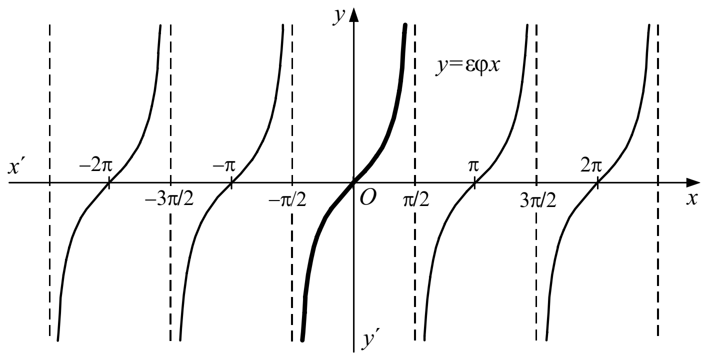


Η γραφική παράσταση της συνάρτησης εφ στο $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ «πλησιάζει» όλο και πιο πολύ τις ευθείες με εξισώσεις $x=-\frac{\pi}{2}$ και $x=\frac{\pi}{2}$, χωρίς να τις συναντά. Δηλαδή, οι ευθείες αυτές είναι κατακόρυφες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης.

Για τον ίδιο λόγο, κατακόρυφες ασύμπτωτες είναι και οι ευθείες με εξισώσεις …, $x=-\frac{5\pi}{2}$, $x=-\frac{3\pi}{2}$, $x=\frac{3\pi}{2}$, $x=\frac{5\pi}{2}$, …

Από τη μελέτη συναρτήσεων με τύπους $f(x)=\rho\cdot ημωx$ και $f(x)=\rho\cdot συνωx$ συμπεραίνουμε ότι:

Συναρτήσεις που έχουν τη μορφή $f(x)=\rho\cdot ημωx$ ή $f(x)=\rho\cdot συνωx$ όπου ρ,ω θετικοί αριθμοί, έχουν:
i) Μέγιστη τιμή ίση με ρ και ελάχιστη τιμή ίση με –ρ.
ii) Περίοδο ίση με $\frac{2\pi}{\omega}$.

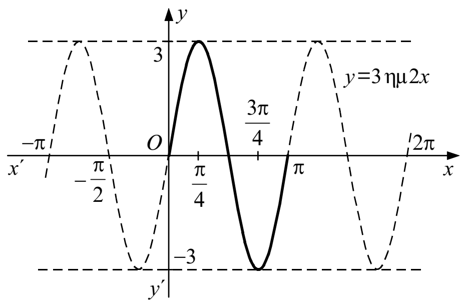
Παραδείγματα

1. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=3\cdot ημ2x$.

Λύση

Η συνάρτηση έχει τη μορφή $f(x)=\rho\cdot\eta\mu\omega x$ με ρ = 3 και ω = 2. Επομένως, η f είναι περιοδική με περίοδο $\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2}=\pi$, έχει μέγιστη τιμή 3 και ελάχιστη τιμή –3. Με τη βοήθεια ενός πίνακα τιμών σχεδιάζουμε τη γραφική της παράσταση.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
ημ2x	0	1	0	-1	0
3ημ2x	0	3	0	-3	0



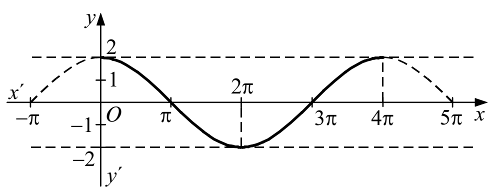
2. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2}$.

Λύση

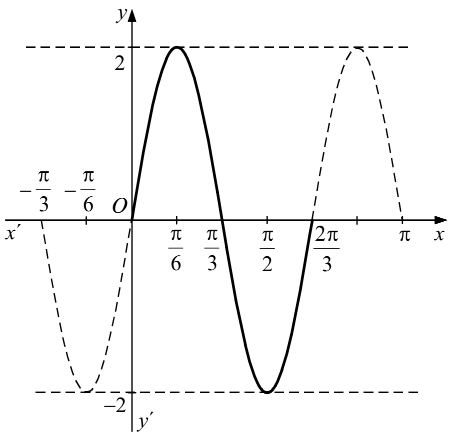
Η συνάρτηση έχει τη μορφή $f(x)=\rho\cdot\sigma\upsilon\nu\omega x$ με ρ = 2 και ω = $\frac{1}{2}$. Επομένως η f είναι περιοδική με περίοδο $\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$, έχει μέγιστη τιμή 2 και ελάχιστη –2.

Με τη βοήθεια ενός πίνακα τιμών σχεδιάζουμε τη γραφική της παράσταση.

x	0	π	2π	3π	4π
$\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2}$	1	0	-1	0	1
$2\sigma\upsilon\nu\frac{x}{2}$	2	0	-2	0	2



3. Δίνονται οι παρακάτω ημιτονοειδείς καμπύλες. Να βρείτε τις εξισώσεις τους.

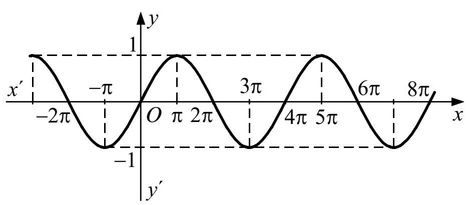


- Η εξίσωση που ζητάμε είναι της μορφής $y = \rho \cdot \eta\mu\omega x$, όπου ρ, ω θετικοί.

Από τη γραφική παράσταση παρατηρώ ότι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι 2 και η περίοδος $T = \frac{2\pi}{3}$.

Άρα: ρ = 2 και $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow$
$\omega = 3$.

Επομένως, η εξίσωση που ζητάμε είναι $y = 2\eta\mu 3x$.



- Η εξίσωση που ζητάμε είναι της μορφής $y = \rho \cdot \eta\mu\omega x$, όπου ρ, ω θετικοί.

Από τη γραφική παράσταση παρατηρώ ότι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι 1 και η περίοδος $T = 4\pi$.

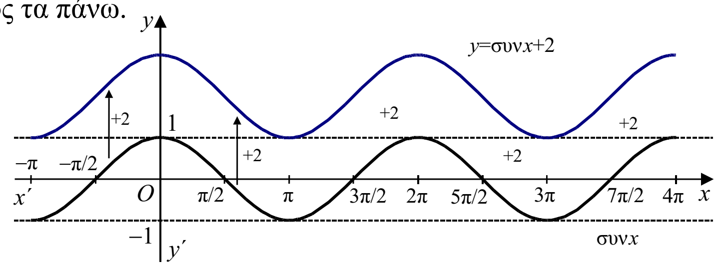
Άρα: ρ = 1 και $\frac{2\pi}{\omega} = 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{\omega} = 2 \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{2}$.

Επομένως, η εξίσωση που ζητάμε είναι $y = 1\eta\mu\frac{1}{2}x$ ή $y = \eta\mu\frac{x}{2}$.

4. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x) = συνx +2.

Λύση

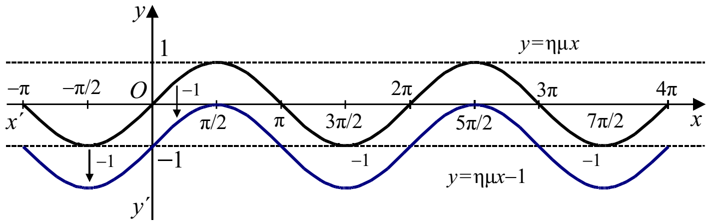
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x) = συνx +2 προκύπτει από τη γραφική παράσταση της συνx αν τη μετατοπίσουμε κατακόρυφα κατά δύο μονάδες προς τα πάνω.



5. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x) = ημx – 1.

Λύση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x) = ημx – 1 προκύπτει από τη γραφική παράσταση της ημx, αν τη μετατοπίσουμε κατακόρυφα κατά μία μονάδα προς τα κάτω.



Γενικότερα

Για να σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f(x) = ημx +c και (x) = ημx – c , c >0, σχεδιάζουμε πρώτα τη γραφική παράσταση της φ(x) = ημx και τη μετατοπίζουμε κατακόρυφα κατά c μονάδες προς τα πάνω για την πρώτη συνάρτηση και κατά c μονάδες προς τα κάτω για τη δεύτερη .

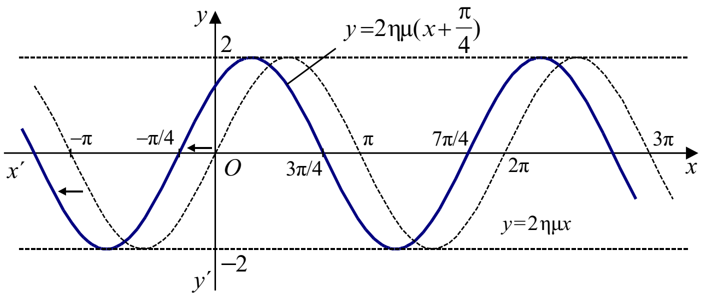
Σχόλιο

Με αντίστοιχη διαδικασία σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f(x) = συνx + c, c > 0
και f(x) = συνx – c, c > 0 .

6. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2 \cdot ημ(x + \frac{π}{4})$.

Λύση

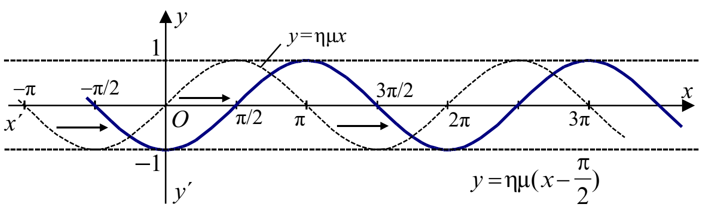
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2 \cdot ημ(x + \frac{π}{4})$ προκύπτει από τη γραφική παράσταση της g(x) = 2ημx, αν τη μετατοπίσουμε κατά $\frac{π}{4}$ μονάδες προς τα αριστερά.



7. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\etaμ(x-\frac{\pi}{2})$.

Λύση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\etaμ(x-\frac{\pi}{2})$ προκύπτει από τη γραφική παράσταση της ημx, αν τη μετατοπίσουμε κατά $\frac{\pi}{2}$ μονάδες προς τα δεξιά.



Γενικότερα

Για να σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=\rho\cdot\etaμ(x+\varphi)$ και $f(x)=\rho\cdot\etaμ(x-\varphi)$, ρ>0 και φ>0, σχεδιάζουμε πρώτα τη γραφική παράσταση της $g(x)=\rho\cdot\etaμx$ και τη μετατοπίζουμε οριζόντια κατά φ μονάδες προς τα αριστερά για την πρώτη συνάρτηση και κατά φ μονάδες προς τα δεξιά για τη δεύτερη.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι: Η συνάρτηση $f(x)=\rho\cdot\etaμ(x\pm\varphi)$, ρ>0, είναι περιοδική με περίοδο 2π και έχει μέγιστο ίσο με ρ και ελάχιστο ίσο με –ρ.