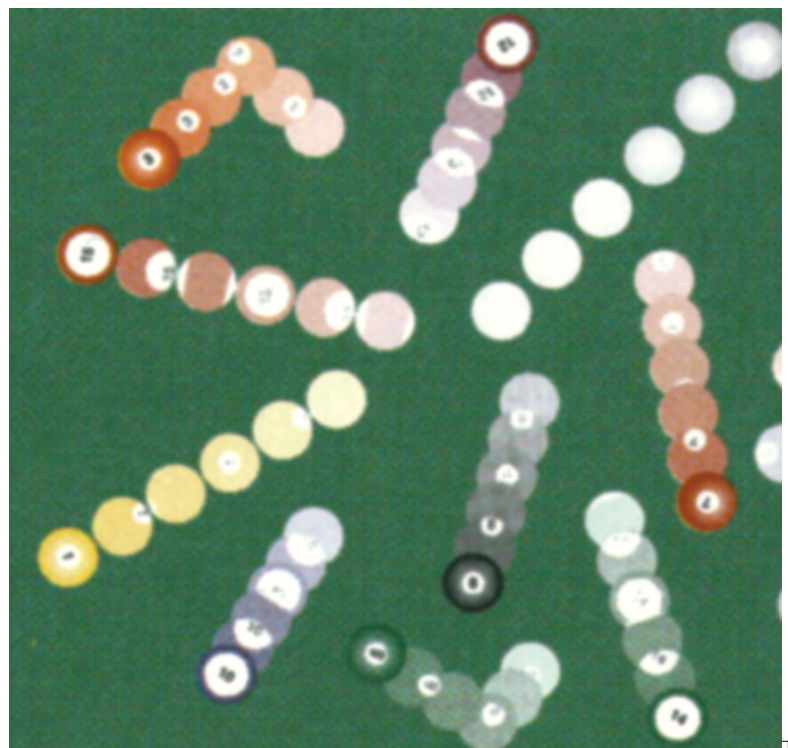
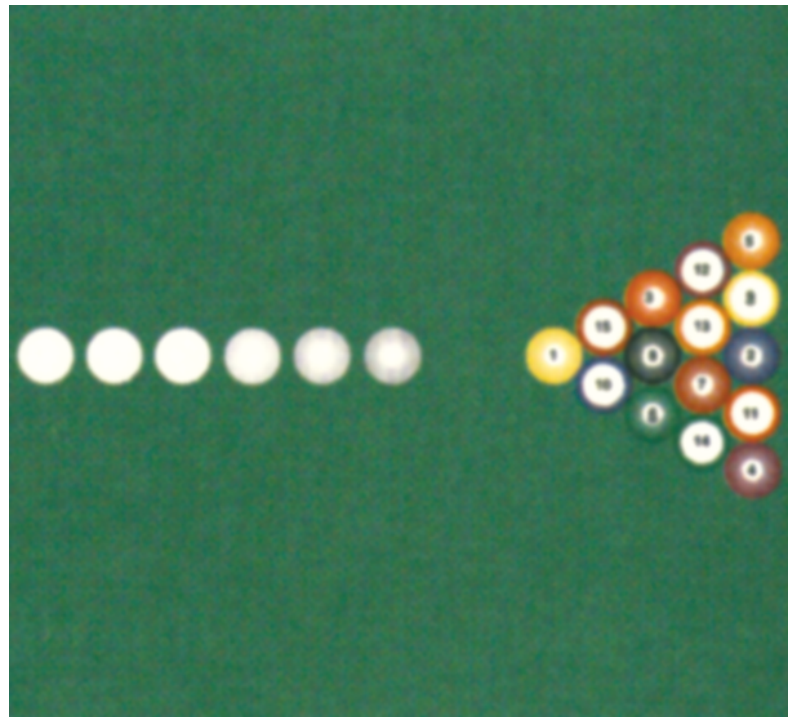




2.1 Διατήρηση της ορμής



Στις προηγούμενες ενότητες, μελετήσαμε την κίνηση των σωμάτων και την αλλαγή της με τη βοήθεια των μεγεθών της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης. Η κίνηση των σωμάτων και ειδικότερα η αλλαγή της ταχύτητάς τους μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια περισσότερο αφηρημένων μεγεθών, όπως η ορμή. Η εισαγωγή του μεγέθους αυτού στη μελέτη των φαινομένων, μας επιτρέπει να δώσουμε ευρύτερο νόημα στο μέγεθος της δύναμης και να μελετήσουμε περισσότερο πολύπλοκα φαινόμενα, όπως η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα εισαχθεί η έννοια του συστήματος δύο σωμάτων και θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που επηρεάζουν την κινητική κατάσταση των σωμάτων του συστήματος. Θα μελετήσουμε τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά την αρχή διατήρησης της ορμής σε συστήματα δύο σωμάτων. Επίσης, θα χρησιμοποιήσουμε τη διατήρηση της ορμής στη μελέτη φαινομένων όπως η κρούση και η κίνηση των πυραύλων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

2.1.1 Η έννοια του συστήματος. Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις	195
2.1.2 Το φαινόμενο της κρούσης	199
2.1.3 Η έννοια της ορμής	200
2.1.4 Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής	201
2.1.5 Η αρχή διατήρησης της ορμής	205
2.1.6 Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση	208
2.1.7 Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής	208
Περίληψη	212
Ερωτήσεις	213
Ασκήσεις - Προβλήματα	217

2.1.1 Η έννοια του συστήματος.

Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις

Στις προηγούμενες ενότητες ασχοληθήκαμε με τα θέματα της δύναμης και της κίνησης. Χαρακτηριστικό του τρόπου μελέτης ήταν ότι εστιάζαμε την προσοχή μας σε ένα μόνο σώμα. Επιπλέον παραβλέπαμε αν το κινούμενο σώμα ήταν αυτοκίνητο, άνθρωπος, αεροπλάνο κ.τ.λ. Τα πραγματικά σώματα τα αντιπροσώπευε μια συμβολική οντότητα: το *σωμάτιο*. Στην πορεία της μελέτης μάθαμε ότι πρέπει στην περιγραφή μας να συμπεριλάβουμε εκτός από το κινούμενο σώμα, την αιτία της αλλαγής της κίνησης, δηλαδή τη δύναμη.

Έτσι η περιγραφή του φαινομένου της κίνησης έγινε πιο πλήρης.

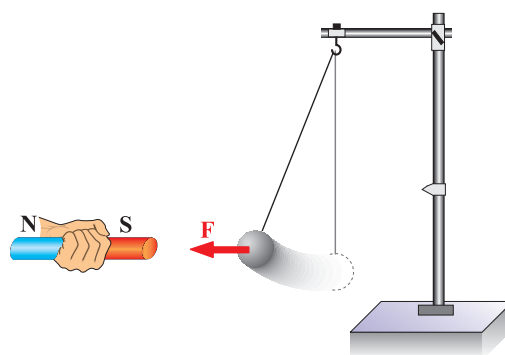
Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα αφορούσαν την κίνηση ενός μόνο σώματος. Όμως ο τρίτος νόμος μας υποχρέωσε να συμπεριλάβουμε στην περιγραφή εκτός από το κινούμενο σώμα ένα δεύτερο, αυτό με το οποίο αλληλεπιδρά το πρώτο.

Το δήμα αυτό είναι πολύ σημαντικό καθώς εισάγει στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης δύο νέες έννοιες: την έννοια της *αλληλεπίδρασης* και την έννοια του *συστήματος των σωμάτων*.

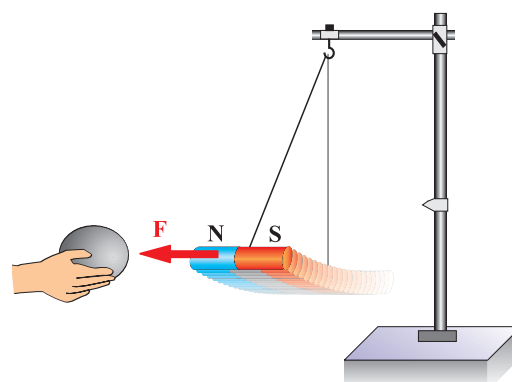
Δυο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Για παράδειγμα η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρά με τον μαγνήτη (Εικ. 2.1.1). Αν και σε εμάς φαίνεται, ότι μόνο ο μαγνήτης έλκει τη μεταλλική σφαίρα, η πραγματικότητα είναι διαφορετική.

Πράγματι αν κάνουμε το πείραμα που φαίνεται στην εικόνα 2.1.2, θα δούμε ότι και η μεταλλική σφαίρα έλκει το μαγνήτη. Αυτό λοιπόν που συμβαίνει στη φύση είναι ότι ο μαγνήτης και η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρούν.

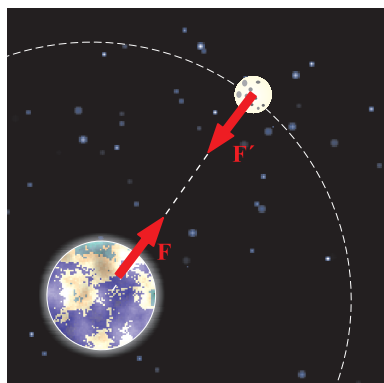
Παραδείγματα αλληλεπίδρασης είναι η έλξη μεταξύ



Εικόνα 2.1.1

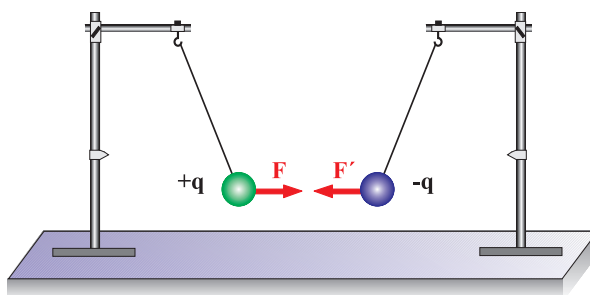


Εικόνα 2.1.2



Εικόνα 2.1.3

Γης και Σελήνης (Εικ. 2.1.3), μεταξύ φορτισμένων σωμάτων (Εικ. 2.1.4), κ.τ.λ.



Εικόνα 2.1.4

Η έννοια του συστήματος μας είναι γνωστή και από το νόμο διατήρησης της μάζας τον οποίο διατύπωσε ο Lavoissier.

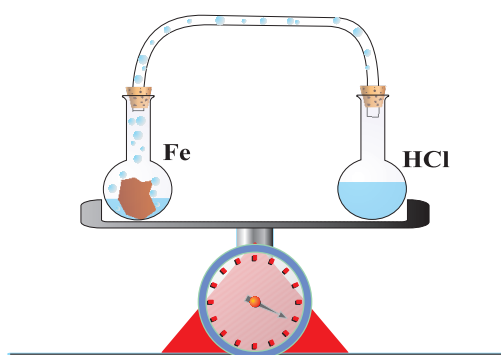
Σύμφωνα με το νόμο αυτό: *η μάζα ενός συστήματος σωμάτων που αλληλεπιδρούν χημικά παραμένει σταθερή.*

Γνωρίζουμε ότι ο σίδηρος (Fe) και το υδροχλωρικό οξύ (HCl) αλληλεπιδρούν χημικά. Ας θεωρήσουμε το σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 2.1.5. Αν ανυψώσουμε τη φιάλη που περιέχει το HCl ώστε αυτό να έρθει σε επαφή με το Fe θα γίνει χημική αντίδραση και θα παραχθούν H_2 και $FeCl_2$. Θα παρατηρήσουμε ότι τόσο στη διάρκεια του φαινομένου, όσο και μετά απ' αυτό η ένδειξη του ζυγού παραμένει η ίδια (Εικ. 2.1.5). Αν όμως κάνουμε το ίδιο πείραμα με ανοικτά τα δυο δοχεία (Εικ. 2.1.6), τότε η ένδειξη του ζυγού θα γίνει μικρότερη διότι θα έχει διαφύγει στην ατμόσφαιρα το H_2 .

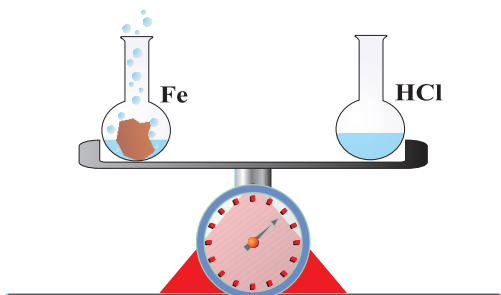
Συνεπώς η αρχή διατήρησης της μάζας στα χημικά φαινόμενα ισχύει όταν το σύστημα είναι κλειστό, δηλαδή δεν εισέρχεται, ούτε εξέρχεται μάζα στο σύστημα.

Αν στη Χημεία είναι εύκολο να απομονώσουμε ένα σύστημα σωμάτων από το περιβάλλον του, για παράδειγμα τον αέρα που είναι και αυτός σώμα, στη Φυσική τα πράγματα είναι πιο πολύπλοκα. Για παράδειγμα ο μαγνήτης αλληλεπιδρά με τη μεταλλική σφαίρα (Εικ. 2.1.1 και Εικ. 2.1.2). Αποτελούν όμως ένα σύστημα;

Η απάντηση είναι ΝΑΙ. Στη Φυσική μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα σύνολο δύο ή περισσότερων σωμάτων που αλληλεπιδρούν, αποτελούν σύστημα. Ωστόσο τα σώματα αυτά επειδή αλληλεπιδρούν και με άλλα σώματα μπορούν να ανήκουν και σε άλλα συστήματα. Παραδείγματος χάρη στο μαγνήτη εκτός από την έλξη από τη μεταλλική σφαίρα ασκείται δύναμη από το χέρι μας και δύναμη από τη Γη (Εικ. 2.1.7). Στη μεταλλική σφαίρα ασκείται εκτός από



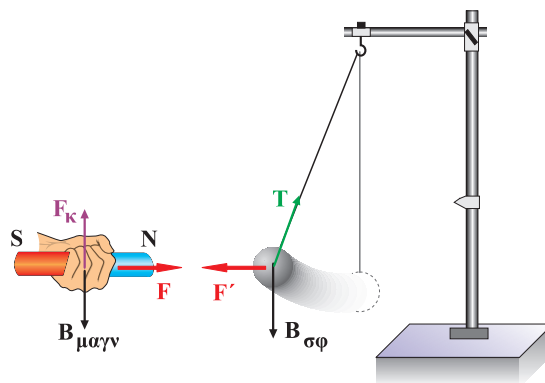
Εικόνα 2.1.5



Εικόνα 2.1.6

την έλξη του μαγνήτη, το βάρος της και η τάση του νήματος (Εικ. 2.1.7). Επίσης στα σώματα ασκούνται δυνάμεις και από το μαγνητικό πεδίο της γης τις οποίες θεωρούμε αμελητέες διότι δεν επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου. Προκειμένου να αποδώσουμε τις διαφορές μεταξύ αυτών των δυνάμεων χρησιμοποιούμε τους όρους:

εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις.



Εικόνα 2.1.7

Έτσι για το σύστημα μαγνήτης - σφαίρα, για μεν το μαγνήτη:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος $B_{\text{μαγν}}$ και η δύναμη F_K από το χέρι.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F από τη σφαίρα.

Για δε τη μεταλλική σφαίρα:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος της $B_{\text{σφ}}$ και η τάση T του νήματος.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F' του μαγνήτη.

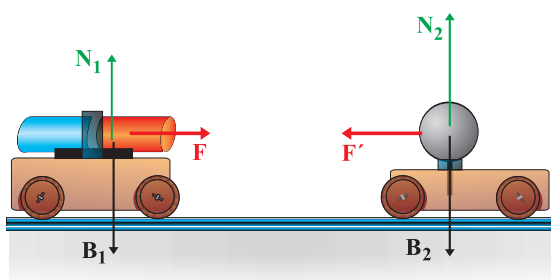
Γενικεύοντας, μπορούμε να συμφωνήσουμε ότι σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**,

β) δυνάμεις που προέρχονται από άλλα σώματα και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Αν στην περίπτωση της διατήρησης της μάζας στη χημική αλληλεπίδραση μπορέσαμε να “στεγανοποιήσουμε” το σύστημα από το περιβάλλον του, στη Φυσική δύσκολα μπορούμε να “απομονώσουμε” ένα σύστημα από την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων. Αν όμως οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε το σύστημα αυτό θα ονομάζεται **μονωμένο**.

Ας εξετάσουμε το σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 2.1.8. Ο μαγνήτης και η σφαίρα έχουν στερεωθεί πάνω σε



Εικόνα 2.1.8

αμαξάκια τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές σε ένα οριζόντιο τραπέζι.

Ποιες είναι οι εσωτερικές και ποιες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που αποτελούν το σύστημα;

Ας τις προσδιορίσουμε αναλυτικά.

Στο μαγνήτη ασκούνται οι δυνάμεις:

- α) Το βάρος του B_1 .
- β) Η αντίδραση N_1 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.
- γ) Η έλξη F από τη μεταλλική σφαίρα.

Στη μεταλλική σφαίρα ασκούνται οι δυνάμεις:

- α) Το βάρος της B_2 .
- β) Η αντίδραση N_2 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.
- γ) Η έλξη από το μαγνήτη.

Για τα σώματα του συστήματος το βάρος και η αντίδραση είναι εξωτερικές δυνάμεις, ενώ οι μεταξύ τους έλξεις είναι εσωτερικές.

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε ένα από τα σώματα είναι μηδέν, διότι

$$\text{ισχύει} \quad B_1 = N_1 \quad \text{και} \quad B_2 = N_2.$$

Συνεπώς το σύστημα μαγνήτης-μεταλλική σφαίρα είναι μονωμένο. Έτσι η κίνησή τους θα καθορίζεται αποκλειστικά από τις εσωτερικές δυνάμεις.

Γενικότερα, σε ένα μονωμένο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν μηδενική συνισταμένη.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στη φύση δεν υπάρχουν μονωμένα συστήματα. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε ένα σύστημα μονωμένο κάνοντας προσεγγίσεις στις οποίες θεωρούμε αμελητέες διάφορες εξωτερικές δυνάμεις.

Για παράδειγμα στο σύστημα που μελετήσαμε δεχθήκαμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αγνοήσαμε την αντίσταση του αέρα.

Δραστηριότητα

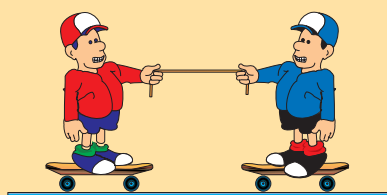
Τα δύο συστήματα που φαίνονται στις εικόνες α, β, μπορούν να θεωρηθούν μονωμένα;

Να εξηγήσετε την απόψή σας.



Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο και τα αμαξάκια συγκρατούνται με ένα σκοινί.

(α)



Και τα δυο παιδιά τραβούν προς το μέρος τους το σκοινί

(β)

2.1.2 Το φαινόμενο της κρούσης

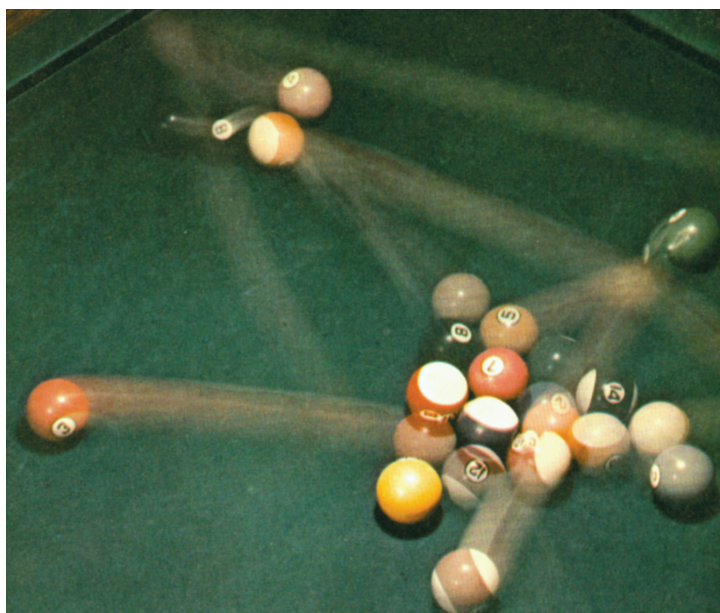
Ας θεωρήσουμε το μονωμένο σύστημα της εικόνας 2.1.9α. Το αμαξάκι (1) έχει μάζα m_1 , το αμαξάκι (2) έχει μάζα m_2 και γνωρίζουμε ότι $m_1 < m_2$. Αν σπρώξουμε το πρώτο αμαξάκι, αυτό θα αρχίσει να κινείται (Εικ. 2.1.9β). Στη συνέχεια θα χτυπήσει το δεύτερο και μετά τα δύο αμαξάκια θα κινούνται έστω σε αντίθετες κατευθύνσεις με διαφορετικές ταχύτητες (Εικ. 2.1.9γ). Μπορούμε να σπρώξουμε ταυτόχρονα τα δύο αμαξάκια, ώστε αυτά να πλησιάσουν το ένα το άλλο (Εικ. 2.1.9δ). Ανάλογα με τις ταχύτητες που θα δώσουμε μπορεί να προκύψουν μετά τη σύγκρουση διάφορα αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα να κινούνται όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1.9ε.

Οι παραπάνω περιπτώσεις ανήκουν σε μια γενικότερη κατηγορία φαινομένων τα οποία ονομάζονται **φαινόμενα κρούσης**. Στην κατηγορία αυτή υπάγονται φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων (Εικ. 2.1.10), το σφηνώμα

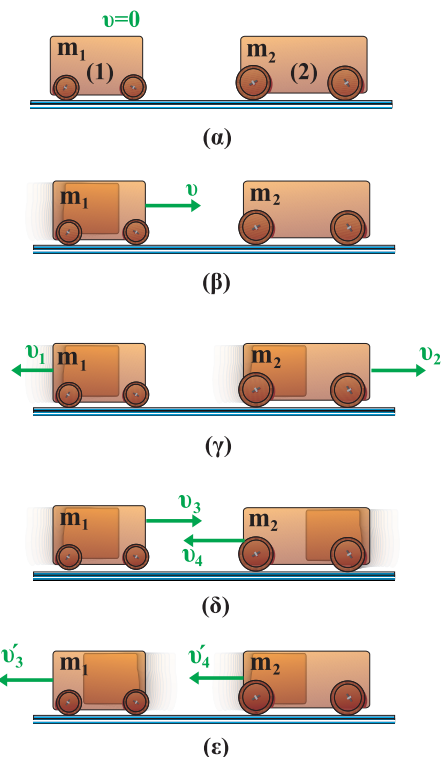


Εικόνα 2.1.10

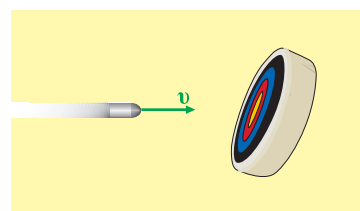
του βλήματος στο στόχο (Εικ. 2.1.11), κ.ά. Υπάγονται ακόμα φαινόμενα, όπως η σύγκρουση των σφαιρών του μπιλιάρδου (Εικ. 2.1.12), ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια, όπως τα πρωτόνια, κ.τ.λ.



Εικόνα 2.1.12



Εικόνα 2.1.9



Εικόνα 2.1.11

Μπορούμε όμως να περιγράψουμε όλα αυτά τα φαινόμενα με έναν απλό και ενιαίο τρόπο; Η απάντηση είναι καταφατική και στηρίζεται στην έννοια του συστήματος. Πράγματι, σε όλες τις περιπτώσεις:

- α) τα σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους,
- β) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα.

Ακόμα και στην περίπτωση των αυτοκινήτων (Εικ. 2.1.10) στην οποία οι εξωτερικές δυνάμεις δεν έχουν συνισταμένη μηδέν, επειδή υπάρχουν τριβές, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση είναι τόσο μεγάλες ώστε μπορούμε να αγνοήσουμε όλες τις εξωτερικές δυνάμεις. Δηλαδή να θεωρούμε το σύστημα μονωμένο.

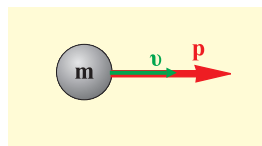
2.1.3 Η έννοια της ορμής

Η μελέτη του φαινομένου της κρούσης και η περιγραφή του με τη βοήθεια κατάλληλα επινοημένων μεγεθών, απασχόλησε τους επιστήμονες πολύ πριν από την εποχή του Νεύτωνα. Το αποτέλεσμα ήταν να καταλήξουν, περί τα τέλη του 17^{ου} αιώνα, στην εισαγωγή ενός νέου φυσικού μεγέθους που σήμερα χαρακτηρίζεται με το όνομα ορμή. Το ερώτημα που προέκυπτε κάθε φορά που μελετούσαν μια σύγκρουση ήταν: το φαινόμενο θα είναι άραγε πιο έντονο αν τα συγκρουόμενα σώματα έχουν μεγάλη μάζα, ή μεγάλη ταχύτητα;

Η απάντηση στην οποία κατέληγαν και που σήμερα και εμείς επιβεβαιώνουμε με την καθημερινή μας εμπειρία ήταν πως το αποτέλεσμα της κρούσης επηρεάζεται τόσο από τη μάζα, όσο και από την ταχύτητα των συγκρουόμενων σωμάτων.

Έτσι ορίζουμε την ορμή p ενός σώματος ως το φυσικό μέγεθος που η τιμή του εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος. Συγκεκριμένα είναι:

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad (2.1.1)$$



Η ορμή, όπως προκύπτει από τη σχέση (2.1.1), είναι **μέγεθος διανυσματικό** που έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος και η τιμή του είναι:

$$p = m v.$$

Η μονάδα μέτρησής της στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I. είναι το **1kgm/s**.

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η σημασία της έννοιας της ορμής είναι πολύ μεγάλη για τη Φυσική, αφού με αυτήν μπορούμε να μελετήσουμε φαινόμενα κρούσης. Ωστόσο, πολλές φορές χρησιμοποιούμε την έννοια της ορμής για να μελετήσουμε εξίσου καλά μια κίνηση.

Όπως θα δούμε στις επόμενες παραγράφους, η περιγραφή της κρούσης με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής, πλεονεκτεί της περιγραφής με τη βοήθεια της έννοιας της ταχύτητας, γιατί **η ορμή ως φυσικό μέγεθος διατηρείται**.

Η ιδιότητα αυτή της ορμής είναι πολύ χρήσιμη, αφού μας επιτρέπει να κάνουμε προβλέψεις και να καταλήγουμε σε συμπεράσματα που αφορούν στην κίνηση ενός σώματος ή ενός συστήματος, χωρίς να χρειάζεται ο κουραστικός υπολογισμός όλων των λεπτομερειών της κίνησης.

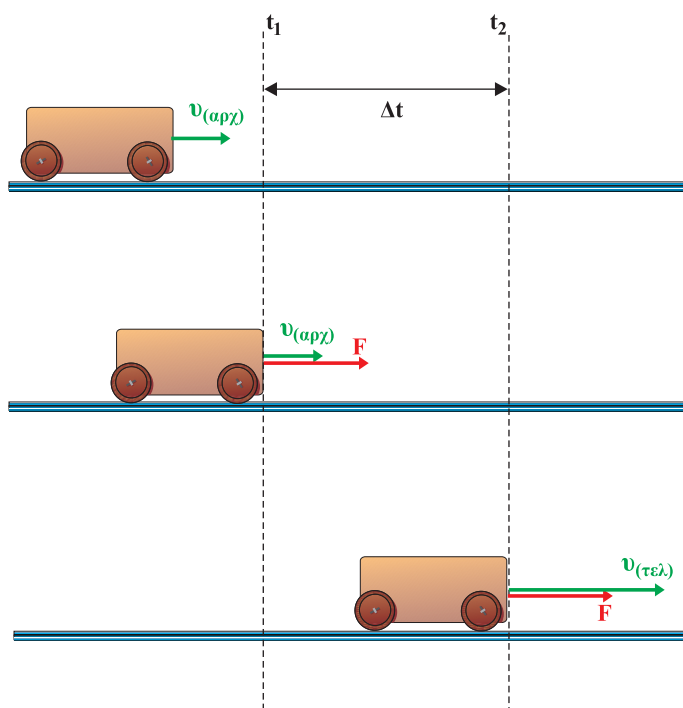
2.1.4 Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.1.2, κατά τη διάρκεια της κρούσης εμφανίζονται δυνάμεις μεγάλου μέτρου. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν τις αλλαγές στην ταχύτητα και την ορμή των σωμάτων που συγκρούονται.

Συνεπώς πρέπει να αναζητήσουμε σχέση μεταξύ δύναμης και ορμής, εικόνα 2.1.13.

Τη σχέση αυτή μπορούμε να τη βρούμε, αν συνδυάσουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



Εικόνα 2.1.13

Η άσκηση της δύναμης F προκάλεσε την αύξηση της ταχύτητας από $v_{αρχ}$ σε $v_{τελ}$ και συνεπώς αύξηση της ορμής του σώματος.

Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι, αν ένα σώμα το οποίο κινείται με ταχύτητα v , είναι εκτός του πεδίου βαρύτητας, δεν μπορεί να έχει ορμή.

Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει αυτός ο ισχυρισμός.

Μερικοί μαθητές θεωρούν την ορμή ενός σώματος παρόμοια έννοια με τη δύναμη που “έχει” το σώμα ή τη δύναμη που ασκείται στο σώμα.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

με τη σχέση
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_{\text{τελ}} - \vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

που ορίζει την επιτάχυνση.

Αντικαθιστώντας στην πρώτη την τιμή της επιτάχυνσης από τη δεύτερη προκύπτει ότι:

$$\vec{F} = m \frac{\vec{v}_{\text{τελ}} - \vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}_{\text{τελ}} - m\vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

Γνωρίζουμε όμως ότι το γινόμενο $m\vec{v}_{\text{τελ}}$ είναι η τελική ορμή $\vec{p}_{\text{τελ}}$ του σώματος και $m\vec{v}_{\text{αρχ}}$ η αρχική ορμή του $\vec{p}_{\text{αρχ}}$.

Η παραπάνω σχέση γράφεται έτσι:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad (2.1.2)$$

Στην περίπτωση που τα διανύσματα $\vec{p}_{\text{αρχ}}$ και $\vec{p}_{\text{τελ}}$ είναι συγγραμμικά, η σχέση (2.1.2) γράφεται:

$$F = \frac{p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad (2.1.3)$$

Από τη σχέση (2.1.2) προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής $(\vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}})$ διά του χρόνου Δt εντός του οποίου συμβαίνει αυτή, ισούται με τη δύναμη \vec{F} που την προκαλεί.

Συνεπώς για να αλλάξει η ορμή ενός σώματος απαιτείται η άσκηση δύναμης.

Ας εξετάσουμε το νόημα που έχει αυτό το συμπέρασμα



Εικόνα 2.1.14

μέσα από ένα παράδειγμα. Όλοι μας λέμε ότι στο ποδόσφαιρο για να αποκτήσει η μπάλα μεγάλη ταχύτητα και συνεπώς μεγάλη ορμή πρέπει να της δώσουμε μια “δυνατή κλωτσιά” (Εικ. 2.1.14). Τι σημαίνει όμως αυτό; Σημαίνει

ότι πρέπει στη μπάλα να ασκηθεί μεγάλη δύναμη. Έτσι, όπως προκύπτει από τη σχέση (2.1.3) όσο πιο μεγάλη είναι η δύναμη, τόσο πιο μεγάλη θα είναι η μεταβολή της ορμής της μπάλας. Θεωρώντας ότι η μπάλα ήταν αρχικά ακίνητη, προκύπτει ότι:

$$F = \frac{m v}{\Delta t} = \frac{p_{\text{μπάλας}}}{\Delta t}$$

όπου $p_{\text{μπάλας}}$ είναι η ορμή της μπάλας και Δt η διάρκεια της επαφής του ποδιού με τη μπάλα. Συνεπώς η σχέση (2.1.3) περιγράφει ικανοποιητικά την εμπειρία μας. Ας εξετάσουμε την ακόλουθη περίπτωση.

Ένας ποδοσφαιριστής δίνει μια “δυνατή κλωτσιά” και η μπάλα αποκτά ταχύτητα 23m/s. Από μετρήσεις βρέθηκε ότι στις δυνατές κλωτσιές η επαφή της μπάλας με το παπούτσι του ποδοσφαιριστή διαρκεί 0,008s. Η μάζα της μπάλας, σύμφωνα με τους κανονισμούς είναι 0,425kg. Μπορούμε χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.1.3) να υπολογίσουμε τη δύναμη.

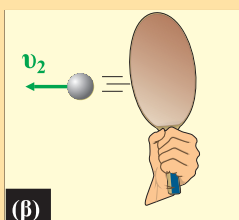
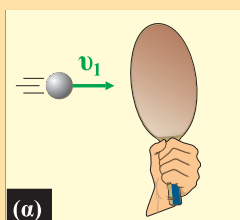
Αντικαθιστούμε τα παραπάνω δεδομένα και έχουμε:

$$F = \frac{0,425\text{kg} \cdot 23\text{m/s}}{0,008\text{s}} = 1.381,25\text{N}.$$

Για να εκτιμήσουμε το πόσο μεγάλη είναι αυτή η δύναμη μπορούμε να τη συγκρίνουμε με το βάρος του ποδοσφαιριστή. Αν δεχθούμε ότι η μάζα του ποδοσφαιριστή είναι 70kg, το βάρος του είναι $70\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 = 686,7\text{N}$. Συγκρίνοντας τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων προκύπτει ότι η δύναμη που άσκησε ο ποδοσφαιριστής στη μπάλα είναι περίπου διπλάσια από το βάρος του.

Δραστηριότητα 1

Ένα μπαλάκι του πινγκ - πονγκ προσπίπτει κάθετα πάνω στη ρακέτα με ταχύτητα v_1 και ανακλάται με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης v_2 . Αν γνωρίζουμε ότι το μπαλάκι έχει μάζα m μπορούμε με τη βοήθεια της σχέσης (2.1.3) να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκήθηκε. Δοκιμάστε διάφορα ζεύγη τιμών και συζητείστε τα αποτελέσματα που βρίσκετε. Η μάζα που έχει το μπαλάκι είναι 10g και το $\Delta t \approx 0,1\text{s}$.



Δραστηριότητα 2

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε την έννοια ορμής και τη σχέση της με τη δύναμη. Με τη βοήθεια των σχέσεων

$$p = mv \text{ και } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ μπορούμε:}$$

- α) Να υπολογίσουμε, κατ' εκτίμηση, την ορμή που έχει ένα μικρό ή μεγάλο κινούμενο σώμα.
- β) Να εκτιμήσουμε τη δύναμη που απαιτείται για να το σταματήσουμε.

Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται κατ' εκτίμηση τιμές για τη μάζα και την ταχύτητα.

A/A	Περιγραφή	Τιμές ταχύτητας	Τιμή μάζας	Τιμή ορμής
1	Αθλητής δρόμου 100m	$v = 10\text{m/s}$	$m = 80\text{kg}$	
2	Βλήμα πυροβόλου όπλου	$v = 500\text{m/s}$	$m = 10\text{g}$	
3	Κουνούπι που πετάει	$v = 7\text{m/s}$	$m = 2\text{g}$	
4	Μόριο N_2 του ατμοσφαιρικού αέρα σε θερμοκρασία 23°C	$v = 800\text{m/s}$	$m = \frac{28}{6 \cdot 10^{23}} \text{g}$	
5	Πετρελαιοφόρο πλοίο ($1\text{mi/h} = 1.669\text{km/h}$)	$v = 10\text{mi/h}$	$m = 2 \cdot 10^8 \text{kg}$	
6	Μπάλα ποδοσφαίρου που κινείται	$v = 12\text{m/s}$	$m = 425\text{g}$	

- 1) Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα να υπολογίσετε την ορμή σε κάθε μια περίπτωση. Γράψτε το αποτέλεσμα στην πέμπτη στήλη του πίνακα.
- 2) Ποιο από τα σώματα έχει τη μεγαλύτερη ορμή και ποιο έχει τη μικρότερη;
- 3) Υποθέστε ότι όλα τα σώματα ακινητοποιούνται στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt . Για ποιο απ' όλα απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη;
- 4) Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα και τα δικά σας αποτελέσματα, να ερμηνεύσετε τα εξής δεδομένα:
 - α) Ζώντας στην ατμόσφαιρα της Γης δομδαρδιζόμαστε διαρκώς από κινούμενα μόρια, αλλά δεν “αισθανόμαστε τίποτα”.
 - β) Στους κλειστούς στίβους και συγκεκριμένα στο τέλος της διαδρομής των 100m υπάρχουν κατακόρυφοι τοίχοι καλυμμένοι με παχύ αφρώδες υλικό.
 - γ) Τα πλοία παθαίνουν μεγάλες ζημιές όταν συγκρούονται με την προβλήτα του λιμανιού, ακόμα και όταν κινούνται με μικρή ταχύτητα.
- 5) Γιατί μας τραυματίζει μια σφαίρα και όχι η μπάλα ποδοσφαίρου αν και έχουν περίπου ίσες ορμές;

2.1.5 Η αρχή διατήρησης της ορμής

Με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής οι επιστήμονες απλοποίησαν τη μελέτη των πολύπλοκων φαινομένων της κρούσης και κατάληξαν στο ακόλουθο συμπέρασμα:

Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.

Η πρόταση αυτή είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι ίση με την αντίδραση.

Ας θεωρήσουμε δυο σώματα που αλληλεπιδρούν. Εφ' όσον οι δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτά είναι αντίθετες, θα

$$\text{ισχύει} \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad \text{ή} \quad m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}.$$

Όμως ο χρόνος αλληλεπίδρασης Δt είναι ίδιος και για τα δύο σώματα και κατά συνέπεια $m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2$.

Συνεπώς για τις μεταβολές της ορμής θα ισχύει:

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \quad \text{ή}$$

$$\Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = 0.$$

Εφ' όσον όμως το άθροισμα των μεταβολών των ορμών είναι μηδέν, έπεται ότι το άθροισμα των ορμών των σωμάτων του συστήματος δεν μεταβάλλεται, διότι από την προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$\vec{p}_{1(\text{τελ})} + \vec{p}_{2(\text{τελ})} = \vec{p}_{1(\text{αρχ})} + \vec{p}_{2(\text{αρχ})} \quad \text{ή}$$

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\text{τελ})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{αρχ})} \quad (2.1.4)$$

Δηλαδή η ορμή του συστήματος είναι σταθερή.

Εφαρμογή

Τα αμαξάκια Σ_1 και Σ_2 τα οποία φαίνονται στην εικόνα έχουν ίσες μάζες και μπορεί να κινηθούν χωρίς τριβές. Θέτουμε σε κίνηση το αμαξάκι Σ_1 το οποίο φτάνει στο Σ_2 με ταχύτητα v_1 .

Μετά τη σύγκρουση παρατηρούμε το αμαξάκι Σ_1 να ακινητοποιείται, ενώ το Σ_2 να αποκτά ταχύτητα v_2 . Όπως



προκύπτει από τη σχέση $\vec{p}_{1(\text{τελ})} + \vec{p}_{2(\text{τελ})} = \vec{p}_{1(\text{αρχ})} + \vec{p}_{2(\text{αρχ})}$ η ταχύτητα v_2 είναι ίση με την ταχύτητα v_1 , δηλαδή τα δύο αμαξάκια αντάλλαξαν τις ταχύτητές τους.

Τα πορίσματα που προκύπτουν αν εφαρμόσουμε τη διατήρηση της ορμής για την κίνηση των σωμάτων που συγκρούονται, έχουν ελεγχθεί πειραματικά πάρα πολλές φορές, ώστε σήμερα δεν υπάρχει καμμία αμφιβολία για την εγκυρότητά τους. Έτσι η διατήρηση της ορμής έχει αναβαθμιστεί στη σκέψη των επιστημόνων και ονομάζεται **Αρχή διατήρησης της ορμής**. Η αρχή αυτή δεν περιορίζεται σε απλές περιπτώσεις, όπως αυτή που εξετάσαμε στο παράδειγμα, αλλά επεκτείνεται και σε περιοχές όπως η Πυρηνική Φυσική, όπου πυρήνες βομβαρδίζονται με σωματίδια όπως τα πρωτόνια ή τα νετρόνια.

Στη Φυσική ισχύουν και άλλες αρχές όπως π.χ. η αρχή διατήρησης της ενέργειας, του ηλεκτρικού φορτίου, κ.τ.λ.

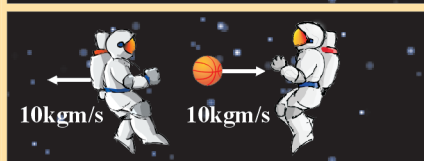
Δραστηριότητα 1

Δύο αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα και σε μια περιοχή όπου η βαρυτική έλξη από τα γειτονικά ουράνια σώματα είναι αμελητέα.

Οι αστροναύτες αποφάσισαν να παίξουν μπάλα. Έτσι ο αστροναύτης Α πετάει στον αστροναύτη Β μια μπάλα δίνοντάς της ορμή $p = 10\text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Το ίδιο κάνει και ο αστροναύτης Β όταν φτάσει η μπάλα σ' αυτόν. Στην εικόνα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών που αποκτούν οι αστροναύτες.



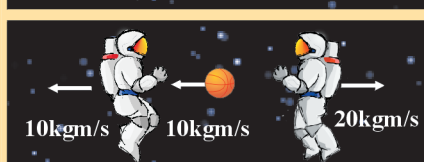
(α)



(β)



(γ)



(δ)

I) Χρησιμοποιώντας τις τιμές της ορμής που αναγράφονται στην εικόνα να δείξετε ότι η ολική ορμή του συστήματος αστροναύτες-μπάλα παραμένει σταθερή σε όλα τα στιγμιότυπα.

II) Να εξηγήσετε γιατί στο στιγμιότυπο (δ) ο αστροναύτης Α έχει ορμή $10\text{ kg} \cdot \text{m/s}$ και ο Β $20\text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

III) Ποια θα είναι η ορμή του Α όταν πετάξει τη μπάλα στο Β με ορμή $10\text{ kg} \cdot \text{m/s}$, μετά το στιγμιότυπο (δ);

Δραστηριότητα 2

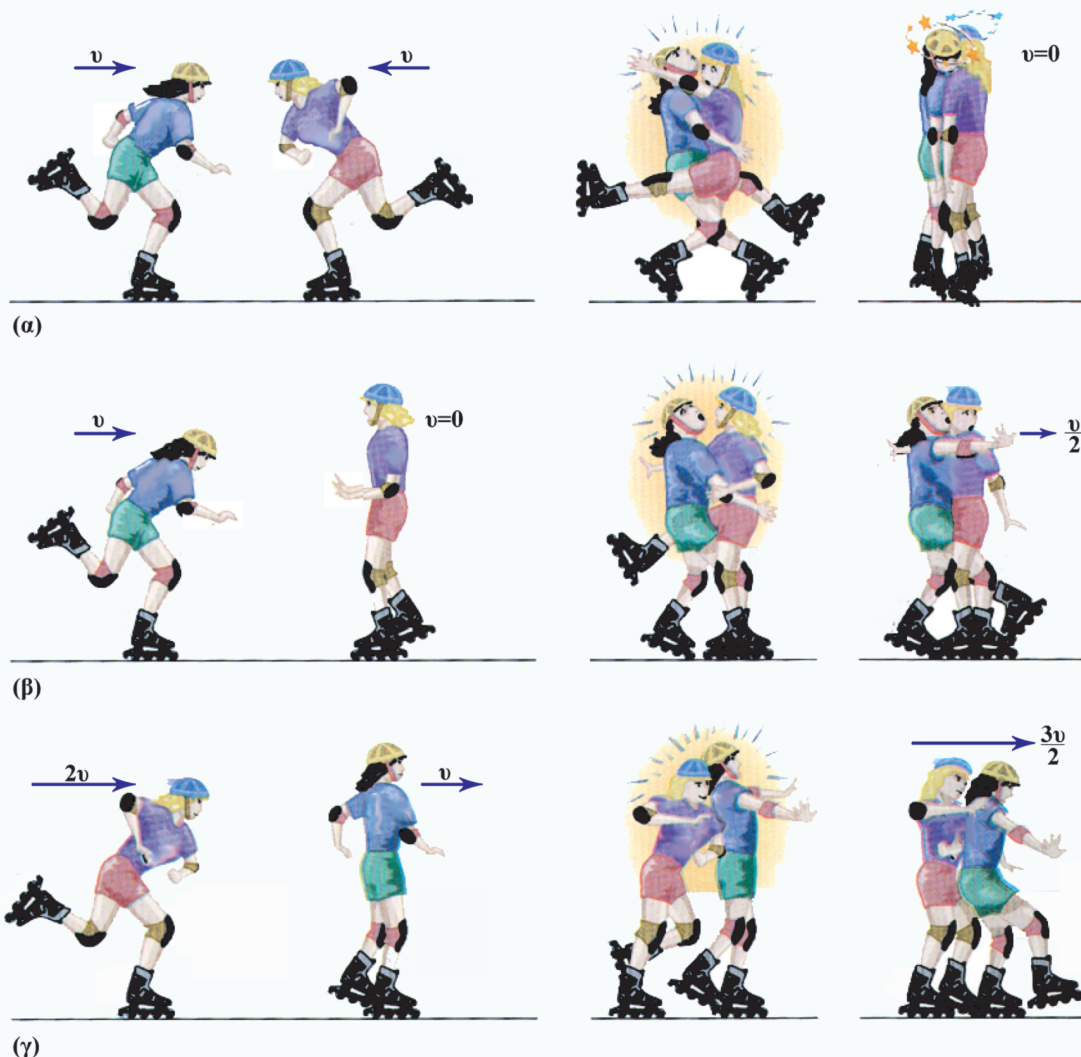
Δυο μαθητές αποφάσισαν να ελέγξουν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της ορμής.

Χρησιμοποιώντας τα πατίνια τους κινήθηκαν πάνω σε μια οριζόντια πίστα και δοκίμασαν τρεις συνδυασμούς κρούσεων. Ένας φίλος τους με τη βοήθεια ειδικού οργάνου μέτρησε τις ταχύτητες τους σε κάθε περίπτωση. Οι ταχύτητες αναγράφονται δίπλα από τον καθένα τους πριν και μετά την κρούση. Επίσης ζυγίστηκαν με όλο τον εξοπλισμό τους και βρήκαν ότι έχουν *ίσες μάζες*.

Κατόπιν συζήτησαν για να δουν αν επαλήθευσαν την αρχή διατήρησης της ορμής.

Εσείς τι νομίζετε ότι θα συμπέραναν;

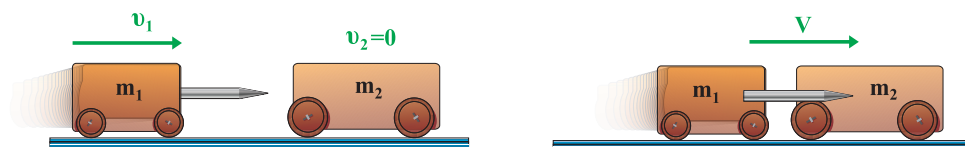
Να αιτιολογήσετε αναλυτικά την άποψή σας.



2.1.6 Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση

Το πειραματικό γεγονός της διατήρησης της ορμής μας κάνει να διερωτηθούμε εάν και άλλα μεγέθη όπως για παράδειγμα η κινητική ενέργεια, διατηρούνται κατά την κρούση. Ας μελετήσουμε το εξής παράδειγμα:

Έστω δυο αμαξάκια μαζών m_1 και m_2 με ταχύτητες $v_1 \neq 0$ και $v_2 = 0$, αντίστοιχα (Εικ. 2.1.15). Κατά την κρούση το καρφί που υπάρχει στο αμαξάκι (1) σφηνώνεται στο αμαξάκι (2) και τα δύο κινούνται ως ένα σώμα με μάζα που είναι $(m_1 + m_2)$ και ταχύτητα V . Η κρούση αυτή ονομάζεται **πλαστική**.



Εικόνα 2.1.15

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V \quad (1)$$

Από την σχέση (1) επειδή $m_1 < m_1 + m_2$ έπεται ότι θα πρέπει:

$$v_1 > V \quad (2)$$

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) και διαιρώντας το γινόμενο τους δια 2 προκύπτει:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 > \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \quad (3)$$

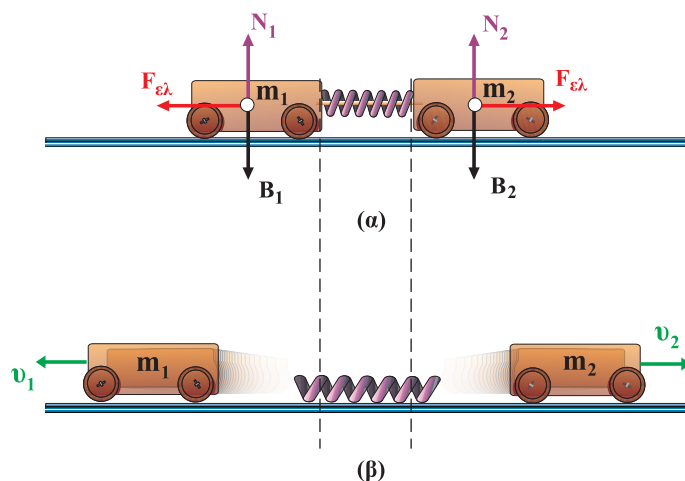
Το πρώτο μέλος της παραπάνω σχέσης είναι η αρχική κινητική ενέργεια που έχουν τα αμαξάκια και το δεύτερο η τελική. Η σχέση (3) μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος (τα δύο αμαξάκια) μειώθηκε κατά την κρούση. Δηλαδή η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται.

2.1.7 Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής

1) Σύστημα ελατήριο-μάζα.

Ας θεωρήσουμε το σύστημα με τα δυο αμαξάκια που

φαίνονται στην εικόνα 2.1.16α. Αυτά κινούνται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Αρχικά το ελατήριο που βρίσκεται μεταξύ τους είναι συμπιεσμένο, επειδή αυτά συγκρατούνται με ένα λεπτό νήμα. Αν εξετάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα αμαξάκια θα συμπεράνουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα διότι οι εξωτερικές δυνάμεις



Εικόνα 2.1.16

νάμεις (βάρος, αντίδραση) έχουν συνισταμένη μηδέν.

Συνεπώς στο σύστημα η ορμή θα διατηρείται, δηλαδή

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή}$$

$$\vec{p}_{1(αρχ)} + \vec{p}_{2(αρχ)} = \vec{p}_{1(τελ)} + \vec{p}_{2(τελ)} \quad (1)$$

Τι θα συμβεί αν με ένα ψαλίδι κόψουμε το νήμα; Όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1.16β, τα αμαξάκια θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες v_1 και v_2 αντίστοιχα. Επειδή κινούνται στην ίδια ευθεία τα διανύσματα της ορμής έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Άρα η διανυσματική σχέση (1) γίνεται αλγεβρική. Αν μάλιστα επιλέξουμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, η σχέση αυτή γράφεται:

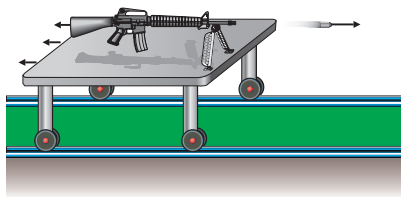
$$0 + 0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{ή}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad (2)$$

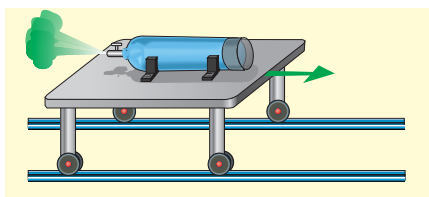
Από τη σχέση (2) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μετά την απελευθέρωση των σωμάτων, τα αμαξάκια αποκτούν αντίθετες ορμές, ώστε η συνολική ορμή να είναι ίση με την αρχική, δηλαδή ίση με μηδέν.

2) Η αρχή της κίνησης των πυραύλων

Την αρχή διατήρησης της ορμής μπορούμε να τη χρησι-



Εικόνα 2.1.17



Εικόνα 2.1.18

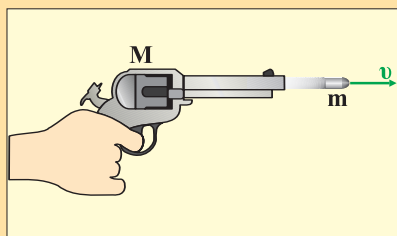
μπουήσουμε προκειμένου να ερμηνεύσουμε την κίνηση των πυραύλων. Ας θεωρήσουμε το αυτόματο όπλο που βρίσκεται πάνω σε ένα δαγόνι το οποίο μπορεί να κινηθεί χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιες σιδηροτροχιές (Εικ. 2.1.17).

Αν εκτοξευθεί ένα βλήμα, το όλο σύστημα θα κινηθεί σε αντίθετη κατεύθυνση, ώστε η αρχικά μηδενική ορμή του συστήματος να διατηρηθεί. Αν ενεργοποιήσουμε το μηχανισμό της συνεχούς εκτόξευσης βλημάτων το δαγόνι με το όπλο θα αρχίσει να κινείται με ταχύτητα που συνεχώς αυξάνεται. Τι νομίζετε ότι θα συμβεί αν πάνω στο δαγόνι, αντί για το όπλο τοποθετήσουμε μια φιάλη που περιέχει αέρα υπό πίεση και ανοίξουμε τη στρόφιγγα; Σε αναλογία με το πυροβόλο όπλο μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα δαγόνι - φιάλη επιταχύνεται επειδή “μοριακές σφαίρες” εκτοξεύονται σε αντίθετη κατεύθυνση (Εικ. 2.1.18).

Τα παραδείγματα αυτά μας βοηθούν να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο κινούνται οι πύραυλοι. Πρέπει όμως να επισημάνουμε, ότι τα αέρια που εξέρχονται από το ακροφύσιο του πυραύλου δεν είναι αποθηκευμένα υπό πίεση μέσα σ’ αυτόν αλλά προέρχονται από την καύση ειδικού μίγματος.

Δραστηριότητα 1

Το πιστόλι μάζας M που φαίνεται στην εικόνα εκπυρσοκροτεί και εκτοξεύει βλήμα μάζας m με ταχύτητα v .



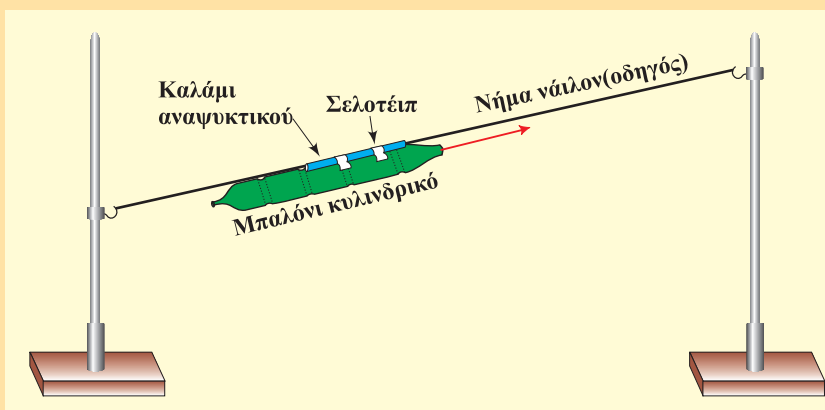
1. Μπορείτε να εφαρμόσετε σ’ αυτήν την περίπτωση την αρχή διατήρησης της ορμής;
2. Σχετικά με την εκπυρσοκρότηση των όπλων υπάρχει η έκφραση “ανάκρουση όπλου”. Τι νομίζετε ότι σημαίνει;
3. Μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητα ανάκρουσης του πιστολιού;

Συζητήστε στην ομάδα σας προκειμένου να απαντήσετε στις παραπάνω ερωτήσεις.

Δραστηριότητα 2

Αρχή λειτουργίας του πυραύλου.

1. Φουσκώστε ένα μπαλόνι (κατά προτίμηση κυλινδρικό) και δέστε το στόμιό του.
2. Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας στερεώνοντας το καλάμάκι επάνω στο μπαλόνι με σελοτέιπ. Το μήκος του νήματος να είναι 3 έως 4m.



3. Φέρετε το μπαλόνι κοντά στο ένα άκρο του νήματος. Λύστε το στόμιο του μπαλονιού και αφήστε το ελεύθερο. Τι παρατηρείτε;
4. Να ερμηνεύσετε την κίνηση του μπαλονιού - πυραύλου με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής.
5. Να ερμηνεύσετε την προώθηση ενός πλοίου και ενός ελικοφόρου αεροπλάνου.



ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται δύο νέες έννοιες στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης. Η μία είναι η έννοια της ορμής και η άλλη η έννοια του συστήματος των σωμάτων. Δύο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Δύο ή περισσότερα σώματα που αλληλεπιδρούν αποτελούν σύστημα. Σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

- α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**, και
- β) αυτές που προέρχονται από άλλα σώματα εκτός του συστήματος και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Τα φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, το σφήνωμα του βλήματος στον στόχο, ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια όπως τα πρωτόνια, κ.λπ., υπάγονται σε μία γενικότερη κατηγορία και ονομάζονται φαινόμενα κρούσης. Κατά τη διάρκειά τους αναπτύσσονται πολύ μεγάλες δυνάμεις αλληλεπίδρασης και αυτό μας επιτρέπει να θεωρούμε τα συστήματα πρακτικά μονωμένα. Η αλλαγή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος μπορεί να περιγραφεί με το διανυσματικό μέγεθος που ονομάζουμε ορμή p . Η **ορμή** δίνεται από τη σχέση $\vec{p} = m\vec{v}$ και έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος. Η δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

η οποία αποτελεί και τη γενικότερη διατύπωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα. Σε ένα μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται σταθερή, ή όπως λέμε ισχύει η αρχή **διατήρησης της ορμής**. Η αρχή διατήρησης της ορμής διατυπώνεται ως εξής:

$$\vec{P}_{\text{ολ(αρχ)}} = \vec{P}_{\text{ολ(τελ)}}.$$