ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή

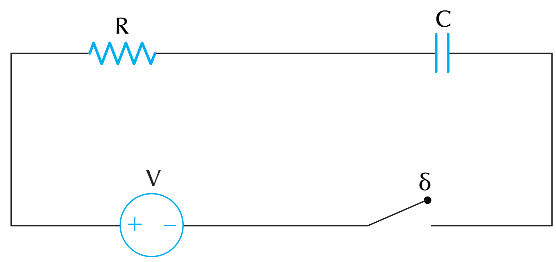
Τα εξαρτήματα των κυκλωμάτων, που τροφοδοτούνται από συνεχή ρεύματα, τελικά διαρρέονται από ρεύματα που έχουν σταθερή ένταση. Η κατάσταση αυτή του κυκλώματος ονομάζεται σταθερή κατάσταση. Μέχρι όμως το κύκλωμα να φτάσει στη σταθερή κατάσταση, τα ρεύματα και οι τάσεις δεν έχουν σταθερή μορφή. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται μεταβατική.

Σκοπός του κεφαλαίου είναι η ***μελέτη*** *και* ***κατανόηση*** *της μεταβατικής κατάστασης κυκλωμάτων πυκνωτή και αντιστάτη, πηνίου και αντιστάτη.*

10-1. Κύκλωμα RC σε σειρά στο D.C

α) Φόρτιση πυκνωτή

Στο κύκλωμα του σχήματος 10-1 πυκνωτής χωρητικότητας C συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη R. Στα άκρα του συστήματος συνδέεται πηγή τάσης V μέσω διακόπτη δ.



Σχήμα 10.1. *Κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή*

Αρχικά ο διακόπτης δ είναι ανοικτός, οπότε ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. Όταν ο διακόπτης δ κλείσει ο πυκνωτής αρχίζει και φορτίζεται σταδιακά ως εξής: Ηλεκτρόνια μετακινούνται από το θετικό οπλισμό του πυκνωτή και μέσα από την πηγή πηγαίνουν στον αρνητικό οπλισμό. Τα πρώτα φορτία που φθάνουν στον πυκνωτή εμποδίζουν την κίνηση των επομένων, με συνέπεια η τάση του πυκνωτή να αυξάνει σταδιακά. Η μετακίνηση των ηλεκτρονίων τερματίζεται, όταν η τάση του πυκνωτή γίνει ίση με την τάση της πηγής, τότε και το φορτίο του πυκνωτή παίρνει τη τελική του τιμή. Φυσικά κατά την διάρκεια της φόρτισης το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, του οποίου η ένταση σταδιακά μειώνεται και τελικά μηδενίζεται όταν ολοκληρωθεί η φόρτιση.

Η εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Kirchhoff στο βρόχο του κυκλώματος του 10-1 δίνει τη σχέση:

$$V - IR - V_C = 0 \quad (1)$$

όπου V η τάση της πηγής, I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και V_C η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή.

Το ρεύμα I του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (2)$$

Το φορτίο Δq περνάει από μία διατομή των αγωγών του κυκλώματος σε χρόνο Δt και προστίθεται στο φορτίο του πυκνωτή που ήδη υπάρχει. Από τον ορισμό της χωρητικότητας πυκνωτή έπεται:

$$\Delta q = C\Delta V_C \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) έπεται:

$$I = C\frac{\Delta V_C}{\Delta t} \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (1) και (4) έπεται:

$$V - RC\frac{\Delta V_C}{\Delta t} - V_C = 0 \quad (5)$$

Η εξίσωση (5) δεν είναι αλγεβρική εξίσωση, αλλά *διαφορική εξίσωση*. Οι διαφορικές εξισώσεις έχουν λύσεις συναρτήσεις και επιλύονται με τη χρήση ανωτέρων μαθηματικών. Για αυτό το λόγο η λύση της (5) δίνεται χωρίς απόδειξη και είναι:

$$V_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (10.1)$$

Το σύμβολο e αντιστοιχεί στον αριθμό 2,718.

Τη χρονική στιγμή t=0:

$e^{-\frac{0}{RC}} = e^0 = 1$ και από τη (10.1) προκύπτει πως $V_c=0$.

Δηλαδή τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης δ η τάση του πυκνωτή είναι μηδέν.

Όταν $t \to \infty$, $e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0$, επομένως από τη (10.1) έπεται: Vc=V
δηλαδή η τάση του πυκνωτή γίνεται ίση με την τάση της πηγής θεωρητικά σε άπειρο χρόνο.

Όταν t=RC, $e^{-\frac{RC}{RC}} = e^{-1} = \frac{1}{2,718}$, οπότε η (10.1) γίνεται:

$$V_C = V\left(1 - \frac{1}{2{,}718}\right), \;\Rightarrow V_C = 0{,}632V.$$

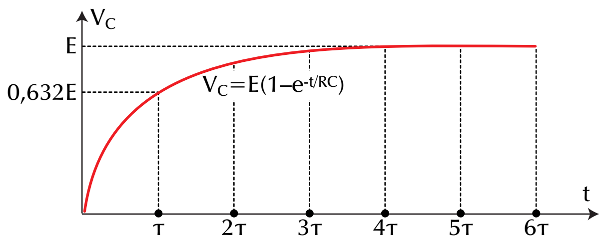
Δηλαδή για να γίνει η τάση του πυκνωτή ίση με το 63,2% της τάσης της πηγής πρέπει να μεσολαβήσει χρόνος t=RC από τη στιγμή που θα κλείσει ο διακόπτης δ. **Η σταθερά τ=RC ονομάζεται σταθερά χρόνου του κυκλώματος.**

Όταν t=5RC, $e^{-\frac{5RC}{RC}} = e^{-5} = 6{,}74\cdot10^{-3}$,οπότε η (10.1) γίνεται:

$$V_C = V(1 - 6{,}74\cdot10^{-3}) \Rightarrow V_C = 0{,}993V.$$

Δηλαδή ύστερα από χρόνο t=5RC (5 σταθερές χρόνου) από τη στιγμή που θα κλείσει ο διακόπτης δ η τάση του πυκνωτή φτάνει το 99,3% της τάσης της πηγής. Μετά από αυτόν το χρόνο ο πυκνωτής θεωρείται πλήρως φορτισμένος.

Στο διάγραμμα του σχήματος 10-2 φαίνεται η μεταβολή της τάσης στους οπλισμούς του πυκνωτή ως συνάρτηση του χρόνου.



Σχήμα 10.2. *Το διάγραμμα της τάσης στους οπλισμούς του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο κατά τ φόρτιση πυκνωτή*

Η εξίσωση (1), όταν επιλυθεί ως προς την ένταση του ρεύματος I, γίνεται:

$$I = \frac{V - V_c}{R} \quad (6)$$

Η σχέση (6), όταν η V_C αντικατασταθεί από την (10.1), γίνεται:

$$I = \frac{V - V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}{R} \Rightarrow I = \frac{V - V + Ve^{-\frac{t}{RC}}}{R} \Rightarrow$$

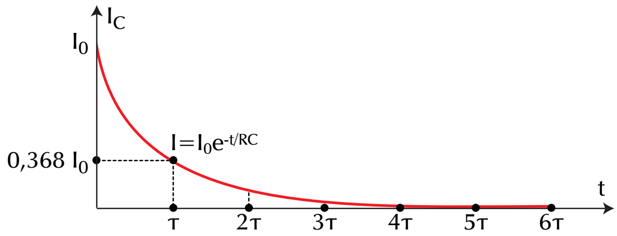
$$\boxed{I = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}} \qquad (10.2)$$

Όταν t=0, $e^{-\frac{0}{RC}} = 1$ και η σχέση (10.2) γίνεται:

$$I = \frac{V}{R}$$

Δηλαδή μόλις κλείσει ο διακόπτης δ η ένταση του ρεύματος έχει την μέγιστη τιμή της.

Όταν $t \to \infty \Rightarrow e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0$ και η σχέση (10.2) γίνεται: I=0.



Σχήμα 10.3. *Διάγραμμα της έντασης του ρεύματος φόρτιση πυκνωτή ως συνάρτηση του χρόνου*

Δηλαδή το ρεύμα φόρτισης μηδενίζεται θεωρητικά σε άπειρο χρόνο. Πρακτικά όμως ο μηδενισμός του ρεύματος επέρχεται μετά 5 σταθερές χρόνου. Στο σχήμα 10–3 φαίνεται το διάγραμμα της έντασης φόρτισης του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

Η τάση στον αντιστάτη R είναι: V_R=IR, με τη χρήση της (10.2) έπεται:

$$V_R = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} R \Rightarrow$$

$$\boxed{V_R = Ve^{-\frac{t}{RC}}} \qquad (10.3)$$

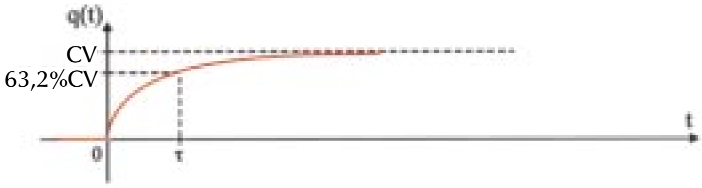
Στο σχήμα 10-4 φαίνεται πως μεταβάλλεται η V_R σε συνάρτηση με το χρόνο.

Σχήμα 10.4. *Το διάγραμμα της τάσης του αντιστάτη R σε συνάρτηση με το χρόνο για το κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή*

Το φορτίο του πυκνωτή είναι:
$q=CV_c$. Αν η V_c αντικατασταθεί με την έκφραση (10.1):

$$q = CV\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad (10.4)$$

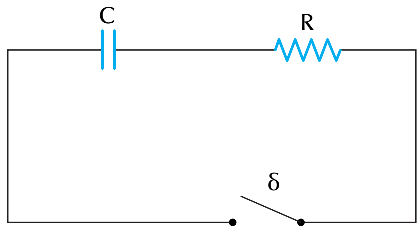
Στο σχήμα 10-5 φαίνεται πως μεταβάλλεται το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα 10-5. *Το διάγραμμα του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο, για το κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή*

β) Εκφόρτιση πυκνωτή

Στο κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα 10-4, ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C και είναι φορτισμένος σε τάση V_0. Οι οπλισμοί του πυκνωτή συνδέονται με αγωγό μέσω του διακόπτη δ, που έχει αντίσταση R.



Σχήμα 10.6. *Κύκλωμα εκφόρτισης πυκνωτή*

Τη χρονική στιγμή t=0 ο διακόπτης δ κλείνει. Τότε ηλεκτρόνια από τον αρνητικό οπλισμό κινούνται μέσω της αντίστασης R προς τον θετικό οπλισμό. Η μετακίνηση των ηλεκτρονίων διαρκεί, έως ότου η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή μηδενιστεί.

Από την εφαρμογή του νόμου του Kirchhoff στο κύκλωμα, πριν ο πυκνωτής εκφορτιστεί πλήρως, προκύπτει η σχέση:

$$V_C - IR = 0 \quad (1)$$

Όμως:

$$I = C\frac{\Delta V_C}{\Delta t} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έπεται:

$$V_C - RC\frac{\Delta V_C}{\Delta t} = 0 \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) είναι μια διαφορική εξίσωση, η οποία έχει λύση την:

$$\boxed{V_C = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}} \qquad (10.5)$$

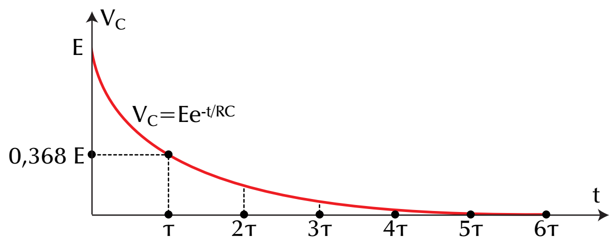
Όταν t=0, $e^{-\frac{0}{RC}} = 1 \Rightarrow V_C = V_0$.

Δηλαδή μόλις ο διακόπτης δ κλείσει, η τάση του πυκνωτή είναι η ίδια με αυτήν που υπήρχε, όταν ο διακόπτης δ ήταν ανοικτός.

Όταν $t \to \infty$, $e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0 \Rightarrow V_C = 0$.

Δηλαδή, η τάση του πυκνωτή μηδενίζεται σε θεωρητικά άπειρο χρόνο. Για t=RC η (10.5) γίνεται $V_C = V_0 \cdot e^{-1} = 0{,}368V_0$. Δηλαδή η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή γίνεται ίση με το 36,8% της αρχικής όταν μεσολαβήσει χρόνος t=RC από τη στιγμή που θα κλείσει ο διακόπτης. Η σταθερά t=RC ονομάζεται **σταθερά χρόνου** του κυκλώματος.

Στο σχήμα 10-7 φαίνεται πως μεταβάλλεται η τάση των ολισμών πυκνωτή,



Σχήμα 10.7. *Διάγραμμα της τάσης πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο για κύκλωμα εκφόρτισης*

όταν εκφορτίζεται σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο πυκνωτής πρακτικά εκφορτίζεται σε χρόνο 5RC από τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης δ.

Αν η εξίσωση (1) επιλυθεί ως προς I, προκύπτει η σχέση:

$$I = \frac{V_C}{R} \quad (4)$$

Αν η V_C αντικατασταθεί με την έκφραση (10.3), υπολογίζεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν ο πυκνωτής εκφορτίζεται.

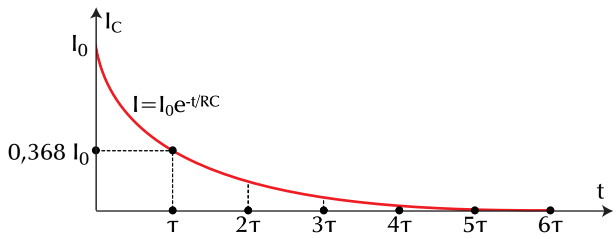
$$I = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (10.6)$$

Όταν: t=0, $e^{-\frac{0}{RC}} = 1, \Rightarrow I = \frac{V_0}{R}$.

Δηλαδή μόλις κλείσει ο διακόπτης δ η ένταση του ρεύματος έχει τη μέγιστη τιμή.

Όταν $t \to \infty$, $e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0, \Rightarrow I=0$.

Δηλαδή, η ένταση του ρεύματος μηδενίζεται θεωρητικά σε άπειρο χρόνο.



Σχήμα 10.8. *Διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, κατά την εκφόρτιση πυκνωτή*

Στο σχήμα 10-8 φαίνεται πως μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, κατά την εκφόρτιση πυκνωτή, σε συνάρτηση με το χρόνο. Το ρεύμα εκφόρτισης του πυκνωτή μηδενίζεται πρακτικά σε χρόνο t=5RC από τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης δ.

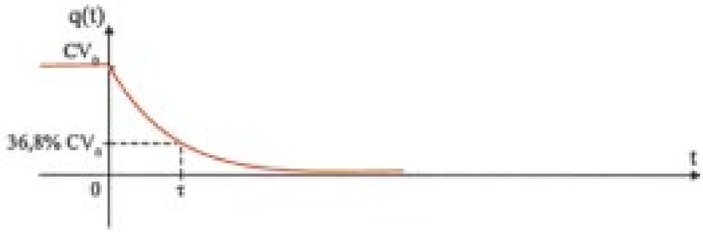
Η τάση του αντιστάτη V_R είναι ίση με την τάση V_C, αφού ο πυκνωτής και ο αντιστάτης έχουν τα ίδια άκρα.

Το φορτίο του πυκνωτή είναι:

$q=CV_C$, αν η V_C αντικατασταθεί από την έκφραση (10-6) τότε:

$$q = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (10.7)$$

Στο σχήμα 10-9 φαίνεται πως μεταβάλλεται το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο.

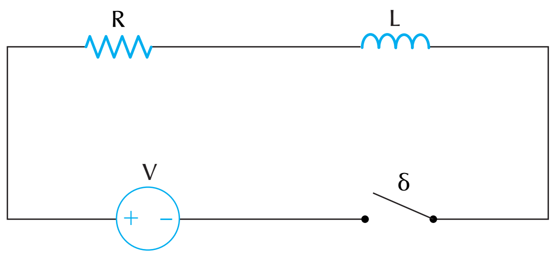


Σχήμα 10.9. *Το διάγραμμα του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο, για κύκλωμα εκφόρτισης πυκνωτή*

10-2. Κύκλωμα RL σε σειρά στο D.C

α) Αποκατάσταση ρεύματος

Στο σχήμα 10-7 φαίνεται κύκλωμα, στο οποίο ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη που έχει αντίσταση R. Το σύστημα τροφοδοτείται από πηγή συνεχούς ρεύματος τάσης V μέσω διακόπτη.



Σχήμα 10.10. *Κύκλωμα αποκατάστασης ρεύματος σε πηνίο*

Αρχικά ο διακόπτης δ είναι ανοικτός και φυσικά το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα. Τη χρονική στιγμή t=0 ο διακόπτης κλείνει, επομένως στο κύκλωμα αρχίζει να κυκλοφορεί ρεύμα. Επειδή η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται από τη τιμή μηδέν, στο πηνίο, σύμφωνα με το νόμο της αυτεπαγωγής, θα εμφανισθεί επαγωγική τάση με τέτοια πολικότητα που να αντιδρά στην αύξηση του ρεύματος (κανόνας του Lenz). Η επαγωγική τάση του πηνίου εμποδίζει την ένταση του ρεύματος να φθάσει ακαριαία στην τελική της τιμή.

Αν το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και εφαρμοστεί ο $2^{ος}$ νόμος του Kirchhoff, προκύπτει η σχέση:

$$\left.\begin{array}{l} V - IR - V_L = 0 \\ \\ V_L = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \end{array}\right\} \Rightarrow V - IR - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0 \quad (1)$$

Όπου, V η τάση της πηγής και V_L η τάση από αυτεπαγωγή στο πηνίο.

Η σχέση (1) είναι διαφορική εξίσωση και έχει λύση την:

$$\boxed{I = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)} \qquad (10.8)$$

Όταν: t=0, $e^{-\frac{R}{L}0} = 1 \Rightarrow I = 0$.

Δηλαδή η ένταση του ρεύματος έχει τιμή μηδέν μόλις κλείσει ο διακόπτης.

Όταν $t \to \infty$, $e^{-\frac{R}{L}\infty} = 0, \Rightarrow I = \frac{V}{R}$.

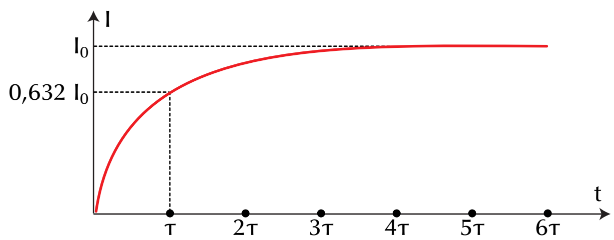
Δηλαδή, η ένταση του ρεύματος παίρνει την τελική της τιμή θεωρητικά σε άπειρο χρόνο.

Όταν: $t = \frac{L}{R}$, $I = \frac{V}{R}(1 - e^{-1}) = \frac{V}{R}(1 - 0{,}368) = 0{,}632\,\frac{V}{R}$.

Δηλαδή όταν μεσολαβήσει χρόνος $t = \frac{L}{R}$ από τη στιγμή που θα κλείσει ο διακόπτης δ η τιμή της έντασης του ρεύματος είναι το 63,2% της τελικής τιμής της. **Η σταθερά** $\tau = \frac{L}{R}$ **ονομάζεται *σταθερά χρόνου* του κυκλώματος.**

Η ένταση του ρεύματος πρακτικά φθάνει στη τελική της τιμή, αφού μεσολαβήσει χρόνος t=5τ από τη στιγμή που θα κλείσει ο διακόπτης δ.

Στο διάγραμμα του σχήματος 10-11 φαίνεται πως μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα 10.11. *Το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το κύκλωμα αποκατάστασης ρεύματος σε πηνίο*

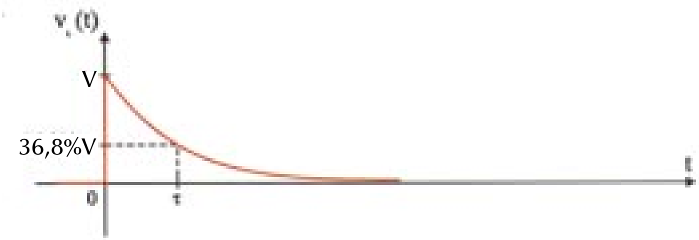
Αν η (1) επιλυθεί ως προς V_L:

V_L=V–IR, η αντικατάσταση της I με την έκφραση (10.8) δίνει:

$$V_L = V - \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)R \Rightarrow V_L = V - V\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \Rightarrow \; V_L = V - V + Ve^{-\frac{R}{L}t} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_L = Ve^{-\frac{R}{L}t}} \qquad (10.9)$$

Στο σχήμα 10-12 φαίνεται πως μεταβάλλεται η τάση του πηνίου σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα 10.12. *Το διάγραμμα της τάσης στο πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο, για το κύκλωμα αποκατάστασης ρεύματος σε πηνίο*

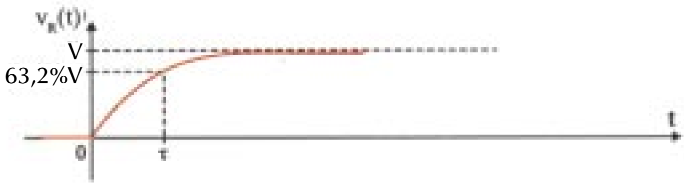
Η τάση V_R του αντιστάτη είναι:

V_R=IR, η αντικατάσταση της I με την έκφραση (10.8) δίνει:

$$V_L = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)R\,, \Rightarrow$$

$$\boxed{V_R = V\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)} \qquad (10.10)$$

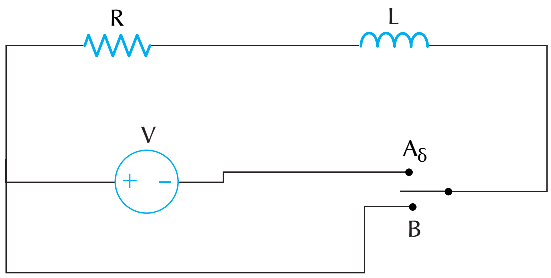
Στο σχήμα 10-13 φαίνεται πως μεταβάλλεται η τάση του αντιστάτη R σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα 10.13. *Το διάγραμμα της τάσης του αντιστάτη σε συνάρτηση με το χρόνο, για το κύκλωμα αποκατάστασης ρεύματος σε πηνίο*

β) Διακοπή ρεύματος

Στο κύκλωμα του σχήματος 10-14, ο μεταγωγός δ αρχικά βρίσκεται στη θέση Α. Επομένως το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα θα είναι $I_0 = \frac{V}{R}$. Τη χρονική στιγμή t=0, ο μεταγωγός δ μεταφέρεται στη θέση Β. Επειδή η τιμή της έντασης του ρεύματος μεταβάλλεται, εμφανίζεται στο πηνίο τάση από αυτεπαγωγή με φορά που να αντιτίθεται στην μείωση του ρεύματος (κανόνας Lenz). Έτσι, η τιμή της έντασης του ρεύματος δε μηδενίζεται ακαριαία αλλά σταδιακά.



Σχήμα 10.14. *Κύκλωμα διακοπής ρεύματος σε πηνίο*

Η εφαρμογή του 2ου νόμου του Kirchhoff δίνει:

$$\left.\begin{array}{l} V_L - IR = 0 \\ V_L = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \end{array}\right\} \Rightarrow -L\frac{\Delta I}{\Delta t} - IR = 0 \quad (1)$$

Η (1) είναι διαφορική εξίσωση και έχει λύση την:

$$\boxed{I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}} \qquad (10.11)$$

Για t=0, $e^{-\frac{R}{L}0} = 1 \Rightarrow I = I_0$.

Δηλαδή τη χρονική στιγμή t=0 η ένταση του ρεύματος έχει την τιμή που είχε όταν ο μεταγωγός ήταν στη θέση Α.

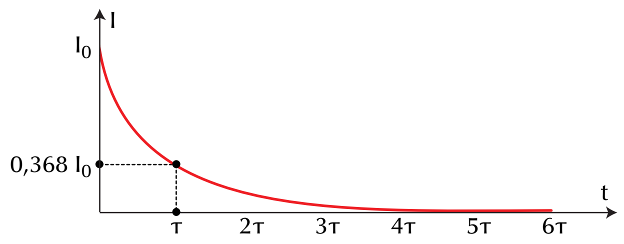
Για $t \to \infty$, $e^{-\frac{R}{L}\infty} = 0 \Rightarrow I = 0$.

Δηλαδή, το ρεύμα μηδενίζεται θεωρητικά σε άπειρο χρόνο. Βεβαίως πρακτικά ο μηδενισμός του ρεύματος επέρχεται σε χρόνο t=5τ. Όπου $\tau = \frac{L}{R}$ η σταθερά χρόνου.

Στο σχήμα 10-15 φαίνεται πως μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Από την (1) προκύπτει για την τάση το πηνίου η σχέση:
V_L=IR, αν η I αντικατασταθεί από την έκφραση της (10.11):

$$\boxed{V_L = I_0 R e^{-\frac{R}{L}t}} \qquad (10.12)$$



Σχήμα 10.15. *Το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για κύκλωμα διακοπής ρεύματος πηνίου*

Στο σχήμα 10-16 φαίνεται η μεταβολή της τάσης του πηνίου σε συνάρτηση με το χρόνο.

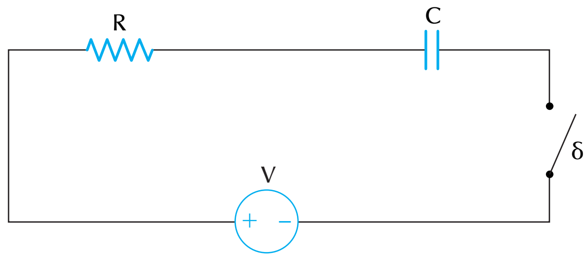
Σχήμα 10.16. *Το διάγραμμα της τάσης του πηνίου σε συνάρτηση με το χρόνο, για κύκλωμα διακοπής ρεύματος πηνίου*

10-3. Εφαρμογές

Εφαρμογή 1η

Πυκνωτής έχει χωρητικότητα c = 2μF και φορτρίζεται μέσω αντίστασης

R = 5 ΚΩ, από πηγή τάσης V = 10 V. Να υπολογισθεί η τάση V_C του πυκνωτή μετά χρόνο t = 20 ms από την έναρξη της φόρτισης.



Λύση

Η τάση του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

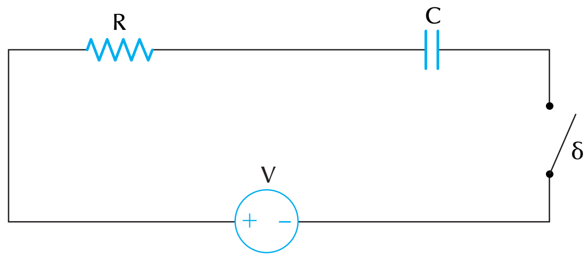
$$V_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow V_C = 10V\left(1 - e^{-\frac{20ms}{2\mu F 5K\Omega}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_C = 10V\left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right) \Rightarrow V_C = 10V(1 - e^{-2}) \Rightarrow$$

$$V_C = 10V\ (1 - 0{,}135) \Rightarrow V_C = 8{,}65\ V$$

Εφαρμογή 2η

Πυκνωτής έχει χωρητικότητα C = 3μF και φορτίζεται μέσω αντίστασης R = 2 ΚΩ, από πηγή τάσης V = 12 V. Κάποια χρονική στιγμή το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι I = 4mA. Να υπολογισθεί το φορτίο q του πυκνωτή; Πόσο είναι το τελικό φορτίο του πυκνωτή;



Λύση

α) Αν εφαρμοσθεί ο 2ος κανόνας του Kirchhoff στο κύκλωμα λαμβάνεται η σχέση:

$$V - IR - V_C = 0 \ (1)$$

Το φορτίο ενός πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$q = CV_c \Rightarrow V_c = \frac{q}{C} \ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έπεται:

$$V - IR - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} = V - IR \Rightarrow$$

$$q = (V - IR)\,C \Rightarrow q = (12V - 4mA \cdot 2\ K\Omega) \cdot 3\mu F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 4V \cdot 3\mu F \Rightarrow q = 12\mu C$$

β) Το φορτίο του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$q = CV_C \ (3)$$

Η τάση του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$V_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \ (4)$$

‘Οταν $t \to \infty$, $e^{-\frac{\infty}{RC}} = 0$ άρα η (4) γίνεται:

$$V_C = V \ (5)$$

Από τις σχέσεις (3) και (5) προκύπτει

$$q_0 = CV \Rightarrow q_0 = 3\mu F \cdot 12V \Rightarrow q_0 = 36\ \mu C.$$

Εφαρμογή 3η

Κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή αποτελείται, από πηγή τάσης $V = 15V$, αντιστάτη $R = 5K\Omega$ και πυκνωτή $C = 6\mu F$. Κάποια στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι $V_C = 12\ V$. Να υπολογισθούν:

α) Η ενέργεια του πυκνωτή.

β) Ο χρόνος που απαιτείται για να φορτισθεί ο πυκνωτής τελείως.

γ) Η θερμότητα που έχει αναπτυχθεί στον αντιστάτη από τη στιγμή που αρχίζει η φόρτιση, μέχρι η τάση του πυκνωτή να γίνει $V_C = 12V$

Λύση

α) Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σ' ένα φορτισμένο πυκνωτή είναι:

$$W = \frac{1}{2} C V_C^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} 6\mu F \cdot (12V)^2 \Rightarrow W = 432\mu J$$

β) Πρακτικά ο πυκνωτής φορτίζεται τελείως ύστερα από 5 σταθερές χρόνου από την έναρξη της φόρτησης. Η σταθερά χρόνου είναι:

$$\tau = RC \Rightarrow \tau = 5K\Omega \cdot 6\mu F \Rightarrow \tau = 30ms$$

Επομένως ο πυκνωτής θα φορτισθεί πλήρως μετά χρόνου:

$$t = 5\tau \Rightarrow t = 5 \cdot 30ms \Rightarrow t = 150ms$$

γ) Για να γίνει ή τάση των οπλισμών ενός πυκνωτή V_C, πρέπει να φορτισθεί με φορτίο q_C. Το φορτίο κινείται σε διαφορά δυναμικού V. Από τον ορισμό της διαφοράς δυναμικού προκύπτει πως η ενέργεια που αποδίδει η πηγή είναι:

$$W_\pi = V \cdot q_C \ (1).$$

'Ενα μέρος της ενέργειας που αποδίδει η πηγή καταναλώνεται από την R ως θερμότητα Joule και το υπόλοιπο αποθηκεύεται στον πυκνωτή. Δηλαδή:

$$W_\pi = Q_R + W_C \ (2)$$

όπου Q_R η θερμότητα που αποδίδεται στην αντίσταση και W_C η ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή.

Η ενέργεια του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση: $W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$ (3)

Από τι σχέσεις (1) (2) και (3) προκύπτει: $Vq_C = Q_R + \frac{1}{2} C V_C^2$ (4)

'Ομως το φορτίο του πυκνωτή είναι:

$$q_C = CV_C \ (5)$$

Από τι σχέσεις (4) και (5) προκύπτει:

$$V \cdot CV_C = Q_R + \frac{1}{2} C V_C^2 \Rightarrow Q_R = CVV_C - \frac{1}{2} C V_C^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_R = 6\mu F \cdot 15V 12V - \frac{1}{2} 6\mu F \, (12V)^2 \Rightarrow Q_R = 1080\mu J - 432\mu J = 648\mu J$$

Εφαρμογή 4η

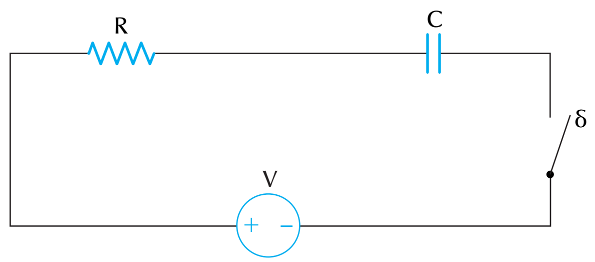
Κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή, κάποια στιγμή διαρρέεται από ρεύμα I = 4mA. Να υπολογισθούν:

α) Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

β) Η τάση στα άκρα της αντίστασης R, όταν I = 4mA.

γ) Η ισχύς με την οποία η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή

Δίνονται R = 2 KΩ, C = 0,1μF, V = 20V.



Λύση

α) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα φόρτισης δίνεται από τη σχέση:

$$I = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \ (1)$$

όταν $t = 0 \Rightarrow e^{-\frac{0}{R_C}} = 1 \overset{(1)}{\Rightarrow} I_{max} = \frac{V}{R} \Rightarrow I_{max} = \frac{20V}{2K\Omega} = 10mA.$

β) Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm, η τάση στα άκρα της R είναι:

$$V_R = IR \Rightarrow V_R = 4mA \cdot 2\ K\Omega = 8V$$

γ) Η ισχύς με την οποία η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι:

$$P_C = V_C I \ (2)$$

Η εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα Kirchhoff στο κύκλωμα δίνει:

$$V - IR - V_C = 0 \Rightarrow V_C = V - IR \ (3)$$

Από τις (2) και (3) προκύπτει:

$$P_C = (V - IR)I \Rightarrow P_C = (20V - 4mA2K\Omega)\ 2mA \Rightarrow P_C = 12V \cdot 2mA \Rightarrow P_C = 24\ mW.$$

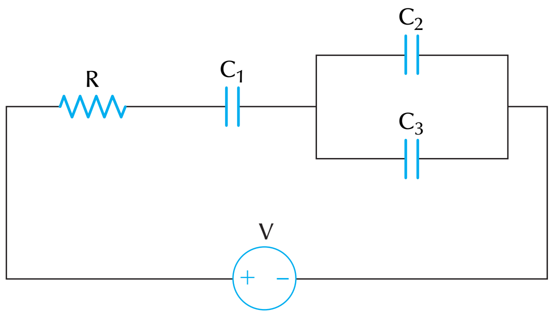
Εφαρμογή 5η

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

$R = 2K\Omega$ $C_1 = 6\mu F$, $C_2 = 2\mu F$ $C_3 = 1\mu F$ και $V = 17V$ Να υπολογισθούν

α) Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος

β) Η τάση κάθε πυκνωτή όταν η τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι $I = 4mA$



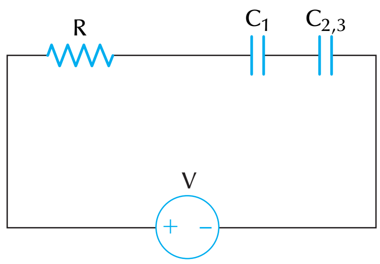
Λύση

α) Αρχικά υπολογίζεται η ολική χωρητικότητα των πυκνωτών.

Οι πυκνωτές C_2 και C_3 είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Επομένως:

$$C_{2,3} = C_2 + C_3 \Rightarrow C_{2,3} = 2\mu F + 1\mu F \Rightarrow \; C_{2,3} = 3\mu F.$$

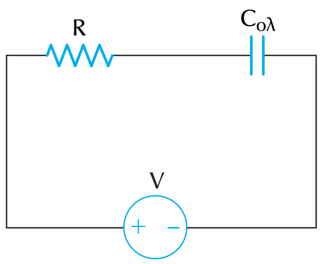
Οπότε το κύκλωμα μετασχηματίζεται στο:



Οι πυκνωτές C_1 και $C_{2,3}$ είναι συνδεδεμένοι σε σειρά άρα:

$$C_{ολ} = \frac{C_1 C_{2,3}}{C_1 + C_{2,3}} \Rightarrow C_{ολ} = \frac{6\mu F \; 3\mu F}{6\mu F + 3\mu F} \Rightarrow C_{ολ} = 2\mu F.$$

Το κύκλωμα μετασχηματίζεται στο:



Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος είναι

$$\tau = RC_{o\lambda} \Rightarrow \tau = 2K\Omega \cdot 2\mu F \Rightarrow \tau = 4ms.$$

β) Αν η τάση του $C_{o\lambda}$ είναι $V_{C\,1,2,3}$, τότε από την εφαρμογή του 2[ου] Κανόνα Kirchhoff στο τελευταίο κύκλωμα έπεται:

$$V - IR - V_{C1,2,3} = 0 \Rightarrow V_{C1,2,3} = V - IR \Rightarrow V_{C1,2,3} = 17V - 4mA \cdot 2K\Omega \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V_{C1,2,3} = 17V - 8V \Rightarrow V_{C1,2,3} = 9V.$$

Οι πικνωτές C_1 και $C_{2,3}$ αφού είναι συνδεδεμένοι στη σειρά έχουν φορτία ίσα με το ολικό φορτίο $q_{1,2,3}$. Επομένως

$$q_1 = q_{2,3} = q_{1,2,3} = C_{o\lambda} V_{C1,2,3} \Rightarrow q_1 = 2\mu F \cdot 9V \Rightarrow q_1 = 18\mu C$$

'Ομως

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} \Rightarrow V_1 = \frac{18\mu C}{6\mu F} \Rightarrow V_1 = 3V.$$

'Οπως φαίνεται από το δεύτερο κύκλωμα

$$V_{C1,2,3} = V_1 + V_{2,3} \Rightarrow V_{2,3} = V_{C1,2,3} - V_1 \Rightarrow V_{2,3} = 9V - 3V \Rightarrow V_{2,3} = 6V.$$

Επειδή οι πυκνωτές C_2 και C_3 είναι συνδεδεμένοι παράλληλα:

$$V_2 = V_3 = V_{2,3} \Rightarrow V_2 = 6V, V_3 = 6V$$

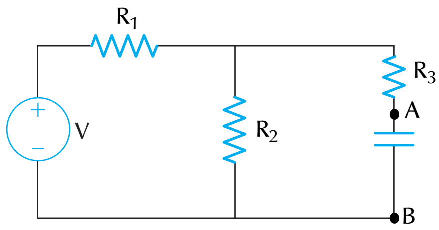
Εφαρμογή 6η

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

$R_1 = 20K\Omega$ $R_2 = 5K\Omega R_3 = 1K\Omega C = 4\mu F$ και $V = 20V$. Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος

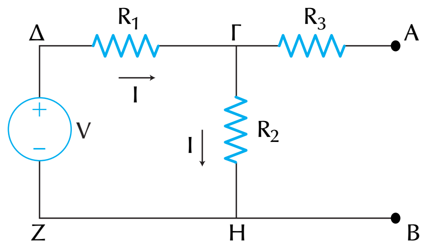
β) Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που φορτίζει τον πυκνωτή.



Λύση

α) Αρχικά βρίσκεται το ισοδύναμο κατά Thevenin κύκλωμα μεταξύ των σημείων Α και Β.

'Οπως είναι γνωστό η V_{TH} είναι ίση με την V_{AB}. Για να υπολογισθεί η V_{AB} επιλύεται το παρακάτω κύκλωμα



Στον βρόγχο ΔΓΗΖΔ εφαρμόζεται ο $2^{ος}$ Κανόνας Kirchhoff, οπότε:

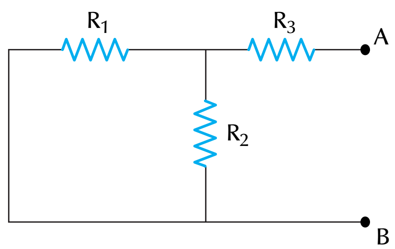
$$V - IR_1 - IR_2 = 0 \Rightarrow V - I(R_1 + R_2) = 0 \Rightarrow I(R_1 + R_2) = V \Rightarrow$$

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = \frac{20V}{20K\Omega + 5K\Omega} \Rightarrow I = 0{,}8mA.$$

Επειδή η R_3 δεν διαρρέεται από ρεύμα,

$$V_{AB} = V_2 = I \cdot R_2 \Rightarrow V_{AB} = 0{,}8mA\ 5K\Omega \Rightarrow V_{AB}. = 4V \text{ άρα } V_{TH} = 4V.$$

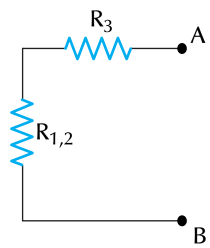
Για τον προσδιορισμό της R_{TH}, αποσυνδέεται η πηγή V και στη θέση της τοποθετείται βραχυκύκλωμα, οπότε το προηγούμενο κύκλωμα γίνεται:



Η ολική αντίσταση μεταξύ των σημείων Α και Β είναι η R_{TH}.
Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είανι συνδεδεμένες παράλληλα, επομένως

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{20K\Omega \cdot 5K\Omega}{20K\Omega + 5K\Omega} \Rightarrow R_{1,2} = 4K\Omega.$$

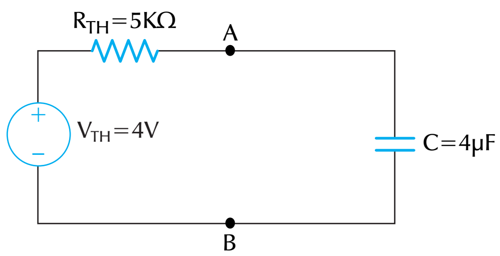
Το κύκλωμα γίνεται:



Οι αντιστάσεις $R_{1,2}$ και R_3 είναι συνδεδεμένες σε σειρά άρα

$R_{ολ} = R_{1,2} + R_3 \Rightarrow R_{ολ} = 4K\Omega + 1K\Omega$ $R_{ολ} = 5K\Omega$ επομένως $R_{TH} = 5K\Omega$.

'Αρα το αρχικό κύκλωμα μετασχηματιστεί στο:



Επομένως η σταθερά χρόνου του κυκλώμαατος θα είναι:

$$\tau = R_{TH} \cdot C \Rightarrow \tau = 5K\Omega \cdot 4\mu F \Rightarrow \tau = 20ms.$$

β) Το ρεύμα που φορτίζει τον πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$I = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} \cdot e^{-t/R_{TH} \cdot C}$$

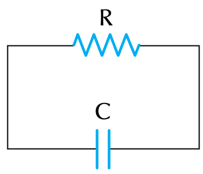
'Οταν $t = 0$, $\Rightarrow e^{-\frac{0}{R_{TH}C}} = 1 \Rightarrow I_{max} = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} \Rightarrow I_{max} = \frac{4V}{5K\Omega} = 0{,}8mA.$

Εφαρμογή 7η

Κύκλωμα εκφόρτισης πυκνωτή αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα $C = 10\mu F$ και αντίσταση $R = 2K\Omega$. Ο πυκνωτής αρχικά έχει φορτίο $q_0 = 50\ \mu C$. Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου

β) Η τάση του πυκνωτή μετά χρόνο $t = 80mS$ από τη στιγμή που αρχίζει η εκφόρτιση.



Λύση

α) $\tau = R \cdot C \Rightarrow \tau = 2K\Omega 10\mu F \Rightarrow \tau = 20ms.$

β) Η τάση του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{R_C}}\ (1)$$

'Ομως:

$$V_0 = \frac{q_0}{C}\ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) (2) ⇒

$$V_C = \frac{q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow V_C = \frac{50\mu C}{10\mu F} e - \frac{80ms}{20ms} \Rightarrow$$

$$V_C = 5Ve^{-4} \Rightarrow V_C = 5 \cdot 0{,}018V = 0{,}09V$$

Εφαρμογή 8η

Πυκνωτής $C = 0{,}1\mu F$ είναι αρχικά φορτισμένος σε τάση $V_0 = 100V$. Ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω αντίστασης R.

Να υπολογισθεί η θερμότητα που έχει αναπτυχθεί στην αντίσταση R_1 όταν το φορτίο του πυκνωτή έχει γίνει $q = 2\mu C$

Λύση

Η ενέργεια του πυκνωτή μειώνεται, καθώς εκφορτίζεται. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η μεταβολή της ενέργειας του πυκνωτή θα είναι ίση με την θερμότητα που αναπτύσσεται στην αντίσταση. Δηλαδή:

$$W_{C1} = W_{C2} = Q_R \ (1)$$

$$W_{C1} = \frac{1}{2}CV_0^2 \ (2)$$

$$W_{C2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \ (3)$$

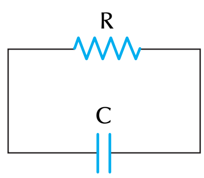
Από τις σχέσεις (1) (2) και (3) έπεται:

$$\frac{1}{2}CV_0^2 - \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = Q_R \Rightarrow Q_R = \frac{1}{2}\,0{,}1\mu F\,(100V)^2 - \frac{1}{2}\frac{(2\mu c)^2}{0{,}1\mu F} \Rightarrow$$

$$Q_R = 500\mu J - 20\mu J \Rightarrow Q_R = 48{=}480\mu J.$$

Εφαρμογή 9η

Πυκνωτής C = 8μF εκφορτίζεται μέσω αντίστασης R = 1 MΩ. Να υπολογισθεί ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται η τάση του πυκνωτή, όταν η τάση του είναι V_C = 160V



Λύση

Επειδή ο πυκνωτής και η αντίσταση έχουν τα ίδια άκρα, έχουν ίσες τάσεις. Επομένως:

$$V_C = V_R \ (1)$$

Σύμφωνα με τον νόμο του ΟΜ:

$$V_R = IR \ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έπεται:

$$V_C = IR \Rightarrow I = \frac{V_C}{R} \Rightarrow I = \frac{160V}{1M\Omega} \Rightarrow I = 160\,\mu A.$$

'Ομως το ρεύμα εκφόρτισης του πυκνωτή είναι:

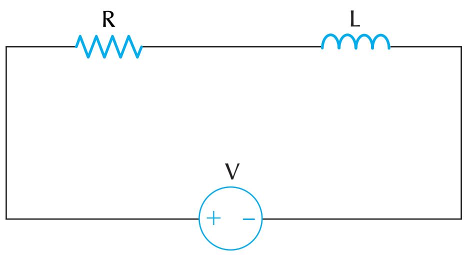
$$I = C\,\frac{\Delta V_C}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{I}{C} \Rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{160\mu A}{0{,}1\mu F} \Rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = 1600\ \frac{V}{s}$$

Εφαρμογή 10η

Κύκλωμα αποκατάστασης ρεύματος πηνίου αποτελείται, από ιδανικό πηνίο L = 10mH αντιστάτη R = 2 KΩ και πηγή V = 20V. Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος

β) Η ένταση του ρεύματος, όταν έχει μεσολαβήσει χρόνος t = 15μs από την τροφοδοσία του κυκλώματος



Λύση

α) Η σταθερά χρόνου είναι:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow \tau = \frac{10mH}{2K\Omega} = 5\mu s$$

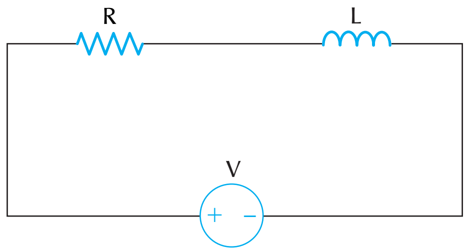
β) Το ρεύμα του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση:

$$I = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right) \text{ ό } I = \frac{20V}{2K\Omega}\left(1 - e^{-\frac{2K\Omega}{10mH}15\mu s}\right) \Rightarrow$$

$$I = 10mA(1 - e^{-3}) \Rightarrow I = 10\ mA(1 - 0{,}05) = 9{,}5mA.$$

Εφαρμογή 11η

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:
$L = 2{,}5mH$ $R = 2{,}5\Omega$ $V = 25V$. α) Να υπολογισθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αν η τάση του πηνιού είναι $V_L = 20V$.
β) Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος όταν $V_L = 20V$;



α) Η εφαρμογή του 2[ου] κανόνα του Kirchhoff δίνει τη σχέση:

$$V - IR - V_L = 0 \Rightarrow IR = V - V_L \Rightarrow$$

$$I = \frac{V - V_L}{R} \Rightarrow I = \frac{25V - 20V}{2{,}5\Omega} \Rightarrow I = 2A$$

β) Η τάση στο πηνίο, είναι τάση από αυτεπαγωγή και δίνεται από τη σχέση:

$$V_L = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V_L}{L} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{20V}{2{,}5mH} = 8000\,\frac{A}{s}$$

Εφαρμογή 12η

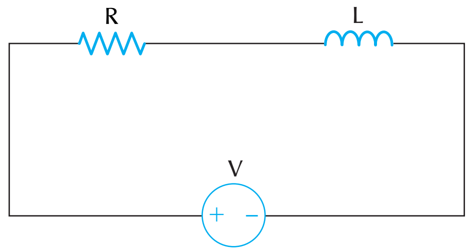
Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα του σχήματος έχει ένταση $I = 100mA$. Να υπολογισθούν:

α) Η ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα

β) Ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στην αντίσταση

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.

Δίνονται: $R = 10\Omega$ $L = 20mH$ $V = 40V$.



Λύση

α) Η ισχύς που παρέχει μια πηγή είναι:

$$P\pi = V \cdot I \quad P\pi = 40V \cdot 100mA = 4W.$$

β) Ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα είναι:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = P_R = I^2R \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = (100mA)^2 \cdot 10\Omega = 100mW.$$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας η ενέργεια που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα, μετατρέπεται σε θερμότητα και ενέργεια μαγνητικού πεδίου. Αντίστοιχα η ισχύς της πηγής γίνεται ισχύς Joulεκαι ισχύς ενέργειας μαγνητικού πεδίου. Επομένως:

$$P_\pi = P_R + P_M \Rightarrow P_M = P_\pi - P_R \Rightarrow P_M = 4W - 100\ mW = 3{,}9W.$$

Εφαρμογή 13η

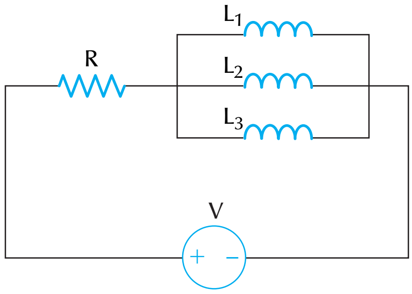
Για το κύκλωμα σχήματος δίνονται:

$R = 6\Omega \quad L_1 = 3mH \quad L_2 = 4mH \quad L_3 = 12\ mH \quad V = 15V$

Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, όταν το ρεύμα έχει ένταση I = 1A.



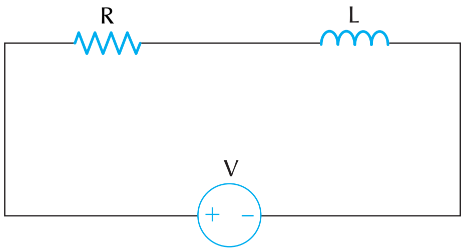
Λύση

α) Τα πηνία L_1, L_2, και L_3 είναι συνδεδεμένα παράλληλα, επομένως ο συντελεστής αυτεπαγωγής του κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L1} + \frac{1}{L2} + \frac{1}{L3} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{3mH} + \frac{1}{4mH} + \frac{1}{12mH} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{4+3+1}{12mH} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{8}{12mH} \Rightarrow L = 1{,}5mH$$

άρα το κύκλωμα μετασχηματίζεται στο:



Η σταθερά χρόνου που προκύπτει είναι:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow \tau = \frac{1{,}5mH}{10\Omega} \Rightarrow \tau = 150\mu s.$$

β) Η εφαρμογή του 2^ου Κανόνα Kirchhoff στο τελευταίο κύκλωμα δίνει:

$$V - IR - V_L = 0 \ (1)$$

'Ομως:

$$V_L = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έπεται:

$$V - IR - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0 \Rightarrow L\frac{\Delta I}{\Delta t} = V - IR \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V - IR}{L} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{15V - 1A6\Omega}{1{,}5mH}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = 6000\frac{A}{s}$$

Εφαρμογή 14η

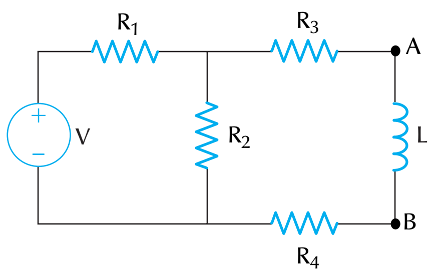
Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $R_4 = 6\Omega$, $L = 10mH$, $V = 27V$:

Να υπολογισθούν:

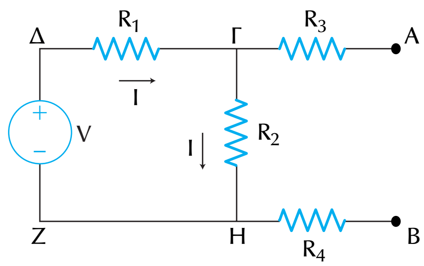
α) Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος

β) Η τάση του πηνίου όταν το διαρρέει ρεύμα έντασης $I = 1{,}8A$.



Λύση

α) Για να υπολογισθεί η σταθερά χρόνου, πρέπει το κύκλωμα να μετασχηματισθεί στο ισοδύναμο κατά Thevenin. Όταν αποσυνδεθεί το πηνίο το κύκλωμα γίνεται:



Όπως είναι γνωστό $V_{TH} = V_{AB}$. Για να υπολογισθεί η τάση VAB, πρέπει να επιλυθεί το παραπάνω κύκλωμα.

Η εφαρμογή του 2[ου] Κανόνα του Kirchhoff στον βρόγχο ΓΔΖΗΓ δίνει:

$$V - IR_1 - IR_2 = 0 \;\Rightarrow\; V - I\,(R_1 + R_2) = 0 \;\Rightarrow$$

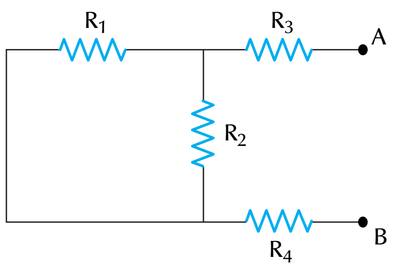
$$\Rightarrow\; I - \frac{V}{R_1 + R_2} \;\Rightarrow\; I = \frac{27V}{3\Omega + 6\Omega} \;\Rightarrow\; I = \frac{27V}{9\Omega} \;\Rightarrow\; I = 3A.$$

Αλλά $V_{AB} = V_2$, αφού οι αντιστάσεις R_3 και R_4 δεν διαρρέονται από ρεύμα. $V_2 = IR_2 = V_{AB} \;\Rightarrow\; V_{AB} = 3A \cdot 6\Omega = 18V$

Επομένως

$$V_{TH} = 18V$$

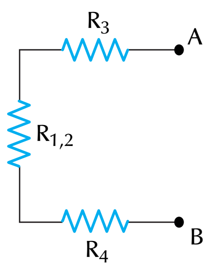
Για να βρεθεί η R_{TH}, αποσυνδέεται η πηγή από το κύκλωμα και αντικαθίσταται με βραχυκύκλωμα.



Οι αντιστάσεις R_1και R_2 συνδέονται παράλληλα επομένως:

$$R_{1,2} = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2} \;\Rightarrow\; R_{1,2} = \frac{3\Omega\;6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} \;\Rightarrow\; R_{1,2} = 2\Omega.$$

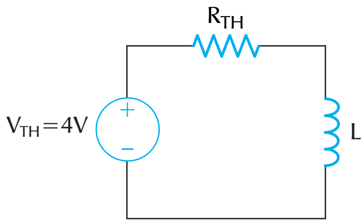
Το κύκλωμα μετασχηματίζεται



Επομένως:

$$R_{TH} = R_{12} + R_3 + R_4 \Rightarrow R_{TH} = 2\Omega + 2\Omega + 6\Omega \Rightarrow R_{TH} = 10\Omega.$$

Το αρχικό κύκλωμα γίνεται:



Επομένως η σταθερά χρόνου είναι:

$$\tau = \frac{L}{R_{TH}} = \frac{10mH}{10\Omega} = 1ms.$$

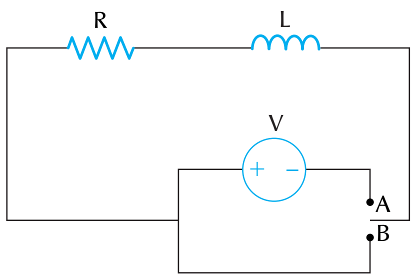
β) Αν εφαρμοσθεί ο 2ος Κανόνας Kirchhoff στο τελευταίο κύκλωμα, λαμβάνεται η σχέση:

$$V - IR_{TH} - V_L = 0 \Rightarrow V_L = V - IR_{TH} \Rightarrow V_L = 27V - 1{,}8A \cdot 10\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_L = 27V - 18V \Rightarrow V_L = 9V.$$

Εφαρμογή 15η

Στο κύκλωμα του σχήματος ο μεταγωγός δ πηγαίνει από τη θέση Α στη θέση Β την χρονική στιγμή t = 0. Να υπολογισθεί το ρεύμα του πηνίου μετά χρόνο t = 20ms. Δίνονται L = 16mH R = 4Ω V = 20V.



Λύση

Την χρονική $t = 0$ το πηνίο διααρρέεται από το ρεύμα, που το διέρρεε όταν ο διακόπτης ήταν στη θέση Α.

‘Αρα:

$$I_0 = \frac{V}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{20V}{4\Omega} \Rightarrow I_0 = 5A.$$

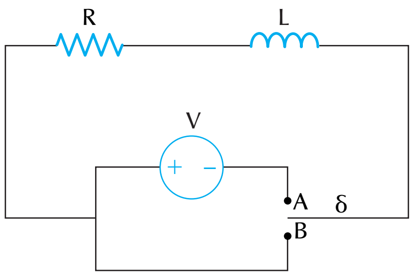
Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο, όταν ο μεταγωγός είναι στη θέση Β δίνεται από τη σχέση:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \Rightarrow I = 5Ae^{-\frac{4\Omega}{16mH}\cdot 20ms} \Rightarrow I = 5Ae^{-5} = 33,7mA.$$

Εφαρμογή 16η

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται $L = 10mH$, $R = 2\Omega$, $V = 20V$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο μεταγωγός πηγαίνει από τη θέση Α στη θέση Β.

Να υπολογισθεί η θερμότητα στην αντίσταση R, όταν το ρεύμα στο πηνίο γίνει $I = 2A$.



Λύση

Την χρονική στιγμή $t = 0$, το πηνίο διαρρέεται από το ρεύμα, που το διέρρεε όταν ο μεταγωγός δ ήταν στη θέση Α. Επομένως

$$I_0 = \frac{V}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{20V}{2\Omega} \Rightarrow I_0 = 10A.$$

Καθώς η ένταση του ρεύματος μειώνεται, μειώνεται και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου, που μετασχηματίζεται σε θερμότητα. Επομένως η θερμότητα στην αντίσταση R θα είναι ίση με την μεταβολή της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου.

$$W_0 - W = Q \ (1)$$

$$W_0 = \frac{1}{2} L I_0^2 = (2)$$

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = (3)$$

Από τις (1) (2) και (3) έπεται:

$$\frac{1}{2} L I_0^2 - \frac{1}{2} L I^2 = Q \Rightarrow Q = \frac{1}{2} 10mH(10A)^2 - \frac{1}{2} 10mH(2A)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 500mW — 20mW \Rightarrow Q = 480mW.$$

10-4. Προβλήματα προς λύση

1ο Πυκνωτής έχει χωρητικότητα C = 3μF και φορτίζεται από πηγή τάσης V = 12V, μέσω αντίστασης R = 4KΩ. Να υπολογισθεί η τάση της αντίστασης μετά χρόνο t = 24ms από την έναρξη της φόρτισης

(1,62V)

2ο Κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή αποτελείται από αντίσταση R = 100Ω, πυκνωτή C = 0,01μF και πηγή τάσης V = 100V. Κάποια στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι V_C = 1V. Να υπολογισθούν:

α) Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της τάσης του πυκνωτή.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της τάσης όταν V_C = 1V.

$$\left(10^8 \frac{V}{s}, 9{,}9 \cdot 10^7 \frac{V}{s}\right)$$

3ο Αντίσταση R = 1MΩ συνδέεται σε σειρά με πυκνωτή C = 10μF. Το σύστημα τροφοδοτείται από πηγη V = 10V. Να υπολογισθούν:

α) Η θερμοκρασία που εκλύεται στην αντίσταση R, μέχρι ο πυκνωτής να φορτιστεί πλήρως.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της τάσης του πυκνωτή τη στιγμή που η ενέργεια του πυκνωτή είναι W_C = 20 μJ.

$$\left(500\mu J,\ 0{,}8 \frac{V}{s}\right)$$

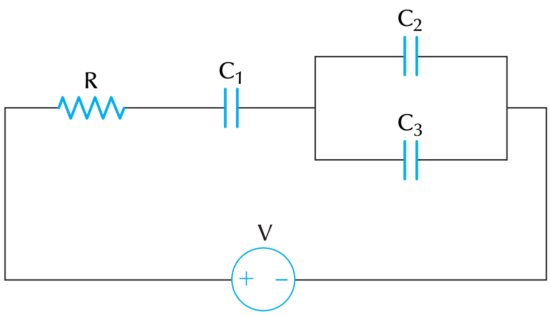
4ο Πυκνωτής C = 100μF φορτίζεται μέσω αντίστασης R από πηγή τάσης V = 20V. Να υπολογισθεί πόσο φορτίο φέρει ο πυκνωτής τη στιγμή που έχει αναπτυχθεί θερμότητα Q = 15mJ στην αντίσταση.

(1mC)

5ο Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται: R_1 = 4KΩ, R_2 = 3KΩ, R_3 = 6KΩ, C = 12μF, V = 12V. Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου

β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη όταν η τάση του πυκνωτή είναι V_C = 6V.

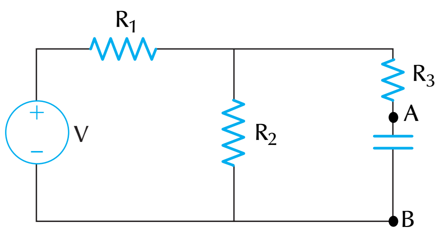


(72ms,
I_1 = 1mA
I_2 = 666,66μA
I_3 = 333,33μA)

6ο Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται R_1 = 1KΩ, R_2 = 6KΩ, R_3 = 4KΩ, R_4 = 2KΩ, C = 6 μF, V = 18V. Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου

β) Η τάση του πυκνωτή όταν I_3 = 1mA.

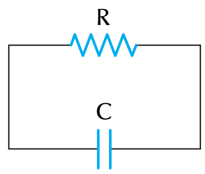


(36ms, 6V)

7ο Πυκνωτής χωρητικότητας C = 2μF είναι φορτισμένος. Η ενέργεια του πυκνωτή είναι W_0 = 360mJ. Ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω αντίστασης R = 10KΩ. Κάποια στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι V_C = 200V. Να υπολογισθούν:

α) Η ένταση του ρεύματος όταν $V_C = 200V$

β) Το ποσό της θερμότητας στην R μέχρι τη στιγμή που $V_C = 200V$

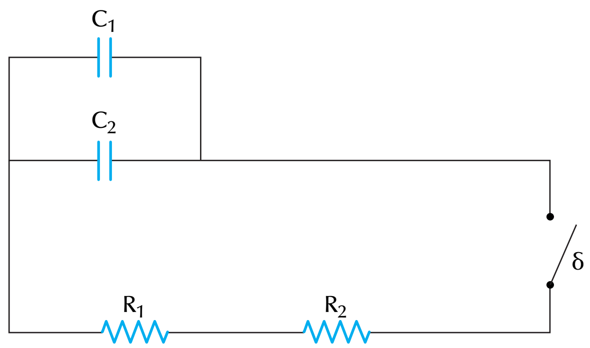


(20mA,320mJ)

8ο Για το κύκλωμαα του σχήματος δίνονται $C_1 = 2μF$, $C_2 = 3μF$, $R_1 = 2KΩ$, $R_2 = 4KΩ$. Οι πυκνωτές είναι φορτισμένοι και ο C_1 φέρει φορτίο $q_1 = 6μC$. Να υπολογισθούν:

α) Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος

β) Το ποσό της θερμότητας που έχει καταναλωθεί στις αντιστάσεις, όταν οι πυκνωτές έχουν εκφορτισθεί πλήρως.

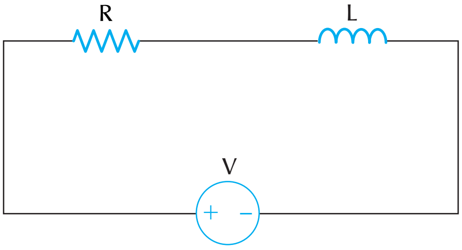


(30ms, 22,5 μJ)

9ο Πυκνωτής $C = 3μF$ είναι φορτισμένος σε τάση $V_0 = 20V$. Ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω των αντιστάσεων $R_1 = 3KΩ$, και $R_2 = 2KΩ$, που είναι συνδεδεμένες σε σειρά. Να υπολογισθεί το ποσόν της θερμότητας που εκλύεται σε κάθε αντίσταση, όταν ο πυκνωτής εκφορτίζεται πλήρως.

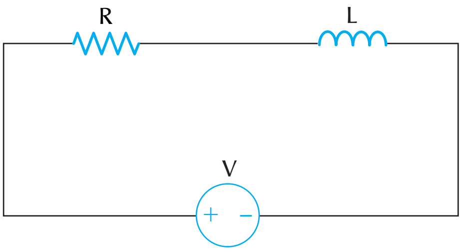
(360μJ, 240μJ)

10ο Πηνίο $L = 20mH$ είναι συνδεδεμένο σε σειρά με αντίσταση $R = 2Ω$. Το σύστημα τροφοδοτείται με πηγή τάσης $V = 6V$. Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος μετά χρόνο $t = 1ms$ από την στιγμή που άρχισε να τροφοδοτείται το κύκλωμα.



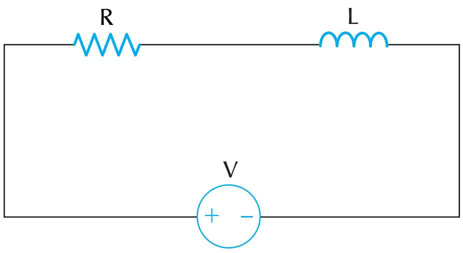
$\left(271{,}45\ \frac{A}{s}\right)$

11° Κύκλωμα αποκατάστασης ρεύματος σε πηνίο αποτελείται από πηνίο L = 10mH αντίσταση R = 5Ω και πηγή τάσης V = 10V. Κάποια στιγμή η ενέργεια που έχει αποταμιευθεί στο πηνίο είναι W = 5mJ.
Να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης στο πηνίο.



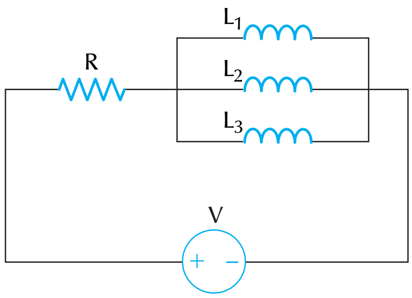
$\left(500\ \frac{A}{s}\right)$

12° Στο κύκλωμα του σχήματος L = 2mH, R = 25Ω και V= 100V. Κάποια στιγμή η ισχύ, της ηλεκτρικής ενέργειας που καταναλίσκεται στην R είναι P_R = 100W. Ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο;



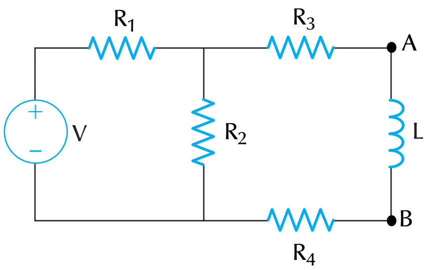
$\left(25 \cdot 10^3\ \frac{A}{s}\right)$

13° Να υπολογισθεί η σταθερά χρόνου του κυκλώματος του σχήματος: Δίνονται R_1 = 2Ω, R_2 =3Ω, R_3 = 6Ω, L_1 = 20mH, L_2 = 5mH, V = 20V. Ποια είναι η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος;



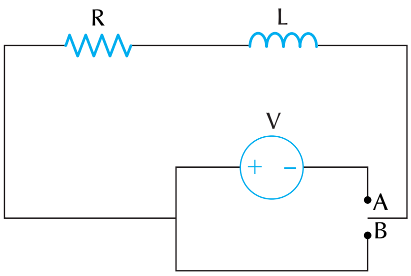
(1ms, 5A)

14ο Να υπολογισθεί η σταθερά χρόνου του κυκλώματος του σχήματος καθώς και ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο. Δίνονται: $R_1 = 15\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $R_4 = R_5 = 5\Omega$, $L = 100mH$, $V = 100V$.



$\left(10mS, 400\frac{A}{s}\right)$

15ο Στο κύκλωμα του σχήματος είναι $R = 5\Omega$, $L = 25mH$, $V = 100V$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ ο μεταγωγός δ πηγαίνει από τη θέση Α στη θέση Β. Κάποια στιγμή η ενέργεια του πηνίου είναι το 81% της αρχικής. Να υπολογισθούν:
α) Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος
β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος



$\left(5ms, 3600\frac{A}{s}\right)$