $t_{Ολ}=\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|}$,

από την οποία βρίσκουμε την επιβράδυνση της κίνησης:

$\upsilon_0= 36km/h = 10m/s$, $t_{Ολ}=2s$ και, συνεπώς, $|\alpha|=\dfrac{\upsilon_0}{t_{Ολ}}=\dfrac{10m/s}{2s}=5m/s^2$.

Επομένως, το μέτρο της δύναμης θα είναι: $F = m\alpha=10kg\ 5m/s^2$ $\Rightarrow F=50N$.

- Όταν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, τότε πρώτα βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων και μετά εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο.

Ας εφαρμόσουμε

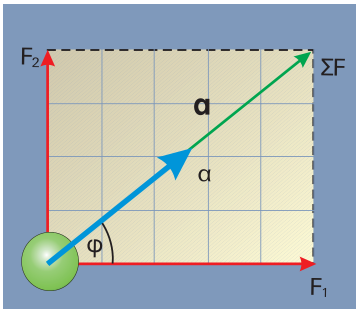
Σώμα μάζας m=10kg δέχεται την επίδραση δύο κάθετων και ίσων μεταξύ τους δυνάμεων $F_1=F_2=F=5N$. Θέλουμε να βρούμε την επιτάχυνση του σώματος.

Υπολογίζουμε, με το γνωστό τρόπο, τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα:

$$\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\,\sigma\upsilon\nu 90^0}=\sqrt{2F^2}=F\sqrt{2}.$$

Δηλαδή: $\Sigma F=5\sqrt{2}$ N.

Στη συνέχεια, από το θεμελιώδη νόμο $\Sigma F=m\alpha$ βρίσκουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος:



$$\alpha=\frac{\Sigma F}{m}=\frac{5\sqrt{2}N}{10\ kg}=\frac{\sqrt{2}}{2}\ m/s^2.$$

Ακολούθως, επειδή η επιτάχυνση είναι μέγεθος διανυσματικό, πρέπει να βρούμε και την κατεύθυνσή της. Αρκεί γι' αυτό να υπολογίσουμε τη γωνία φ:

$\varepsilon\varphi\varphi=\dfrac{F_2}{F_1}=1$, άρα $=\widehat{\varphi}=45^0$.

4.5.1 Δυναμικός ορισμός της μάζας

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο κάθε μεταβολή στη δύναμη που ασκείται σε κάποιο σώμα προκαλεί και μια ισόποση μεταβολή στην επιτάχυνση, με αποτέλεσμα το πηλίκο $\dfrac{F}{\alpha}$ να παραμένει σταθερό.

Δηλαδή, αν διπλασιαστεί η δύναμη διπλασιάζεται και η επιτάχυνση, αν τριπλασιασθεί η δύναμη τριπλασιάζεται και η επιτάχυνση κ.ο.κ.

Συνεπώς $\frac{F}{\alpha} = \frac{2F}{2\alpha} = \frac{3F}{3\alpha} = \cdots = \frac{\nu F}{\nu\alpha} = m$,

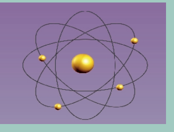
Το σταθερό πηλίκο της δύναμης που ασκείται σε κάποιο σώμα προς την επιτάχυνση την οποία προκαλεί ονομάζεται μάζα.

Η μάζα είναι μονόμετρο μέγεθος και, εκτός από την αδράνεια, έχει και την ιδιότητα να ασκεί ελκτικές δυνάμεις σε άλλες μάζες.

Για ανάγνωση και μόνο.....

Σύμφωνα με τη θεωρία της σχετικότητας του Einstein η μάζα δεν είναι μια σταθερή παράμετρος της κίνησης, αλλά εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος. Συγκεκριμένα, η μάζα m αυξάνεται με την ταχύτητα υ του σώματος σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}}}$$



m_0 είναι η μάζα του σώματος, όταν είναι ακίνητο (μάζα ηρεμίας), και c η ταχύτητα του φωτός στο κενό (c=300.000 km/s=3.10^8m/s). Η αύξηση της μάζας δε σημαίνει αύξηση των γεωμετρικών διαστάσεων του σώματος αλλά απλώς και μόνο αύξηση της αδράνειάς του.

Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι η εξίσωση αυτή θέτει ως όριο ταχύτητας στο σύμπαν για τα υλικά σώματα την τιμή c.

Παραδείγματα

1. Ο οδηγός αυτοκινήτου το οποίο κινείται ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα υ=72km/h αντιλαμβανόμενος ένα εμπόδιο φρενάρει. Το αυτοκίνητο αφού διανύσει 20m, ακινητοποιείται. Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι m=800kg, θέλουμε να βρούμε τη δύναμη που αναπτύχθηκε στους τροχούς του.

Η δύναμη που χρειάστηκε, για να ακινητοποιηθεί το αυτοκίνητο, είναι F=mα.

Η απόσταση των 20m που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να ακινητοποιηθεί είναι το ολικό διάστημα της επιβραδυνόμενης κίνησης, το οποίο, όπως γνωρίζουμε, υπολογίζεται από τη σχέση $s_{ολ}=\dfrac{υ_0^2}{2|α|}$, από την οποία βρίσκουμε την επιβράδυνση α της κίνησης.

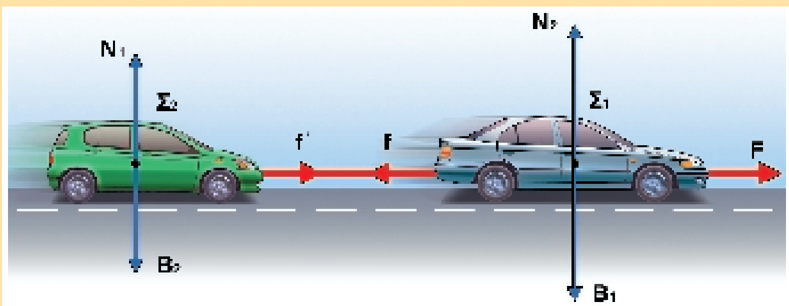
Έχουμε ότι $υ_0$=72km/h=20m/s και $S_{ολ}$=20m, οπότε εύκολα προκύπτει ότι α=10m/s^2.

Επομένως, η δύναμη είναι F=800kg 10m/s^2 = 8000N.

2. Το αυτοκίνητο $Σ_1$ μάζας m_1=1200kg ρυμουλκεί με σχοινί σε οριζόντιο δρόμο ένα άλλο αυτοκίνητο $Σ_2$ μάζας m_2=800kg. Αν η επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα δύο οχήματα είναι α=3m/s^2, ζητούνται:
α) η δύναμη έλξης που αναπτύσσει ο κινητήρας του $Σ_1$
β) η τάση του σχοινιού.

α) Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο στο σύστημα των δύο σωμάτων:
$ΣF=(m_1+m_2)α$ ή $F\text{-}f+f΄ = (m_1+m_2)α$ ή $F = (m_1+m_2)α$ (1),
διότι -f+f΄ =0 (οι τάσεις στα άκρα του σχοινιού είναι, όπως ξέρουμε, ζεύγος «δράσης-αντίδρασης», οπότε είναι αντίθετες).

Από την (1) με αντικατάσταση και πράξεις βρίσκουμε τη ζητούμενη δύναμη F=2000kg3m/s^2=6000N.



β) Η τάση του σχοινιού βρίσκεται, αν εφαρμόσουμε το θεμελιώδη νόμο σε ένα από τα δύο οχήματα (συνήθως σ' αυτό που δέχεται τις λιγότερες δυνάμεις).

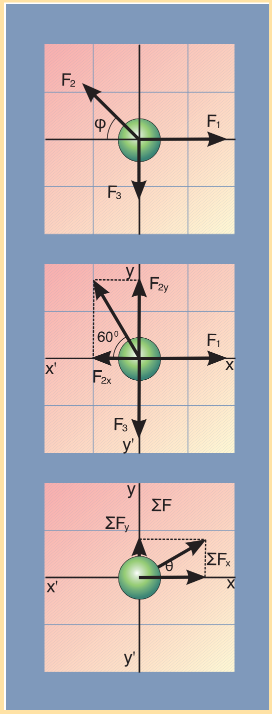
Για το $Σ_2$ θα έχουμε: $ΣF=m_2α$ ή f′=800kg3m/s^2 = 2400N.

Το ίδιο αποτέλεσμα θα βρίσκαμε, αν είχαμε εφαρμόσει το θεμελιώδη νόμο στο $Σ_1$. Ας δοκιμάσουμε...

3. Σε ένα σώμα μάζας m=10kg, που βρίσκεται σε οριζόντιο τραπέζι, ασκούνται τρεις οριζόντιες δυνάμεις F_1=3N, F_2=2N F_3=1N όπως στην εικόνα. Ζητείται η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα, αν $\hat{φ}=60^0$

Βρίσκουμε αρχικά τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα και μετά εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο, για να βρούμε την επιτάχυνση.

Ο υπολογισμός της συνισταμένης ΣF γίνεται με τη γνωστή μέθοδο της ανάλυσης σε άξονες.



$$\Sigma Fx = F_1 - F_{2X} = F_1 - F_2\ συν60^0 = (3 - 2\,\frac{1}{2})N = 2N$$

$$\Sigma Fy = F_{2y} - F_3 = F_2\ ημ60^0 - F_3 = (2\,\frac{\sqrt{3}}{2} - 1)N = 0{,}73N$$

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{4 + 0{,}53}\,N \cong 2{,}13N$$

Και από το θεμελιώδη νόμο εύκολα υπολογίζεται το μέτρο της επιτάχυνσης:

$\Sigma F = m\alpha$ ή $\alpha = 0{,}213 m/s^2$.

Η **κατεύθυνση** του διανύσματος της επιτάχυνσης προσδιορίζεται από τη γωνία θ που σχηματίζει με τον άξονα x′x:

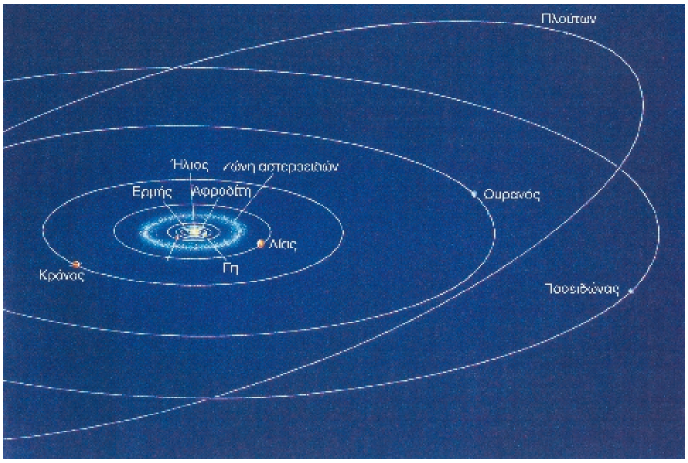
$$εφθ = \frac{\Sigma Fy}{\Sigma Fx} = \frac{0{,}73}{2} = 0{,}37 \quad άρα \quad \hat{\theta} \cong 22{,}3^0.$$

4.5.2 Βάρος

Αναφέραμε πιο πάνω ότι μια άλλη θεμελιώδη ιδιότητα που έχουν τα σώματα, είναι να ασκούν το ένα στο άλλο ελκτικές δυνάμεις. Οι δυνάμεις αυτές εξαρτώνται από τις μάζες των σωμάτων και από την απόσταση μεταξύ τους. Για παράδειγμα, εσύ και το βιβλίο αυτό έλκεστε, μόνο που οι ελκτικές αυτές δυνάμεις είναι πολύ ασθενείς και τα αποτελέσματά τους δεν είναι εμφανή. Προκειμένου να γίνουν αισθητές οι δυνάμεις αυτές πρέπει οι μάζες των σωμάτων που αλληλεπιδρούν να είναι τεράστιες (όπως είναι, π.χ., οι μάζες των πλανητών).

Εικόνα 4.39
Αν δεν υπήρχε η έλξη της γης, όλοι μας θα είχαμε χαθεί στο διάστημα.

Στην περίπτωση των πλανητών του ηλιακού μας συστήματος αυτές οι δυνάμεις έλξης αποκτούν καθοριστική σημασία. Είναι εκείνες οι οποίες συγκρατούν τους πλανήτες στην τροχιά τους και καθορίζουν τους νόμους κίνησής τους. Οι πάσης φύσεως δορυφόροι (μετεωρολογικοί, τηλεπικοινωνιακοί κτλ.), οι οποίοι περιστρέφονται γύρω από τον πλανήτη μας, επίσης συγκρατούνται στη τροχιά τους από τις ελκτικές δυνάμεις που ασκεί πάνω τους η μάζα της Γης.



Εικόνα 4.40
Οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των μαζών κυριαρχούν στο μακρόκοσμο.

Αν αφήσουμε ένα αντικείμενο από τα χέρια μας, π.χ. αυτό το βιβλίο, τότε θα το δούμε να κατευθύνεται προς το έδαφος. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ελκτική δύναμη που ασκεί η Γη στο βιβλίο. Αυτή η έλξη της Γης εκδηλώνεται σε κάθε σώμα και ονομάζεται **βάρος** του σώματος.

Βάρος ονομάζεται η ελκτική δύναμη που ασκεί η μάζα της Γης στη μάζα κάθε σώματος.

Επειδή το βάρος είναι δύναμη, θα πρέπει σύμφωνα με το 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα να προσδίδει επιτάχυνση στα σώματα. Η επιτάχυνση αυτή ονομάζεται επιτάχυνση της βαρύτητας και συμβολίζεται με το **g**.

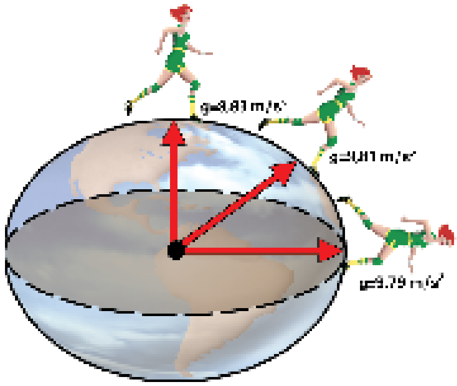
Η εφαρμογή του 2^{ου} νόμου σε ένα σώμα το οποίο κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του οδηγεί στην εξής σχέση:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \qquad \text{ή} \qquad \boxed{\vec{B} = m\vec{g}} \qquad (4.10)$$

Για ανάγνωση και μόνο...

- **Η επιτάχυνση της βαρύτητας g εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου και αυξάνεται από τον ισημερινό προς τους πόλους της γης.**

Συγκεκριμένα:
Επειδή η Γη δεν είναι τέλεια σφαίρα, αλλά παρουσιάζει μια διαπλάτυνση στον ισημερινό, η **ισημερινή ακτίνα** της Γης είναι μεγαλύτερη κατά 21km περίπου από την αντίστοιχη **πολική ακτίνα.** Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η απόσταση απ’ το κέντρο της Γης στον ισημερινό να είναι μεγαλύτερη απ’ ότι θα ήταν, αν το σώμα βρισκόταν στους πόλους. Επομένως, στον ισημερινό θα δέχεται μικρότερη έλξη από τη Γη και η τιμή του g θα είναι επίσης μικρότερη. Αντίθετα, το βάρος ενός σώματος θα είναι μεγαλύτερο στους πόλους, όπως επίσης και το g. **Η μάζα όμως του σώματος θα είναι παντού σταθερή.**

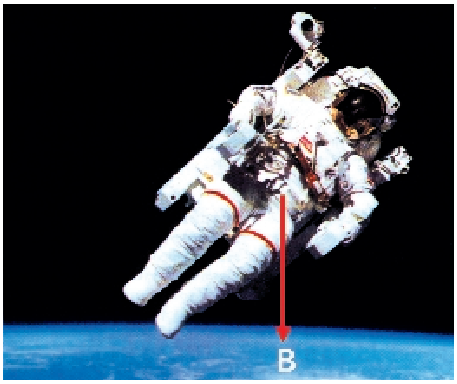


Εικόνα 4.41
Το βάρος αυξάνεται προς τους πόλους της Γης.

Η τιμή του g (για υπερθαλάσσιο ύψος μηδέν) είναι κατά μέσο όρο: στον ισημερινό $g=9{,}79\text{m/s}^2$, στους πόλους $g=9{,}83\text{m/s}^2$ και σε γεωγραφικό πλάτος 45^0 $g=9{,}81\text{m/s}^2$ (εικόνα 4.41).

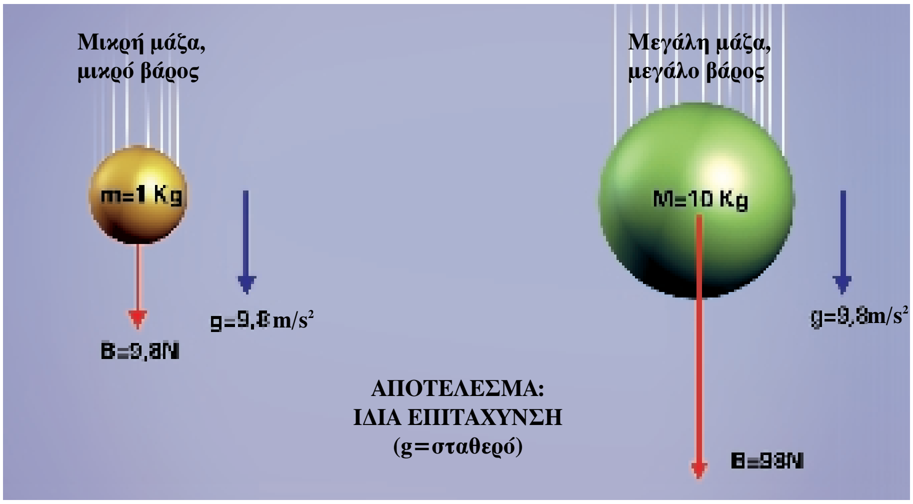
• Η επιτάχυνση της βαρύτητας g εξαρτάται από το υψόμετρο του τόπου και μειώνεται όσο απομακρυνόμαστε από την επιφάνεια της Γης.

Αν με ένα μεγάλης ακρίβειας δυναμόμετρο μετρήσουμε το βάρος ενός σώματος στην επιφάνεια της γης (h=0m) και επαναλάβουμε τη μέτρηση στην κορυφή ενός ψηλού βουνού, π.χ. στον Όλυμπο (h=3000m), θα διαπιστώσουμε ότι το βάρος του σώματος έχει μειωθεί. Καθώς, λοιπόν, αυξάνεται το υψόμετρο ενός τόπου, η ελκτική δύναμη της γης μειώνεται, με αποτέλεσμα να μειώνεται το βάρος των σωμάτων και, επομένως, η επιτάχυνση της βαρύτητας g. Θα πρέπει να τονιστεί ιδιαίτερα ότι η έλξη της Γης προς όλα τα σώματα μηδενίζεται (θεωρητικά) σε άπειρη απόσταση από το κέντρο της. Στην πραγματικότητα, η έλξη της Γης γίνεται τόσο μικρή για μεγάλες αποστάσεις από το κέντρο της Γης, ώστε να τη θεωρούμε πρακτικά ίση με μηδέν.



Εικόνα 4.42

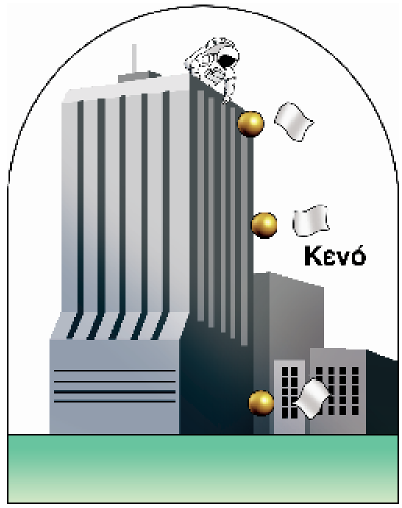
Η έλξη της Γης θεωρητικά μηδενίζεται σε άπειρη απόσταση από το κέντρο της.
Ο αστροναύτης έξω από την ατμόσφαιρα της Γης εξακολουθεί να έχει βάρος, μόνο που είναι μικρότερο απ' ό,τι στην επιφάνεια της Γης.



• Η επιτάχυνση της βαρύτητας σε ένα σημείο έχει την ίδια τιμή για κάθε σώμα (που θα βρεθεί στο σημείο αυτό) ανεξάρτητα από τη μάζα του.

Ένα βαρύ κι ένα ελαφρύ σώμα δέχονται διαφορετική δύναμη από τη Γη, έχουν δηλαδή διαφορετικό βάρος. Η επιτάχυνση όμως την οποία αποκτά κάθε σώμα είναι ίδια και ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g. **Η Γη επομένως επιταχύνει όλα τα σώματα με τον ίδιο τρόπο, ανεξάρτητα από τη μάζα τους.** Αν αφεθούν τα σώματα αυτά από το ίδιο ύψος, θα έπρεπε να φτάσουν στην επιφάνεια της Γης ταυτόχρονα, εφόσον έχουν την ίδια επιτάχυνση, εικόνα 4.43. Η αντίσταση όμως του αέρα επιδρά με διαφορετικό τρόπο στα σώματα, οπότε η άφιξή τους στο έδαφος δεν είναι ταυτόχρονη. Αν απαλείψουμε την επίδραση του αέρα, εκτελέσουμε δηλαδή το πείραμα στο κενό, τότε θα διαπιστώσουμε ότι τα σώματα ανεξάρτητα από το βάρος τους φτάνουν στη γη ταυτόχρονα, εικόνα 4.44.

Εικόνα 4.43
΄Ενα κομμάτι χαρτί και μια σιδερένια σφαίρα αφήνονται να πέσουν από κάποιο ύψος. Το χαρτί δέχεται μεγαλύτερη αντίσταση από την ατμόσφαιρα απ' ό,τι δέχεται η σφαίρα. Επομένως, η σφαίρα φτάνει πρώτη στο έδαφος.



Εικόνα 4.44
Αν εξαλείψουμε την επίδραση της ατμόσφαιρας, τότε τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα το έδαφος. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επιτάχυνση που αποκτούν από την ελκτική δύναμη της Γης είναι ίδια και για τα δύο σώματα.

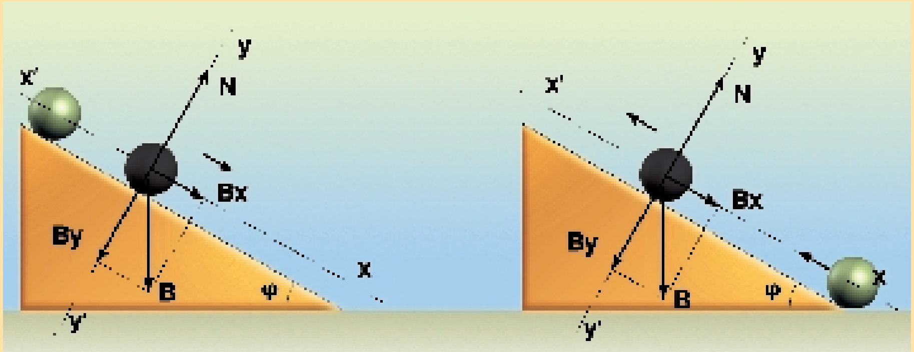
Ο “σωλήνας του Νεύτωνα” είναι μια εργαστηριακή διάταξη με την οποία μπορούμε να διαπιστώσουμε τα παραπάνω. Η διάταξη περιλαμβάνει ένα γυάλινο σωλήνα, μια αντλία κενού και μια φωτογραφική συσκευή, που μπορεί να βγάζει φωτογραφίες σε ίσα χρονικά διαστήματα.

- Τοποθετούμε στο σωλήνα δύο σώματα διαφορετικής μάζας (π.χ. ένα φτερό και μια πέτρα),
- αφαιρούμε τον αέρα με την αντλία,
- αντιστρέφουμε το σωλήνα,
- φωτογραφίζουμε την πτώση των σωμάτων.

Θα διαπιστώσουμε ότι τα σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στη βάση του σωλήνα.

Παραδείγματα

1. Σώμα μάζας m: i) το αφήνουμε να κινηθεί από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλισης φ, ii) το εκτοξεύουμε από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με αρχική ταχύτητα $υ_0$. Θέλουμε να μελετήσουμε την κίνησή του.



i) Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και τις αναλύουμε σε δύο άξονες: στον άξονα κίνησης x′x (κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου) και σε έναν άξονα κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο y′y. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο στον άξονα κίνησης x′x και έχουμε:

$\Sigma F_x = m\alpha$ ή $B_x = m\alpha$ ή $B\eta\mu\varphi = m\alpha$ ή $mg\eta\mu\varphi = m\alpha$ ή $\boldsymbol{\alpha = g\ \eta\mu\varphi}$.

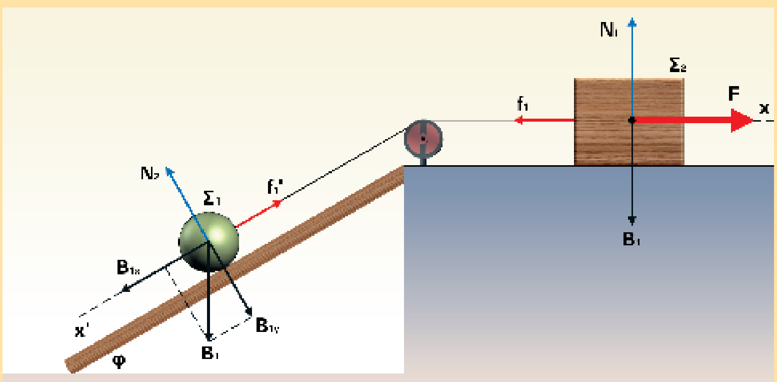
Η κίνηση είναι, επομένως, ομαλά επιταχυνόμενη και το μέτρο της επιτάχυνσης εξαρτάται από την κλίση του επιπέδου.

ii) Κατά τον ίδιο τρόπο θα έχουμε:

$\Sigma F_x = m\alpha$ ή $-B_x = m\alpha$ ή $-B\eta\mu\varphi = m\alpha$ ή $-mg\eta\mu\varphi = m\alpha$ ή $\boldsymbol{\alpha = -g\ \eta\mu\varphi}$.

Η κίνηση είναι, επομένως, ομαλά επιβραδυνόμενη και το μέτρο της επιβράδυνσης εξαρτάται από την κλίση του επιπέδου.

2. Για τη διάταξη του σχήματος δίνονται οι εξής πληροφορίες...
- **Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συνδέονται με σχοινί, που διέρχεται από ακίνητη τροχαλία, και ολισθαίνουν σε λεία επίπεδα με την επίδραση σταθερής δύναμης F που εφαρμόζεται στο Σ_2,**
- **$m_1 = 10kg$, $\varphi = 30^0$,**
- **Η κίνηση των σωμάτων γίνεται με σταθερή ταχύτητα και ζητούνται: α) η δύναμη F, β) η τάση του σχοινιού.**



α) Σχεδιάζουμε και αναλύουμε τις δυνάμεις στον άξονα κίνησης x′x.

Επειδή η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα, η επιτάχυνση θα είναι μηδέν και ο θεμελιώδης νόμος θα πάρει τη μορφή:
$\Sigma F_x=0$ ή $F- f_1 + f_1' - B_{1x} = 0$ ή $F - B_{1x} =0$
$(- f_1 + f_1' =0$ ως ζεύγος “δράσης - αντίδρασης”).
Επομένως, $F= B_{1x} =B_1$ ημ$30^0 =m_1g$ημ$30^0 \Rightarrow F = 50N$.

β) Η τάση του σχοινιού βρίσκεται με την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου σε ένα από τα δύο σώματα, έστω στο Σ_2:

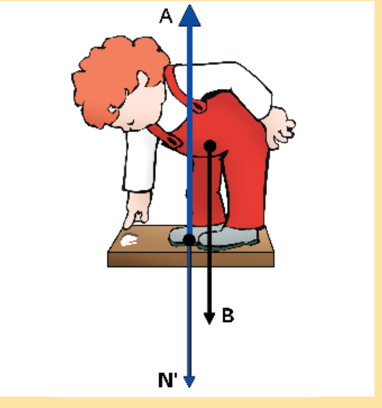
$\Sigma F_x=0$ ή $F- f_1=0$ ή $f_1 = F$ ή $f_1=50N$.

3. Νεαρός αφήνει από την ταράτσα πολυκατοικίας να πέσει ελεύθερα νόμισμα προς το έδαφος, ώστε να το παραλάβει φίλος του. Η ταράτσα βρίσκεται σε ύψος h=20m. Σε πόσο χρόνο και με ποια ταχύτητα θα φτάσει το νόμισμα στο έδαφος, αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα; (g=10m/s²)

Το νόμισμα κινείται ευθύγραμμα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση επιτάχυνσης α=g. Άρα: $s=h= \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} g t^2$ και $\upsilon=gt$. Επομένως:

$$t =\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2s \text{ και } \upsilon= 20 \frac{m}{s}$$

4. Γιατί η ζυγαριά δείχνει το βάρος μας;



Το βάρος είναι η ελκτική δύναμη της γης που ασκείται πάνω μας και όχι στη ζυγαριά. Πώς λοιπόν η ζυγαριά δείχνει το δικό μας βάρος; Ας δούμε πώς.......

Στον πιτσιρίκο της εικόνας ασκούνται δύο δυνάμεις:

Το βάρος του Β και μια δύναμη επαφής Α από την επιφάνεια της ζυγαριάς.

Όμως και η επιφάνεια της ζυγαριάς δέχεται, λόγω του αξιώματος “δράσης -αντίδρασης”, μια ίσου μέτρου δύναμη N΄.

Η δύναμη N΄ είναι αυτή που αναγκάζει το ελατήριο της ζυγαριάς να παραμορφωθεί και να μας δώσει ένδειξη. Αλλά Α=N΄, **επομένως η ένδειξη της ζυγαριάς είναι ίση με τη δύναμη Α.**

Ο πιτσιρίκος είναι ακίνητος (...όσο γίνεται) και συνεπώς θα ισχύει:
ΣF=0 ή Β-Α=0 ή Β =Α,
δηλαδή η ένδειξη της ζυγαριάς Α ισούται με το βάρος Β
(με την προϋπόθεση πάντα ότι είμαστε ακίνητοι πάνω στη ζυγαριά).

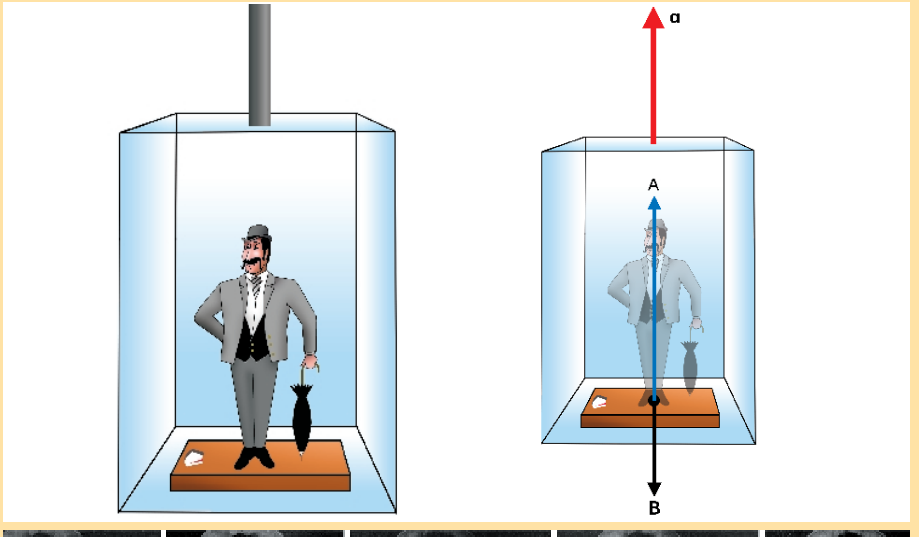
5. Στο πάτωμα ενός ανελκυστήρα βρίσκεται μια ζυγαριά και πάνω της στέκεται ο κύριος της εικόνας μάζας m=90kg. Όσο ο ανελκυστήρας δεν κινείται, η ζυγαριά δείχνει 900N. Ξαφνικά ο ανελκυστήρας αρχίζει να επιταχύνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση α=2m/s^2. Τι θα δείχνει τώρα η ζυγαριά; (g=10m/s^2)

Η εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της δυναμικής στον άνθρωπο θα δώσει:

ΣF=mα ή Α-Β= mα ή Α=Β+ mα (1).

Μάθαμε ότι η ένδειξη της ζυγαριάς είναι ίση με τη δύναμη Α. Η σχέση (1) μας λέει ότι η ένδειξη της ζυγαριάς είναι μεγαλύτερη από το βάρος Β του ανθρώπου κατά τον όρο mα: Α = 900N+90kg2m/s^2=1080N.

Δοκιμάστε να λύσετε το ίδιο πρόβλημα, όταν ο ανελκυστήρας κινείται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση προς τα κάτω.



Επίδραση της επιτάχυνσης α (σε πολλαπλάσια της g) στον άνθρωπο
1)α=2,2g: δυσφορία 2) α=3g: έντονη δυσφορία 3)α=4g: διαταραχή στην όραση 4) α=5g: αισθητή μείωση του οπτικού πεδίου 5) α=6g: λιποθυμικές τάσεις.

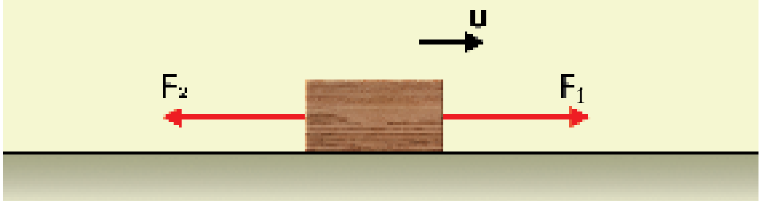
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ-ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Στις παρακάτω ασκήσεις τα επίπεδα θεωρούνται λεία).

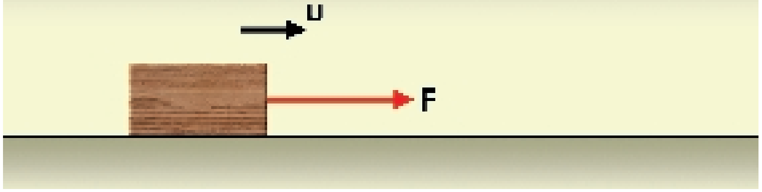
4.21 Διατυπώστε το 2ο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση των σωμάτων.

4.22 Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα. Τι συμπεραίνετε για τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα;

4.23 Το σώμα της εικόνας κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Αν F_1=5N, να βρεθεί η F_2.



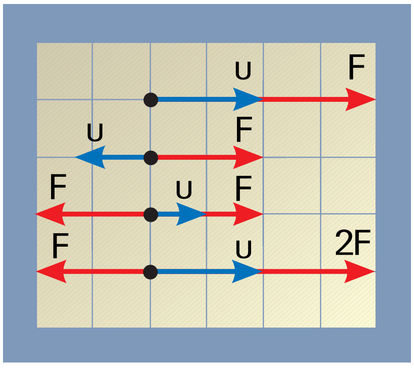
4.24 Το σώμα του σχήματος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Αν F=10N και B=20N, σχεδιάστε τις υπόλοιπες δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και υπολογίστε τα μέτρα τους.



4.25 Σε ένα σώμα που αρχικά είναι ακίνητο επιδρά σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το σώμα αρχίζει να κινείται. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

α) Το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
β) Το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
γ) Το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.
δ) Τίποτα από τα παραπάνω.

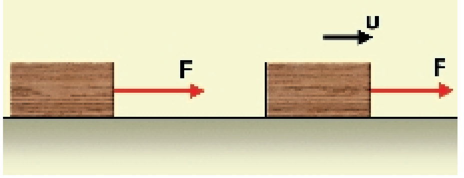
4.26 Ποια είναι και πώς ορίζεται η μονάδα μέτρησης δύναμης στο SI;



4.27 Σε ποιο σχήμα αντιστοιχεί καθεμιά από τις παρακάτω καταστάσεις;

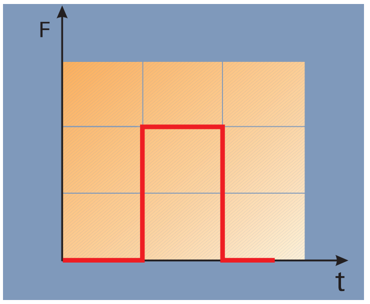
.............Η ταχύτητα μειώνεται.
..............Η ταχύτητα παραμένει σταθερή.
.............Η ταχύτητα αυξάνεται.
.............Ακινησία.

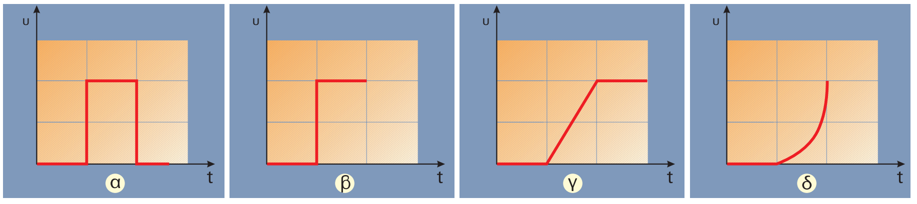
4.28 Σώμα μάζας m=10kg δέχεται την επίδραση σταθερής δύναμης F. Αν το σώμα αρχικά ήταν ακίνητο και σε χρόνο t=2s αποκτά ταχύτητα υ=20m/s, το μέτρο της δύναμης είναι:



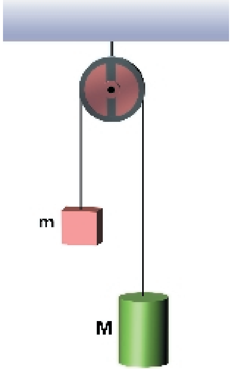
α) F=1N β) F=10N
γ) F=100N δ) F=1000N
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

4.29 Σώμα αρχικά ακίνητο δέχεται την επίδραση δύναμης F, η οποία μεταβάλλεται όπως δείχνει το σχήμα. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος με το χρόνο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.





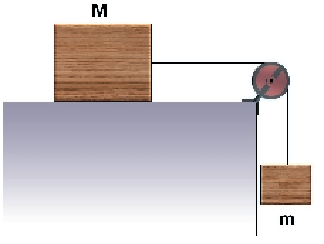
4.30 Αν M>m, τότε η επιτάχυνση α των δύο σωμάτων είναι:



α) $α=\dfrac{M - m}{M + m}g$ β) $α=\dfrac{M + m}{M - m}g$

γ) $α=\dfrac{Mm}{M + m}g$ δ) $α=\dfrac{m}{M}g$

4.31 Η επιτάχυνση α των δύο σωμάτων είναι:



α) $α=\dfrac{m}{M + m}g$ β) $α=\dfrac{Mm}{M - m}g$

γ) $α=\dfrac{M + m}{M}g$ δ) $α=\dfrac{M - m}{m}g$

4.32 Σώμα μάζας m=0,5kg δέχεται την επίδραση δύο κάθετων σταθερών δυνάμεων F_1=3N και F_2=4N. Η επιτάχυνση α που αποκτάει το σώμα είναι:

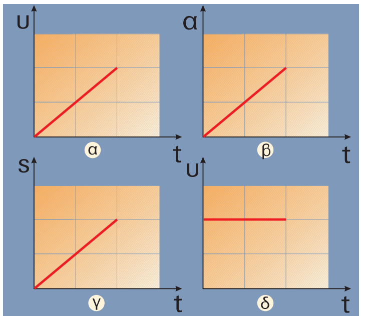
α) α=2m/s^2 β) α=10m/s^2
γ) α=15m/s^2 δ) α=50m/s^2

*** 4.33 Χαρακτηρίστε με Σ τις σωστές προτάσεις και με Λ τις λανθασμένες:**

- Η μάζα ενός σώματος είναι σταθερή, ενώ το βάρος του μπορεί να αλλάζει.
- Το βάρος ενός σώματος είναι μεγαλύτερο στον ισημερινό της γης από ό,τι στους πόλους.
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου.
- Ένας αστροναύτης σε τροχιά γύρω από τη γη δεν έχει βάρος.

4.34 Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο επίπεδο και της ίδιας μάζας m δέχονται την επίδραση σταθερών οριζόντιων δυνάμεων F_1=10N και F_2=20N αντίστοιχα, επί χρόνο t=10s. Αν το σώμα $Σ_1$ διανύει διάστημα s_1 =50m, ζητούνται οι μάζες των σωμάτων και το διάστημα που διανύει το σώμα $Σ_2$.

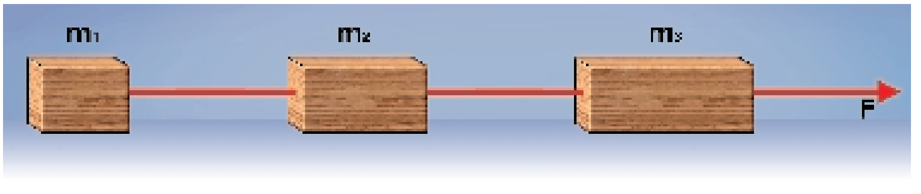
4.35 Ποιο από τα επόμενα διαγράμματα παριστάνει την κίνηση σώματος με την επίδραση σταθερής δύναμης;



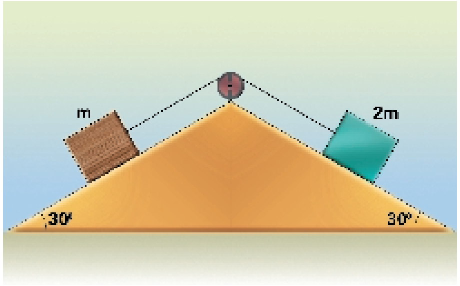
4.36 Διαθέτεις ένα δυναμόμετρο, μια ζυγαριά και μια πέτρα. Ποια από τα παρακάτω φυσικά μεγέθη μπορείς να βρεις;

- Τη μάζα της πέτρας
- Το βάρος της πέτρας
- Τον όγκο της πέτρας
- Την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

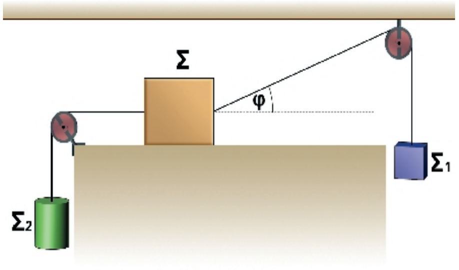
4.37 Τρία σώματα μαζών m_1=10kg, m_2=20kg, m_3=30kg συνδέονται με δύο σχοινιά όπως δείχνει το σχήμα, και στο σώμα μάζας m_3 ασκείται σταθερή δύναμη F=100N. Να υπολογίσετε τις τάσεις των σχοινιών.



4.38 **Στη διάταξη του σχήματος θέλουμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση των σωμάτων και την τάση του σχοινιού που τα συνδέει. ($m=3kg$, $g=10m/s^2$)**



4.39 **Σώμα Σ βάρους $B=10N$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ είναι δεμένο με δύο σχοινιά, τα οποία διέρχονται από δύο τροχαλίες που έχουν στα άκρα τους τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με βάρη $B_1=4N$ και $B_2=2N$ αντίστοιχα. Αν το ένα σχοινί είναι οριζόντιο, ζητούνται:**



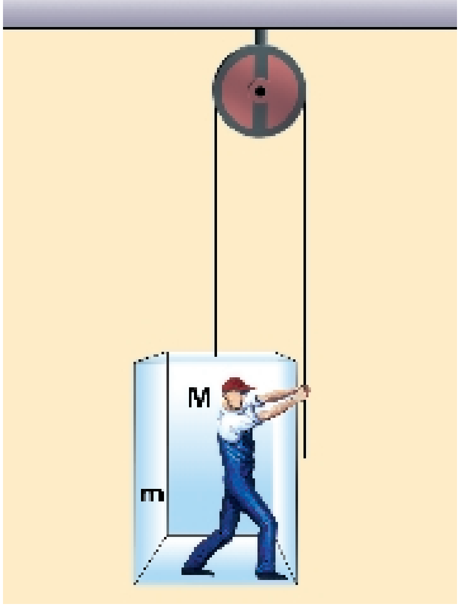
α) η γωνία φ που σχηματίζει το άλλο σχοινί με το οριζόντιο επίπεδο

β) η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Σ, αν κοπεί ένα από τα δύο σχοινιά. ($g=10m/s^2$)

4.40 **Άνθρωπος μάζας $M=80kg$ βρίσκεται μέσα σε ένα αναβατόριο μάζας $m=20kg$, που συγκρατείται από μια τροχαλία όπως δείχνει το σχήμα.**

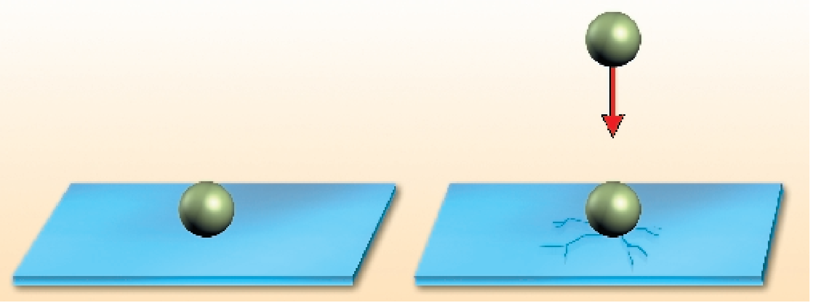
α) Πόση δύναμη πρέπει να ασκεί ο άνθρωπος στο σχοινί, για να ανεβαίνει με επιτάχυνση $α=2m/s^2$;

β) Πόση θα είναι η επιτάχυνση με την οποία θα ανεβαίνει, αν ασκεί δύναμη ίση με το βάρος του; ($g=10m/s^2$)

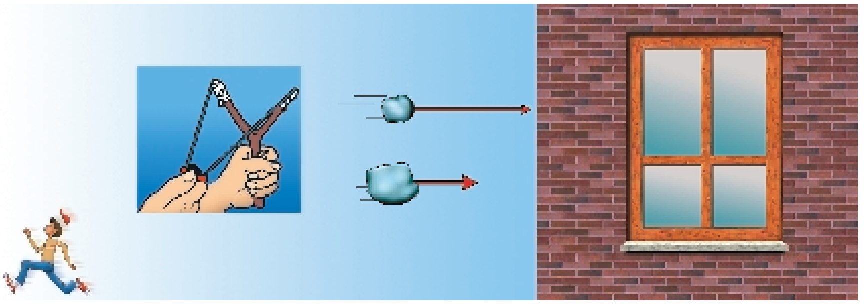


4.6 Ορμή

Μια σιδερένια σφαίρα ισορροπεί σε μια γυάλινη επιφάνεια χωρίς το γυαλί να σπάσει. Η ίδια σφαίρα αν αφεθεί να πέσει από κατάλληλο ύψος, είναι δυνατόν να προκαλέσει τη θραύση του γυαλιού.



Το παιδάκι στην εικόνα 4.45 κάνοντας την αταξία του διαπιστώνει ότι: το σπάσιμο του τζαμιού και το μέγεθος της ζημιάς εξαρτώνται από το μέγεθος της πέτρας και από το τέντωμα του λάστιχου της σφεντόνας του.



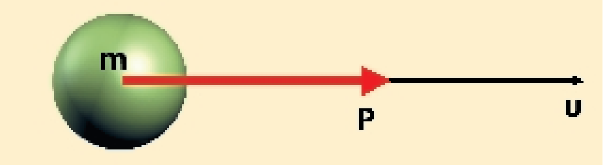
Εικόνα 4.45
Λάθος στόχος από "λάθος" σκοπευτή...

Γενικότερα, υπάρχουν φαινόμενα τα οποία εξαρτώνται τόσο από την μάζα των σωμάτων όσο και από την ταχύτητά τους. Το γεγονός αυτό οδηγεί στην ανάγκη ορισμού ενός φυσικού μεγέθους, το οποίο χαρακτηρίζει τα κινούμενα σώματα και ονομάζεται **ορμή.**

Ορμή $\vec{P}$ ενός σώματος που κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ ονομάζουμε το γινόμενο της μάζας του σώματος επί την ταχύτητά του.

$$\boxed{\vec{P} = m\,\vec{\upsilon}} \qquad (4.11)$$

Η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος, πάντοτε συγγραμμικό και ομόρροπο της ταχύτητας, ενώ η μονάδα μέτρησής του στο SI είναι το 1kg.m/s.



Επειδή 1N=1kg.m/s^2, εύκολα αποδεικνύεται ότι η ορμή μπορεί να μετριέται και σε N.s .

4.6.1 Σύστημα - Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις

Σύστημα για τη Φυσική είναι ένα οποιοδήποτε τμήμα του υλικού κόσμου, το οποίο μελετάμε, αφού το απομονώσουμε νοητά από όλο τον υπόλοιπο υλικό κόσμο. **Περιβάλλον** του συστήματος είναι ό,τι δεν ανήκει στο σύστημα, δηλαδή ο υπόλοιπος υλικός κόσμος.

Σύστημα, για παράδειγμα, μπορεί να είναι ένα άτομο ή ένα ηλεκτρόνιο ή όλα τα μόρια ενός αερίου. Σύστημα, όμως, μπορεί να είναι η Γη με τη Σελήνη ή ένας γαλαξίας ή και μια ομάδα γαλαξιών. Επίσης, σύστημα μπορεί να είναι η σχολική μας αίθουσα, οπότε περιβάλλον θα είναι ό,τι υπάρχει έξω από αυτήν.

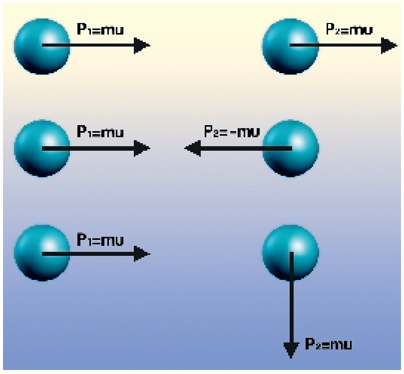
Σύστημα μπορεί να είναι οτιδήποτε...

΄Ενα σύστημα είναι δυνατόν να αποτελείται από περισσότερα του ενός σώματα. Στην περίπτωση αυτή η ορμή του συστήματος θα είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα των ορμών όλων των σωμάτων του συστήματος, **δηλαδή:**

$$\vec{P}_{ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + ... + \vec{P}_ν$$

Για παράδειγμα, το σύστημά μας αποτελείται από δύο σφαίρες ίσης μάζας και ίσου μέτρου ταχύτητας. Η ορμή του θα είναι:

$\vec{P}_{ΣΥΣ} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$, και ανάλογα με το πώς κινούνται οι σφαίρες είναι δυνατόν να έχουμε διάφορες περιπτώσεις όπως:



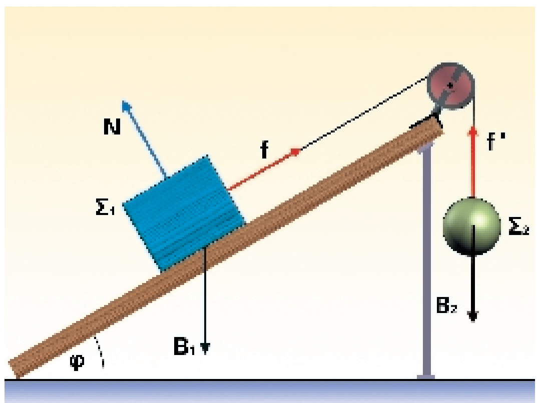
$$P_{ΣΥΣ} = P_1 + P_2 = mυ + mυ = 2mυ$$

$$P_{ΣΥΣ} = P_1 - P_2 = mυ - mυ = 0$$

$$P_{ΣΥΣ} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \sqrt{(m\,υ)^2 + (m\,υ)^2} = mυ\sqrt{2}$$

Προσέξτε ότι οι ορμές προστίθενται όπως και οι δυνάμεις, ακολουθούν δηλαδή τους νόμους σύνθεσης των διανυσμάτων.

Εσωτερικές δυνάμεις σ' ένα σύστημα είναι εκείνες οι οποίες ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος, ενώ **εξωτερικές** δυνάμεις είναι εκείνες οι οποίες ασκούνται στα σώματα του συστήματος από το περιβάλλον του.



Εικόνα 4.46

Στο παράδειγμα του σχήματος της εικόνας 4.46 αν λάβουμε ως **σύστημα** τα δύο **σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$** μαζί με το **σχοινί** που τα συνδέει, τότε εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος θα είναι μόνο οι **τάσεις του νήματος** f και f′, ενώ εξωτερικές, όλες οι υπόλοιπες.

Αν συμπεριλάβουμε στο σύστημα και το λείο κεκλιμένο επίπεδο, τότε η δύναμη N μετατρέπεται σε εσωτερική, διότι ασκείται από ένα σώμα του συστήματος (κεκλιμένο επίπεδο) σε άλλο σώμα του συστήματος (σώμα $Σ_1$).

Εύκολα μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν πίνακα (4.3), όπου θα χαρακτηρίζονται οι διάφορες δυνάμεις ως εσωτερικές ή εξωτερικές ανάλογα με την επιλογή των σωμάτων που θα αποτελούν το σύστημα:

(Θεωρούμε ότι τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δεν αλληλεπιδρούν με δυνάμεις πεδίου)

Πίνακας 4.3: Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις συστημάτων

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ	ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ	ΕΞΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ
$Σ_1$, $Σ_2$, νήμα	f και f′	N, B_1, B_2
$Σ_1$, $Σ_2$, νήμα, κεκλιμένο επίπεδο	f, f′, N	B_1, B_2
$Σ_1$, $Σ_2$, νήμα, κεκλιμένο επίπεδο, γη	όλες	καμία
$Σ_1$, $Σ_2$, γη	B_1, B_2	N, f, f′
$Σ_1$, $Σ_2$	καμία	όλες

Επομένως, ανάλογα με το ποια σώματα αποτελούν το σύστημα οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ τους θα χαρακτηριστούν εσωτερικές ή εξωτερικές.

4.7 Μεταβολή της ορμής και δύναμη

Αν κάποιος επεξεργαστεί με μαθηματικό τρόπο το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής $\vec{F} = m\vec{\alpha}$ εύκολα θα διαπιστώσει ότι η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι υπεύθυνη για τη μεταβολή της ορμής του. Πράγματι:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{\alpha} \\[2ex] \vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \\[2ex] \vec{P} = m\vec{\upsilon} \text{ ή } \Delta\vec{P} = m\Delta\vec{\upsilon}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}} \quad (4.12)$$

Η μάζα του σώματος θεωρείται σταθερή (m=στ.), ενώ $\vec{F}$ είναι η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

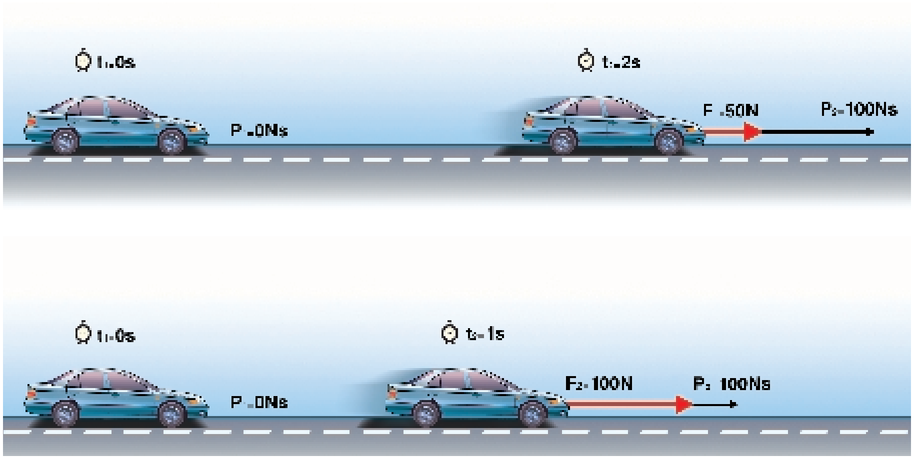
Η τελευταία εξίσωση (4.12) μας πληροφορεί ότι κάθε μεταβολή στην ορμή $\Delta\vec{P}$ ενός σώματος οφείλεται στη δράση επί του σώματος δύναμης $\vec{F}$ για κάποιο χρονικό διάστημα Δt. Η εξίσωση αυτή είναι γνωστή και ως **γενικευμένος νόμος της δυναμικής**, επειδή, όπως μπορεί να αποδειχθεί, ισχύει και στις περιπτώσεις που η μάζα των σωμάτων δεν παραμένει σταθερή (π.χ. η μάζα ενός πυραύλου, που κινείται εκτοξεύοντας αέρια, ή ενός αφηρημένου διαβάτη μέσα σε καταρρακτώδη βροχή). Αν επιλύσουμε το γενικευμένο νόμο ως προς $\Delta\vec{P}$, προφανώς θα βρούμε ότι:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t.$$

Η τελευταία αυτή σχέση έχει να μας πει πολύ σημαντικά πράγματα:

Το γεγονός ότι μια δεδομένη μεταβολή της ορμής $\Delta\vec{P}$ κάποιου σώματος εξαρτάται από το γινόμενο της δύναμης που ασκείται πάνω του επί το χρόνο επενεργείας της, σημαίνει ότι η συγκεκριμένη αυτή μεταβολή της ορμής $\Delta\vec{P}$ μπορεί να επιτευχθεί με πολλούς και διάφορους συνδυασμούς των τιμών της δύναμης F και του χρόνου Δt. Θα μπορούσαμε, δηλαδή, να ασκήσουμε μικρή δύναμη για πολύ χρόνο ή μεγάλη δύναμη για λίγο χρόνο κτλ.

Ας δούμε όμως ένα συγκεκριμένο παράδειγμα:
Το αυτοκίνητο της εικόνας 4.47, που αρχικά ηρεμεί (P_1=0), θέλουμε να αποκτήσει ορμή P_2=100Ns, δηλαδή να επιφέρουμε μια μεταβολή στην ορμή του $\Delta P = P_2 - P_1$=100Ns.



Εικόνα 4.47

Σύμφωνα με την εξίσωση $\Delta P = F\Delta t$ μπορούμε να ασκήσουμε δύναμη F=50N επί χρόνο Δt=2s, αλλά μπορούμε επίσης να ασκήσουμε διπλάσια δύναμη F=100N επί χρόνο Δt=1s (μισός χρόνος). Βεβαίως, υπάρχουν άπειροι συνδυασμοί δύναμης και χρόνου, για να επιτύχουμε την ίδια μεταβολή της ορμής. Όλοι αυτοί οι συνδυασμοί έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό: **μεγάλη τιμή δύναμης σημαίνει μικρό χρονικό διάστημα και αντιστρόφως** (όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα 4.4).

Πίνακας 4.4

Μεταβολή της ορμής ΔP (Ns)	Δύναμη F (N)	Χρονικό διάστημα Δt(s)
100	50	2
	100	1
	1000	0,1
	κτλ	κτλ

Με βάση τη σχέση αυτή μεταξύ δύναμης και χρόνου, για συγκεκριμένη πάντα μεταβολή της ορμής μπορούν να ερμηνευθούν διάφορες καταστάσεις από την καθημερινή ζωή. (εικόνα 4.48)

Εικόνα 4.48

Έτσι εξηγείται το γεγονός ότι οι αθλητές του μπάσκετ χρησιμοποιούν ειδικά παπούτσια, όταν παίζουν, ότι οι σκιέρ, όταν ανατρέπονται, συνήθως δε “χτυπάνε” παρά την μεγάλη ταχύτητά τους, ότι οι αθλητές του “ύψους” και του “άλματος επί κοντώ” πέφτουν πάνω σε ελαστικά στρώματα μετά το άλμα τους, ότι οι ποδοσφαιρικοί αγώνες γίνονται σε γήπεδα με ειδικό χλοοτάπητα κτλ.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις ουσιαστικά επιδιώκεται η αύξηση του χρόνου μεταβολής της ορμής, ώστε να μειωθεί η μέγιστη τιμή της δύναμης προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι επιπτώσεις της.

Από τα παραπάνω παραδείγματα είναι φανερό ότι:

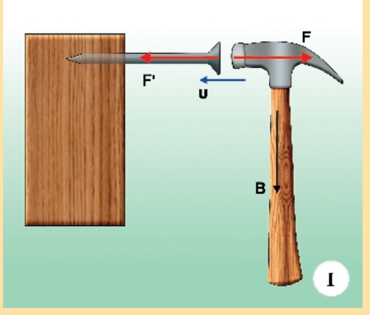
Εικόνα 4.49
Μεγάλη μεταβολή της ορμής σε μικρό χρονικό διάστημα προκαλεί δύναμη με καταστρεπτικά αποτελέσματα (φωτογραφία από crash-test).

Εικόνα 4.50
Οι αλεξιπτωτιστές των Ειδικών Δυνάμεων κατά την πρόσκρουσή τους με τη γη λυγίζουν τα πόδια τους και, αφού διαγράψουν μια περιστροφή γύρω από τον άξονά τους, εκτελούν στο έδαφος μια κυβίστηση (“βαρελάκι”).

➢ Για να μεταβληθεί η ορμή ενός σώματος, πρέπει να του ασκήσουμε δύναμη.
➢ Όσο πιό γρήγορα αλλάζει η ορμή, τόσο μεγαλύτερη δύναμη απαιτείται.
➢ Προκειμένου να αποφύγουμε την ανάπτυξη δυνάμεων με καταστρεπτικά αποτελέσματα, φροντίζουμε με κατάλληλες τεχνικές να αυξάνουμε το χρονικό διάστημα που απαιτείται, για να επιφέρουμε τη μεταβολή της ορμής που επιδιώκουμε.

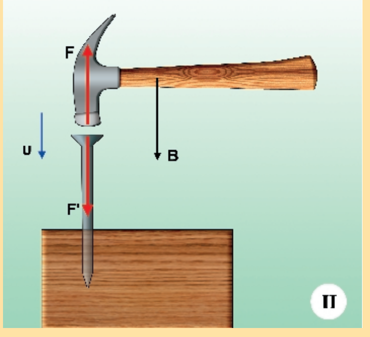
Παραδείγματα για τον υπολογισμό της δύναμης λόγω μεταβολής της ορμής

Θέλουμε να καρφώσουμε ένα καρφί κάθετα στον τοίχο (Ι) και άλλο ένα στο πάτωμα (ΙΙ). Χρησιμοποιούμε ένα σφυρί μάζας m =2 kg, το οποίο προσκρούει στο καρφί με ταχύτητα υ=10m/s και ακινητοποιείται. Η διάρκεια του χτυπήματος είναι Δt=0,01sec. Ζητούμε να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκεί το σφυρί στο καρφί στις δύο αυτές περιπτώσεις.($g=10m/sec^2$)



Λύση

Επειδή για το καρφί δεν έχουμε πληροφορίες (μάζα, ταχύτητα κτλ.), υπολογίζουμε τη δύναμη F, που δέχεται το σφυρί, και λόγω του αξιώματος “δράσης-αντίδρασης” μπορούμε να βρούμε τη δύναμη F′, που δέχεται το καρφί.



Περίπτωση(Ι):

Εφαρμόζοντας το νόμο μεταβολής της ορμής για το σφυρί έχουμε ότι:

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda}-\vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}=\frac{0-\vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}=\frac{-m\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

Από την τελευταία σχέση $\vec{F}=\frac{-m\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ εύκολα διαπιστώνουμε ότι η δύναμη F, την οποία δέχεται το σφυρί και η ταχύτητά του υ είναι διανύσματα αντίρροπα (προφανώς λόγω του αρνητικού προσήμου του β′ μέλους της σχέσης).

Θα πρέπει τώρα τη διανυσματική αυτή σχέση να τη μετατρέψουμε σε σχέση αλγεβρικών τιμών των διανυσμάτων, προκειμένου να βρούμε τη ζητούμενη τιμή της δύναμης. **Αυτό είναι κάτι πολύ απλό**, αφού το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να **ορίσουμε αυθαίρετα** μια θετική φορά (έστω της δύναμης) και στη συνέχεια για όποιο διάνυσμα έχει **θετική φορά** να πάρουμε **θετική αλγεβρική τιμή** (δύναμη F) και για όποιο έχει **αρνητική φορά** να πάρουμε **αρνητική αλγεβρική τιμή** (ταχύτητα υ).
΄Ετσι, η διανυσματική σχέση θα γίνει:

$$F = \frac{-m(-υ)}{Δt} = \frac{mυ}{Δt} = \frac{2kg\ \ 10m/s}{0{,}01\ s} = 2000N.$$

Τελικά, η **απάντηση** είναι ότι η δύναμη την οποία δέχεται το σφυρί έχει μέτρο 2000N και η φορά της είναι αντίθετη της ταχύτητας του σφυριού, ενώ η δύναμη F′ που ασκείται στο καρφί έχει μέτρο πάλι 2000N (δράση - αντίδραση) και φορά ομόρροπη της ταχύτητας του σφυριού.

Σημειώστε ότι το βάρος του σφυριού δεν εμπλέκεται καθόλου στις εξισώσεις μας, διότι δεν έχει συνιστώσα κατά τον άξονα κίνησης του σφυριού.

Περίπτωση (ΙΙ)

Εδώ θα πρέπει να προσέξουμε ότι στον άξονα κίνησης δρα και το βάρος μαζί με τη ζητούμενη δύναμη F, οπότε ο νόμος μεταβολής της ορμής θα έχει τη μορφή:

$$\vec{F}_{ΟΛ} = \frac{Δ\vec{P}}{Δt} \Rightarrow \vec{F} + \vec{B} = \frac{Δ\vec{P}}{Δt} \Rightarrow \vec{F} + \vec{B} = \frac{\vec{P}_{τελ} - \vec{P}_{αρχ}}{Δt} = \frac{\vec{0} - \vec{P}_{αρχ}}{Δt} = \frac{-m\vec{υ}}{Δt}$$

και τελικά: $\vec{F} + \vec{B} = \frac{-m\vec{υ}}{Δt}$, οπότε λαμβάνοντας θετική τη φορά, έστω της ταχύτητας, θα έχουμε ότι:

$-F + B = \frac{-mυ}{Δt}$ ή $F = B + \frac{mυ}{Δt}$ και΄επειδή $B = mg$΄

τελικά θα έχουμε $F = mg + \frac{mυ}{Δt}$ και μετά την αντικατάσταση και τις πράξεις θα βρούμε **F=2020N.**

Στην περίπτωση αυτή, επομένως, το καρφί δέχεται (άρα και ανταποδίδει) μεγαλύτερη δύναμη εξαιτίας της συνεισφοράς του βάρους του σφυριού.

Μπαλάκι του τένις μάζας m=250g κινούμενο(σχεδόν) κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου 50m/s αποκρούεται, με αποτέλεσμα να αντιστραφεί η φορά της ταχύτητας δίχως να αλλάξει το μέτρο της. Θέλουμε να υπολογίσουμε τη δύναμη που του ασκήθηκε από τη ρακέτα, αν η διάρκεια της απόκρουσης ήταν 0,02 s. (g=10m/sec^2).

Λύση

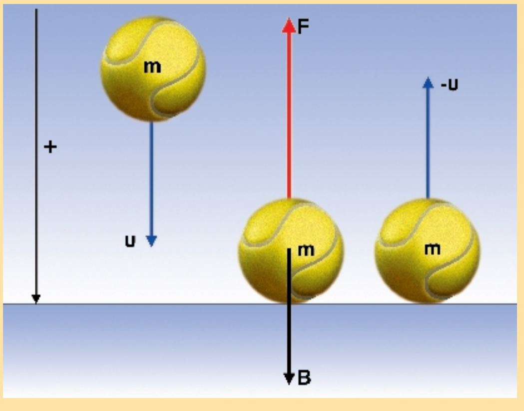
Εφαρμόζοντας το νόμο μεταβολής της ορμής θα έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\vec{F}_{ολ} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} + \vec{B} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} + \vec{B} = \frac{\vec{P}_{τελ} - \vec{P}_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{m\vec{υ}_{τελ} - m\vec{υ}_{αρχ}}{\Delta t}.$$

Επιλέγοντας θετική φορά έστω του βάρους θα έχουμε ότι:

$$-F + B = \frac{-mυ-mυ}{\Delta t} = \frac{-2mυ}{\Delta t} \Rightarrow F = B + \frac{2mυ}{\Delta t}$$

και μετά την αντικατάσταση και τις πράξεις βρίσκουμε F= 1252,5N.



(Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η τιμή της δύναμης που βρήκαμε αντιπροσωπεύει μια μέση τιμή της. Η ρακέται προφανώς ανταποδίδει δύναμη στο μπαλάκι, η οποία κυμαίνεται μεταξύ μιας ελάχιστης και μιας μέγιστης τιμής. Αυτό, συμβαίνει, διότι η επαφή της ρακέτας με το μπαλάκι γίνεται συνεχώς καλύτερη, μέχρι τελικά να γίνει πλήρης).

4.8 Η αρχή διατήρησης της ορμής και οι εφαρμογές της

Ας υποθέσουμε ότι μελετάμε ένα σύστημα σωμάτων, το οποίο δε δέχεται δυνάμεις από το περιβάλλον του. Επομένως, οι μόνες δυνάμεις που υπάρχουν είναι μεταξύ των σωμάτων του συστήματος, δηλαδή οι εσωτερικές. Λόγω του αξιώματος δράσης-αντίδρασης, όπως είναι γνωστό, οι εσωτερικές δυνάμεις εμφανίζονται πάντα κατά ζεύγη αντίθετων δυνάμεων.

Ας δούμε τι συμβαίνει στην ορμή του συστήματος, όταν δύο από τα σώματα ασκούν δύναμη το ένα στο άλλο.

Εικόνα 4.51
Σύστημα σωμάτων

Το σώμα **I** δέχεται την επίδραση δύναμης $\vec{F}$ από το σώμα **II**, επομένως η ορμή του θα μεταβληθεί κατά $\Delta\vec{P}_{I} = \vec{F}\Delta t$. Το σώμα **II** δέχεται και αυτό από το σώμα **I** δύναμη $-\vec{F}$, οπότε, επίσης θα μεταβάλει την ορμή του κατά $\Delta\vec{P}_{II} = -\vec{F}\Delta t$. Η συνολική μεταβολή στην ορμή του συστήματος θα είναι προφανώς $\Delta\vec{P}_{ολ} = \Delta\vec{P}_{I} + \Delta\vec{P}_{II} = \vec{0}$.

Αν επεκτείνουμε την παραπάνω μέθοδο για όλα τα σώματα του συστήματος, θα καταλήξουμε σε ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα για τη Φυσική, το οποίο ονομάζεται **αρχή διατήρησης της ορμής:**

"Όταν σε ένα σύστημα σωμάτων η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική, τότε η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή".

Παρατηρήσεις

- Η **αρχή διατήρησης της ορμής** μαζί με την **αρχή διατήρησης της ενέργειας** (Κεφάλαιο 5) και την **αρχή διατήρησης της στροφορμής** (Κεφάλαιο 6),έχουν τεράστια πρακτική και θεωρητική σημασία για τη Φυσική. Είναι απλές, έχουν καθολική ισχύ και αποτελούν τα κλειδιά για κάθε ερευνητική δραστηριότητα.
- Ο νόμος μεταβολής της ορμής για ένα σύστημα σωμάτων παίρνει την εξής μορφή:

$$\boxed{\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}} \tag{4.13}$$

από την οποία εύκολα συνάγεται ότι αν $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau} = \vec{0}$, τότε και $\Delta\vec{P} = \vec{0}$, δηλαδή η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

- Οι εσωτερικές δυνάμεις **μπορούν** να μεταβάλουν τις ταχύτητες των σωμάτων του συστήματος **αλλά με τέτοιο τρόπο, ώστε η ορμή του συστήματος να παραμένει πάντοτε σταθερή.**
- Οι εσωτερικές δυνάμεις **δεν μπορούν να μεταβάλουν την ορμή του συστήματος.**

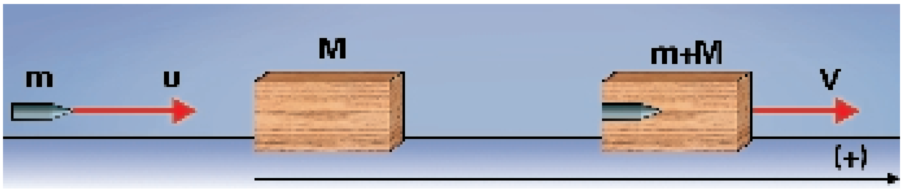
Μερικές εφαρμογές της αρχής διατήρησης της ορμής

1) Κρούσεις

Με τον όρο κρούση στη Φυσική εννοούμε μια αλληλεπίδραση μεταξύ δύο ή περισσότερων σωμάτων, κατά την οποία:

- Αναπτύσσονται ισχυρότατες δυνάμεις σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
- Η κινητική κατάσταση των συγκρουόμενων σωμάτων μεταβάλλεται απότομα, με αποτέλεσμα να είμαστε σε θέση να διακρίνουμε με σαφήνεια τις χρονικές στιγμές «πριν» και «μετά» την κρούση.
- Ισχύει **πάντα** η αρχή διατήρησης της ορμής, διότι οι εξωτερικές δυνάμεις, οι οποίες ενδεχομένως ασκούνται στο σύστημα των συγκρουόμενων σωμάτων, είναι πολύ μικρότερες από τις εσωτερικές δυνάμεις, που αναπτύσσονται κατά την κρούση.
- Η κρούση στην οποία διατηρείται σταθερή η συνολική κινητική κατάσταση του συστήματος λέγεται **ελαστική**.
- Όταν δύο σώματα μετά την κρούση συνιστούν ένα νέο σώμα (**συσσωμάτωμα), τότε έχουμε μη ελαστική ή πλαστική** κρούση.

Στο παράδειγμα του σχήματος ένα βλήμα μάζας m και ταχύτητας υ κινούμενο οριζόντια σφηνώνεται σε ένα αρχικά ακίνητο κομμάτι ξύλου μάζας M. Θέλουμε να βρούμε την ταχύτητα του συσσωματώματος.



Λύση

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω για το σύστημα «βλήμα-ξύλο» θα ισχύει η **αρχή διατήρησης της ορμής**, οπότε θα έχουμε:

$\mathbf{P_{πριν} = P_{μετα}}$, δηλαδή $\mathbf{mυ + 0 = (m+M)V} \Rightarrow$ $\boxed{V = \dfrac{mυ}{m+M}}$ (1)

Αν, τώρα, θέλαμε να βρούμε πόση είναι η εσωτερική δύναμη με την οποία αλληλεπιδρούν το βλήμα και το ξύλο, θα πρέπει να εφαρμόσουμε το νόμο μεταβολής της ορμής για ένα από τα δύο σώματα:

Βλήμα: $\mathbf{ΔP = P_{μετα} - P_{πριν} = mV - mυ}$ και λόγω της (1) μετά τις πράξεις βρίσκουμε ότι $ΔP = -\dfrac{mMυ}{m+M}$, επομένως η δύναμη που δέχεται είναι:

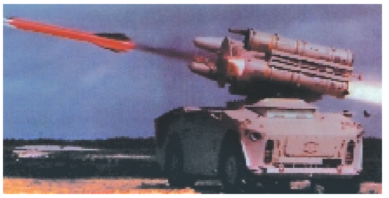
$$F = -\frac{mMυ}{(m+M)Δt}\ .$$

Ξύλο: $\mathbf{ΔP = P_{μετα} - P_{πριν} = MV - 0}$ και λόγω της (1) μετά τις πράξεις βρίσκουμε ότι $ΔP = -\dfrac{mMυ}{m+M}$, επομένως η δύναμη που δέχεται είναι:

$$F = \frac{mMυ}{(m+M)Δt}\ .$$

Τι παρατηρείτε σχετικά με τις δυνάμεις που ασκούνται στο βλήμα και στο ξύλο;

2) Ανάκρουση πυροβόλων όπλων



Κατά την εκπυρσοκρότηση ενός πυροβόλου όπλου οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις είναι εσωτερικές και συνεπώς δεν είναι δυνατόν να μεταβάλουν την ορμή του συστήματος «όπλο-σφαίρα».

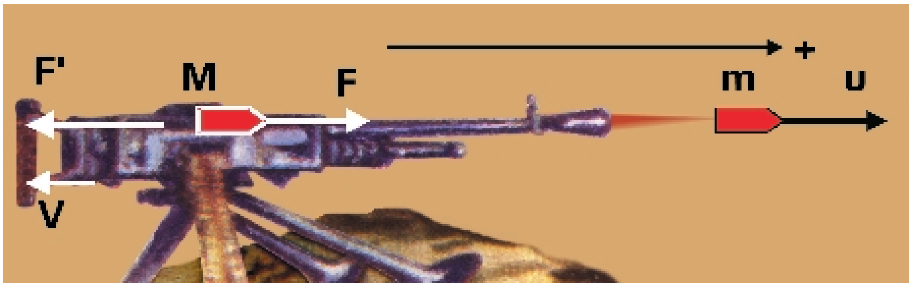
Ας θεωρήσουμε ένα πολεμικό όπλο, αρχικά ακίνητο, μάζας Μ, το οποίο φέρει στη θαλάμη του σφαίρα μάζας m. Η αρχική ορμή του συστήματος, πριν από την εκπυρσοκρότηση, είναι προφανώς ίση με μηδέν $\mathbf{P_{\alpha\rho\chi}= 0}$. Μετά την εκπυρσοκρότηση η σφαίρα αποκτά ορμή $\mathbf{P_{\sigma\varphi}=m\upsilon}$, ενώ το όπλο θα πρέπει να αποκτήσει αντίθετη ορμή, τέτοια ώστε η ορμή του συστήματος «όπλο-σφαίρα» να εξακολουθεί να είναι μηδέν. Λεμε ότι το όπλο ανακρούεται, δηλαδή κινείται σε κατεύθυνση αντίθετη της κίνησης της σφαίρας.

Είναι εύκολο να υπολογίσουμε την ταχύτητα ανάκρουσης του όπλου, εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\mathbf{P_{\alpha\rho\chi}=0 \;\; \text{και} \;\; P_{\tau\varepsilon\lambda}=P_{\sigma\varphi}+P_{o\pi\lambda} = m\upsilon+MV}$$

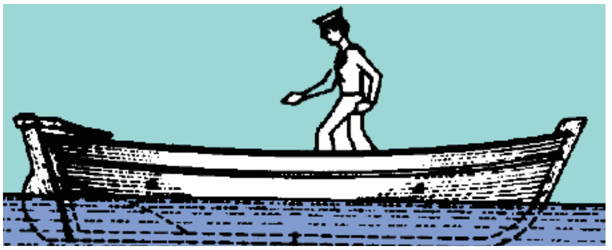
$$\text{Όμως } \mathbf{P_{\alpha\rho\chi}=P_{\tau\varepsilon\lambda}} \text{ ή } \mathbf{0 = m\upsilon+MV} \text{ άρα } \boxed{V = -\frac{m\upsilon}{M}}$$

(Το αρνητικό πρόσημο στην τελευταία σχέση δείχνει ότι το όπλο κινείται αντίθετα από τη σφαίρα. Το γεγονός εξάλλου ότι: m<<M σημαίνει ότι (ευτυχώς!) η ταχύτητα ανάκρουσης V του όπλου είναι πολύ μικρότερη από την ταχύτητα της σφαίρας. (*Γιατί ευτυχώς;*)



3) Βαδίζοντας σε μια βάρκα

Ένας ναύτης μάζας m αρχίζει να βαδίζει με σταθερή ταχύτητα υ πάνω σε μια αρχικά ακίνητη βάρκα μήκους L και μάζας Μ. Θέλουμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση της βάρκας ως προς την προκυμαία, όταν ο ναύτης βαδίσει από το ένα άκρο της βάρκας στο άλλο.



Στο σύστημα «άνθρωπος-βάρκα» οι εξωτερικές δυνάμεις βάρος και άνωση έχουν μηδενική συνισταμένη (η αντίσταση του νερού θεωρείται αμελητέα), οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Η αρχική ορμή του συστήματος είναι μηδέν. Όταν αρχίζει να βαδίζει ο άνθρωπος, η βάρκα μετατοπίζεται αντίθετα, προκειμένου η ορμή του συστήματος να εξακολουθεί να παραμένει ίση με μηδέν. Έστω υ η ταχύτητα του ανθρώπου και V η ταχύτητα της βάρκας, θα ισχύουν:

$P_{αρχ}=0$, $P_{τελ}=mυ-MV$ όμως $P_{αρχ} = P_{τελ}$ ή $0 = mυ-MV$ ή $V = \frac{mυ}{M}$ (1).

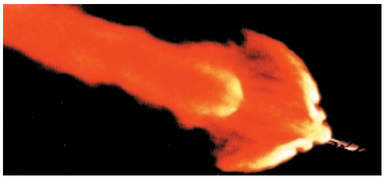
Αν υποθέσουμε ότι η βάρκα μετατοπίζεται κατά X ως προς την πρoκυμαία, τότε προφανώς ο άνθρωπος θα μετατοπιστεί κατά L-X. Αν η διάρκεια κίνησης του ανθρώπου είναι Δt, θα έχουμε: $υ = \frac{L-X}{Δt}$

και $V = \frac{X}{Δt}$, οπότε από τη σχέση (1) έχουμε: $\frac{X}{Δt} = \frac{m(L-X)}{MΔt}$

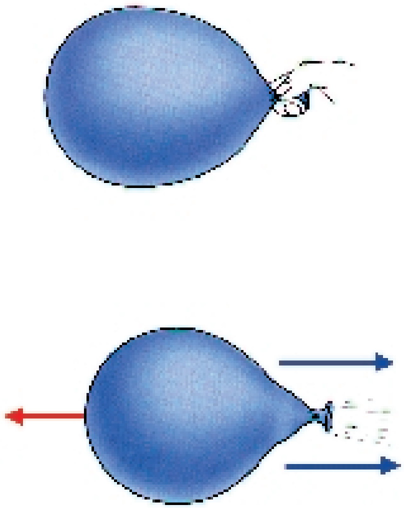
(πράξεις) προκύπτει τελικά: $X = \frac{m}{m+M} L$ (2).

Από τη σχέση (2) φαίνεται καθαρά ότι η μετατόπιση x της βάρκας (για δεδομένο L) εξαρτάται από τη σχέση των μαζών m, M. Προσπαθήστε να ερευνήσετε περισσότερο το φαινόμενο: θα είχαμε π.χ. τα ίδια φαινόμενα αν αντί για βάρκα είχαμε ένα αεροπλανοφόρο, ή αν, αντί για τον αδύνατο ναύτη είχαμε στη βάρκα έναν ευτραφή άντρα;

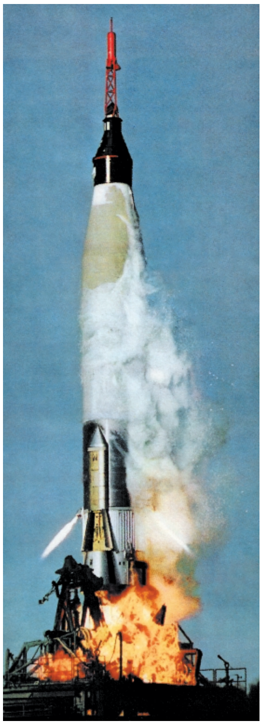
4) Η αρχή κίνησης του πυραύλου



Οι πύραυλοι μαζί με την υγρή καύσιμη ύλη τους φέρουν και υγρό οξυγόνο, που το χρησιμοποιούν ως οξειδωτικό. Κατά την απογείωση τα δύο αυτά υγρά αναμειγνύονται με κατάλληλο τρόπο και από την καύση τους παράγονται μεγάλες μάζες θερμών αερίων, που εκρέουν με μεγάλη ταχύτητα προς το έδαφος. Επειδή οι δυνάμεις που αναπτύσσονται από την καύση είναι εσωτερικές, ο πύραυλος αποκτά ορμή αντίθετη των εκπεμπόμενων αερίων κι έτσι απογειώνεται (εικόνα 4.53). Η δύναμη που δέχεται ο πύραυλος εξαρτάται από το ρυθμό εκροής και από την ταχύτητα των αερίων της καύσης.



Εικόνα 4.52
Η αρχή κίνησης του πυραύλου ισχύει και στην περίπτωση ενός απλού μπαλονιού.



Εικόνα 4.53
Απογείωση μέσα σε φωτιά και πάγο. Ένας πύραυλος τύπου ΑΤΛΑΣ απογειώνεται, ενώ από την επιφάνειά του πέφτουν κομμάτια πάγου. Ο σχηματισμός του πάγου οφείλεται στην πήξη των υδρατμών του αέρα, που έρχονται σε επαφή με τις δεξαμενές του υγρού οξυγόνου.

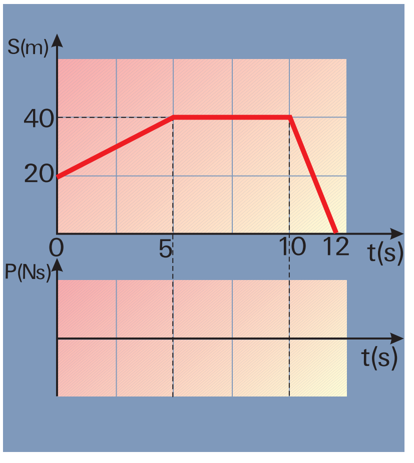
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.41 Να συμπληρωθούν τα κενά:
Η ορμή ενός σώματος είναι...............μέγεθος, το μέτρο της υπολογίζεται από την εξίσωση......και η μονάδα μέτρησής της στο SI είναι.........ή.........

4.42 Ποιο σώμα έχει τη μεγαλύτερη ορμή;
α) φορτηγό μάζας 5tn και ταχύτητας 20km/h
β) αυτοκίνητο μάζας 980kg και ταχύτητας 20m/s
γ) βλήμα μάζας 100g και ταχύτητας 100km/h.

4.43 Οι εσωτερικές δυνάμεις δεν μπορούν να μεταβάλουν την ορμή ενός συστήματος, επειδή:
α) είναι πολύ ασθενείς ☐
β) ασκούνται σε διαφορετικά σώματα του συστήματος ☐
γ) εμφανίζονται πάντα κατά ζεύγη αντίθετων δυνάμεων ☐
δ) αλληλοεξουδετερώνονται ☐
Να σημειωθούν με Σ οι σωστές προτάσεις και με Λ οι λανθασμένες.

4.44 Σώμα μάζας m =10 kg κινείται με τέτοιο τρόπο, ώστε το διάγραμμα μεταβολής του διαστήματός του με το χρόνο (s-t) να έχει τη μορφή του διπλανού σχήματος. Θέλουμε να σχεδιάσουμε το διάγραμμα μεταβολής της ορμής του σώματος με το χρόνο (P-t).

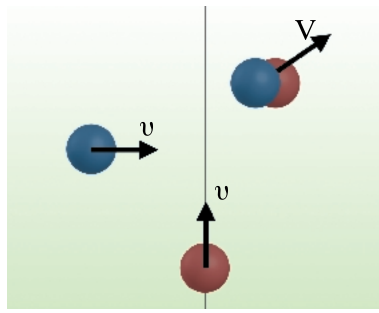


4.45 Ένας χιονοδρόμος βρίσκεται στη μέση μιας παγωμένης λίμνης. Υποθέστε ότι δεν υπάρχει τριβή. Τι νομίζετε ότι θα μπορούσε να κάνει, προκειμένου να επιστρέψει στην όχθη;

4.46 Μπορείτε να εξηγήσετε την κίνηση του "κανό" με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής;

4.47 Ένα κρυστάλλινο ανθοδοχείο πέφτει σε στρωμένο με χαλί πάτωμα και δε σπάει. Το ίδιο ανθοδοχείο πέφτει στο πάτωμα, όταν δεν υπάρχει το χαλί, και σπάει. Γιατί;

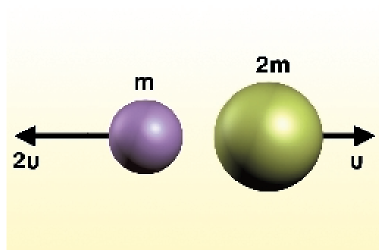
4.48 Δύο σφαίρες από πλαστελίνη ίσης μάζας m και ταχύτητας υ κινούμενες σε κάθετες διευθύνσεις συγκρούονται πλαστικά. Θέλουμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα V του συσσωματώματος.



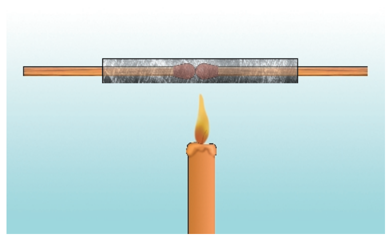
4.49 Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών είναι:

α) 4mυ □
β) μηδέν □
γ) $4m^2υ^2$ □
δ) τα στοιχεία δεν επαρκούν για να απαντήσω. □

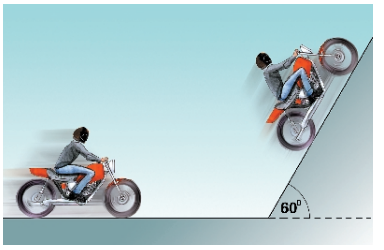
Επιλέξτε την σωστή απάντηση.



4.50 Ένα πείραμα........
Δύο σπιρτόξυλα τοποθετούνται όπως στο σχήμα και τυλίγονται με αλουμινόχαρτο. Πλησιάζοντας τη φλόγα ενός κεριού τι θα συμβεί; Να ερμηνευτεί το φαινόμενο.



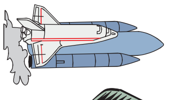
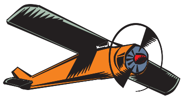
4.51 Μοτοσικλετιστής μάζας 80kg κινείται με ταχύτητα υ=10m/s σε οριζόντιο δρόμο. Κάποια στιγμή συναντάει μια ανηφόρα γωνίας κλίσης φ=60^{0} και αρχίζει να την ανεβαίνει με την ίδια ταχύτητα. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του;



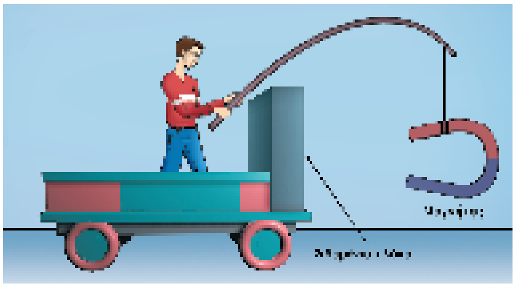
4.52 ΄Ενα βλήμα σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλου. Σε ποια περίπτωση θα διατρέξει μεγαλύτερο διάστημα μέσα στο ξύλο;

α) ΄Οταν το ξύλο είναι ακίνητο.
β) ΄Οταν το ξύλο κινείται προς το βλήμα με ταχύτητα υ.
γ) ΄Οταν το ξύλο κινείται απομακρυνόμενο από το βλήμα με ταχύτητα υ.
δ) ΄Οταν το ξύλο κινείται προς το βλήμα με ταχύτητα 2υ.

4.53 Ποια από τα παρακάτω οχήματα κινούνται με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής;

α) ποδήλατο 
β) βαπόρι 
γ) πύραυλος 
δ) αυτοκίνητο 
ε) ελικοφόρο αεροπλάνο 
ζ) αερόστατο 

4.54 ΄Ενας εφευρετικός μαθητής επινόησε το όχημα της εικόνας. Θα μπορέσει κατά τη γνώμη σας να κινηθεί το όχημα; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



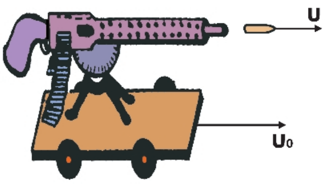
4.55 Σημειώστε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες από τις παρακάτω προτάσεις:

α) ΄Οταν ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα σε μια ανηφόρα, η μεταβολή της ορμής του είναι μηδέν.
β) ΄Οταν ένα ποδήλατο κινείται με σταθερή ταχύτητα, η μεταβολή της ορμής του είναι μηδέν.

γ) Η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα και η μεταβολή της ορμής του είναι διανύσματα αντίρροπα.
δ) Για να μεταβληθεί η ορμή ενός συστήματος, πρέπει να δεχτεί δύναμη από το περιβάλλον του.

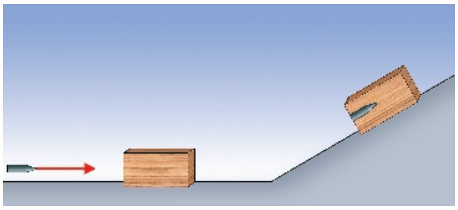
4.56 Ένας αθλητής του “καράτε” εκτελεί ένα χτύπημα με το πόδι του, προκείμενου να σπάσει ένα τούβλο. Αν η ελάχιστη δύναμη για τη θραύση του τούβλου είναι F_o και η ορμή που αναπτύσσει το πόδι του αθλητή είναι P, να βρεθεί ο μέγιστος χρόνος t_m, που επιτρέπεται να διαρκεί το χτύπημα, ώστε να σπάσει το τούβλο.

4.57 Το πυροβόλο όπλο του σχήματος τοποθετημένο σταθερά πάνω στο βαγόνι, κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_0$. Η συνολική μάζα όπλου και βαγονιού είναι Μ, ενώ η μάζα της σφαίρας είναι m. Κάποια στιγμή το όπλο πυροβολεί και η σφαίρα εξέρχεται από την κάννη με ταχύτητα υ. Να βρεθεί η ταχύτητα του συστήματος “όπλο-βαγόνι” μετά τον πυροβολισμό (διερεύνηση).



4.58 Σε μια μικρή βάρκα με πανί βρίσκονται τρεις μαθητές. Η λίμνη στην οποία ψαρεύουν είναι απόλυτα ήρεμη και επικρατεί άπνοια. Ο ένας από αυτούς κρατάει στα χέρια του έναν ισχυρό ανεμιστήρα και λέει: *«Αν στρέψω τον ανεμιστήρα στο πανί θα είναι σαν να φυσάει ο αέρας, οπότε θα βγούμε στην ακτή»*. Ο δεύτερος διαφωνεί και λέει: *«Δε θα κινηθούμε, διότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής»*. Ο τρίτος, τέλος, διαφωνώντας με τους άλλους δύο, λέει: *«Θα κινηθούμε, αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση του ρεύματος αέρα που δημιουργεί ο ανεμιστήρας»*.
Αν θεωρήσουμε την αντίσταση του νερού της λίμνης αμελητέα, συζητήστε ποιος από τους τρεις έχει δίκιο.

4.59 Βλήμα μάζας m=100gr κινούμενο με ταχύτητα υ=300m/s σφηνώνεται σε ακίνητο κομμάτι ξύλου μάζας M=2,9kg. Το συσσωμάτωμα (βλήμα-ξύλο), αφού διατρέξει διάστημα s=10m σε λείο

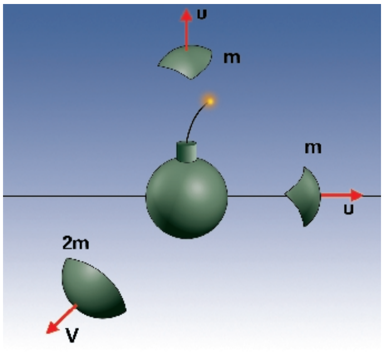


οριζόντιο δάπεδο, ανέρχεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$. Να υπολογιστούν:

α) Το διάστημα που διατρέχει το συσσωμάτωμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει να κινείται.

β) Οι χρόνοι κίνησης στο οριζόντιο και στο κεκλιμένο επίπεδο ($g=10 m/s^2$).

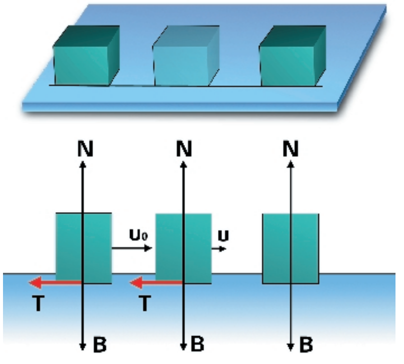
4.60 Μια βόμβα αρχικά ακίνητη εκρήγνυται και διασπάται σε τρία κομμάτια. Τα δύο από αυτά έχουν ίσες μάζες και ταχύτητες και κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις μεταξύ τους. Αν το τρίτο κομμάτι έχει διπλάσια μάζα από τα άλλα, να βρεθεί η ταχύτητά του V.



4.9 Τριβή

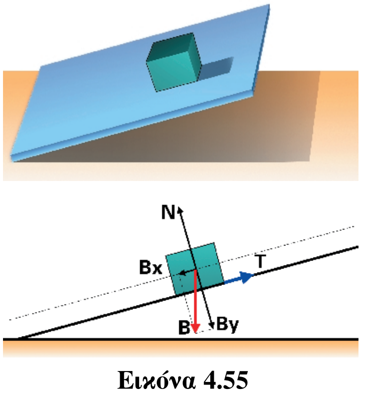
4.9.1 Δυνάμεις τριβής

Ένα σώμα το οποίο εκτοξεύεται με κάποια αρχική ταχύτητα υ_0 σε οριζόντιο δάπεδο, θα σταματήσει να κινείται ύστερα από κάποιο χρονικό διάστημα (εικόνα 4.54). Σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα θα πρέπει να δεχτούμε ότι το σώμα κατά την κίνησή του δέχεται συνεχώς την επίδραση μιας δύναμης Τ με φορά αντίθετη της ταχύτητάς του, η οποία το επιβραδύνει και τελικά το αναγκάζει να ακινητοποιηθεί.



Εικόνα 4.54

Ένα σώμα ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο (εικόνα 4.55). Σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι ίση με μηδέν: $\Sigma\vec{F}=\vec{0}$ ή $\Sigma F_x=0$ και $\Sigma F_y=0$. Εύκολα διαπιστώνουμε ότι στον y-άξονα η συνιστώσα του βάρους B_y εξουδετερώνεται από την κάθετη αντίδραση Ν της επιφάνειας του κεκλιμένου επιπέδου. Στον x-άξονα, όμως, πρέπει να υποθέσουμε την ύπαρξη



Εικόνα 4.55

μιας δύναμης T, η οποία θα εξουδετερώνει τη συνιστώσα του βάρους B_x.

Από τα παραπάνω παραδείγματα φαίνεται ότι, όταν οι επιφάνειες δύο σωμάτων βρίσκονται σε επαφή, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, αναπτύσσονται δυνάμεις, οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα ή να παρεμποδίζουν την κίνηση των σωμάτων ή να εμποδίζουν την έναρξη της κίνησής τους.

Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται **δυνάμεις τριβής.**

Σε σχέση με τις δυνάμεις τριβής η καθημερινή ζωή μας χαρακτηρίζεται από την εξής αντίφαση: **από τη μια μεριά προσπαθούμε να τις εξαφανίσουμε και από την άλλη δε θα μπορούσαμε να ζήσουμε χωρίς αυτές.** Πράγματι:

Ένα ποσοστό της ισχύος όλων των τροχοφόρων καταναλώνεται για την υπερνίκηση των δυνάμεων τριβής.

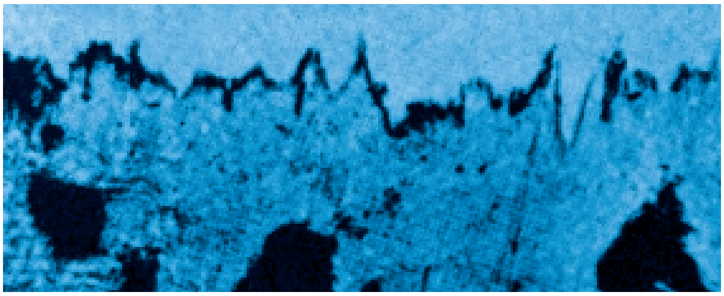
Η τριβή φθείρει και τελικά καταστρέφει τα κινητά τμήματα όλων των μηχανών. Γι'αυτό αναγκαζόμαστε να τα “λαδώνουμε” και να τα “γρασάρουμε”.

Η μηχανή του αυτοκινήτου μας απαιτεί συχνή αλλαγή λαδιών, για να μην “κολλήσει”, ενώ η αλυσίδα του ποδηλάτου μας χρειάζεται τακτικό “λάδωμα”.

Επίσης, από τις δυνάμεις τριβής εξαρτώνται το βάδισμά μας, η δυνατότητά μας να συγκρατούμε στα χέρια μας οποιοδήποτε αντικείμενο, το ασφαλές “φρενάρισμα” ενός τροχοφόρου κ.ά..

4.9.2 Πού οφείλεται η τριβή

Όσο καλή κατεργασία λείανσης και να έχουν υποστεί οι επιφάνειες των σωμάτων, ποτέ δε θα είναι απολύτως λείες, αλλά πάντοτε θα εμφανίζουν **εσοχές και εξοχές** (ανωμαλίες). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, όταν οι επιφάνειες δύο σωμάτων βρίσκονται σε επαφή, οι εξοχές της μιας επιφάνειας να εισχωρούν στις εσοχές της άλλης και αντίστροφα. Με τον τρόπο αυτό παρεμποδίζεται η σχετική κίνηση των δύο σωμάτων και μακροσκοπικά το γεγονός αυτό εκφράζεται με τις δυνάμεις τριβής.



Εικόνα 4.56
Η φωτογραφία απεικονίζει σε μεγέθυνση επιφάνεια χάλυβα που έχει υποστεί λείανση υψηλού βαθμού.

Μόνο για ανάγνωση...

Πρέπει να τονισθεί πάντως ότι οι **δυνάμεις τριβής είναι μοριακής φύσης.** Δηλαδή στις περιοχές αλληλοδιείσδυσης των ανωμαλιών τα μόρια των επιφανειών απέχουν ελάχιστα, οπότε αναπτύσσονται ισχυρές ελκτικές δυνάμεις συνοχής και συνάφειας. Με άλλα λόγια, συμβαίνουν πολυάριθμες «συγκολλήσεις» (ψυχρές βέβαια), οι οποίες παρεμποδίζουν τη σχετική κίνηση των δύο σωμάτων. ΄Ετσι, όταν ένα σώμα ολισθαίνει πάνω σε ένα άλλο, η δύναμη της τριβής ουσιαστικά σχετίζεται με το σπάσιμο αυτών των χιλιάδων μικροσκοπικών συγκολλήσεων, οι οποίες συνεχώς αναδομούνται, καθώς δημιουργούνται νέες τυχαίες επαφές κατά την ολίσθηση του σώματος.

4.10 Στατική τριβή T_{Σ}

Οι δυνάμεις τριβής οι οποίες αναπτύσσονται μεταξύ επιφανειών που είναι ακίνητες και εμποδίζουν να αρχίσει η κίνησή τους λέγονται δυνάμεις στατικής τριβής T_{Σ}.

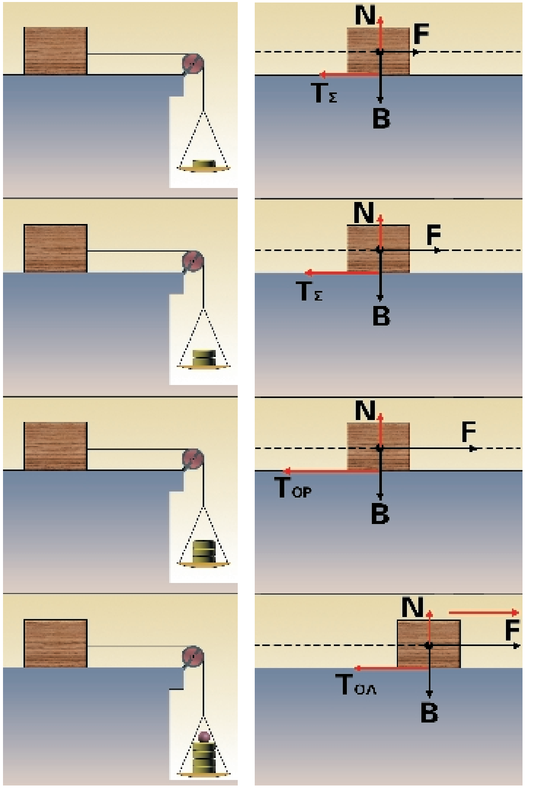
Στην παρακάτω πειραματική διάταξη της εικόνας 4.57 περιγράφονται αναλυτικά οι περιπέτειες ενός σώματος και των τριβών του.

Η **στατική τριβή T_{Σ}** εξουδετερώνει τη δύναμη F και δεν επιτρέπει στο σώμα να αρχίσει να κινείται. Ισχύει $T_{\Sigma} = F$.

Αν αυξήσουμε τη δύναμη F, τότε η στατική τριβή T_{Σ} αυξάνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε πάλι να εξουδετερώνει τη δύναμη F, οπότε το σώμα εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο. Ισχύει $T_{\Sigma} = F$.

Η αύξηση της στατικής τριβής T_{Σ} τερματίζεται σε μια μέγιστη τιμή, την **οριακή τριβή** $T_{ΟΡ}$. Το σώμα είναι έτοιμο να αρχίσει να ολισθαίνει. Ισχύει $T_{Ορ} = F$.

Πράγματι, μια ελάχιστη αύξηση της δύναμης F προκαλεί την ολίσθηση του σώματος και ταυτόχρονα η στατική τριβή μετατρέπεται σε **τριβή ολίσθησης** $T_{Ολ}$
Ισχύει $T_{Ολ} < T_{Ορ}$.



Εικόνα 4.57

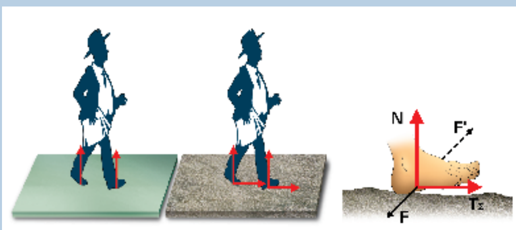
Η στατική τριβή δεν είναι μια σταθερή δύναμη, αλλά έχει την ιδιότητα να αυξάνεται ανάλογα με τη δύναμη που εμείς ασκούμε σε κάποιο σώμα στην προσπάθειά μας να το θέσουμε σε κίνηση. Βέβαια, είναι προφανές ότι η αύξηση της στατικής τριβής πρέπει κάπου να σταματάει διαφορετικά θα ζούσαμε σε έναν «ακίνητο» κόσμο.

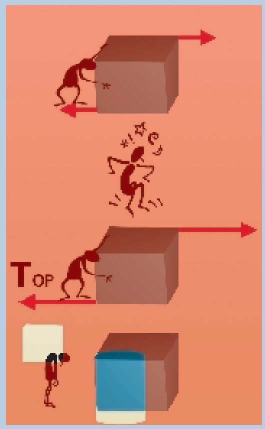
Η μέγιστη τιμή την οποία μπορεί να πάρει η στατική τριβή λέγεται **οριακή τριβή $T_{ορ}$**, και για δεδομένο ζεύγος επιφανειών εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών αυτών (από τι υλικό είναι κατασκευασμένες, πόσο λείες είναι) και από την κάθετη δύναμη με την οποία αλληλεπιδρούν οι επιφάνειες, όταν είναι σε επαφή.

Όταν η δύναμη που ασκούμε, για να θέσουμε σε κίνηση ένα σώμα, υπερβεί την οριακή τριβή, τότε το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει και ταυτόχρονα η τριβή από στατική μετατρέπεται σε **τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$**, την οποία θα μελετήσουμε στην συνέχεια.

ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ ΚΑΙ ΒΑΔΙΣΜΑ

Όταν βαδίζουμε ή τρέχουμε, αυτό το οποίο κάνουμε είναι να ασκούμε στο έδαφος μια δύναμη F, και λόγω του αξιώματος "Δράσης-Αντίδρασης" το έδαφος μας ανταποδίδει μια δύναμη F′, η οποία αναλύεται στην κάθετη αντίδραση N και στην στατική τριβή $T_Σ$, η οποία μας ωθεί εμπρός κι έτσι κινούμαστε. Το βάδισμα σε απόλυτα λείο έδαφος θα ήταν αδύνατο, επειδή η F′ θα ταυτιζότανε με τη N οπότε δε θα υπήρχε η απαιτούμενη $T_Σ$·





Η στατική τριβή αυξάνεται αλλά μόνο μέχρι την οριακή τιμή, επομένως....
μην εγκαταλείπετε την προσπάθεια.

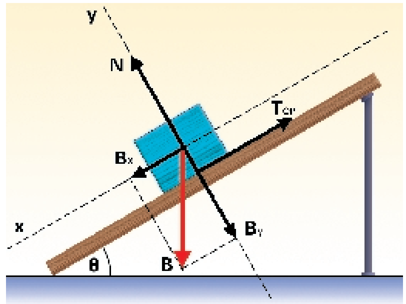
Έχει διαπιστωθεί πειραματικά ότι η οριακή τριβή είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης N και ότι εξαρτάται και από τη φύση των επιφανειών. Η διαπίστωση αυτή αποδίδεται με την εξής σχέση:

$$\boxed{T_{ορ} = η_{ορ} \cdot N} \qquad (4.14)$$

όπου **$η_{ορ}$ ο συντελεστής οριακής τριβής,** του οποίου οι τιμές εξαρτώνται από το είδος των επιφανειών.

Ο υπολογισμός του $\eta_{ορ}$ είναι δυνατός με την απλή διάταξη της εικόνας 4.58:

Σώμα μάζας m ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο μεταβλητής γωνίας κλίσης θ. Επιτυγχάνουμε την κατάλληλη κλίση του επιπέδου, ώστε το σώμα να είναι έτοιμο να ολισθήσει, οπότε η στατική τριβή έχει πάρει την οριακή τιμή της. Εφαρμόζοντας τις συνθήκες ισορροπίας



Εικόνα 4.58

$\Sigma F_x=0$ και $\Sigma F_y=0$, θα έχουμε:

$\Sigma F_x=0$ ή $B_x - T_{ορ}=0$ ή $Bημθ-\eta_{ορ}N=0$

ή $\eta_{ορ}\,N= Bημθ$ (1)

$\Sigma F_y=0$ ή $B_y - T_{ορ}=0$ ή $N- Bσυνθ = 0$ ή $N = Bσυνθ$. (2)

Τελικά, από τις (1),(2) διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει ότι:

$$\boxed{\eta_{ορ} = εφθ} \tag{4.15}$$

Αρκεί, επομένως, να μετρηθεί η γωνία θ, τη στιγμή ακριβώς κατά την οποία επίκειται ολίσθηση του σώματος, οπότε έχει προσδιοριστεί και ο συντελεστής οριακής τριβής.

Ας πειραματιστούμε: Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, οι συντελεστές τριβής δεν αναφέρονται μόνο σε ένα υλικό αλλά σε ζεύγη επιφανειών (και υλικών). Δεν έχει νόημα π.χ., η φράση "ο οριακός συντελεστής τριβής του ξύλου είναι..." Πρώτα, διότι πρέπει να διευκρινήσουμε για ποιο είδος ξύλου μιλάμε, και, ύστερα, διότι πρέπει να αναφέρουμε με ποιο υλικό έρχεται σε επαφή το ξύλο.

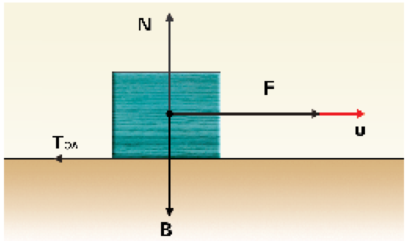
Θέλουμε, λοιπόν, να υπολογίσουμε τον οριακό συντελεστή τριβής του χαρτιού, π.χ. του εξώφυλλου στο βιβλίο Φυσικής, με το σφουγγάρι του σπόγγου. Τοποθετούμε το σπόγγο πάνω στο βιβλίο σε οριζόντια θέση. Δίνουμε κλίση στο βιβλίο από την τιμή 0^0 φτάνουμε σιγά-σιγά σε κάποια κλίση, όπου ο σπόγγος τείνει να ολισθήσει. Εκεί σταματάμε και μετράμε τη γωνία με μοιρογνωμόνιο και από τη σχέση (4.15) υπολογίζουμε το συντελεστή οριακή τριβής.

4.11 Τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$

Είναι η δύναμη η οποία εμφανίζεται στις επιφάνειες δύο σωμάτων που βρίσκονται σε σχετική κίνηση η μία ως προς την άλλη και έχει φορά πάντα αντίθετη της ταχύτητας του σώματος που ολισθαίνει (εικόνα 4.59).

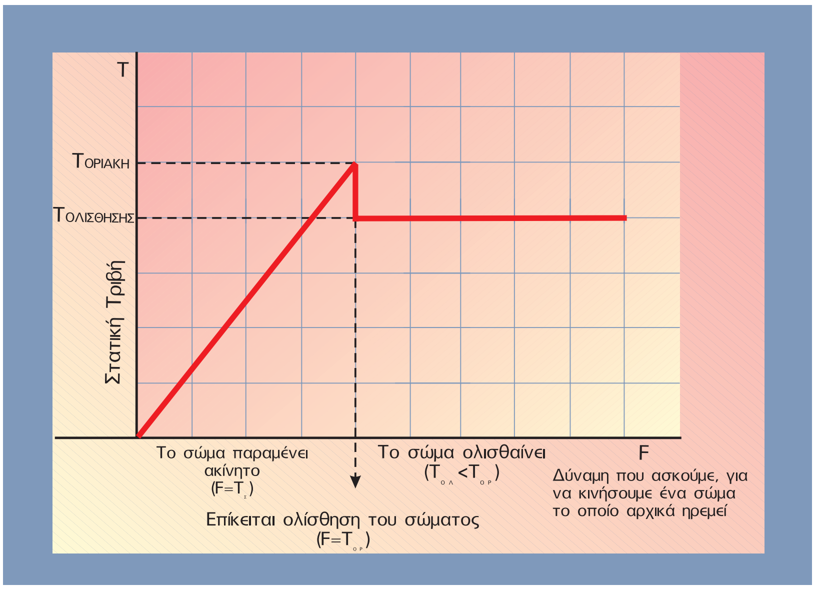
Η τριβή ολίσθησης οφείλεται στις ανωμαλίες των επιφανειών, όπως και η στατική τριβή, αλλά διαφέρει από αυτήν στο ότι είναι **σταθερή**.

Επίσης **οι δυνάμεις τριβής ολίσθησης είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες δυνάμεις οριακής τριβής.**



Εικόνα 4.59
Η τριβή ολίσθησης έχει πάντα αντίθετη φορά από τη φόρα της ταχύτητας.

Όσα αναφέρθηκαν παραπάνω μπορούμε να τα αποδώσουμε με το παρακάτω ποιοτικό διάγραμμα (εικόνα 4.60).



Εικόνα 4.60
Ποιοτικό διάγραμμα μεταβολής της τριβής με τη δύναμη που ασκούμε

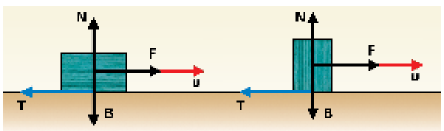
Ας στοχαστούμε...
Η μέγιστη δύναμη στατικής τριβής είναι ίση με την ελάχιστη δύναμη η οποία απαιτείται, για να αρχίσει η ολίσθηση.
...και ας παραλληλίσουμε τους νόμους της Φυσικής με ό,τι μας μαθαίνει η Ιστορία και η παρατήρηση της φύσης:
Ας συσχετίσουμε την οριακή τριβή με αυτό που λέει ο λαός μας: “Λίγο πριν ξημερώσει, επικρατεί το πιο βαθύ σκοτάδι” ή με αυτό που διδάσκει η Ιστορία ότι δηλαδή “τα απολυταρχικά καθεστώτα γίνονται πιο καταπιεστικά, όταν πλησιάζει η ανατροπή τους”.

• Οι νόμοι της τριβής ολίσθησης

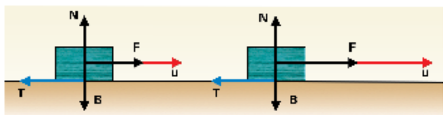
Επειδή οι δυνάμεις τριβής είναι μοριακές και περίπλοκης φύσης, οι νόμοι οι οποίοι διέπουν το φαινόμενο της τριβής είναι εμπειρικοί και μας επιτρέπουν να προβλέψουμε μόνο κατά προσέγγιση τα αποτελέσματά τους. Μπορούμε όμως με τη βοήθεια τεσσάρων απλών πειραμάτων να περιγράψουμε με ικανοποιητική ακρίβεια τη συμπεριφορά κατά την ολίσθηση της τόσο μεγάλης ποικιλίας επιφανειών που υπάρχουν. ΄Ετσι, όπως φαίνεται και στα σχήματα της εικόνας 4.61, η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από το εμβαδόν των επιφανειών και από την ταχύτητα ολίσθησης (εντός ορίων, διότι σε μεγάλες ταχύτητες η τριβή μειώνεται), ενώ εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών και από την κάθετη δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

Η εξάρτηση της τριβής από τη φύση των επιφανειών εκφράζεται με το συντελεστή τριβής ολίσθησης, ο οποίος για ένα καθορισμένο ζεύγος επιφανειών εκφράζει το σταθερό λόγο της τριβής ολίσθησης Τ προς την κάθετη δύναμη αλληλεπίδρασης των επιφανειών Ν, δηλαδή:

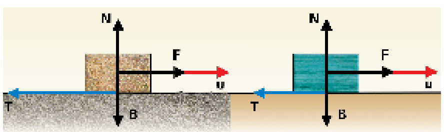
$$\eta = \frac{T}{N} \quad \text{ή διαφορετικά:} \quad \boxed{T = \eta\, N} \qquad (4.16)$$



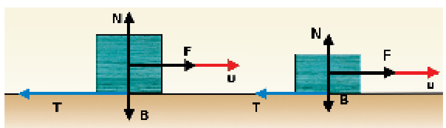
Η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από το εμβαδόν της επιφάνειας του σώματος



Η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα του σώματος

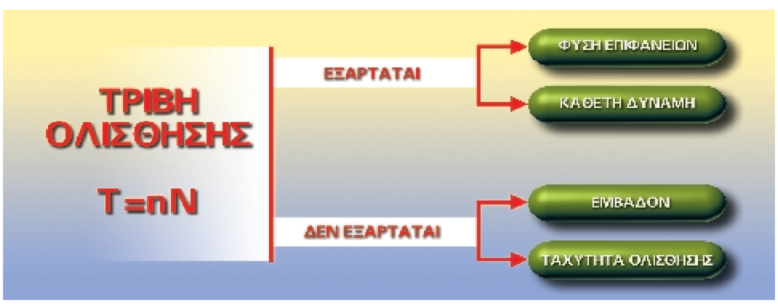


Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών των σωμάτων



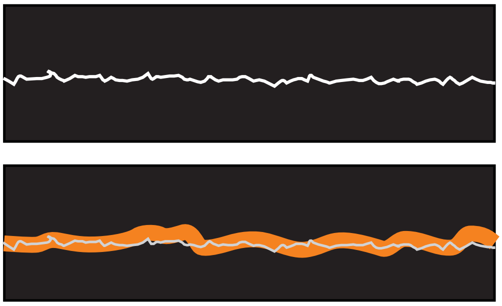
Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την κάθετη δύναμη αλληλεπίδρασης των επιφανειών

Εικόνα 4.61



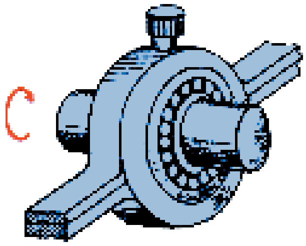
4.11.1 Μείωση της τριβής

Η μείωση της τριβής επιτυγχάνεται με ειδικά λιπαντικά ορυκτέλαια, των οποίων η χημική σύσταση και οι ιδιότητες ποικίλλουν ανάλογα με το σκοπό χρήσης τους. Πάντως, ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνουν τη μείωση της τριβής είναι σε γενικές γραμμές ο ίδιος.

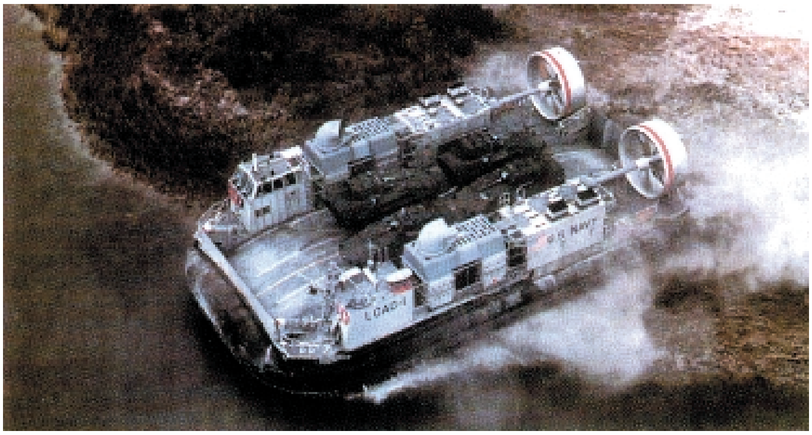


Εικόνα 4.62
Η παρεμβολή στρώματος λιπαντικού μεταξύ των επιφανειών εμποδίζει τα μόριά τους να πλησιάσουν τόσο, ώστε να αναπτύξουν ελκτικές δυνάμεις.

Το λιπαντικό υλικό εισχωρεί στις εσοχές των επιφανειών (εικόνα 4.62) σχηματίζοντας ένα στρώμα το οποίο δεν επιτρέπει την ανάπτυξη μοριακών δυνάμεων, με αποτέλεσμα να μειώνεται η δύναμη τριβής.



Η μείωση της τριβής επιτυγχάνεται επίσης με τη χρήση στρώματος πεπιεσμένου αέρα. Έχουν ήδη κατασκευαστεί οχήματα (τρένα, πλωτά σκάφη), τα οποία χρησιμοποιούν αυτή τη μέθοδο με ιδιαίτερη επιτυχία (εικόνα 4.63).



Εικόνα 4.63

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5 Συντελεστές τριβής για διάφορα ζεύγη επιφανειών

Επιφάνειες	Συντελεστής οριακής τριβής	Συντελεστής τριβής ολίσθησης
ξύλο-ξύλο	0,65	0,4
ξύλο - ξύλο με στρώμα σαπουνιού	0,45	0,20
ατσάλι-ατσάλι (με λίπανση)	0,10	0,06
ατσάλι-ατσάλι (χωρίς λίπανση)	0,58	0,15
μέταλλο-βρεγμένο μέταλλο	0,5	0,30
καουτσούκ-άσφαλτος	1,00	0,80
καουτσούκ- βρεγμένη άσφαλτος	0,8	0,30
χαλκός-ατσάλι	0,53	0,36
γυαλί-γυαλί	0,90-1,00	0,40

Τι κάνουμε, για να λύσουμε ένα πρόβλημα τριβής

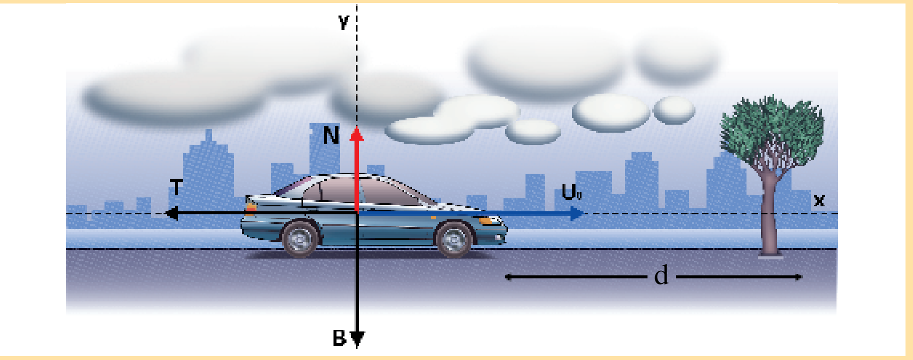
- Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις (επαφής και πεδίου) που ασκούνται στο σώμα.
- Θεωρούμε ένα αξονικό σύστημα xoy, του οποίου ο x-άξονας συμπίπτει με την κατεύθυνση της κίνησης.
- Αναλύουμε τις δυνάμεις, που χρειάζεται να αναλυθούν στους άξονες και τριγωνομετρικά βρίσκουμε τις συνιστώσες τους.
- Εφαρμόζουμε το 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα για κάθε άξονα:
  $\Sigma F_y=0$ (1) διότι οι κινήσεις που εξετάζουμε είναι μίας διάστασης (μόνο κατά τον x-άξονα)
  $\Sigma F_x=m\alpha$ (2) [σε περίπτωση ομαλής κίνησης $\Sigma F_x=0$]
  $T=\eta N$ (3)
- Η επεξεργαία του συστήματος των τριών εξισώσεων, καθώς και η χρήση των τύπων της κινηματικής, οδηγούν στη λύση συνηθισμένων προβλημάτων. (Επίσης δεν ξεχνάμε ποτέ ότι $B=mg$).

Ας εφαρμόσουμε τα παραπάνω

➤ **Ο οδηγός του αυτοκινήτου στην εικόνα αντιλαμβανόμενος το δέντρο φρενάρει απότομα τη στιγμή κατά την οποία ο εμπρόσθιος προφυλακτήρας απέχει από αυτό απόσταση $d=50m$ και η ταχύτητά του είναι $\upsilon_0=10m/s$. Εξαιτίας της βροχής ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των τροχών και του δρόμου είναι $\eta= 0,1$.**

1) Ο οδηγός τελικά θα αποφύγει τη σύγκρουση με το δέντρο;

2) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα (υ-t), (s-t) και (α-t). ($g=10m/s^2$)



Λύση

1) Προφανώς, θα πρέπει να συγκρίνω την απόσταση d με το διάστημα $s_{ολ}$, το οποίο θα διατρέξει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει.

Έχουμε μάθει ότι $S_{ολ} = \dfrac{\upsilon_0^2}{2|\alpha|}$,

οπότε αναζητούμε την επιβράδυνση α της κίνησης.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο είναι το βάρος του (πεδίου), η αντίδραση N επί των τροχών (επαφής) και η τριβή ολίσθησης (επαφής). Ισχύουν:

$\Sigma F_y=0$ ή $N-B=0$ ή $N = B$ (1)
$\Sigma F_x=m\alpha$ ή $-T = m\alpha$ (2)
$T=\eta N$ (3)

Η σχέση (2), λόγω της (1) και της (3), γίνεται:
$-\eta B=m\alpha$ και επειδή $B=mg$, έχουμε τελικά ότι:

$-\eta mg = m\alpha$ ή $\boldsymbol{\alpha = -\eta g}$ **(4)**

Βρήκαμε, επομένως, την επιβράδυνση α της κίνησης.

Στη συνέχεια κάνοντας τις απαραίτητες αντικαταστάσεις και πράξεις βρίσκουμε ότι $s_{ολ}=50m$, ενώ δίνεται ότι και $d=50m$. **Άρα το αυτοκίνητο μόλις που έρχεται σε επαφή με το δέντρο.**

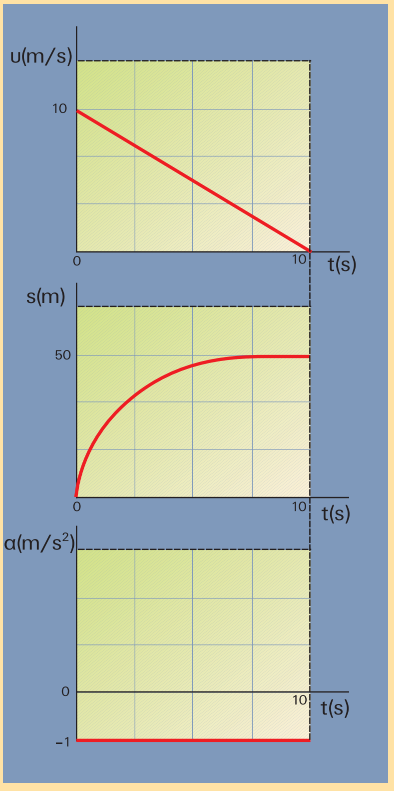
2) Εφόσον θέλουμε να κατασκευάσουμε διαγράμματα με το χρόνο, πρέπει να βρούμε προηγουμένως πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση του αυτοκινήτου.

Γνωρίζουμε ότι στις επιβραδυνόμενες κινήσεις ο απαιτούμενος χρόνος μέχρι να σταματήσει ένα κινητό είναι $t_{ολ}= \left|\dfrac{\upsilon_0}{\alpha}\right|$,

οπότε λόγω της (4) $t_{ολ}= \dfrac{\upsilon_0}{\eta g}$

δηλαδή $\boldsymbol{t_{ολ} = 10s}$

Τα ζητούμενα διαγράμματα σχεδιάζονται σύμφωνα με όσα γνωρίζουμε σχετικά με τις ευθύγραμμες ομαλά επιβραδυνόμενες κινήσεις.



Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι το ολικό διάστημα κίνησης μπορούσαμε να το βρούμε και από το διάγραμμα της ταχύτητας, υπολογίζοντας το εμβαδόν του τριγώνου, που σχηματίζεται από το γράφημα της ταχύτητας και από τους άξονες.

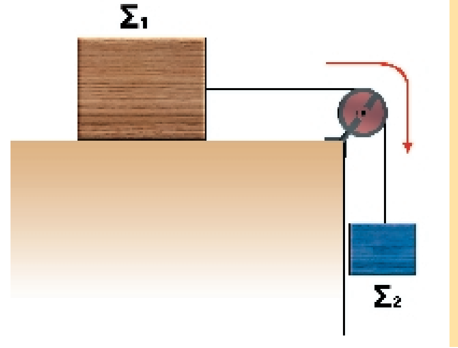
Πράγματι: $s_{ολ} = E_{τριγώνου} = (βάση \times ύψος):2 = (10s \cdot 10m/s):2 = 50m$.

➢ **Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ μαζών m και 3m αντίστοιχα κινούνται όπως δείχνει το σχήμα με επιτάχυνση $α = \frac{g}{2}$. Ζητούνται:**

α) ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του οριζόντιου επιπέδου,

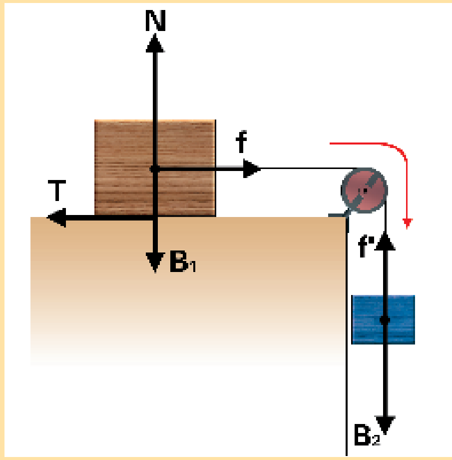
β) η τάση του σχοινιού.

($m = 1kg$, $g = 10m/s^2$)



Λύση

1) Αρχικά σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που εξετάζουμε.



Για το σώμα Σ_1: το βάρος του B_1, την τριβή Τ, την κάθετη δύναμη του επιπέδου N, και την τάση από το σχοινί f.

Για το σώμα Σ_2: το βάρος του B_2, και την τάση από το σχοινί f′.

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε στους άξονες y και x το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής, παίρνοντας ως θετική φορά των δυνάμεων στον x άξονα τη φορά της κίνησης:

$\Sigma F_y = 0$ ή $N - B_1 = 0$ ή $N = B_1$ (1)

$\Sigma F_x = m\alpha$ ή $B_2 - f' + f - T = (m_1 + m_2)\alpha$ (2).

Όμως, $f = -f'$ (δράση-αντίδραση) και $T = \eta N$ ή λόγω της (1) $T = \eta B_1$.

Άρα η (2) γίνεται: $B_2 - \eta B_1 = (m_1 + m_1)\alpha$

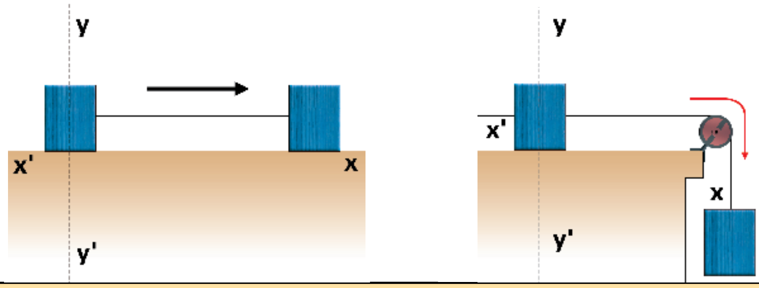
και επειδή $\alpha = g/2$, $B_2 = m_2 g = 3mg$, $B_1 = m_1 g = mg$

θα έχουμε ακόμη ότι:

$B_2 - \eta B_1 = (m_1 + m_2)\, g/2$ ή $3mg - nmg = 4mg/2$ άρα $n = 1$.

ΠΡΟΣΟΧΗ

Η παρουσία μιας τροχαλίας προκαλεί νοητή "κάμψη" στον x - άξονα.



2) Για να βρούμε την τάση του σχοινιού εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο σε ένα από τα δύο σώματα (συνήθως σε αυτό που ασκούνται λιγότερες δυνάμεις).

Έτσι, για το Σ_2 θα έχουμε:

$\Sigma F_x = m\alpha$ ή $B_2 - f' = m_2\,\alpha$ ή $m_2\, g - f' = m_2\, g/2$ ή $3mg - f' = 3m\, g/2$ ή $f' = 5$ N

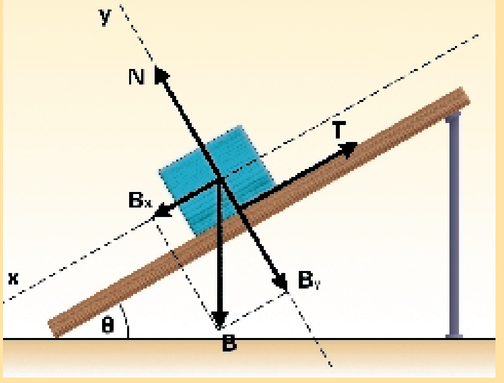
Το ίδιο αποτέλεσμα θα βρίσκαμε, αν δουλεύαμε με το Σ_1.

Ας δοκιμάσουμε.

➢ **Σώμα μάζας m κινείται προς τη βάση κεκλιμένου επιπέδου με σταθερή ταχύτητα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\eta = \frac{\sqrt{3}}{3}$, να υπολογιστεί η γωνία κλίσης φ του κεκλιμένου επιπέδου.**

Λύση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και αναλύουμε το βάρος κατά τον άξονα κίνησης (x) και τον κάθετο σε αυτόν (y). Στη συνέχεια με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας βρίσκουμε τις συνιστώσες του βάρους Βχ και Βy.



Είναι: Bx=Bημθ και By=Bσυνθ.

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής σε κάθε άξονα:

ΣFy=0 ή N - By=0 ή N= Bσυνθ ή N= mgσυνθ (1)

$ΣF_x$=mα, επειδή όμως η ταχύτητα είναι σταθερή, α=0 και συνεπώς ΣFx=0, δηλαδή:

Bx - T = 0 ή Bημθ - ηN = 0 και λόγω της (1) έχουμε ότι

mgημθ -η mgσυνθ = 0 ή ημθ-η συνθ=0 ή εφθ=η ή εφθ= $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ή θ=30^0.

- **Αν υποθέσουμε ότι το σώμα του προηγούμενου παραδείγματος έχει μάζα m=$\sqrt{2}$kg και θέλουμε να ανέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, πόση σταθερή δύναμη F παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο πρέπει να του ασκούμε; (g=10m/s²)**

Λύση

ΣFy=0 ή N - By=0 ή

N= Bσυνθ ή

N= mgσυνθ (1)

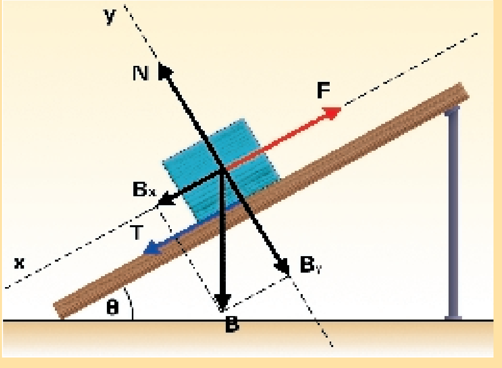
ΣFx=0 ή F-Bχ - T = 0 ή

F- Bημθ - ηN = 0 ή

F= mgημθ +η mgσυνθ ή

F= mg(ημ30^0 +η συν30^0)

ή F= 10$\sqrt{2}$N.

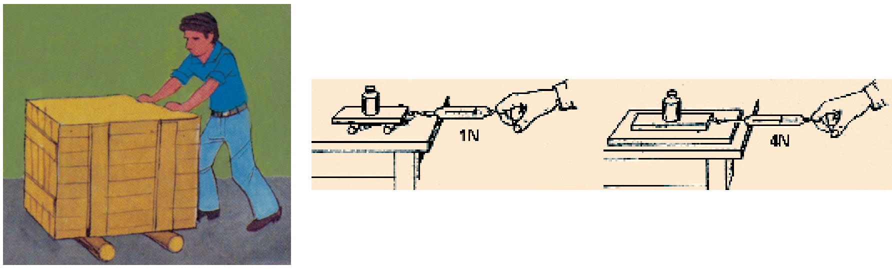


- **Αν κάποια στιγμή καταργήσουμε τη δύναμη, τι νομίζετε ότι θα κάνει στη συνέχεια το σώμα;**
(...μια μικρή υπόδειξη: μεταξύ των άλλων χρησιμοποιήστε αυστηρά τις γνώσεις σας περί οριακής τριβής....)

4.12 Τριβή κύλισης

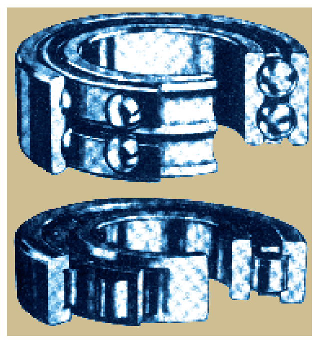
Είναι γνωστό ότι η ανακάλυψη του τροχού αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους σταθμούς στην ιστορία της ανθρωπότητας. Οι πάσης φύσεως μεταφορές στη σημερινή εποχή είναι συνυφασμένες με τα τροχοφόρα οχήματα. Ο λόγος είναι ιδιαίτερα απλός: **ευκολότερα κυλίουμε ένα σώμα παρά το ολισθαίνουμε.**

Για παράδειγμα, η μεταφορά ενός σώματος επί κυλιόμενων κυλίνδρων απαιτεί πολύ μικρότερη δύναμη, απ' ό,τι θα απαιτούσε η μεταφορά του με ολίσθηση. Σε όλες σχεδόν τις πρακτικές εφαρμογές επιδιώκεται η αντικατάσταση της ολίσθησης από την κύλιση (τροχοί, ρουλεμάν κτλ.).



Εικόνα 4.64
Η εμπειρία και το πείραμα δείχνουν ότι η κύλιση απαιτεί μικρότερη δύναμη από την ολίσθηση.

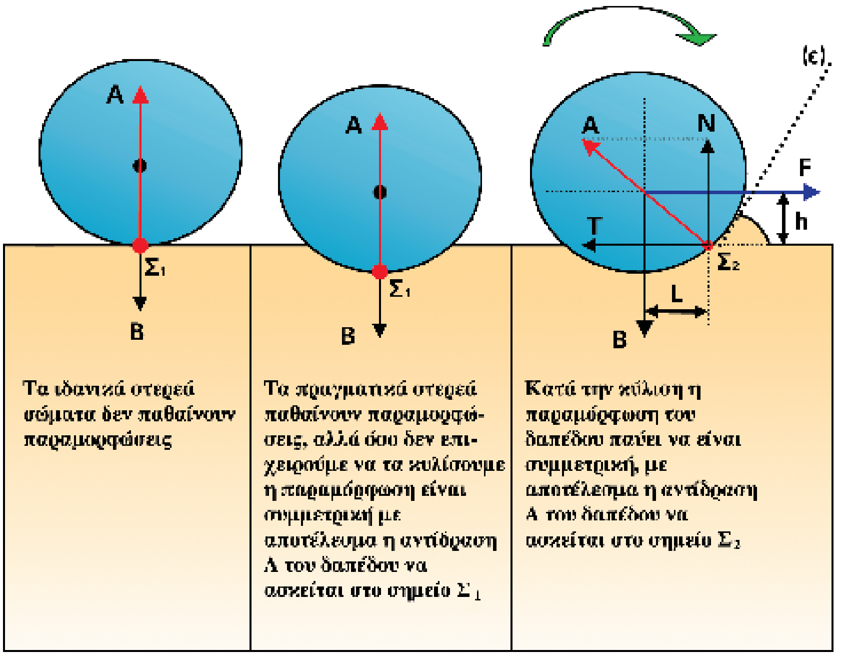
Κατά την κύλιση αναπτύσσεται τριβή, η οποία διαφέρει από τη στατική τριβή και από την τριβή ολίσθησης στο εξής: **κύλιση** σημαίνει **περιστροφή** του σώματος. Άρα το αίτιο εκείνο το οποίο θα παρεμποδίζει την περιστροφή δεν μπορεί να είναι δύναμη αλλά η **ροπή** κάποιας δύναμης. Πράγματι, η **τριβή κύλισης** είναι μια **ροπή**, η οποία παρεμποδίζει την περιστροφή του κυλιόμενου σώματος ενώ η **τριβή ολίσθησης,** είναι μια **δύναμη**, η οποία παρεμποδίζει την ολίσθηση του σώματος.



Εικόνα 4.65
΄Ενσφαιροι τριβείς (ρουλεμάν)

4.12.1 Υπολογισμός της τριβής κύλισης - Συνθήκη κύλισης

Ας θεωρήσουμε τον κύλινδρο της εικόνας 4.66, ο οποίος ενώ αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο, ασκούμε σ' αυτόν δύναμη F, με σκοπό να τον κυλίσουμε. Επειδή τα πραγματικά σώματα δεν είναι απολύτως ανελαστικά στερεά, όταν στηρίζονται το ένα πάνω στο άλλο παθαίνουν πάντοτε ελαστικές παραμορφώσεις στην επιφάνεια συνεπαφής τους. (Βέβαια, τις παραμορφώσεις αυτές δεν μπορούμε να τις αντιληφθούμε με τις αισθήσεις μας· ωστόσο **υπάρχουν** και είναι υπεύθυνες για ένα πλήθος φαινομένων).



Εικόνα 4.66

Εξαιτίας αυτών των παραμορφώσεων, ο κύλινδρος κατά την κύλισή του είναι υποχρεωμένος να «αναρριχάται» κατά μήκος της ευθείας (ε), με αποτέλεσμα συνεχώς παρεμποδίζεται η κύλισή του.

Η ροπή **Μ** του ζεύγους των δυνάμεων **Β** και **Ν** ονομάζεται **τριβή κύλισης** και δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{M = B\,L} \qquad (4.17)$$

Η απόσταση **L** ονομάζεται **συντελεστής τριβής κύλισης**, μετρείται συνήθως σε cm και η τιμή του εξαρτάται από τη φύση των σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή.

Προκειμένου να αρχίσει να κυλίεται ο κύλινδρος, πρέπει η ροπή του ζεύγους των δυνάμεων F και Τ να εξουδετερώσει την τριβή κύλισης.

Δηλαδή: $\mathbf{F{\cdot}h=B{\cdot}L}$

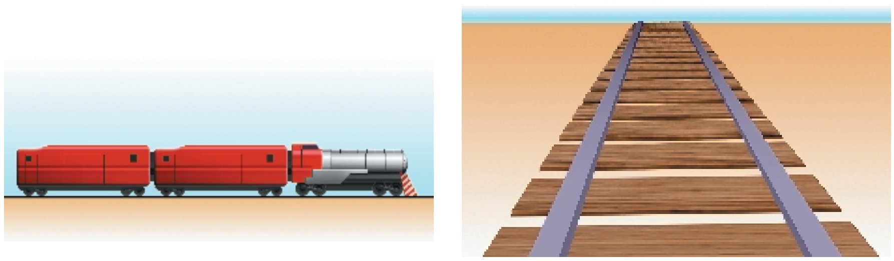
Επειδή, όμως, στην πράξη η απόσταση h ταυτίζεται με την ακτίνα R του κυλίνδρου ($\mathbf{h \cong R}$), θα έχουμε τελικά:

$$\boxed{F = B\frac{L}{R}} \qquad (4.18)$$

Η σχέση 4.18 αποτελεί την αναγκαία συνθήκη, για να αρχίσει η κύλιση του κυλίνδρου.

Ας προσέξουμε

- Ο συντελεστής τριβής κύλισης L ουσιαστικά εξαρτάται από το μέγεθος της παραμόρφωσης που θα υποστούν οι επιφάνειες· δηλαδή μεγάλη παραμόρφωση σημαίνει μεγάλο L και αντίστροφα.
- Τα τρένα έχουν μεταλλικούς τροχούς που κυλίονται στις σιδηροτροχιές, ακριβώς για να ελαχιστοποιείται η παραμόρφωση και επομένως και ο συντελεστής τριβής κίλισης L.
- Η δύναμη F (δύναμη έλξης) είναι ανάλογη με το βάρος B του κυλιόμενου σώματος, αλλά αντίστροφη με την ακτίνα του R. Αυτό σημαίνει ότι στα βαρέα οχήματα πρέπει να χρησιμοποιούνται τροχοί μεγάλης ακτίνας, ώστε να μειώνεται η απαιτούμενη δύναμη έλξης F.



Πίνακας 4.6
ΜΕΡΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΤΡΙΒΗΣ ΚΥΛΙΣΗΣ

Σιδερένιος τροχός σε χωμάτινο δρόμο	**L = 0,100cm**
Σιδερένιος τροχός σε σφαλτοστρωμένο δρόμο	**L = 0,015cm**
Τροχός αυτοκινήτου σε ασφαλτοστρωμένο δρόμο	**L = 0,035cm**
Τροχός σιδηροδρόμου	**L = 0,002cm**

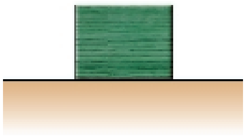
Είναι βέβαιο ότι η κύλιση είναι ευκολότερη από την ολίσθηση.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.61 Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται:
α) από τη μάζα του σώματος που ολισθαίνει
β) από την ταχύτητα ολίσθησης
γ) από το είδος της επιφάνειας του σώματος που ολισθαίνει
δ) από την επιτάχυνση του σώματος που ολισθαίνει.
Χαρακτηρίστε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) τις παραπάνω προτάσεις.

4.62 Σε ποια από τις δύο περιπτώσεις του σχήματος θα είναι μεγαλύτερη η τριβή ολίσθησης;

4.63 Το σώμα του σχήματος, που αρχικά ήταν ακίνητο τώρα κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα. Σχεδιάστε και ονομάστε τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό.

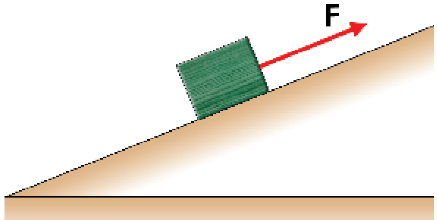


4.64 Η δύναμη που εμποδίζει τα σώματα να αρχίσουν να κινούνται λέγεται.......... τριβή, και η μέγιστη τιμή της ονομάζεται...............τριβή. Όταν το σώμα αρχίζει να κινείται, η.............τριβή μετατρέπεται σε τριβή...........

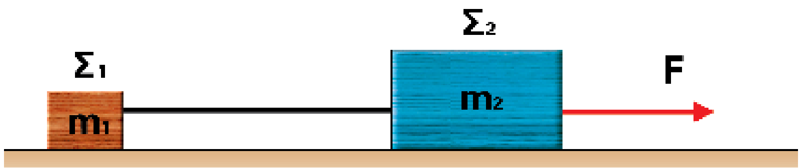
4.65 Εξηγήστε γιατί είναι πιο εύκολο να ολισθαίνουμε ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα παρά να το αναγκάσουμε να αρχίσει να ολισθαίνει;

4.66 Σώμα μάζας $m=1kg$ κινείται με την επίδραση δύναμης $F=25N$ σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\eta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ και $g=10m/s^2$, ζητούνται τα εξής:

α) Να σχεδιαστούν οι υπόλοιπες δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
β) Να υπολογιστεί η τριβή ολίσθησης.
γ) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος.



4.67 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 μαζών m_1=1kg, m_2=9kg αντίστοιχα, που αρχικά ηρεμούν, συνδέονται με αβαρές σχοινί. Στο σώμα Σ_2 ασκείται οριζόντια δύναμη F=20N. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι η=0,1 και g=10m/s^2, ζητούνται τα εξής:



α) Να σχεδιαστούν οι υπόλοιπες δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα.
β) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του συστήματος των σωμάτων.
γ) Να βρεθεί η τάση του σχοινιού.
δ) Πόση θα είναι η ταχύτητα των σωμάτων τη χρονική στιγμή t=5s;
ε) Υποθέστε ότι τη χρονική στιγμή t=5s η δύναμη F ξαφνικά παύει να ασκείται.
Τι είδους κίνηση θα κάνουν τα σώματα; Τι θα συμβεί στο σχοινί;

4.68 Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή:
α) Η τριβή ολίσθησης είναι μεγαλύτερη από την τριβή κύλισης.
β) Η τριβή ολίσθησης είναι δύναμη, ενώ η τριβή κύλισης είναι ροπή.
γ) Η τριβή ολίσθησης είναι σταθερή, ενώ η τριβή κύλισης μεταβάλλεται.

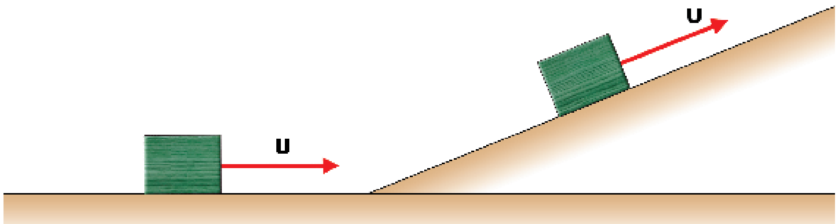
4.69 Να περιγράψετε ένα φαινόμενο για κάθε είδος τριβής (ολίσθησης, στατική, κύλισης)

4.70 Έως τα μέσα περίπου της δεκαετίας του 1950 το κύριο συγκοινωνιακό μέσο στην Αθήνα ήταν το τραμ. Το τραμ είναι ένα μικρό ηλεκτρικό βαγόνι, το οποίο κυλάει σε ράγες και χρησιμοποιείται και σήμερα σε πολλές ευρωπαϊκές πόλεις. Πολλοί ισχυρίζονται ότι η αντικατάσταση του τραμ από τα σημερινά τρόλεϊ, τα οποία χρησιμοποιούν συνηθισμένες ρόδες, ήταν λανθασμένη ενέργεια. Πού κατά τη γνώμη σας στηρίζεται ο ισχυρισμός αυτός;

4.71 Συζητήστε την ακόλουθη φράση: "Συνάντησα μεγάλη κίνηση στο δρόμο και με το "σταμάτα-ξεκίνα" του αυτοκινήτου μου σχεδόν ξέμεινα από βενζίνη".

4.72 Ένα σώμα εκτοξεύεται πρώτα σε οριζόντιο επίπεδο και έπειτα σε κεκλιμένο επίπεδο. Η τριβή ολίσθησης για το σώμα είναι μεγαλύτερη στο οριζόντιο επίπεδο απ' ό,τι στο κεκλιμένο, διότι:
α) Στο οριζόντιο κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα.

β) Στο οριζόντιο η δύναμη Ν του επιπέδου είναι μεγαλύτερη από ό,τι στο κεκλιμένο.
γ) Τίποτα από τα παραπάνω.
Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι η σωστή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



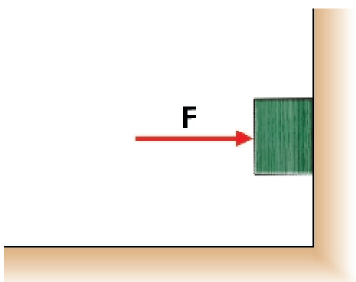
4.73 Να αντιστοιχίσετε τις καταστάσεις με τα μεγέθη:

Φαινόμενο	Μέγεθος
α) Αυτοκίνητο είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο.	Τριβή κύλισης........
β) Αυτοκίνητο είναι ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο.	Τριβή ολίσθησης.......
γ) Αυτοκίνητο ανέρχεται σε κεκλιμένο επίπεδο.	Στατική τριβή.........
δ) Αυτοκίνητο κινείται με μπλοκαρισμένους τους τροχούς.	

4.74 Σημειώστε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες από τις παρακάτω προτάσεις:
α) Η τριβή ολίσθησης οφείλεται στις ανωμαλίες των επιφανειών.
β) Η οριακή τριβή είναι μικρότερη από την τριβή ολίσθησης.
γ) Ο συντελεστής τριβής κύλισης είναι καθαρός αριθμός.
δ) Η κύλιση είναι ευκολότερη από την ολίσθηση.

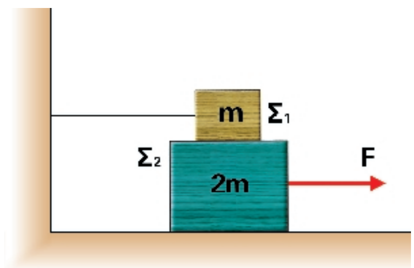
4.75 Να αναφέρατε από μία διαφορά μεταξύ:
- Στατικής τριβής - Τριβής ολίσθησης
- Τριβής ολίσθησης - Τριβής κύλισης
- Συντελεστή τριβής ολίσθησης - Συντελεστή τριβής κύλισης
- Φρεναρίσματος σε βρεγμένο δρόμο - Φρεναρίσματος σε στεγνό δρόμο.

4.76 Σώμα μάζας m=1kg στηρίζεται σε κατακόρυφο τοίχο με την επίδραση δύναμης F. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και τοίχου είναι η = 0,1, να υπολογιστεί η δύναμη F, ώστε το σώμα:
α) να κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα
β) να κατέρχεται με επιτάχυνση $α=5m/s^2$
γ) να κατέρχεται με επιτάχυνση $α=10m/s^2$
$(g=10m/s^2)$.

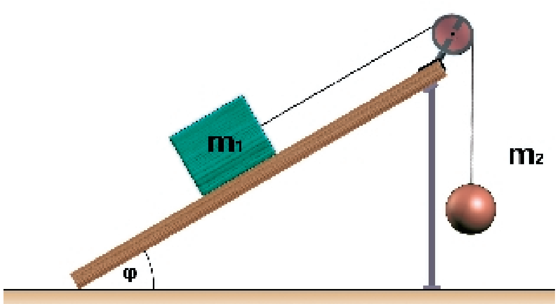


4.77 Κιβώτιο μάζας m είναι τοποθετημένο στο δάπεδο της καρότσας ενός φορτηγού, το οποίο κινείται με επιτάχυνση α. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι η = 0,1. α) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και να βρεθεί ποια απ' αυτές το επιταχύνει. β) Πόση πρέπει να γίνει η επιτάχυνση του φορτηγού, ώστε το κιβώτιο να αρχίσει να ολισθαίνει μέσα στη καρότσα; ($g=10m/s^2$)

4.78 Στη διάταξη της εικόνας θέλουμε να υπολογίσουμε την απαιτούμενη δύναμη F, ώστε το σώμα $Σ_2$ να αρχίσει να κινείται. Πόση θα είναι τότε η τάση f του νήματος που συνδέει το σώμα $Σ_1$ με το κατακόρυφο τοίχωμα; Δίνεται ότι οι συντελεστές οριακής τριβής μεταξύ των σωμάτων, καθώς και μεταξύ του σώματος $Σ_2$ και του δαπέδου, είναι η (το g θεωρείται γνωστό).



4.79 Να βρεθεί η επιτάχυνση α, με την οποία κινούνται τα σώματα στην εικόνα, αν είναι γνωστά τα εξής:
$m_1=30kg$, $m_2=10kg$,
$g=10m/s^2$ $φ=30^0$ και $n=0,1$.



4.80 Όχημα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση α. Ένα κιβώτιο παρασύρεται από το όχημα και παραμένει προσκολλημένο στο μπροστινό μέρος του χωρίς να έρχεται σε επαφή με το δρόμο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και οχήματος είναι η, να δειχτεί ότι $\eta = \dfrac{g}{\alpha}$ **.**