Κεφάλαια 22-40

Στα κεφάλαια αυτά **θα μάθουμε**:

- Τι είναι τα ποσοστά και να τα χρησιμοποιούμε όπως τις άλλες μορφές αριθμών (δεκαδικούς, κλάσματα, μεικτούς, συμμιγείς).
- Τι είναι τα ισοπεριμετρικά και τα ισοεμβαδικά γεωμετρικά σχήματα.
- Πώς βρίσκουμε το εμβαδόν ενός τετραγώνου αν γνωρίζουμε το μήκος της πλευράς, του ορθογώνιου τριγώνου αν γνωρίζουμε το μήκος των κάθετων πλευρών του, και το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου αν γνωρίζουμε τις διαστάσεις του (μήκη των δύο διαφορετικών πλευρών του).
- Τι σημαίνει η διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων.
- Πώς να είμαστε σίγουροι όταν κάνουμε μετατροπές από μια μονάδα μέτρησης μήκους ή επιφάνειας σε άλλη.
- Σε τι διαφέρει το 1 εκ. από το 1 τ.εκ.
- Πώς να διαιρούμε ακέραιο ή κλάσμα με κλάσμα.
- Τι είναι τα αντίστροφα κλάσματα.
- Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2, το 5 ή το 10 χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση.
- Πώς βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. αριθμών.
- Να μετατρέπουμε ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα με διάφορες στρατηγικές.
- Να λύνουμε σύνθετα προβλήματα και να επαληθεύουμε χρησιμοποιώντας διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης.

Θα φτιάξουμε:

- Τετραγωνικά μέτρα και τετραγωνικά δεκατόμετρα.
- Σχήματα με το τάγκραμ.
- Κατασκευές με χαρτόνι.
- Το μετατροπέα μήκους και επιφάνειας και θα μάθουμε να τον χρησιμοποιούμε για να επαληθεύουμε τους υπολογισμούς μας.

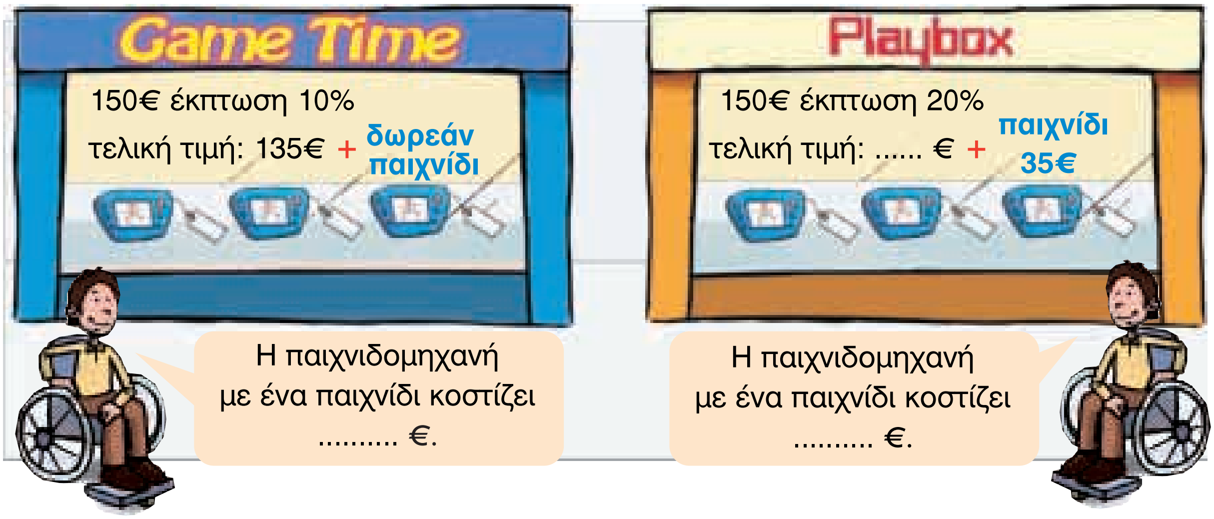
Θα παίξουμε με μουσικά όργανα και θα ανακαλύψουμε τα κοινά πολλαπλάσια αριθμών.
Θα κάνουμε σχέδια εργασίας.

22 Έννοια του Ποσοστού

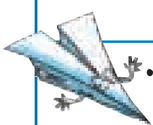
ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ ΤΩΝ ΕΚΠΤΩΣΕΩΝ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι σημαίνει ποσοστό στα εκατό;



- Από ποιο κατάστημα συμφέρει στον Παύλο να αγοράσει την παιχνιδομηχανή με ένα παιχνίδι; Βάζω ✔ • Από το πρώτο ☐ • Από το δεύτερο ☐
- Πόσα € είναι τα $\frac{10}{100}$ ή 10%: • στα 100 €; .... • στα 150 €; ....



• **Κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 100 γράφονται και με το σύμβολο %.**
Παράδειγμα: $\frac{85}{100}$ = 85%, το οποίο διαβάζεται: ογδόντα πέντε τοις εκατό ή ογδόντα πέντε στα εκατό.

• Αντίστοιχα, **κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 1.000 γράφονται και με το σύμβολο ‰.**
Παράδειγμα: $\frac{850}{1.000}$ = 850‰, το οποίο διαβάζεται: οχτακόσια πενήντα τοις χιλίοις ή οχτακόσια πενήντα στα χίλια.

- Αν γνωρίζουμε το ποσοστό της έκπτωσης (...%), πώς μπορούμε με σιγουριά να υπολογίσουμε τι όφελος θα έχουμε;
- Υπάρχουν πολλοί τρόποι να υπολογίσουμε την τιμή μετά την έκπτωση που γίνεται:

1ος τρόπος

Στα 100€ η **έκπτωση** είναι 10€, δηλαδή στα 100€ κερδίζω 10€ (το ένα δέκατο). Άρα, στα 60€ κερδίζω το $\frac{1}{10}$ του 60, δηλ. ...... : ...... =......€ ή 0,1 x 60 =...... €

2ος τρόπος

Τα 60 € είναι τα $\frac{100}{100}$ της αρχικής τιμής. Η έκπτωση είναι τα $\frac{10}{100}$ της αρχικής τιμής, δηλαδή $\frac{10}{100}$ του 60 ή $\frac{1}{10}$ του 60 = ... €

ή, αλλιώς, τα $\frac{10}{100}$ του 60 $= \frac{60 \times 10}{100} = \frac{60\cancel{0}}{10\cancel{0}}$ = ... €

3ος τρόπος

$\boxed{60}$	70	80	90	100	αρχική τιμή
6€	7€	8€	9€	10€	έκπτωση
54€	63€	72€	81€	90€	τελική τιμή

4ος τρόπος

Η έκπτωση είναι 10%, δηλαδή πληρώνω το 90% της αρχικής τιμής ή **σε κάθε**  **πληρώνω τα 9€ και έχω όφελος 1€**.

Άρα, στα 6  θα πληρώσω 6 x 9 = ... € και θα έχω όφελος 6 €.

5ος τρόπος

Θα χρησιμοποιήσω τον  για να βρω στα 60€ την έκπτωση 10%.

Πατώ: $\boxed{6}\ \boxed{0}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{\%}$ = ...

ή

Πατώ: $\boxed{6}\ \boxed{0}\ \boxed{\times}\ \boxed{0}\ \boxed{,}\ \boxed{1}$ = ...

Εργασία

- Πόσο είναι το όφελος που έχουμε από την έκπτωση;

  Εκτιμώ: περίπου .... €

- Ποια είναι η τελική τιμή που πρέπει να πληρώσουμε;

  Εκτιμώ: περίπου .... €

- Υπολογίζω με ακρίβεια:

Συμπέρασμα

- *Το **ποσοστό** είναι μια συμβολική γραφή που μας **επιτρέπει εύκολα να συγκρίνουμε ποσότητες**.*
- *Ένα **ποσοστό** μπορεί **να εκφραστεί** επίσης **ως δεκαδικό κλάσμα** ή **ως δεκαδικός αριθμός**.*

  Παράδειγμα: $25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$ ή $250‰ = \frac{250}{100} = 0{,}250$
- *Η **ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό** εξαρτάται από **την τιμή στην οποία αναφέρεται**.*

  Παραδείγματα: • 10% των 60 € είναι 6 €. • 10% των 68 € είναι 6,80 €.

23 Προβλήματα με ποσοστά

ΔΙΑΛΕΓΟΥΜΕ ΤΙ ΤΡΩΜΕ

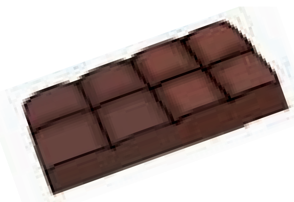
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι εκφράζουν τα ποσοστά στις συσκευασίες;

Τα παιδιά έφεραν στην τάξη συσκευασίες των αγαπημένων τους προϊόντων. Η Νάνση και ο Πέτρος παρατηρούν τις ετικέτες σε δύο συσκευασίες της αγαπημένης τους σοκολάτας.

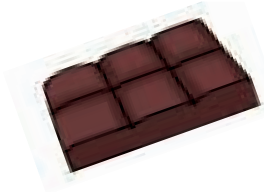
- Ποια σοκολάτα παχαίνει λιγότερο;

200 γραμμάρια:



20% ζάχαρη
20% γάλα
35% κακάο
25% αμύγδαλα

150 γραμμάρια:



20% ζάχαρη
20% γάλα
35% κακάο
25% αμύγδαλα

Δεν έχει σημασία. Και οι δυο παχαίνουν το ίδιο... αφού έχουν 20% ζάχαρη η καθεμία.

Εγώ θα προτιμούσα τη δεύτερη, γιατί είναι πιο μικρή και έχει ζάχαρη μόνο 30 γραμμ.

-  Με ποιο παιδί συμφωνούμε;

 Συζητάμε στην τάξη και εξηγούμε πώς σκεφτήκαμε.

Εργασίες

1. Ποια συσκευασία έχει περισσότερο φυσικό χυμό; Εκτιμώ:

- Στα 200 γραμμ. χυμού

Ο φυσικός χυμός πορτοκάλι είναι 100 γραμμ.

α)

- Στα 500 γραμμ. χυμού

Ο φυσικός χυμός πορτοκάλι είναι 200 γραμμ.

β)

- Υπολογίζουμε με ακρίβεια τι ποσοστό της πορτοκαλάδας είναι φυσικός χυμός σε κάθε συσκευασία:

- Στα 200 γραμμ. πορτοκαλάδα τα 100 γραμμ. είναι φυσικός χυμός, δηλαδή η μισή ποσότητα ή $\frac{100}{200}$ ή $\frac{50}{100}$ ή ... %
- Στα 500 γραμμ. πορτοκαλάδα τα 200 είναι φυσικός χυμός ή στα 50 γραμμ. τα 20 γραμμ. είναι φυσικός χυμός ή $\frac{200}{500}$ ή $\frac{20}{50}$ ή $\frac{40}{100}$ ή ... % φυσικός χυμός.

- Εξηγώ πόσο φυσικό χυμό έχει ένα ποτήρι 200 γραμμ. από τη β΄ συσκευασία.

2. Η Θεοδώρα έφερε ένα κυπελάκι γιαούρτι των 250 γραμμ. και παρατήρησε στην ετικέτα ότι ένα κυπελάκι γιαούρτι καλύπτει:
- το 26% της Συνιστώμενης Ημερήσιας Ποσότητας (ΣΗΠ) σε ασβέστιο ή .... ‰
- το 18,2% της ΣΗΠ σε βιταμίνη Β2 ή .... ‰

- **Εκτιμώ πόση είναι περίπου** η ΣΗΠ που πρέπει να πάρει ο οργανισμός μας σε γραμμ.:
  - σε ασβέστιο
  - βιταμίνη Β2

3. Αν 4 € είναι το 10% των χρημάτων που μοιράστηκαν εξίσου ο Νίκος και ο Τάσος, πόσα χρήματα πήρε ο καθένας;
- Τάσος .... €
- Νίκος .... €

4. Φτιάχνω ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που η μία πλευρά είναι 50% μεγαλύτερη από την άλλη. Εξηγώ πώς σκέφτηκα.

Συμπέρασμα

*Τα **ποσοστά επί τοις εκατό (%) μιας ουσίας** που υπάρχουν σε ένα προϊόν **εκφράζουν τα γραμμάρια αυτής της ουσίας στα 100 γραμμ. του προϊόντος.***

Παραδείγματα:
- *Γάλα με 3,5% λιπαρά: στα 100 γραμμ. γάλα έχουμε 3,5 γραμμ. λιπαρά.*
- *Σοκολάτα με 35% κακάο: στα 100 γραμμ. σοκολάτα έχουμε 35 γραμμ. κακάο.*

24 Γεωμετρικά σχήματα - περίμετρος

ΚΑΡΕΤΑ ΚΑΡΕΤΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Υπάρχουν διαφορετικά σχήματα σε ίση περίμετρο;

Στη Ζάκυνθο, στην παραλία Σεκάνια, οι εθελοντές προστασίας της θαλάσσιας χελώνας εντοπίζουν τις φωλιές της χελώνας καρέτα καρέτα.

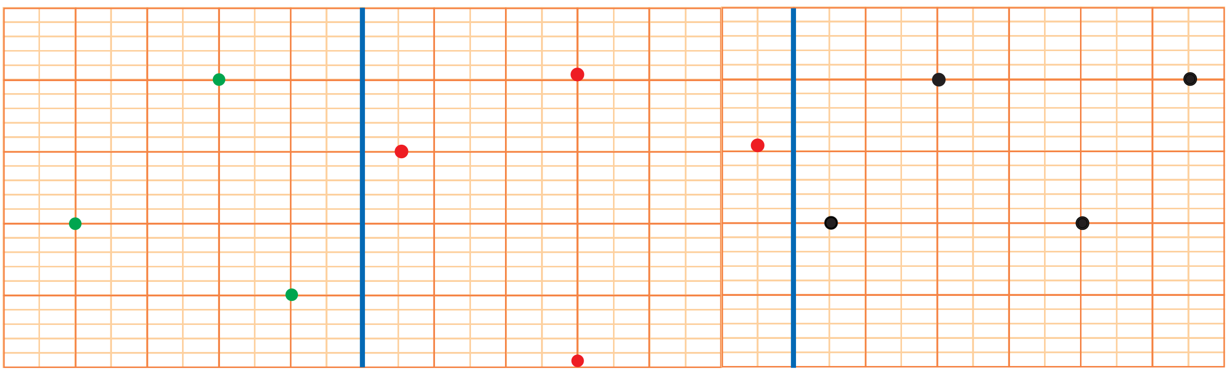
Κάθε πάσσαλος απέχει από το διπλανό του μισό μέτρο.
Πόση συνολικά κορδέλα χρησιμοποίησαν για να περιφράξουν:

- μια φωλιά που βρήκαν; ....
- 4 φωλιές που βρήκαν; (τις περίφραξαν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο)
  ....

Εργασίες

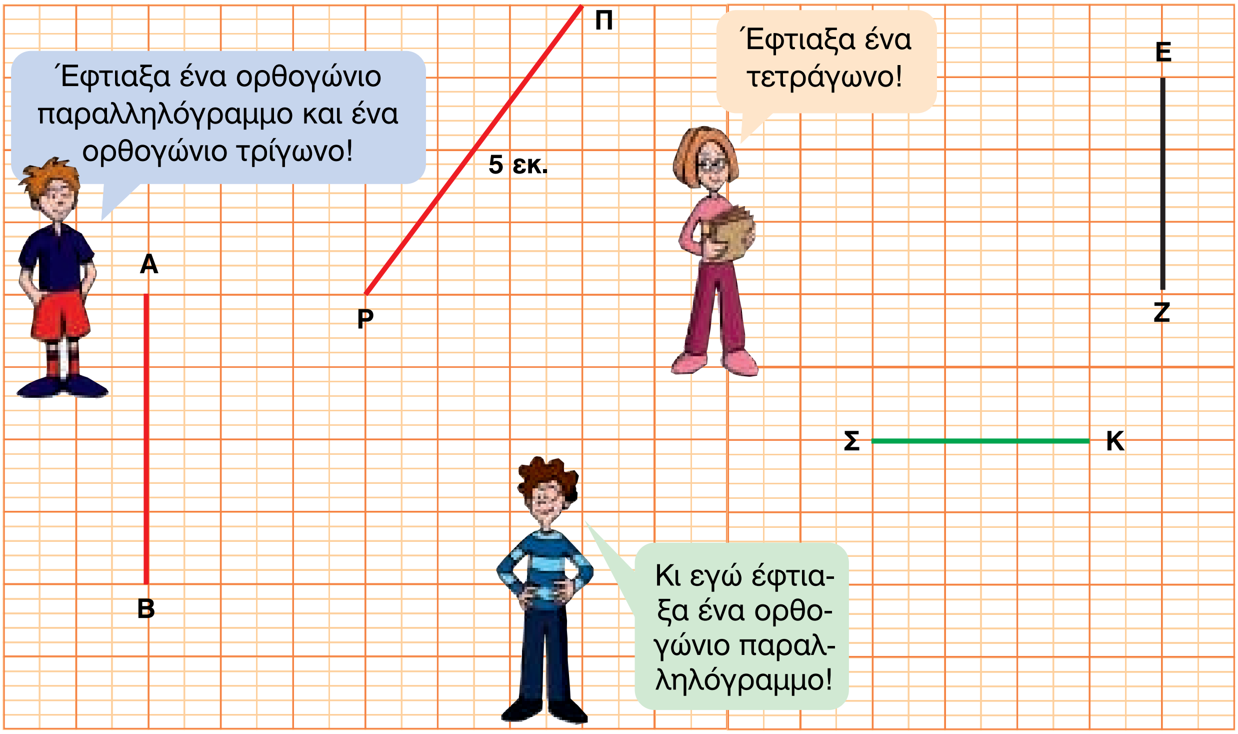
1.  Τι σχήματα σχηματίζονται αν ενωθούν διαδοχικά οι κορυφές με ευθύγραμμα τμήματα; Εκτιμώ χωρίς να τις ενώσω:

....



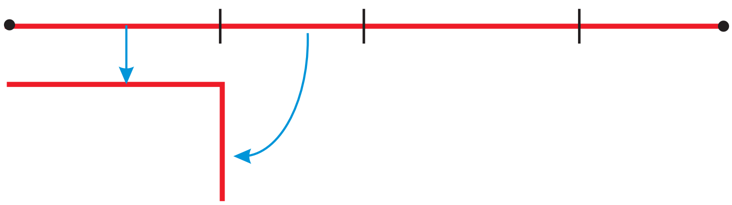
- Βάζω γράμματα στις κορυφές και με το χάρακα μετρώ το μήκος των πλευρών κάθε σχήματος. Το καταγράφω σε κάθε πλευρά.
- Πόση είναι η περίμετρος κάθε σχήματος; Υπολογίζω με ακρίβεια:

2. Συμπληρώνω τα γεωμετρικά σχήματα που ξεκίνησαν η Νεφέλη, ο Οδυσσέας και ο Μίλτος, ώστε να έχουν περίμετρο 12 εκ.

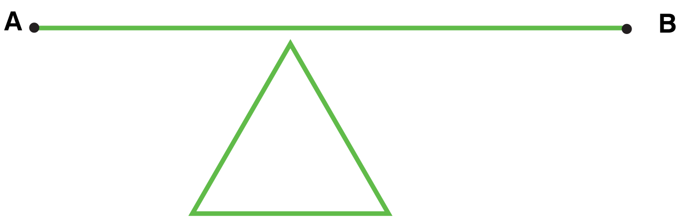


- Προτείνουμε διαστάσεις για ένα άλλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που έχει κι αυτό περίμετρο 12 εκ.

3. Αν με  μπορώ να τυλίξω γύρω γύρω ακριβώς ένα , τότε δείχνω με ανάλογο τρόπο τι σχήμα μπορώ να τυλίξω με:



4. Χωρίζω το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με τέτοιο τρόπο, ώστε να τυλίξω γύρω γύρω το διπλανό ισόπλευρο τρίγωνο.



Συμπέρασμα

Περίμετρος *ενός γεωμετρικού σχήματος είναι* ***το άθροισμα του μήκους των πλευρών του****. Διαφορετικά σχήματα μπορούν να έχουν την ίδια περίμετρο (****ισοπεριμετρικά****).*

Παράδειγμα
- *ένα τετράγωνο με πλευρά 4 εκ.*
- *ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές 2 εκ. και 6 εκ.*

25 Ισοεμβαδικά σχήματα

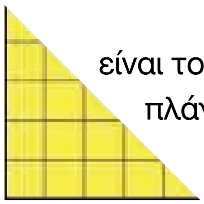
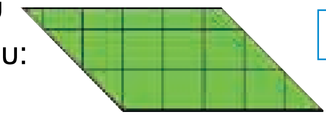
ΤΟ ΤΑΓΚΡΑΜ

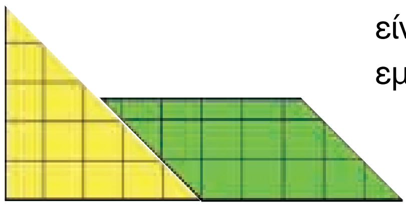
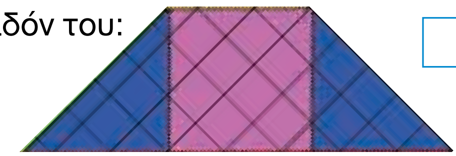
Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν ενός σύνθετου σχήματος;

- Παρατηρώ τα κομμάτια του τάγκραμ. Εκτιμώ: Ποιο κομμάτι έχει το μισό εμβαδόν σε σχέση με το:
  - μωβ τετράγωνο; ....
  - κίτρινο τρίγωνο; ....
  - πλάγιο παραλληλόγραμμο; ....
  - κόκκινο τρίγωνο; ....

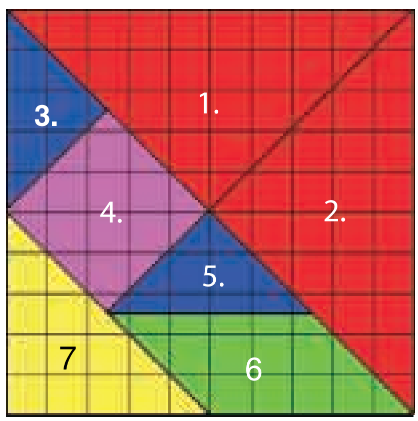
- Βάζω Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) στις προτάσεις:

  - Το εμβαδόν του τριγώνου:  είναι το ίδιο με το εμβαδόν του πλάγιου παραλληλόγραμμου:  □

  - Το εμβαδόν του σχήματος:  είναι μεγαλύτερο από το συνολικό εμβαδόν του:  □

- Ελέγχω τις εκτιμήσεις μου συμπληρώνοντας τον παρακάτω πίνακα με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος και του τάγκραμ που έχω φτιάξει.

Σχήμα	Εμβαδόν σε □	Μέρος ολόκληρου του τετραγώνου
1		
2		
7		
6		
4		
3		
5		
Συνολικά		

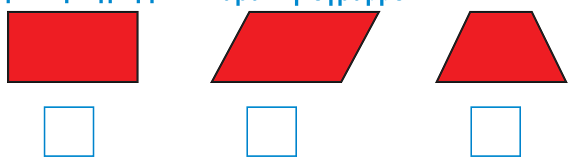


Εργασίες

1. Χρησιμοποιώντας όλα τα κομμάτια από 2 τάγκραμ, φτιάχνουμε πάνω σε μιλιμετρέ χαρτί:

- Εκτιμώ ποιο σχήμα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν. (Βάζουμε ✔)

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο | Πλάγιο παραλληλόγραμμο | Τραπέζιο

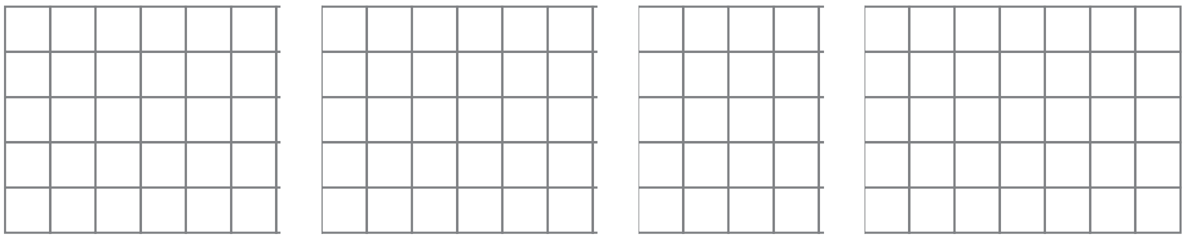


- Υπολογίζω με όποιον τρόπο θέλω πόσα τ.εκ. ακριβώς είναι το εμβαδόν κάθε σχήματος. (1 τ.εκ.= ■ με πλευρά 1 εκ.)

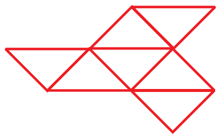
Συζητάμε τις στρατηγικές μας.

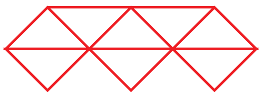
2. Βρίσκω τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα που δείχνουν τους πολλαπλασιασμούς.

3 x 5 | 5 x 3 | 3 x 3 | 6 x 4

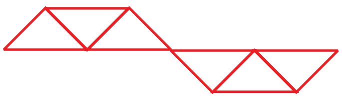


3. Ποιο γεωμετρικό σχήμα έχει ίδιο εμβαδόν με το διπλανό;

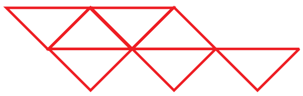




(α)



(β)

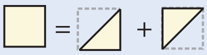


(γ)

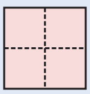
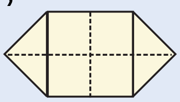
Επαληθεύω την εκτίμησή μου.

Συμπέρασμα

- *Δύο διαφορετικά σχήματα μπορούν να έχουν το ίδιο εμβαδόν **(ισοεμβαδικά).***

  Παράδειγμα:  *=1 τ.εκ.*

- *Μπορούμε να διαχειριστούμε ένα **σύνθετο γεωμετρικό σχήμα** ως προς το **εμβαδόν** του πιο εύκολα αν αναγνωρίσουμε τα **επιμέρους γεωμετρικά σχήματα** που το αποτελούν και βρούμε τις σχέσεις τους.*

  Παράδειγμα:  *= 4 τ.εκ. ή 4* □  *= 6 τ.εκ. ή 4* □ *και 4* ◺

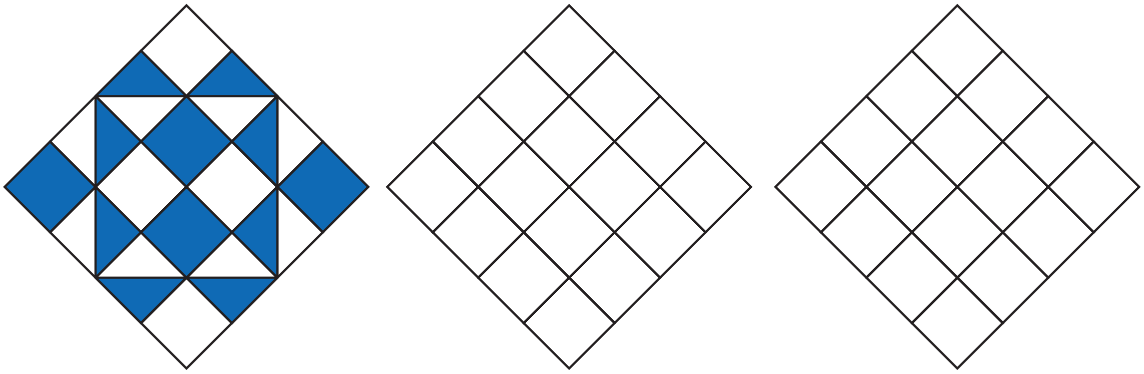
26 Εμβαδόν τετραγώνου, ορθ. παραλληλόγραμμου, ορθ. τριγώνου

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ Ή ΤΡΙΓΩΝΑ;

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Ένα σχήμα με εμβαδόν 1 τ.μ. είναι πάντα τετράγωνο με πλευρά μήκους 1 μ.;

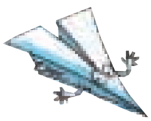
- Παρατηρώ το σχήμα (α).



(α) (β) (γ)

- Πόσο εμβαδόν έχουν στο σχήμα (α):
  - Τα μπλε κομμάτια; .... • Όλα τα κομμάτια; ....
- Στο σχήμα (β) χρωματίζω μπλε μια επιφάνεια σε σχήμα ορθ. παραλληλόγραμμου και στο σχήμα (γ) μια επιφάνεια ορθ. τριγώνου έτσι, ώστε και στα 3 σχήματα (α, β, γ) η επιφάνεια που είναι μπλε να έχει το ίδιο ακριβώς εμβαδόν.

Πώς μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα τετράγωνο που έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν της μπλε επιφάνειας; Συζητάμε στην τάξη τι άλλα σχήματα μπορούμε να φτιάξουμε που να έχουν το ίδιο εμβαδόν.

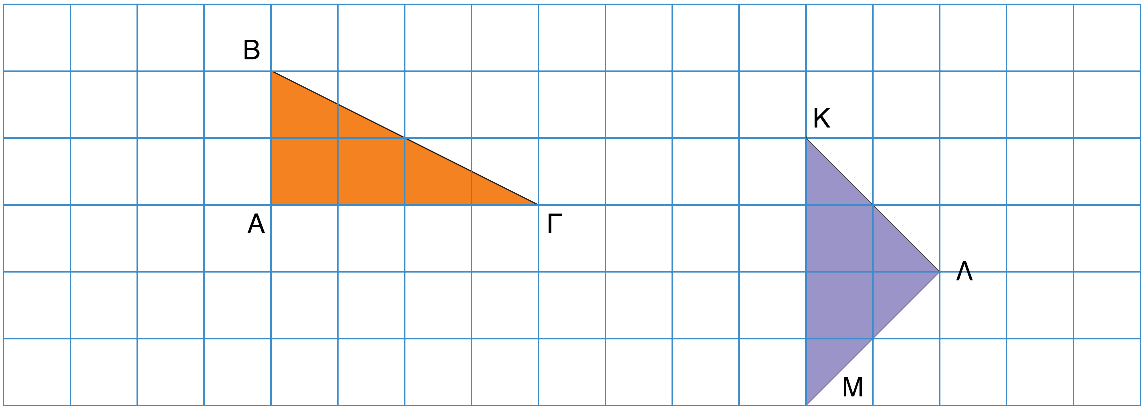


Αν φέρουμε τη **διαγώνιο ενός τετραγώνου**, το χωρίζουμε σε **2 ίσα τρίγωνα**. Το καθένα έχει εμβαδόν όσο **το μισό εμβαδόν του τετραγώνου**.

Ισχύει πάντα το αντίστροφο; Δηλαδή, αν σχεδιάσω 2 φορές ένα ορθογώνιο τρίγωνο που έχει εμβαδόν όσο το μισό εμβαδόν ενός τετραγώνου, θα φτιάξω ένα τετράγωνο;

Συζητάμε στην τάξη τις εκτιμήσεις μας.

- Έχουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ:



- Αν χρησιμοποιήσουμε κάθε τρίγωνο 2 φορές, τι άλλα σχήματα μπορούμε να φτιάξουμε; .... Τα σχεδιάζουμε.
- Πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΚΛΜ;

Εργασίες

1. Σε τετραγωνισμένο χαρτί σχεδιάζουμε ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο πάνω στις γραμμές του πλέγματος.
Βάζω ✔ στην πρόταση που πιστεύω ότι είναι σωστή.

- Το εμβαδόν τετραγώνου = αριθμός σειρών x αριθμός γραμμών ☐
- Το εμβαδόν ορθογώνιου τριγώνου = αριθμός σειρών x αριθμός γραμμών ☐

2. Βάζω ✔ στην πρόταση που πιστεύω ότι είναι σωστή.

- Το εμβαδόν τετραγώνου με πλευρά 9 εκ. είναι:
  - 18 τ.εκ. ☐ • 81 τ.εκ. ☐ • 36 τ.εκ. ☐
- Το εμβαδόν ορθ. τριγώνου με κάθετες πλευρές 9 εκ. και 3 εκ. είναι:
  - 27 τ.εκ. ☐ • 12 τ.εκ. ☐ • 13,5 τ.εκ. ☐ • 24 τ.εκ. ☐
- Επαληθεύω τις εκτιμήσεις μου σχεδιάζοντας σε πλέγμα του ενός εκατοστόμετρου.

Συμπέρασμα

Εμβαδόν:

- ***Τετραγώνου:*** *πλευρά επί πλευρά. Παράδειγμα:* (3 εκ., 3 εκ.) *= 3 εκ. x 3 εκ. = 9 τ.εκ.*
- ***Ορθ. παρ/μου:*** *μήκος επί πλάτος. Παράδειγμα:* (4 εκ., 3 εκ.) *= 4 εκ. x 3 εκ. = 12 τ.εκ.*
- ***Ορθ. τριγώνου:*** $\dfrac{\text{γινόμενο των κάθετων πλευρών}}{2}$ *Παράδειγμα:*
  (3 εκ., 3 εκ.) $= \dfrac{3\text{ εκ. x }3\text{ εκ.}}{2} = 4{,}5$ τ.εκ.
  (4 εκ., 3 εκ.) $= \dfrac{4\text{ εκ. x }3\text{ εκ.}}{2} = 6$ τ.εκ.

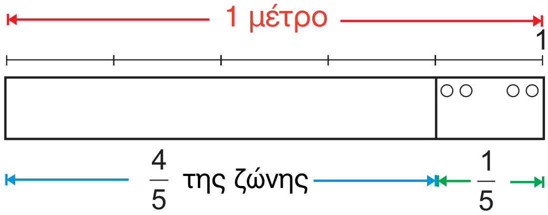
27 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων – Αντίστροφοι αριθμοί

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΓΙΑ ΘΕΑΤΡΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πότε το γινόμενο δύο αριθμών είναι 1;

Τα παιδιά της Ε΄ Τάξης ετοιμάζουν τα κοστούμια τους για τη θεατρική τους παράσταση. Η Άννα και ο Μίλτος φτιάχνουν τις ζώνες τους από χαρτόνι μήκους ενός μέτρου.



Θα χρωματίσουν το μισό από τα $\frac{4}{5}$ της ζώνης με κόκκινο και το υπόλοιπο με πράσινο.

- Τι μέρος ολόκληρης της ζώνης θα είναι κόκκινο;

Για να χρωματίσω το μισό των $\frac{4}{5}$ της ζώνης, θα χωρίσω τα $\frac{4}{5}$ σε 2 ίσα μέρη,

δηλαδή $\frac{4}{5} : 2$ → $\frac{2}{5}$ της ζώνης ή $\frac{4}{10}$ της ζώνης

Θα χρωματίσω το $\frac{1}{2}$ των $\frac{4}{5}$ της ζώνης:

ή $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$, δηλ. τα ..... της ζώνης.

ή το μισό από τα $\frac{4}{5}$, δηλ. τα 2 από τα 4 πέμπτα της ζώνης.

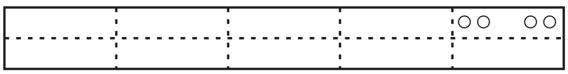
- Χρωματίζω τη ζώνη με 2 διαφορετικούς τρόπους, όπως προτείνουν τα παιδιά:

Το μισό από τα $\frac{4}{5}$ είναι:

- $\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$

ή

- $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{10}$

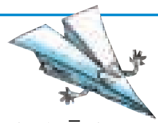


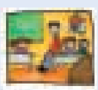
Συνολικά, κόκκινα είναι τα:

$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10}$ ή $\frac{\square}{\square}$ της ζώνης

Για να διαιρέσουμε ένα κλάσμα με έναν ακέραιο:
- **διαιρούμε τον αριθμητή** του κλάσματος **με τον ακέραιο**, π.χ. $\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$

ή
- **πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή** του κλάσματος **με τον ακέραιο**, π.χ. $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5\text{x}2}$ ή $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10}$





Συζητάμε στην τάξη:
Γιατί όταν πολλαπλασιάζουμε κλάσματα που είναι μικρότερα από τη μονάδα, το γινόμενό τους είναι μικρότερο από κάθε κλάσμα που πολλαπλασιάζουμε;

Εργασίες

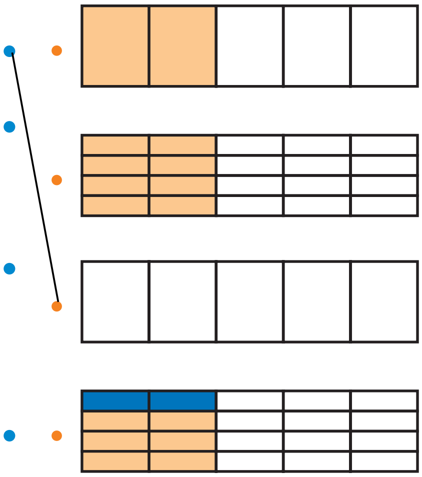
1. Αντιστοιχίζω τις οδηγίες με τα γεωμετρικά σχήματα που δείχνουν πώς χωρίζουμε τα $\frac{2}{5}$ σε 4 ίσα μέρη, δηλαδή πώς βρίσκουμε το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{5}$ της μονάδας ή $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$ της μονάδας.

Α. Παίρνω τη μονάδα και τη χωρίζω σε 5 ίσα μέρη.

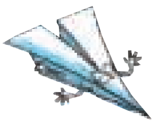
Β. Χρωματίζω τα 2 από τα 5 ίσα μέρη της μονάδας.

Γ. Χωρίζω το κάθε πέμπτο της μονάδας σε 4 ίσα μέρη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η μονάδα να χωριστεί σε 20 μέρη και τα $\frac{2}{5}$ να γίνουν $\frac{8}{20}$.

Δ. Σε κάθε ένα πέμπτο από τα δύο πέμπτα της μονάδας που είναι χρωματισμένα, χρωματίζω μπλε το 1 από τα 4 ίσα μέρη του.



- $\frac{2}{5}$ της μονάδας
- $\frac{2}{5}$ της μονάδας ή $\frac{8}{20}$
- 1 μονάδα ή $\frac{5}{5}$ της μονάδας
- $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{5}$ της μονάδας ή το $\frac{1}{4}$ των $\frac{8}{20}$, δηλαδή τα $\frac{2}{20}$ της μονάδας.



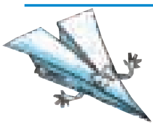
Το γινόμενο 2 κλασμάτων είναι ένα καινούριο κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

Παράδειγμα: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{18}$

2. Μια μονάδα μπορούμε να τη χωρίσουμε σε ίσα μέρη με διάφορους τρόπους:

- σε 2 κομμάτια που το καθένα θα είναι το μισό της μονάδας: $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$
- σε 5 κομμάτια που το καθένα θα είναι το $\frac{1}{5}$ της μονάδας: $5 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$

Οι αριθμοί 2 και $\frac{1}{2}$ ή 5 και $\frac{1}{5}$ λέγονται **αντίστροφοι**.



Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενό τους είναι 1.

Παράδειγμα: 35 και $\frac{1}{35}$ είναι αντίστροφοι, αφού $35 \times \frac{1}{35} = 1$

Συζητάμε στην τάξη ποια γινόμενα θα παίρναμε στις εργασίες 1 και 2 αν αντί για κλάσματα χρησιμοποιούσαμε τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν σε κάθε κλάσμα.

Συμπέρασμα

- ***Το γινόμενο δύο αριθμών είναι ακριβώς 1*** *αν αυτοί οι αριθμοί είναι* ***αντίστροφοι***.
- *Αν δύο αριθμοί είναι μικρότεροι από το 1, τότε το γινόμενό τους είναι μικρότερο από 1.*

Παράδειγμα: $\frac{1}{10}$ *των* $\frac{2}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{100}$ *ή* $(0,1 \times 0,2 = 0,02)$.

28

Διαίρεση μέτρησης σε ομώνυμα κλάσματα

Η ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Τι μπορεί να δείχνει η διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων;

Η Νεφέλη με τον παππού της διαλέγουν τα ξύλα που θα χρειαστούν για τη βιβλιοθήκη της.

- Πόσες σανίδες αγόρασαν χωρίς να πετάξουν κανένα κομμάτι;

Συζητάμε στην τάξη πώς σκεφτήκαμε.

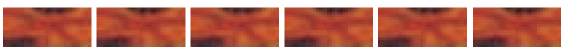
- Παρατηρώ:

Μια σανίδα 2,40 μ.

0   1μ   2μ $2\frac{4}{10}$ μ. ή $\frac{240}{100}$ μ.

μας δίνει:

- ... σανίδες των $\frac{40}{100}$ μ.



ή

- ... σανίδες των $\frac{80}{100}$ μ.

- Συμπληρώνω τον πίνακα:

	Με πολλαπλασιασμό	Με διαίρεση
• για ράφια των 40 εκ. ή 0,40 μ.	6 x ....εκ. = 240 εκ. 6 x ....μ. = 2,40 μ.	$\frac{240}{100}$ μ.: $\frac{40}{100}$ μ.= ....μ. : 0,40 μ. = ...
• για ράφια των 80 εκ. ή ...... μ.	3 x 80 εκ. = ... εκ. 3 x 0,80 μ. = ... μ.	$\frac{240}{100}$ μ.: $\frac{80}{100}$ μ.= .... : 0,80 μ. = ...

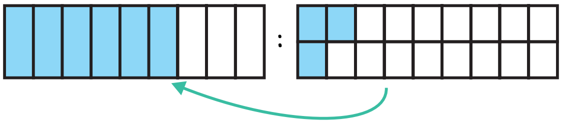
- Άρα, θα αγοράσουν ... σανίδες των 240 εκ. για τα 6 ράφια των 80 εκ. και ... σανίδα των 240 εκ.για τα 6 ράφια των 40 εκ. Συνολικά θα αγοράσουν ... σανίδες.

Εργασία

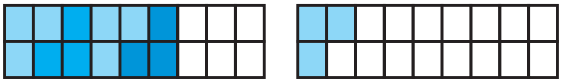
Παρατηρώ το παράδειγμα διαίρεσης μέτρησης (βρίσκουμε δηλαδή πόσες φορές χωράει η μια ποσότητα στην άλλη). Υπολογίζουμε τα αποτελέσματα στις υπόλοιπες διαιρέσεις μέτρησης (χρωματίζουμε όπου χρειάζεται).

Παράδειγμα:

- $\frac{6}{9}$ της μονάδας : $\frac{3}{18}$ της μονάδας



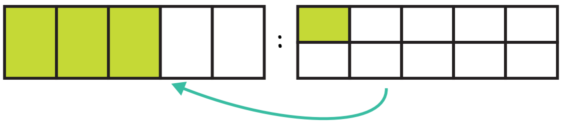
Πόσες φορές χωράει;

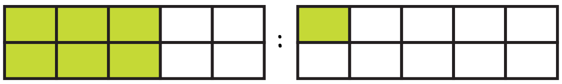


$\frac{12}{18} : \frac{3}{18} = 12 : 3 = 4$

δηλαδή τα $\frac{3}{18}$ χωράνε 4 φορές στα $\frac{12}{18}$

- $\frac{3}{5}$ της μονάδας: $\frac{1}{10}$ της μονάδας





$\frac{...}{10} : \frac{1}{10}$ = ... φορές

0,6 : 0,1 = ...

- Η μισή ώρα πόσα τέταρτα έχει;

$\frac{1}{2}$ της ώρας : $\frac{1}{4}$ της ώρας ή

$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{...}{60} : \frac{...}{60}$ = ... φορές.

Επαληθεύω με το ρολόι.

- Πόσα τέταρτα έχουν οι 2,5 ώρες;

$\frac{5}{2}$ της ώρας : $\frac{1}{4}$ της ώρας=

$\frac{...}{60}$ της ώρας : $\frac{...}{60}$ της ώρας=..... τέταρτα

Επαληθεύω με το ρολόι.

- Πόσες συσκευασίες καφέ των 125 γραμμ. χρειαζόμαστε για να αγοράσουμε 2,5 κιλά καφέ;

2,5 κ. : 0,125 κ. ή

$\frac{2.500}{1.000} : \frac{125}{1.000}$ =......... συσκευασίες

Συμπέρασμα

- *Όταν θέλω* ***να διαιρέσω 2 ετερώνυμα κλάσματα*** *που μπορώ εύκολα να τα μετατρέψω σε ομώνυμα,* ***κάνω τη μετατροπή και διαιρώ τους αριθμητές τους****.*
- *Το αποτέλεσμα της διαίρεσης μας δείχνει πόσες φορές χωράει το μικρότερο κλάσμα στο μεγαλύτερο.*

Παράδειγμα: Τα  *πόσες φορές χωράνε στο*  *ή 1,50 €;*

1,5 € : $\frac{1}{2}$ *€ =* $\frac{15}{10} : \frac{1}{2} = \frac{15}{10} : \frac{5}{10}$ *= 3 φορές ή* $\frac{3}{2} : \frac{1}{2}$ *= 3 φορές.*

29 Σύνθετα προβλήματα - Επαλήθευση

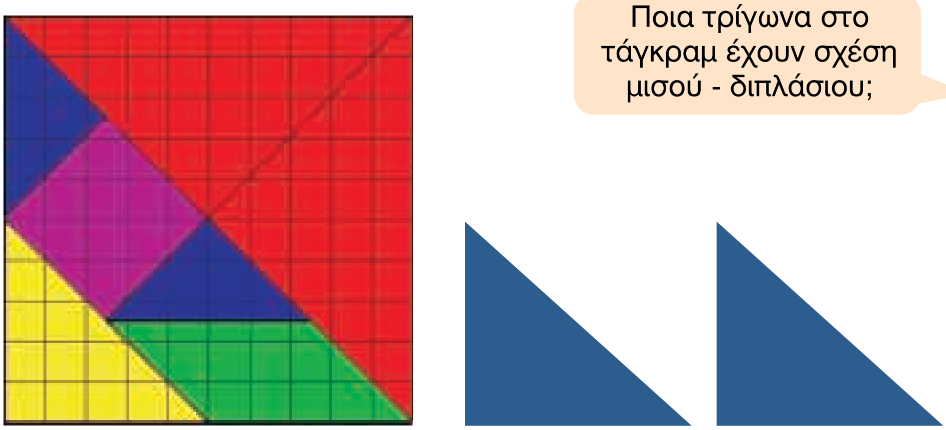
ΛΥΝΩ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΕΠΟΠΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πώς μπορούμε να είμαστε σίγουροι για τη λύση που βρήκαμε σε ένα πρόβλημα;

Από τα 7 κομμάτια του τάγκραμ παίρνω τα 2 πιο μικρά τρίγωνα.

- Τα ενώνω και φτιάχνω ένα καινούριο ορθογώνιο τρίγωνο.



- Με 4 τέτοια τρίγωνα, τι γεωμετρικά σχήματα μπορούμε να φτιάξουμε;
- Τι σχέση έχει το εμβαδόν του μικρού τριγώνου με το εμβαδόν των γεωμετρικών σχημάτων που φτιάξαμε;

Συζητάμε στην τάξη τις απαντήσεις που δώσαμε.

Εργασίες

1. - Φτιάχνουμε με όλα τα κομμάτια των 2 τάγκραμ δύο τετράγωνα.

   Στη συνέχεια, με όλα πάλι τα κομμάτια φτιάχνουμε κάθε φορά:
   - 1 μεγάλο τετράγωνο
   - 1 μεγάλο ορθογώνιο τρίγωνο
   - 4 ίσα τετράγωνα
   - 4 ίσα ορθογώνια τρίγωνα

- Τι σχέση έχουν το μεγάλο τετράγωνο και το μεγάλο ορθογώνιο τρίγωνο;

- Τι σχέση έχει το καθένα από τα 4 ίσα τετράγωνα με το καθένα από τα 4 ίσα ορθογώνια τρίγωνα;

2.  Ο πατέρας του Γεράσιμου είναι οδηγός νταλίκας. Κάθε εβδομάδα (7 ημέρες) οδηγεί κατά μέσο όρο 2.170 χμ. Πόσα χιλιόμετρα οδηγεί την ημέρα κατά μέσο όρο;

- Εκτιμώ: περίπου .... χμ. την ημέρα.

- Συμπληρώνω δύο διαφορετικές προτάσεις για τα χιλιόμετρα που μπορεί να έκανε καθημερινά την προηγούμενη εβδομάδα:

Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή
....	....	....	....	....	....	0 χμ.
....	....	....	....	....	....	....

- Επαληθεύω με μια άλλη στρατηγική τη λύση που βρήκα.

 Συζητάμε στην τάξη πώς σκεφτήκαμε να λύσουμε το πρόβλημα.

3. Η κυρία Ελένη έκοψε 3 ίσα κομμάτια από μια κόκκινη κορδέλα για να τυλίξει δώρα. Της περίσσεψαν 2,5 μ. Αν όλη η κορδέλα ήταν συνολικά 4,60 μ., πόσα εκατοστόμετρα μήκος είχε το κάθε κομμάτι που έκοψε;

- Εκτιμώ: .... εκ. ή .... μ.
- Υπολογίζω με ακρίβεια:
- Βρίσκω τρόπο να επαληθεύσω τη λύση που έδωσα.

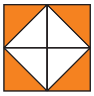
Συμπέρασμα

Όταν λύνουμε ένα πρόβλημα, στο τέλος ***ελέγχουμε*** *πάντα τη* ***λύση που δώσαμε****:*

- *Χρησιμοποιώντας μια* ***άλλη στρατηγική****.*
- *Συγκρίνοντας το τελικό αποτέλεσμα με την αρχική μας εκτίμηση.*

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

1) Να διαβάζω και να χρησιμοποιώ τα ποσοστά.

α)  είναι χρωματισμένο το $\frac{....}{....}$ ή ...,... ή ....%

β) αν  είναι το 10% του συνολικού ποσού, πόσο είναι:

- το 20% ; ....€
- το 150% ; ....€

γ) Ο Μιχάλης αγόρασε ένα πατίνι. Η τιμή πώλησης ήταν 80 €, αλλά τελικά έγινε έκπτωση 15%. Πόσα πλήρωσε;

δ) Το 44% των παιδιών στο σχολείο του Αχιλλέα είναι αγόρια. Αν όλα τα παιδιά είναι 250, πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια;

ε) Σε ποια συσκευασία το 1 μπισκότο έχει λιγότερη ζάχαρη; (1 μπισκότο = 10 γραμμ.)

 Στα 150 γραμμ. προϊόντος 25% ζάχαρη.

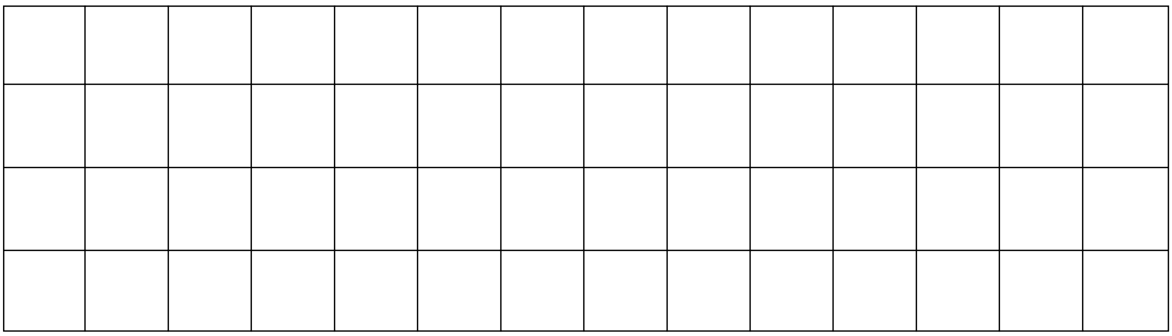
(α)

 Στα 100 γραμμ. προϊόντος 30% ζάχαρη.

(β)

2) Να βρίσκω την περίμετρο και το εμβαδόν γεωμετρικών σχημάτων.

α) Φτιάχνω ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές
ΑΒ = 4 εκ. ΒΓ = 25% μεγαλύτερη από την ΑΒ.

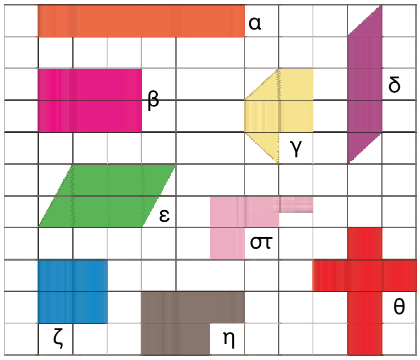


- Υπολογίζω την περίμετρό του.
- Υπολογίζω το εμβαδόν του.

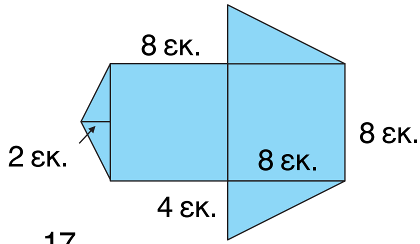
β) Ποια γεωμετρικά σχήματα έχουν:

- ίση περίμετρο;

- ίσο εμβαδόν;



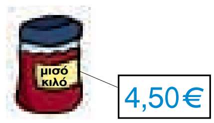
γ) Βρίσκω το εμβαδόν του διπλανού σχήματος.



3) Να πολλαπλασιάζω κλάσματα. • $\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \square$ • $\frac{\square}{\square} \times \frac{17}{68} = 1$

4) Να διαιρώ ομώνυμα κλάσματα. • $\frac{18}{20} : \frac{3}{60} = ...$ • $\frac{24}{5} : \frac{3}{50} =$ • $\frac{12}{36} : \frac{4}{36} = ...$

5) Να λύνω προβλήματα και να επαληθεύω τη λύση που έδωσα.



Αν το 1,5 κιλό μαρμελάδας χύμα κοστίζει όσο τα $\frac{9}{10}$ του κιλού της συσκευασμένης, πόσο κοστίζει το 1 κιλό μαρμελάδας σε κάθε περίπτωση; Επαληθεύω.

Καταγράφω την προσωπική μου άποψη για τα κεφάλαια 22- 29:

- Μου έκανε εντύπωση:

....

....

- Με δυσκόλεψε πιο πολύ:

....

....

- Έμαθα πολύ καλά:

....

....

Φτιάχνουμε με την ομάδα μας ένα πρόβλημα που λύνεται με 2 διαφορετικές στρατηγικές. Προτείνουμε τη λύση του και επαληθεύουμε.

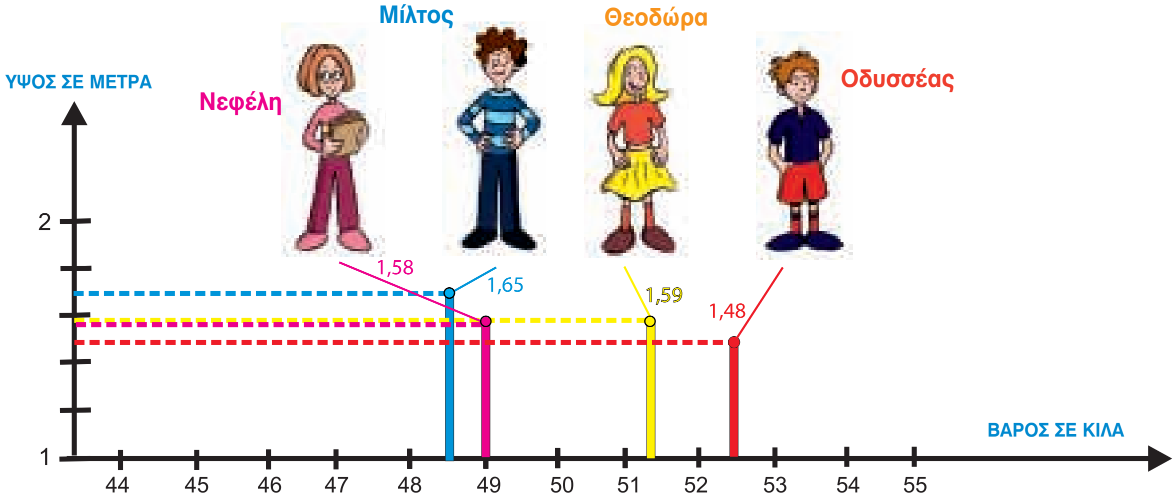
30 Μονάδες μέτρησης μήκους: μετατροπές (α)

ΣΩΜΑΤΟΜΕΤΡΙΑ

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

Πόσο είναι το 1,5 εκατοστόμετρο (1,5 πόντος);

- Ποιο παιδί στην ομάδα έχει: • το μικρότερο βάρος; ....
  • το μεγαλύτερο βάρος; ....



- Ποιο είναι το πιο ψηλό παιδί; ....
- Ποιο παιδί είναι το πιο αδύνατο και το πιο ψηλό ταυτόχρονα; ....
- Στο τέλος της χρονιάς η Νεφέλη ψήλωσε 3,5 πόντους. Υπολογίζω πόσο θα είναι το ύψος της: ....

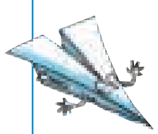
Εργασίες

1. Σημειώνω 2 μετρήσεις με ακρίβεια που έκανα με τον διπλανό μου στην τάξη.

.... μ.	.... μ.
.... εκ.	.... εκ.

Μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το μέτρο.

Υποδιαιρέσεις του μέτρου είναι:



• δεκατόμετρο ($\frac{1}{10}$ μ. ή 0,10 μ.)	➔ 10 δεκατόμετρα = 1 μ.
• εκατοστόμετρο ($\frac{1}{100}$ μ. ή 0,01 μ.)	➔ 100 εκατοστόμετρα = 1 μ.
• χιλιοστόμετρο ($\frac{1}{1.000}$ μ. ή 0,001 μ.)	➔ 100 χιλιοστόμετρα = 1 μ.

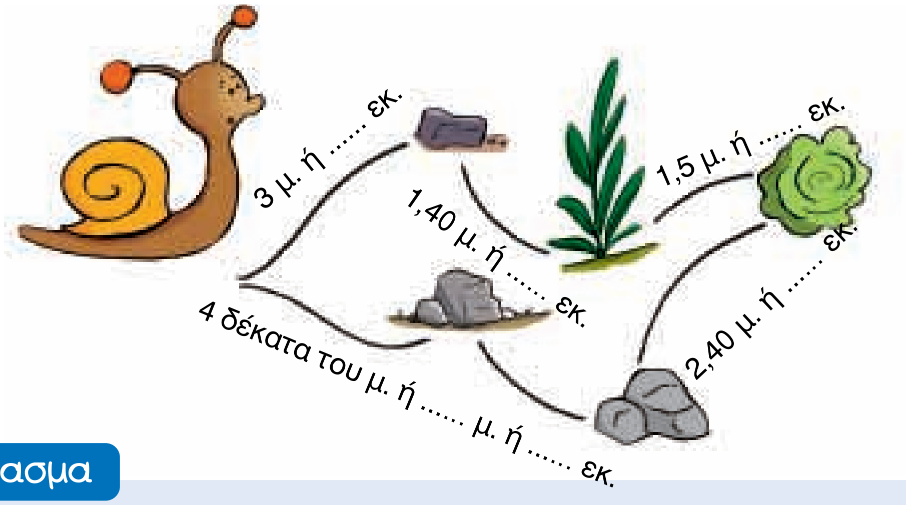
Μεγάλη μονάδα μέτρησης μήκους είναι το χιλιόμετρο (χμ.). 1.000 μ. = 1 χμ.

2. Παρατηρώ τις μετατροπές που κάνουν τα παιδιά. Εξηγώ, όπως στο παράδειγμα, και συμπληρώνω όπου χρειάζεται:

- 15 δεκατόμετρα = 1,5 μ.
  Εξηγώ: 10 δεκ. + 5 δεκ., $\frac{10}{10}$ μ. + $\frac{5}{10}$ μ. = 1 μ. και $\frac{5}{10}$ μ. = 1,5 μ.
- 1,10 χμ. = ... μ.
  Εξηγώ: ....
- 1,5 εκ. = ... μ.
  Εξηγώ: ....
- 2,5 μέτρα = ... εκ.
  Εξηγώ: ....
- 2,5 δεκ. = ... χιλιοστ. ή .... μ.
  Εξηγώ: ....

- Διατάσσω τα παραπάνω μήκη από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:
  .... < .... < .... < .... < ....

3. Ποια είναι η πιο σύντομη διαδρομή για το σαλιγκάρι προκειμένου να φτάσει στο μαρούλι; Υπολογίζω σε:
- μέτρα
- εκατοστόμετρα



Συμπέρασμα

*Όταν θέλουμε **να μετατρέψουμε μια μονάδα** μέτρησης μήκους **σε μικρότερη**, **πολλαπλασιάζουμε με 10, 100, 1.000**. Παραδείγματα:*

Τα 3,5 μ. είναι
- *3,5 x 10 = 35 δεκ.*
- *3,5 x 100 = 350 εκ.*
- *3,5 x 1.000 = 3.500 χιλ.*

Τα 0,7 χμ. είναι 0,7 x 1.000 μ. = 700 μ.