

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ Η/Υ

Στα σύγχρονα εργαστήρια αναλυτικής χημείας και ιδιαίτερα στην ποσοτική ανάλυση είναι απαραίτητη η χρήση Η/Υ, η οποία διευκολύνει την επεξεργασία των αποτελεσμάτων και μας απαλλάσσει από το άγχος μαθηματικών υπολογισμών και πιθανών λαθών.

Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην επεξεργασία αποτελεσμάτων με τη χρήση Η/Υ και συγκεκριμένα θα υπολογίσουμε την μέση τιμή σε μια σειρά ζυγίσεων.

Ας ακολουθήσουμε ένα – ένα βήμα τον τρόπο εργασίας.

Αρχικά γνωρίζουμε ήδη από τα βασικά μαθήματα χρήσης Η/Υ ότι για τις μαθηματικές πράξεις μας διευκολύνει η χρησιμοποίηση του προγράμματος Excel.

Έστω ότι εκτελούμε μια σειρά ζυγίσεων για το ίδιο δείγμα και λαμβάνουμε τις τιμές: 12,44, 12,40, 12,43, 12,41 και 12,42 g (με ακρίβεια ζυγού $\pm 0,01g$).

Αυτό σημαίνει ότι τα σημαντικά ψηφία του αριθμού μας περιορίζονται στο δεύτερο δεκαδικό ψηφίο. Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων έχει σημασία για την τελική στρογγυλοποίηση του αποτελέσματός μας.

Για την τελική επεξεργασία και παρουσίαση των αποτελεσμάτων μας θα χρησιμοποιήσουμε το Excel.

Ανοίγουμε λοιπόν το πρόγραμμα και στο κελί A1 δίνουμε τον τίτλο της εργασίας μας, εν προκειμένω έστω «ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ»

Στο κελί A4 ερχόμαστε και γράφουμε : ΜΕΤΡΗΣΗ 1

Στο κελί A5 ερχόμαστε και γράφουμε : ΜΕΤΡΗΣΗ 2

Στο κελί A6 ερχόμαστε και γράφουμε : ΜΕΤΡΗΣΗ 3

Στο κελί A7 ερχόμαστε και γράφουμε : ΜΕΤΡΗΣΗ 4

Στο κελί A8 ερχόμαστε και γράφουμε : ΜΕΤΡΗΣΗ 5

Στο κελί B3 ερχόμαστε και γράφουμε : Xi που σημαίνει ότι στη στήλη κάτω από αυτό θα γράψουμε τις τιμές των μετρήσεων.

Στο κελί C3 ερχόμαστε και γράφουμε : μονάδα που σημαίνει ότι στη στήλη κάτω από αυτό θα γράψουμε τις μονάδες των μετρήσεων (πρέπει να χρησιμοποιούμε την ίδια μονάδα για όλες τις μετρήσεις μας)

Στο κελί D3 ερχόμαστε και γράφουμε : Σ Xi που σημαίνει το άθροισμα όλων των τιμών που μετρήσαμε

Στο κελί E3 ερχόμαστε και γράφουμε : μονάδα που σημαίνει ότι στη στήλη κάτω από αυτό θα γράψουμε τις μονάδες των μετρήσεων

Στο κελί F3 ερχόμαστε και γράφουμε : Χμ που σημαίνει τη μέση τιμή των μετρήσεων

Στο κελί G3 ερχόμαστε και γράφουμε : μονάδα που σημαίνει ότι στη στήλη κάτω από αυτό θα γράψουμε τις μονάδες των μετρήσεων

Στο κελί H3 ερχόμαστε και γράφουμε : ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ που σημαίνει ότι στη στήλη κάτω από αυτό θα γράψουμε το τελικό αποτέλεσμα σύμφωνα με τα σημαντικά ψηφία των μετρήσεων

Στο κελί I3 ερχόμαστε και γράφουμε : μονάδα που σημαίνει ότι στη στήλη κάτω από αυτό θα γράψουμε τις μονάδες των μετρήσεων

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

	Xi μονάδα	Σχι μονάδα	Χμ μονάδα	ΣΤΡΟΓ/ΣΗ	μονάδα
ΜΕΤΡΗΣΗ 1					
ΜΕΤΡΗΣΗ 2					
ΜΕΤΡΗΣΗ 3					
ΜΕΤΡΗΣΗ 4					
ΜΕΤΡΗΣΗ 5					

Στη φάση αυτή το φύλλο εργασίας μας θα έχει τη μορφή του ανωτέρω σχήματος.

Στη συνέχεια περνάμε στα κελιά B4, B5, B6, B7 και B8 και βάζουμε τις τιμές που έχουμε μετρήσει. Στο κελί C4 γράφουμε το σύμβολο g, αφού όλες οι μετρήσεις μας έγιναν σε γραμμάρια και το αντιγράφουμε μέχρι και το κελί C8.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

	Xi μονάδα	Σχι μονάδα	Χμ μονάδα	ΣΤΡΟΓ/ΣΗ	μονάδα
ΜΕΤΡΗΣΗ 1	12,44				g
ΜΕΤΡΗΣΗ 2	12,40				g
ΜΕΤΡΗΣΗ 3	12,43				g
ΜΕΤΡΗΣΗ 4	12,41				g
ΜΕΤΡΗΣΗ 5	12,42				g

Στη φάση αυτή το φύλλο εργασίας μας θα έχει τη μορφή του ανωτέρω σχήματος.

Ακολουθώντας στο κελί D4 θα υπολογίσουμε το άθροισμα των μετρήσεών μας. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση που μας δίνει το άθροισμα των αριθμών που περιλαμβάνονται στα κελιά B4 ως B8, δηλαδή $=SUM(B4:B8)$. Βλέπουμε τότε ότι στο κελί D4 εμφανίζεται ο αριθμός 62,10. Στο διπλανό κελί E4 δίνουμε τη μονάδα, g.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

	Xi μονάδα	Σχι μονάδα	Χμ μονάδα	ΣΤΡΟΓ/ΣΗ μονάδα
ΜΕΤΡΗΣΗ 1	12,44 g	62,10 g		
ΜΕΤΡΗΣΗ 2	12,40 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 3	12,43 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 4	12,41 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 5	12,42 g			

Στη φάση αυτή το φύλλο εργασίας μας θα έχει τη μορφή του ανωτέρω σχήματος.

Τελικά στο κελί F4 θα υπολογίσουμε τη μέση τιμή. Αυτό μπορεί να γίνει είτε δίνοντας απευθείας τη συνάρτηση του μέσου όρου για τα κελιά B4 ως B8, δηλαδή $=AVERAGE(B4:B8)$, είτε δίνοντας την εντολή να διαιρεθεί η τιμή του κελιού D4 δια του πέντε που είναι ο αριθμός των δειγμάτων μας, δηλαδή $=D4/5$. Και στις δυο περιπτώσεις στο κελί εμφανίζεται ο αριθμός 12,420. Στο κελί F4 από την επιλογή μορφή αριθμού δίνουμε την εντολή ο αριθμός να εμφανίζεται με τρία δεκαδικά ψηφία, ώστε να έχουμε περιθώριο να ελέγξουμε και εμείς τον μέσο όρο πριν δώσουμε με τον υπολογιστή την εντολή της στρογγυλοποίησης.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

	Xi μονάδα	Σχι μονάδα	Χμ μονάδα	ΣΤΡΟΓ/ΣΗ μονάδα
ΜΕΤΡΗΣΗ 1	12,44 g	62,10 g	12,420	
ΜΕΤΡΗΣΗ 2	12,41 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 3	12,43 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 4	12,41 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 5	12,42 g			

Στη φάση αυτή το φύλλο εργασίας μας θα έχει τη μορφή του ανωτέρω σχήματος.

Στη συνέχεια στο κελί G4 δίνουμε την μονάδα μέτρησης και περνάμε στο κελί H4

όπου θα στρογγυλοποιήσουμε τον μέσο όρο. Αρχικά τον λέμε να φέρει στο κελί H4 τα περιεχόμενα του F4 με την εντολή = F4 και κατόπιν από την επιλογή μορφή αριθμού δίνουμε την εντολή ο αριθμός να εμφανίζεται με δύο δεκαδικά ψηφία, όσα είναι και τα σημαντικά ψηφία των μετρήσεων. Στο διπλανό κελί I4 δίνουμε και πάλι την μονάδα μέτρησης.

Σημειώνεται ότι η σχετική αναφορά σε κελί του λογιστικού φύλλου είναι: B3. Όταν πχ προσθέτουμε το κελί B3 και B4 και το αντιγράφουμε στην πρώτη στήλη αυτόματα η αντιγραφή θα δώσει A3 και A4. Ενώ η απόλυτη αναφορά σε κελί του λογιστικού φύλλου είναι: \$B\$3. Στην περίπτωση αυτή σε κάθε μεταφορά ή αντιγραφή κλπ το κελί αυτό θα παραμένει σταθερό. πχ στο κελί B5 δίνω =B1+\$B\$2. Αν το αντιγράψω στην στήλη A στο κελί A5 θα πάρω: =A1+\$B\$2.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

	Xi μονάδα	Σχι μονάδα	Χμ μονάδα	ΣΤΡΟΓ/ΣΗ μονάδα
ΜΕΤΡΗΣΗ 1	12,44 g	62,10 g	12,420 g	12,42 g
ΜΕΤΡΗΣΗ 2	12,40 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 3	12,43 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 4	12,41 g			
ΜΕΤΡΗΣΗ 5	12,42 g			

Στη φάση αυτή το φύλλο εργασίας μας θα έχει τη μορφή του ανωτέρω σχήματος.

Το φύλλο εργασίας είναι έτοιμο. Αν αλλάξουμε κάποια ή όλες τις μετρήσεις μας το πρόγραμμα θα υπολογίσει το νέο μέσο όρο. Έστω ότι αλλάζουμε την πρώτη μέτρηση σε 12,39. Ο μέσος όρος θα αλλάξει σε 12,41.

Επειδή μπορεί κάποια άλλη στιγμή αργότερα να μη θυμόμαστε τη συνάρτηση που χρησιμοποιήσαμε πάμε στο κελί A10 και γράφουμε: ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Χμ=AVERAGE(B4:B8), ώστε να το έχουμε πάνω στο φύλλο εργασίας και να μην ξεχαστεί.

Μπορούμε επίσης να διαμορφώσουμε την εμφάνιση του φύλλου με την εμφάνιση περιγραμμάτων και την αλλαγή στη στοίχιση των κελιών.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΚΑΙ ΣΤΡΟΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

	Χi μονάδα	Σχιμονάδα	Χμ μονάδα	ΣΤΡΟΓ/ΣΗ	μονάδα
ΜΕΤΡΗΣΗ 1	12,44 g	62,10 g	12,420 g	12,42	g
ΜΕΤΡΗΣΗ 2	12,40 g				
ΜΕΤΡΗΣΗ 3	12,43 g				
ΜΕΤΡΗΣΗ 4	12,41 g				
ΜΕΤΡΗΣΗ 5	12,42 g				

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $\bar{X}_m = \text{AVERAGE}(B4:B8)$

Τελικά το φύλλο εργασίας μας θα έχει τη μορφή του ανωτέρω σχήματος.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΣΕ ΜΟΡΦΗ ΠΙΝΑΚΑ ΚΑΙ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ Η/Υ

Έστω ότι μελετήσαμε την ταχύτητα μιας αντίδρασης μετρώντας τη συγκέντρωση του προϊόντος Α σε mol/L και σε τακτά χρονικά διαστήματα για παράδειγμα ανά μία ώρα.

Οι τιμές που πήραμε φαίνονται στον κατωτέρω πίνακα:

χρόνος σε ώρες	Συγκέντρωση σε mol/L
1	9,8
2	19,9
3	30,2
4	39,8
5	49,7
6	60,2

Ανοίγουμε το φύλλο εργασίας του EXCEL. Στο κελί A2 δίνουμε τον τίτλο της εργασίας μας, *METABΟΛΗ ΤΗΣ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΤΟΥ Α ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ*.

Στο κελί A4 δίνουμε τον τίτλο της στήλης , χρόνος σε ώρες.

Στο κελί B4 δίνουμε τον τίτλο της στήλης , συγκέντρωση σε mol/L.

Στα κελιά A5 έως A10 το χρόνο δηλαδή 1,2,3,4,5,6.

Στα κελιά B5 έως 10 την αντίστοιχη συγκέντρωση δηλαδή 9,8, 19,9 κλπ.

Το φύλλο εργασίας έχει τώρα τη μορφή:

METABΟΛΗ ΤΗΣ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΤΟΥ Α ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ	
Χρόνος σε ώρες	Συγκέντρωση σε mol/L
1	9,8
2	19,9
3	30,2
4	39,8
5	49,7
6	60,2

Ακολουθώντας θα δώσουμε στο ECXEL την εντολή να μας εμφανίσει τα δεδομένα του πίνακα με μορφή γραφήματος.

Αρχικά επιλέγουμε την περιοχή που θα μετατραπεί σε γράφημα, δηλαδή τα κελιά A4 έως B10.

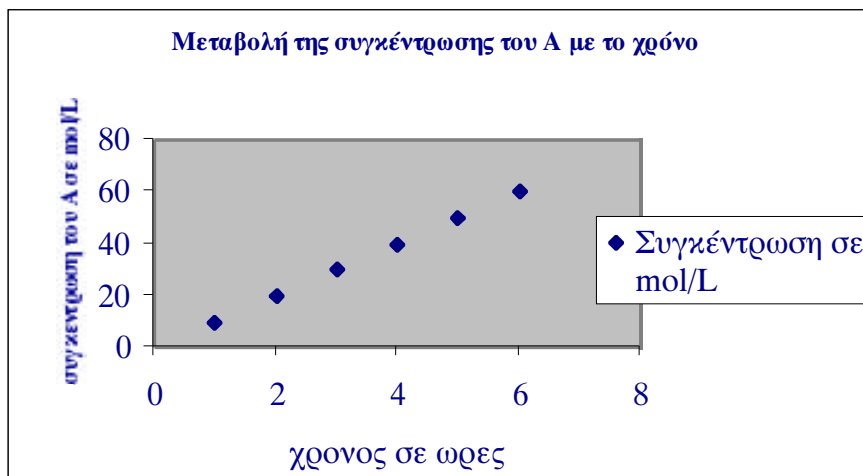
Από το μενού Εισαγωγή, Γράφημα επιλέγουμε τον τύπο γραφήματος εν προκειμένω (διασπορά) XY και πατάμε επόμενο. Μας δίνει την περιοχή δεδομένων που έχουμε επιλέξει και λέμε επόμενο και κατόπιν μας ζητάει να δώσουμε τους τίτλους. Στον τίτλο γραφήματος δίνω Μεταβολή της συγκέντρωσης του A με το χρόνο, στον άξονα τιμών X δίνω χρόνος σε ώρες και στον άξονα τιμών Y δίνω συγκέντρωση του A σε mol/L. Πατάω επόμενο και το πρόγραμμα μου ζητάει πού να τοποθετήσω το γράφημα. Επιλέγω να τοποθετηθεί ως αντικείμενο στο φύλλο εργασίας μου και πατάω τέλος. Το γράφημα εμφανίζεται στο φύλλο εργασίας που έχει τη μορφή:

ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΤΟΥ Α ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ

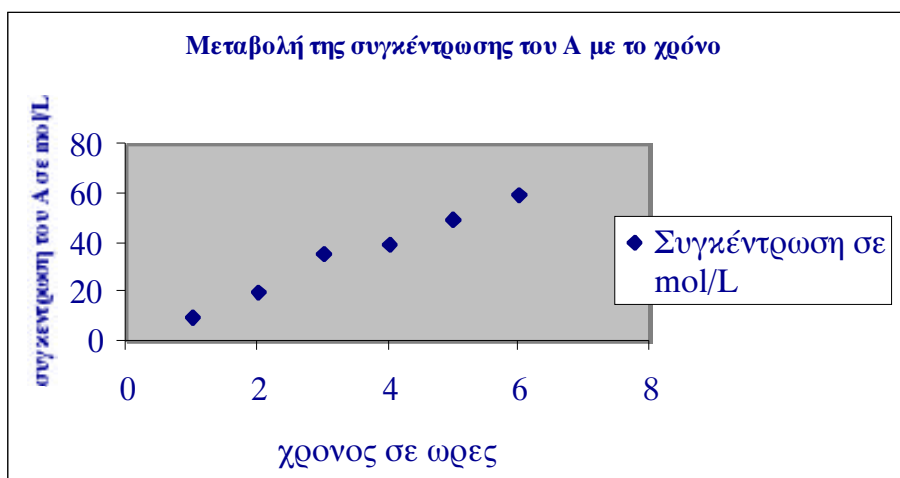
Χρόνος σε ώρες	Συγκέντρωση σε mol/L
1	9.8
2	19.9
3	30.2
4	39.8
5	49.7
6	60.2



Βλέπουμε τώρα ότι η σχέση συγκέντρωσης και χρόνου είναι γραμμική και μπορούμε να δούμε πως μεταβάλλεται το διάγραμμα αλλάζοντας κάποιες τιμές. Αν μεγαλώσουμε το μέγεθος της περιοχής σχεδίασης διακρίνουμε καλύτερα την κατανομή τιμών. Για παράδειγμα:



Αν στον πίνακα τιμών αλλάξουμε μια τιμή π.χ. για χρόνο 3 ώρες δώσουμε 35,6 mol/L τότε το γράφημα θα εμφανίσει την τιμή αυτή να απέχει πολύ από τις άλλες και θα μας προϋδεάσει για τον έλεγχο πιθανού σφάλματος, όπως φαίνεται στο κατωτέρω σχήμα



Βλέπουμε λοιπόν πόσο εύκολο είναι να παρουσιάσουμε τα αποτελέσματά μας με μορφή πινάκων και διαγραμμάτων με το σύστημα Guggenheim χρησιμοποιώντας τον H/Y , που απαραίτητα πρέπει να διαθέτει ένα σύγχρονο αναλυτικό εργαστήριο.

Προσδιορισμός αριθμού φασολιών στην συσκευασία του 1 kg.

Εργαστηριακή Άσκηση 1η

Σκοπός της άσκησης είναι να σας βοηθήσει να:

- εφαρμόσετε τις βασικές αρχές της στατιστικής επεξεργασίας μετρήσεων
- χρησιμοποιήσετε στην πράξη τις έννοιες της μέσης τιμής και της σταθερής απόκλισης
- συμπεράνετε την έννοια της ετερογένειας
- χειριστείτε πρακτικά ένα δείγμα
- και τέλος εξασκηθείτε στη χρήση αναλυτικού ζυγού

Θεωρητικές αρχές.

Ένα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ύλης είναι το ότι έχει ετερογενή χαρακτήρα. Ακόμα και ένα υλικό που φαίνεται ομογενές μπορεί να είναι ένα σύνολο ετερογενών συστατικών. Έτσι και ένα πακέτο φασόλια σε συσκευασία του 1 kg (καθαρό περιεχόμενο) περιέχει έναν σημαντικό αριθμό φασολιών, που το καθένα μπορεί να έχει δικές του ιδιότητες όπως εδώ π.χ. την μάζα του. Αυτή είναι η ιδιότητα που θα μετρηθεί όπως π.χ. σε ένα ορυκτό προσδιορίζεται η περιεκτικότητα σε Cu.

Τα ερωτήματα που προκύπτουν είναι: Ποιο είναι εδώ ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα; Πως μπορεί κανείς να προβλέψει τον αριθμό των φασολιών στην συσκευασία αυτή; Ποιο βαθμό αξιοπιστίας μπορεί να παρέχει μια τέτοια εκτίμηση;

Κλειδί για πολλές από τις απαντήσεις είναι ο αριθμός των φασολιών που θα ζυγιστεί, N. Όσο πιο πολλά φασόλια ζυγιστούν τόσο η μέση τιμή θα είναι πιο αντιπροσωπευτική. Επίσης οι αποκλίσεις από αυτή την μέση τιμή θα είναι μικρότερες και η τελική εκτίμηση του αριθμού θα έχει μικρή διακύμανση.

Απαιτούμενα υλικά και όργανα.

Για την εκτέλεση του πειράματος χρειάζονται:

- Αναλυτικοί (0,0001 g) ή ηλεκτρονικοί ζυγοί με ευαισθησία 0,01 g. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες ανάλογα με τον αριθμό των ζυγών, τον αριθμό των μαθητών και τον διατιθέμενο χρόνο.
- Ένα πακέτο φασόλια του 1 kg. Η εμπορική συσκευασία έχει το μειονέκτημα ότι τα φασόλια σε αυτή είναι τυποποιημένα κατά μέγεθος. Ο επιβλέπων μπορεί να αναμείξει δύο ή τρεις ποικιλίες ώστε να φτιάξει ένα πακέτο του κιλού από διάφορου μεγέθους φασόλια.
- Λαβίδα και μια πλάκα παραστήξεως ώστε κάθε φασόλι να μπαίνει σε μια κοιλότητα της πλάκας.

Εκτέλεση.

Σε κάθε ομάδα δίνονται π.χ. 20 φασόλια από το πακέτο που τοποθετούνται ένα - ένα στις κοιλότητες της πλάκας παραστήξεως. Με την λαβίδα λαμβάνεται ένα -ένα και ζυγίζεται με την ακρίβεια που έχει ο διατιθέμενος ζυγός. Τα αποτελέσματα των ζυγίσεων καταγράφονται με την μορφή του παρακάτω πίνακα (πρωτόκολλο μετρήσεων):

Μετρήσεις, N	Μάζα, m σε mg	Απόκλιση, d	Απόκλιση ² , d ²
1			
2			
3			
...			
N			

Ο πίνακας συμπληρώνεται με βάση τους κατωτέρω τύπους (που έχουμε ήδη μάθει):

$$\text{άθροισμα } \sum_{i=1}^N x_i = x_1 + \dots + x_N$$

$$\text{μέση τιμή } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\text{τυπική απόκλιση } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

Αποτελέσματα.

Υπολογίζεται αρχικά η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση. Το αποτέλεσμα που δίνεται είναι τελικά: μέση τιμή $\pm s$. Από αυτή γίνεται μια εκτίμηση του αριθμού των φασολιών στην συσκευασία ίση με 1000 g ή άλλο καθαρό περιεχόμενο από τη σχέση:

$$A = \frac{1000 \text{ gr}}{\bar{x} \pm s}$$

Παρατηρήσεις.

Επειδή, όπως αναφέρθηκε, οι εμπορικές συσκευασίες περιέχουν φασόλια χωρισμένα περίπου κατά μέγεθος είτε θα γίνει ανάμιξη από τον επιβλέποντα είτε μπορεί να χρησιμοποιηθούν καλαμπόκια, κάστανα ή άλλοι ανάλογοι καρποί.

Περίληψη

Κάθε αναλυτικό αποτέλεσμα συνοδεύεται από κάποιο σφάλμα και η «πραγματική» τιμή μιας μέτρησης δεν μας είναι ποτέ επακριβώς γνωστή.

Δύο κύριες κατηγορίες σφαλμάτων μπορεί να επηρεάσουν την ακρίβεια ή την επαναληπτικότητα μιας σειράς μετρήσεων: τα συστηματικά και τα τυχαία σφάλματα.

Συστηματικά ή καθορισμένα σφάλματα (systematic ή determinate errors) είναι εκείνα που όπως δείχνει και το όνομά τους μπορούν να ορισθούν και πιθανόν μπορούν, είτε να αποφευχθούν είτε να διορθωθούν και μπορεί να είναι **σταθερά (constant)** ή **αναλογικά (proportional)** .

Τα συστηματικά σφάλματα ανάλογα με την αιτία που τα προκαλεί διακρίνονται στις εξής κατηγορίες: Σφάλματα οργάνων, σφάλματα μεθόδου και σφάλματα χειριστού.

Τα τυχαία ή ακαθόριστα σφάλματα (random ή indeterminate) εκφράζουν την πειραματική αβεβαιότητα που υπάρχει σε κάθε μέτρηση.

Η αξιοπιστία (reliability) μιας αναλυτικής μεθόδου εκφράζεται με τους όρους ακρίβεια και επαναληπτικότητα.

Ως μέτρα αξιοπιστίας χρησιμοποιούνται το απόλυτο και σχετικό σφάλμα, η τυπική απόκλιση, η σχετική τυπική απόκλιση, η τυπική απόκλιση του μέσου όρου, ο συντελεστής διασποράς και η διασπορά ή διακύμανση.

Η αβεβαιότητα στην κάθε μέτρηση, και κατά συνέπεια στους μαθηματικούς μας υπολογισμούς, καθορίζει και τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων, με τα οποία εκφράζουμε τα αποτελέσματά μας.

Το πρώτο αβέβαιο ψηφίο μας απάντησης είναι το τελευταίο σημαντικό ψηφίο αυτής.

Γλωσσάρι

Η ακρίβεια (accuracy) ορίζεται ως ο βαθμός συμφωνίας μεταξύ της τιμής που μετρήθηκε και της «πραγματικής» τιμής.

Η απόλυτη αβεβαιότητα (absolute uncertainty) ορίζεται ως η αβεβαιό-

τητα που συσχετίζεται με μια μέτρηση.

Ως **απόλυτο σφάλμα E (absolute error)** ορίζεται η διαφορά μεταξύ της τιμής που μετρήθηκε x_i και της πραγματικής τιμής x_{π_0} (ή αυτής που λαμβάνεται ως πραγματική) λαμβανομένου υπόψη και του πρόσημου της διαφοράς.

Ο **αριθμός των σημαντικών ψηφίων** είναι ο ελάχιστος αριθμός ψηφίων που απαιτείται για να γράψουμε μια δεδομένη τιμή σε επιστημονική σημείωση χωρίς να έχουμε απώλεια στην ακρίβεια.

Η **επαναληπτικότητα (precision)** ορίζεται ως ο βαθμός συμφωνίας μεταξύ των τιμών που λαμβάνονται από όμοια δείγματα της ίδιας ποσότητας.

Η **μέση τιμή ή ο αριθμητικός μέσος ή ο μέσος όρος (\bar{x})** είναι ίση με την ποσότητα που αποκτάται αν διαιρέσουμε το άθροισμα των τιμών στα όμοια μέρη δείγματος δια του αριθμού των μετρήσεων ή αλλιώς δια του αριθμού των δειγμάτων.

Το **συστηματικό σφάλμα** είναι ένας τύπος σφάλματος που οφείλεται σε παράγοντες σχετιζόμενους με τη μέθοδο, τα εργαλεία ή τον αναλυτή. Μπορεί να ανιχνευθεί και να διορθωθεί.

Το **σχετικό σφάλμα** μιας μέτρησης είναι το πηλίκο του απόλυτου σφάλματος δια της πραγματικής τιμής (ή αυτής που δεχόμαστε ως πραγματική).

Η **τυπική απόκλιση S** είναι ένας δείκτης για την επαναληπτικότητα των μετρήσεών μας.

Το **τυχαίο σφάλμα** είναι ένας τύπος σφάλματος που μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό και δεν μπορεί να εξαλειφθεί.

Γενικοί όροι

Μετρούμενη τιμή. Η τιμή που μετρά ένας παρατηρητής π.χ. μάζα, όγκος, ένδειξη ενός οργάνου, κατά την ανάλυση ενός υλικού.

Αποτέλεσμα. Η τελική τιμή που αναφέρεται για την ποσότητα που μετρήθηκε μετά την διαδικασία των μετρήσεων και την επεξεργασία των μετρήσεων αυτών.

Μέτρηση. Η αριθμητική τιμή κάθε μεμονωμένης μέτρησης και η οποία θα μπει στην μαθηματική επεξεργασία. Σύμβολο x .

Σειρά μετρήσεων. Ένας αριθμός μετρήσεων ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$) που είναι ισοδύναμες μεταξύ τους. Δηλαδή είναι προϊόντα μιας σειράς πειραμάτων με τις ίδιες συνθήκες, με την ίδια μέθοδο και για μια ουσία που είναι ομογενής.

Ερωτήσεις

- 2.1 Γιατί χρησιμοποιούμε εισαγωγικά στη λέξη πραγματική στη δήλωσή μας ότι η ακρίβεια αναφέρεται στο πόσο κοντά είναι η μετρούμενη στην «πραγματική» τιμή;
- 2.2 Εξηγήστε τη διαφορά μεταξύ του συστηματικού και του τυχαίου σφάλματος.

Ασκήσεις - Προβλήματα

- 2.3 Στρογγυλοποιήστε κάθε αριθμό όπως φαίνεται κατωτέρω:
1. 1,2367 σε 4 σημαντικά ψηφία
 2. 1,2384 σε 4 σημαντικά ψηφία
 3. 0,1352 σε 3 σημαντικά ψηφία
 4. 2,051 σε 2 σημαντικά ψηφία
 5. 2,0050 σε 2 σημαντικά ψηφία
- 2.4 Στρογγυλοποιείστε κάθε αριθμό σε τρία σημαντικά ψηφία:
1. 0,21674
 2. 0,2165
 3. 0,2165003
- 2.5 Δείξτε πόσα σημαντικά ψηφία έχουν οι αριθμοί:
1. 0,3050
 2. 0,003050
 3. $1,003 \times 10^5$
 4. 2,014
- 2.6 Γράψτε κάθε απάντηση με το σωστό αριθμό ψηφίων:
1. $1,0 + 2,1 + 3,4 + 5,8 = 12,3000$
 2. $106,9 - 31,4 = 75,5000$

3. $107,868 - (2,113 \times 10^2) + (5,623 \times 10^3) = 5519,568$
 4. $(26,14/37,62) \times 4,38 = 3,043413$
- 2.7 Ξαναγράψτε τον αριθμό 3,12356 ($\pm 0,16789\%$) στους τύπους:
- αριθμός (\pm απόλυτη αβεβαιότητα)
 - αριθμός ($\pm\%$ σχετική αβεβαιότητα)
- με τον κατάλληλο αριθμό ψηφίων.
- 2.8 Γράψτε κάθε απάντηση με τον κατάλληλο αριθμό ψηφίων. Βρείτε την απόλυτη και την $\%$ σχετική αβεβαιότητα για κάθε απάντηση.
1. $6,2(\pm 0,2) - 4,1(\pm 0,1) = ?$
 2. $9,43(\pm 0,005) \times 0,016(\pm 0,001) = ?$
 3. $[6,2(\pm 0,2) - 4,1(\pm 0,1)] \text{ ή } 9,43(\pm 0,005) = ?$
- 2.9 Γράψτε κάθε απάντηση με τον κατάλληλο αριθμό ψηφίων. Βρείτε την απόλυτη και την $\%$ σχετική αβεβαιότητα για κάθε απάντηση.
1. $[12,41(\pm 0,09) \text{ ή } 4,16(\pm 0,01)] \times 7,0682 (\pm 0,0004) = ?$
 2. $[3,26(\pm 0,10) \times 8,47(\pm 0,05)] - 0,18 (\pm 0,06) = ?$
- 2.10 Η σχετική μοριακή μάζα του NaCl είναι $58,4425 (\pm 0,0009) \text{ g/mol}$.
Για να προετοιμάσετε ένα διάλυμα NaCl, ζυγίζετε $2,634 (\pm 0,002) \text{ g}$ και το διαλύετε σε μια ογκομετρική φιάλη με όγκο $100 (\pm 0,08) \text{ mL}$. Εκφράστε τη Μοριακότητα κατ' όγκο του τελικού διαλύματος και την αβεβαιότητά της με τον κατάλληλο αριθμό ψηφίων.
- 2.11 Για να ταυτοποιήσετε ένα άγνωστο μέταλλο μετρήσατε τη μάζα και τον όγκο του και τα βρήκατε $4,635 (\pm 0,002) \text{ g}$ και $1,13 (\pm 0,05) \text{ mL}$. Βρείτε την $\%$ σχετική αβεβαιότητα για τη μάζα και τον όγκο του. Βρείτε την πυκνότητά του και την αβεβαιότητά της και εκφράστε τα με τον κατάλληλο αριθμό σημαντικών ψηφίων.
- 2.12 Δημιουργείστε ένα φύλλο εργασίας στο οποίο μετατρέπονται αντόματα οι βαθμοί Κελσίου σε βαθμούς Κέλβιν.
Θεωρείται γνωστό ότι: $^{\circ}\text{K} = 273,15 + ^{\circ}\text{C}$
Η σχετική αναφορά σε κελί του λογιστικού φύλλου είναι: B3
Η απόλυτη αναφορά σε κελί του λογιστικού φύλλου είναι: B\$3
Στο τέλος του φύλλου να αναφέρονται οι τύποι που χρησιμοποιήσατε.
- 2.13 Δημιουργήστε ένα φύλλο εργασίας στο οποίο μετατρέπεται αντόματα η

απόλυτη αβεβαιότητα σε % σχετική αβεβαιότητα.

Στο τέλος του φύλλου να αναφέρονται οι τύποι που χρησιμοποιήσατε.

- 2.14 Προετοιμάσατε ένα διάλυμα $0,250\text{ M NH}_3$, διαλύοντας $8,45(\pm 0,04)\text{ mL}$ από ένα διάλυμα $28,0(\pm 0,5)\text{ wt \% NH}_3$ (πυκνότητα = $0,899(\pm 0,003)\text{ g/mL}$) σε $500,0(\pm 0,2)\text{ mL}$. Βρείτε την αβεβαιότητα στα $0,250\text{ M}$. Θεωρείστε τη σχετική μοριακή μάζα της NH_3 , $17,031\text{ g/mol}$.

ΓΙΑ ΝΑ ΕΛΕΓΞΕΤΕ ΜΟΝΟΙ ΤΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΣΑΣ

Ερωτήσεις και Υπολογιστικές Ασκήσεις

- Μια ποσότητα ζυγίστηκε σε ζυγό με ευαισθησία $0,1\text{ mg}$ και βρέθηκε ίση με 10 g . Δώστε την τιμή με τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων. [$10,0000\text{ g}$]
- Αναφέρατε τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων των παρακάτω μετρήσεων:
α. 275 β. 2,75 γ. 0,0275 δ. 0,027500 ε. 27 500
[α (3) β (3) γ (3) δ (5) ε (5)
αν όντως εννοούμε εικοσιεπτά χιλιάδες πεντακόσια]
- Ποιος είναι ο όγκος σφαίρας της οποίας η ακτίνα είναι, $r = 15,13\text{ cm}$. Θυμίζουμε ότι ο τύπος που δίνει τον όγκο σφαίρας είναι $V = (4/3) \cdot \pi \cdot r^3$, όπου $\pi = 3,14159\ldots$ [$1,451 \cdot 10^4\text{ cm}^3$ δηλαδή με 4 σημαντικά ψηφία όσα εκείνα της ακτίνας, r]
- Τα τυχαία σφάλματα ελέγχονται με:
α. Μέτρηση προτύπων αναφοράς. β. Με στατιστική επεξεργασία
γ. Με καλύτερα όργανα. δ. Με καλύτερους πειραματιστές.
- Τα συστηματικά σφάλματα ελέγχονται με τη μέτρηση
..... τα οποία είτε είναι γνωστά με ακρίβεια είτε προμηθεύονται από ειδικούς οργανισμούς.
- Από κάψα που περιέχει ξηραμένο στο πυριατήριο NaCl και η οποία ζυγίζει συνολικά $53,6\text{ g}$ αφαιρούνται και ζυγίζονται με ακρίβεια $0,234\text{ g NaCl}$. Ποιο είναι το μικτό βάρος της κάψας μετά την αφαίρεση της ποσότητας αυτής του NaCl ; [$53,4\text{ g}$, με τρία σημαντικά ψηφία]

7. Σε μια πρακτική εφαρμογή των όρων της αναπαραγωγής μετρήθηκε η μάζα σπόρων καλαμποκιού με τον σκοπό να βρεθεί ο αριθμός τους μέσα στην συσκευασία του 0,5 kg. Ζυγίστηκαν, σε mg, 10 σπόροι ($N = 10$) με τα εξής αποτελέσματα:

1) 106 2) 103 3) 94 4) 87 5) 118
6) 100 7) 96 8) 82 9) 86 10) 108

Με βάση τις μετρήσεις αυτές υπολογίστε: α) την μέση μάζα του σπόρου β) την τυπική απόκλιση, s γ) την μέση μάζα $\pm s$ και δ) τον κατ' εκτίμηση αριθμό των σπόρων στην συσκευασία του μισού κιλού.

[α) 0,098 g β) 11,2 mg γ) $0,098 \pm 0,0112$ g δ) από 4578 έως 5760

8. Αν κάποιος πει ότι η απόσταση Αθηνών - Θεσσαλονίκης είναι 600 km:

α) αυτό σημαίνει ότι είναι μεταξύ 599 και 600 km, μεταξύ 590 και 610 km ή μεταξύ 500 και 700 km;

β) αν η απόσταση έχει μετρηθεί με ακρίβεια χιλιομέτρου ποιος από τους τρόπους έκφρασης σας φαίνεται ορθότερος;

i. 600 ± 1 km ii. $6 \cdot 102$ km iii. $6,0 \cdot 102$ km iiiii. 6,00 km [i και iiiii]