

## ΑΠΛΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΩΜΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

### Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται βασικές τοπολογικές έννοιες των ηλεκτρικών κυκλωμάτων και στη συνέχεια οι νόμοι του Kirchhoff με μερικές βασικές εφαρμογές αυτών.

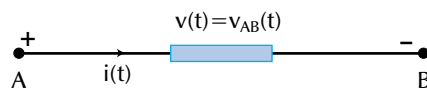
Σκοπός του κεφαλαίου είναι, να **αναπτύξουν** οι μαθητές ευχέρεια στη εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff, και ειδικότερα στις πολύ σημαντικές εφαρμογές αυτών (συνδεσμολογίες αντιστάσεων, πηγών, διαιρετών τάσης και ρεύματος).

### 3 – 1. Τοπολογικοί ορισμοί

Για τη μελέτη και κατασκευή ηλεκτρολογικών συστημάτων, απαραίτητη προϋπόθεση είναι η κατανόηση των ιδιοτήτων των μερών (στοιχείων) από τα οποία απαρτίζεται το σύστημα. Επίσης, πρέπει να μπορεί να περιγράψει κάποιος από μαθηματικής σκοπιάς τα στοιχεία αυτά και να γνωρίζει τις αναλυτικές μεθόδους, οι οποίες είναι ικανές και αναγκαίες για την πρόβλεψη και αξιολόγηση της λειτουργίας ενός συστήματος.

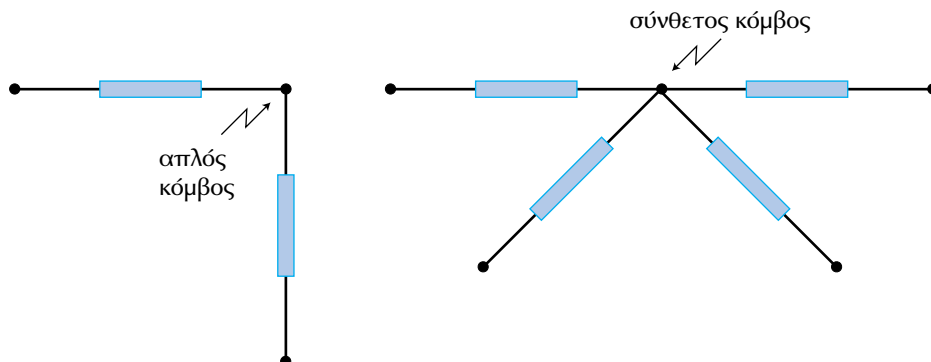
Σε όλους του κλάδους της Ηλεκτροτεχνίας χρησιμοποιείται πλήθος ηλεκτρικών συσκευών, οι οποίες συνδέονται με τους ακροδέκτες τους με διάφορους τρόπους. Το σύνολο που προκύπτει από τις συνδέσεις αυτές ονομάζεται **κύκλωμα ή δίκτυο**. Συνήθως, ο όρος κύκλωμα χρησιμοποιείται για απλές συνδέσεις, ενώ, ο όρος δίκτυο για πολύπλοκες συνδέσεις.

□ **Κλάδος:** Είναι οποιαδήποτε ομάδα συνδεδεμένων στοιχείων που σχηματίζουν ένα σύνολο δύο ακροδεκτών, «μια γραμμή» στην οποίαν ορίζονται οι συναρτήσεις  $v(t)$  και  $i(t)$ .



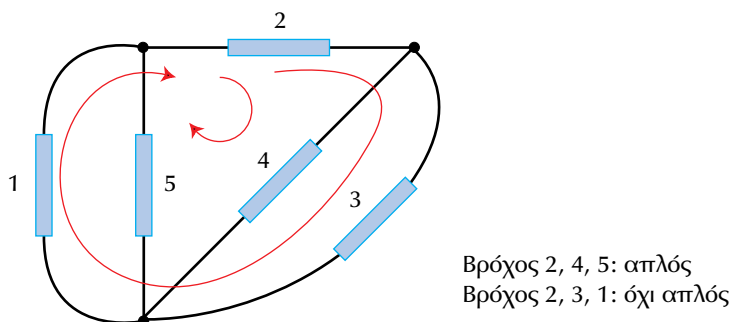
Σχήμα 3.1. Καθορισμός κλάδου

□ **Κόμβος:** Είναι ο κοινός ακροδέκτης (ή σημείο) δύο ή περισσότερων κλάδων. Διακρίνονται σε απλούς και σύνθετους κόμβους.



Σχήμα 3.2. Καθορισμός κόμβου

□ **Βρόχος:** Είναι οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή κλάδων. Διακρίνονται σε απλούς και μη απλούς βρόχους.



Σχήμα 3.3. Καθορισμός βρόχου

Τα ηλεκτρικά κυκλώματα ανάλογα με το μέγεθος των στοιχείων που περιέχουν σε σχέση με το μήκος κύματος της συχνότητας λειτουργίας τους, διακρίνονται σε δύο κατηγορίες.

□ **Συγκεντρωμένα κυκλώματα:** Τα στοιχεία αυτών των κυκλωμάτων έχουν μέγεθος πολύ μικρότερο από το μήκος κύματος της συχνότητας λειτουργίας. Αυτό έχει σαν συνέπεια για στοιχεία όπως π.χ. του σχ. 3.1., η τάση  $v(t)$  να προσδιορίζεται με μετρήσεις στους ακροδέκτες A και B και το ρεύμα  $i(t)$  που μπαίνει στο κόμβο A να ισούται με το ρεύμα που καταλήγει στο κόμβο B.

□ **Κατανεμημένα κυκλώματα:** Τα στοιχεία αυτών των κυκλωμάτων έχουν μέγεθος συγκρίσιμο με το μήκος κύματος της συχνότητας λειτουργίας.

Αυτό έχει σαν συνέπεια, το ρεύμα στην έξοδο σε κάθε χρονική στιγμή να είναι διαφορετικό από το ρεύμα εισόδου.

Η ανάλυση τέτοιων κυκλωμάτων απαιτεί ξεχωριστή θεωρία η οποία λαμβάνει υπόψη της την κατανομή του Η/Μ πεδίου που αναπτύσσεται κατά τη διάδοση της Η/Μ ισχύος. Τέτοια κυκλώματα δεν πρόκειται να εξετασθούν σ' αυτό το βιβλίο.

## 3 – 2. Συμβάσεις αναφοράς

Αναφερόμενοι στο σχ. 3.1 παρατηρούμε ότι, το ρεύμα και η τάση δίνονται από κάποιους αριθμούς, οι οποίοι φυσικά δεν μας δίνουν πληροφορίες για τη

φορά του ρεύματος στον κλάδο, ούτε για το ποιος ακροδέκτης βρίσκεται σε ψηλότερο ή χαμηλότερο δυναμικό.

Για να έχουμε τις πληροφορίες αυτές ορίζουμε σε κάθε κλάδο **φορά αναφοράς ρεύματος** και **πολικότητα αναφοράς τάσης**.

Έτσι, λέγοντας ότι  $v(t) > 0$  εννοούμε ότι το δυναμικό στον ακροδέκτη A είναι μεγαλύτερο από το δυναμικό στον ακροδέκτη B. Λέγοντας επίσης, ότι  $i(t) > 0$  εννοούμε ότι θετικά φορτία μπαίνουν στον κλάδο από τον ακροδέκτη A και βγαίνουν από τον ακροδέκτη B τη χρονική στιγμή  $t$ .

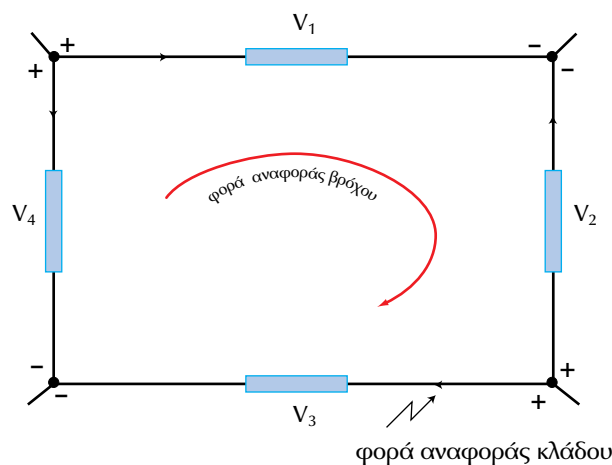
Είναι φανερό βέβαια ότι, η φορά αναφοράς ρεύματος και η πολικότητα αναφοράς τάσης μπορούν να εκλεγούν αυθαίρετα. Στην περίπτωση του σχ. 3.1 ισχύει

$$v(t) \cdot i(t) > 0$$

και δείχνει την ισχύ που καταναλώνεται (απορροφάται) από το στοιχείο του κλάδου. Στην αντίθετη περίπτωση, δείχνει την ισχύ που αποδίδει το στοιχείο του κλάδου στο υπόλοιπο κύκλωμα.

Στην πρώτη περίπτωση λέμε ότι, έχουμε φορά και πολικότητα **συσχετισμένες** και συνήθως αυτές χρησιμοποιούνται στην ανάλυση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων.

□ **Πολικότητα ή φορά αναφοράς βρόχου:** Είναι η φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού ή η αντίθετη.



**Σχήμα 3.4.** Πολικότητα ή φορά αναφοράς βρόχου

### 3 – 3. Νόμοι του Κίρκωφ (Kirchhoff)

Η σύνδεση των ηλεκτρικών στοιχείων (αντιστάσεων, πυκνωτών, πηγών, πηγών) στα κυκλώματα θέτει ορισμένες συνθήκες στις σχέσεις τάσεων και ρευμάτων. Οι συνθήκες αυτές είναι γνωστοί ως **νόμοι του Kirchhoff** από το όνομα του Gustav Kirchhoff ο οποίος πρώτος τους διατύπωσε σε μια εργασία του η οποία δημοσιεύτηκε το 1848. Τους νόμους αυτούς δεχόμαστε ως βασικά αξιώματα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων.

□ **Νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff (N.P.K.):** Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε κάθε κόμβο του κυκλώματος ισούται με μηδέν, δηλαδή,

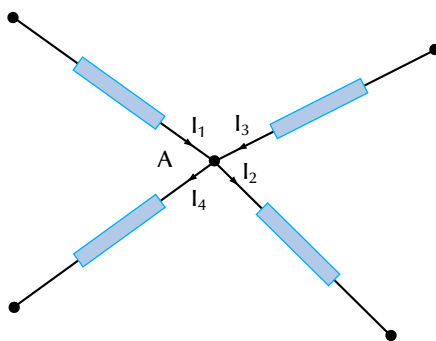
$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (3.1)$$

(Το σύμβολο  $\Sigma$  παριστάνει το αλγεβρικό άθροισμα)

– Το ρεύμα  $I_k$  που εισρέει (εισέρχεται σε έναν κόμβο) θεωρείται ως θετικό και λαμβάνεται με πρόσημο (+).

– Το ρεύμα που εκρέει (αποχωρεί) από έναν κόμβο θεωρείται ως αρνητικό και λαμβάνεται με πρόσημο (–).

Συνεπώς η εφαρμογή του N.P.K. για τον κόμβο Α του σχήματος 3.5 δίνει:



Σχήμα 3.5. Εφαρμογή του N.P.K.

$$\sum_{k=1}^4 I_k = 0 \Rightarrow I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

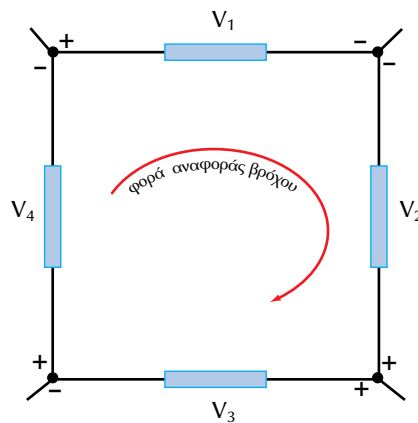
□ **Νόμος τάσεων του Kirchhoff (N.T.K.):** Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων σε κάθε βρόχο ενός κυκλώματος ισούται με μηδέν, δηλαδή,

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \quad (3.2)$$

– Η τάση  $V_k$  λαμβάνεται με πρόσημο (+), εάν η φορά αναφοράς στον κλάδο (+  $\rightarrow$  -) συμπίπτει με τη φορά αναφοράς του βρόχου (φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού), διαφορετικά λαμβάνεται με πρόσημο (-).

Έτσι, ο Ν.Τ.Κ. για το βρόχο του σχήματος 3.6 παίρνει τη μορφή

$$\sum_{k=1}^4 V_k = 0 \Rightarrow V_1 - V_2 + V_3 + V_4 = 0$$



**Σχήμα 3.6.** Εφαρμογή του Ν.Τ.Κ.

## 3 – 4. Εφαρμογές του νόμου του Ohm και των νόμων του Kirchhoff

### 3 – 4.1. Συνδεσμολογία αντιστάσεων

Οι αντιστάσεις ως βασικά στοιχεία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων μπορούν να συνδεθούν με διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με το τι επιδιώκεται κάθε φορά από αυτόν που συνθέτει ένα ηλεκτρικό κύκλωμα.

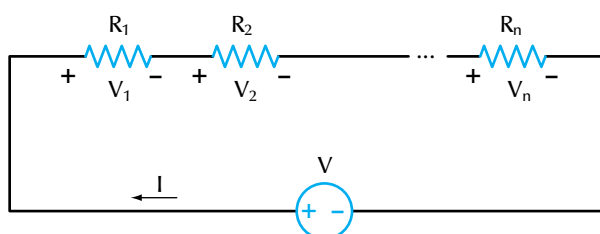
Για την καλύτερη όμως και ευκολότερη αντιμετώπιση σύνθετων κυκλωμάτων, παρουσιάζεται πολλές φορές η ανάγκη αντικατάστασης ενός συστήματος αντιστάσεων με μια ισοδύναμη αντίσταση, στα άκρα της οποίας θα επικρατεί η ίδια τάση με την τάση των ακροδεκτών του συστήματος των αντιστά-

σεων και θα διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα που διαρρέει το σύστημα των αντιστάσεων αυτών.

Στη συνέχεια εξετάζονται αναλυτικά οι διάφοροι τρόποι συνδεσμολογίας αντιστάσεων που συναντώνται στην πράξη.

### α) Συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά

□ Δύο ή περισσότερες αντιστάσεις είναι συνδεσμολογημένες σε σειρά, όταν το τέλος της μιας αντίστασης συνδέεται με την αρχή της άλλης κ.ο.κ. και δεν υπάρχει πουθενά σημείο λήψης (διακλάδωση) ανάμεσά τους, ώστε όλες να διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.



Σχήμα 3.7. Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

Για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης  $R_{OL}$  εφαρμόζουμε το Ν.Τ.Κ.

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n - V = 0 \xrightarrow{N \cdot Ohm}$$

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + \dots + I \cdot R_n = V$$

$$\xrightarrow{\text{ισοδύναμο κύκλωμα}} I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + \dots + I \cdot R_n = I \cdot R_{OL} \Rightarrow$$

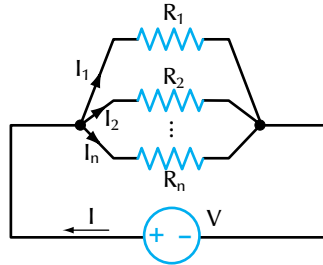
$$R_{OL} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (3.3)$$

### ✎ Παρατηρήσεις

- Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{OL}$  είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση.
- Εάν όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες (με τιμή  $R$ ) τότε  $R_{OL} = n \cdot R$ .

### β) Παράλληλη συνδεσμολογία αντιστάσεων

□ Δύο ή περισσότερες αντιστάσεις είναι συνδεσμολογημένες παράλληλα, όταν έχουν κοινά άκρα με αποτέλεσμα να βρίσκονται όλες στην ίδια τάση.



**Σχήμα 3.8.** Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων

Για την εύρεση ισοδύναμη αντίστασης  $R_{ΟΛ}$  εφαρμόζουμε το Ν.Ρ.Κ.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \Rightarrow I - I_1 - I_2 - I_3 - \dots - I_n = 0 \xrightarrow{\text{N. Ohm}} I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_n}$$

$$\xrightarrow{\text{ισοδύναμο κύκλωμα}} \frac{V}{R_{ΟΛ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_n} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{ΟΛ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (3.4)$$

#### Παρατηρήσεις

- Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{ΟΛ}$  είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση.
- Αν όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες (με τιμή  $R$ ), τότε  $R_{ΟΛ} = R/n$
- Αν  $R_1 // R_2$  τότε  $R_{ΟΛ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ .

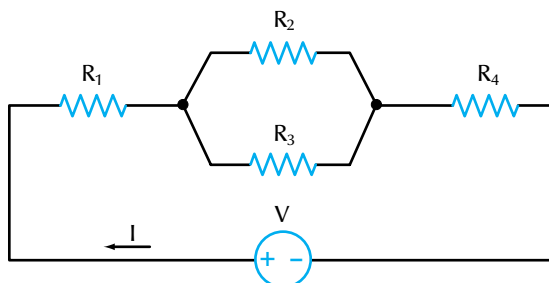
#### γ) Μικτή συνδεσμολογία αντιστάσεων

□ Είναι η συνδεσμολογία στην οποία συνυπάρχουν οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις και για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης  $R_{ΟΛ}$  εφαρμόζονται οι κανόνες που προέκυψαν στις περιπτώσεις αυτές, με τη σειρά που επιβάλλει το εκάστοτε ηλεκτρικό κύκλωμα.

Έτσι, για το σχήμα 3.9 η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_{ΟΛ} = R_1 + R_2 // R_3 + R_4 = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \Rightarrow R_{ΟΛ} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot (R_1 + R_4) + R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$





Σχήμα 3.9. Μικτή σύνδεση αντιστάσεων

### 3-4.2. Συνδεσμολογία πηγών τάσης

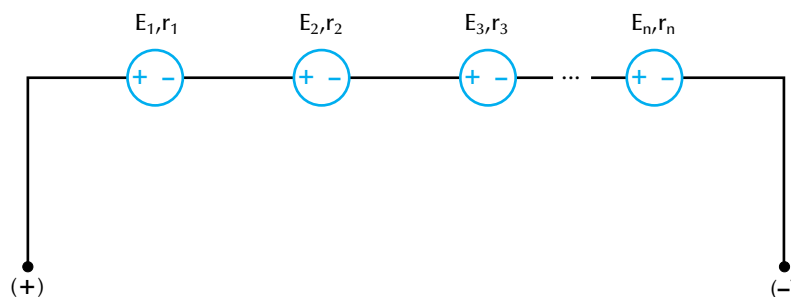
Κάθε “πραγματική” πηγή τάσης χαρακτηρίζεται από μια ηλεκτρεγερτική δύναμη (Η.Ε.Δ)  $\mathcal{E}$  (τάση στα άκρα της, όταν δε διαρρέεται από ρεύμα) και από μια εσωτερική αντίσταση  $r$ .

Οι πηγές τάσης ως βασικά στοιχεία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων μπορούν να συνδεθούν με διάφορους τρόπους ανάλογα με το τι επιδιώκεται κάθε φορά από αυτόν που συνθέτει ένα ηλεκτρικό κύκλωμα. Αυτό διότι κάθε πηγή τάσης μπορεί να δώσει ένα ρεύμα που δεν μπορεί να ξεπεράσει κάποια οριακή τιμή, η οποία καθορίζει τις δυνατότητες αυτής. Αν όμως υπάρχει ανάγκη μεγαλύτερης τάσης ή μεγαλύτερου ρεύματος ή και τα δύο μαζί, τότε πρέπει να συνδεθούν δύο ή περισσότερες πηγές τάσης μαζί.

Στη συνέχεια εξετάζονται αναλυτικά οι διάφοροι τρόποι συνδεσμολογίας πηγών τάσης που συναντώνται στην πράξη.

#### α) Συνδεσμολογία πηγών τάσης σε σειρά

□ Δύο ή περισσότερες πηγές τάσης είναι συνδεσμολογημένες σε σειρά, όταν ο αρνητικός πόλος της μιας συνδέεται με το θετικό πόλο της επόμενης κ.ο.κ.



Σχήμα 3.10. Σύνδεση πηγών τάσης σε σειρά

Το ισοδύναμο κύκλωμα αυτής της συνδεσμολογίας είναι προφανώς μια πηγή τάσης με τα εξής χαρακτηριστικά :

$$\begin{aligned} E_{\text{ολ}} &= E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n \\ r_{\text{ολ}} &= r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n \end{aligned} \quad (3.5)$$

Στη σύνδεση αυτή δεν είναι απαραίτητο οι πηγές να είναι απόλυτα όμοιες, **αλλά να είναι του αυτού τύπου**. Δεν μπορούμε να συνδέσουμε π.χ. ένα ξηρό στοιχείο με συσσωρευτές ή με ηλεκτρικές πηγές που δίνουν ρεύμα σε βιομηχανική κλίμακα.

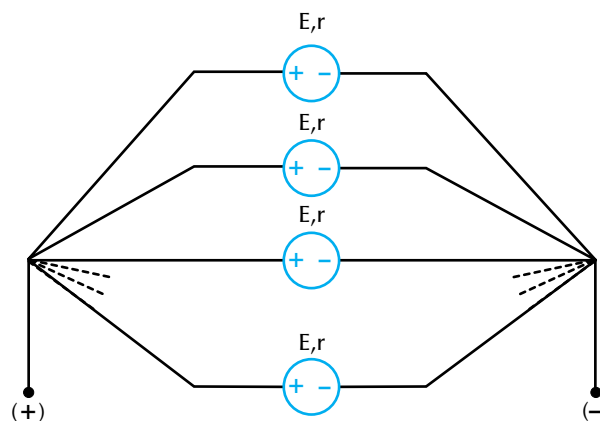
#### ✎ Παρατηρήσεις

- Εάν όλες οι πηγές είναι απόλυτα όμοιες ( $E, r$ ), τότε  $E_{\text{ολ}} = n \cdot E$  και  $r_{\text{ολ}} = n \cdot r$ .
- Επειδή στη σύνδεση αυτή παίρνουμε μεγάλη τάση, λέμε ότι έχουμε σύνδεση **κατά τάση**.
- Αν στη σύνδεση αυτή αντιστραφούν οι πόλοι μιας πηγής (π.χ. της  $E_2$ ), λέμε ότι η  $E_2$  είναι συνδεδεμένη με τις υπόλοιπες **κατ'αντίθεση**. Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

$$E_{\text{ολ}} = E_1 - E_2 + E_3 + \dots + E_n \quad \text{και} \quad r_{\text{ολ}} = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n$$

#### β) Παράλληλη συνδεσμολογία πηγών τάσης

□ Δύο ή περισσότερες πηγές τάσης είναι συνδεσμολογημένες παράλληλα, όταν όλοι οι θετικοί πόλοι συνδέονται σε κοινό κόμβο και όλοι οι αρνητικοί σε άλλο επίσης κοινό κόμβο.



Σχήμα 3.11. Σύνδεση πηγών τάσης παράλληλα

Το ισοδύναμο κύκλωμα της συνδεσμολογίας αυτής είναι προφανώς μια πηγή τάσης με τα εξής χαρακτηριστικά :

$$\begin{aligned} E_{OL} &= E \\ r_{OL} &= \frac{E}{n} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Στη σύνδεση αυτή, για την καλή απόδοση της συστοιχίας πρέπει οι πηγές να είναι **απόλυτα όμοιες**. Στην αντίθετη περίπτωση οι πηγές με τη μεγαλύτερη ΗΕΔ θα στέλνουν ρεύματα σε εκείνες με τη μικρότερη ΗΕΔ, ακόμη και αν το εξωτερικό κύκλωμα είναι ανοικτό. Αυτά είναι τα λεγόμενα “**ρεύματα κυκλοφορίας**” και έχουν ως αποτέλεσμα να βραχυκυκλώνονται οι πηγές και να εξαντλούνται πρωτού χρησιμοποιηθούν.

#### Παρατήρηση

- Επειδή στη σύνδεση αυτή μπορούμε να πάρουμε ρεύματα με πολύ μεγάλη ένταση, λέμε ότι έχουμε σύνδεση **κατά ένταση**.

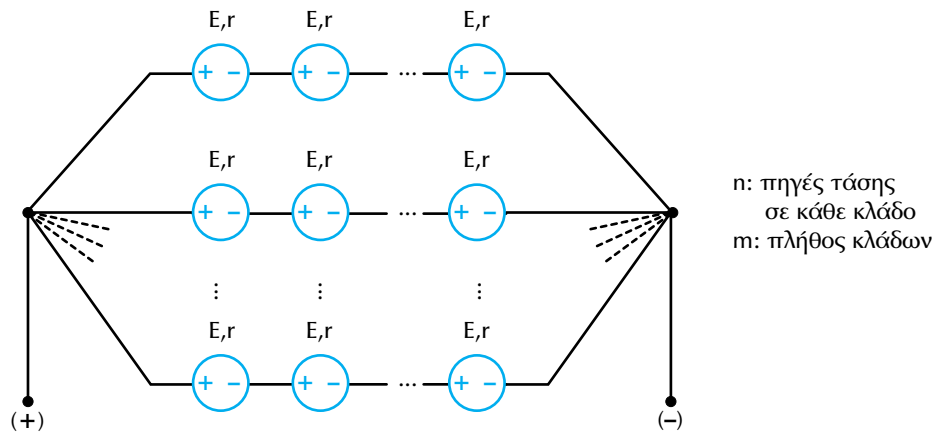
#### γ) Μικτή συνδεσμολογία πηγών τάσης

□ Είναι η συνδεσμολογία στην οποία συνυπάρχουν οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις και για την εύρεση της ισοδύναμης πηγής τάσης εφαρμόζουμε τους κανόνες που προέκυψαν στις περιπτώσεις αυτές, με τη σειρά που επιβάλλει το εκάστοτε ηλεκτρικό κύκλωμα.

Έτσι, για το κύκλωμα του σχήματος 3.12 η ισοδύναμη πηγή τάσης έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

$$E_{OL} = n \cdot E \quad \text{και} \quad r_{OL} = \frac{n \cdot r}{m} \quad (3.7)$$

Η μικτή συνδεσμολογία πηγών τάσης χρησιμοποιείται σε εφαρμογές κατά τις οποίες απαιτείται **και μεγάλη τάση και μεγάλο ρεύμα**.

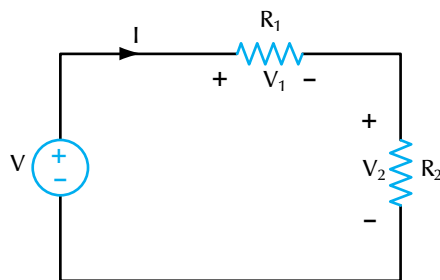


**Σχήμα 3.12.** Μικτή συνδεσμολογία πηγών τάσης

### 3-4.3 Διαιρέτες τάσης και ρεύματος

#### α) Διαιρέτες τάσης

Πολλές φορές –ιδίως σε ηλεκτρονικά κυκλώματα– για τον καταμερισμό της τάσης σε δύο ή περισσότερες αντιστάσεις, χρησιμοποιείται το παρακάτω κύκλωμα που είναι γνωστό με το όνομα «**διαιρέτης τάσης**».



**Σχήμα 3.13.** Κύκλωμα διαιρέτη τάσης

Από το Ν.Τ.Κ. έχουμε

$$V = V_1 + V_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 \Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Άρα ,

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = I \cdot R_1 \\ V_2 = I \cdot R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V \\ V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V \end{array} \quad (3.8)$$

δηλαδή,

□ η τάση στα άκρα μιας αντίστασης ισούται με την τάση που εφαρμόζεται στο κύκλωμα (ολική τάση) πολλαπλασιασμένη με ένα κλάσμα του οποίου ο αριθμητής είναι η αντίσταση αυτή και ο παρονομαστής είναι το άθροισμα των σειριακών αντιστάσεων.

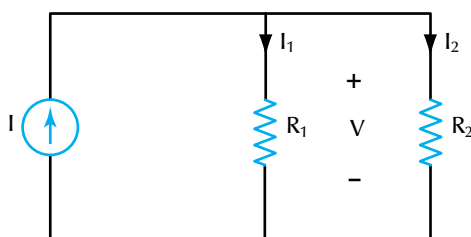
#### Παρατηρήσεις

- Οι δύο αντιστάσεις μπορεί σε ένα πολύπλοκο κύκλωμα να αντιπροσωπεύουν συστήματα αντιστάσεων η καθεμιά, αρκεί τα συστήματα αυτά να είναι συνδεδεμένα σε σειρά.
- Ο διαιρέτης τάσης μπορεί να εφαρμοστεί και στη γενική περίπτωση κατά την οποία μια πηγή τάσης  $V$  τροφοδοτεί  $n$  αντιστάσεις  $R_1, R_2, \dots, R_n$  συνδεδεσμένες σε σειρά. Στην περίπτωση αυτή θα ισχύει:

$$V_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \cdot V, \text{ όπου } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

#### β) Διαιρέτης ρεύματος

Για τον καταμερισμό του ρεύματος σε διαφορετικούς κλάδους χρησιμοποιείται το παρακάτω κύκλωμα, που είναι γνωστό με το όνομα «**διαιρέτης ρεύματος**».



**Σχήμα 3.14.** Κύκλωμα διαιρέτη ρεύματος

Από το Ν.Ρ.Κ. έχουμε :

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = V \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow V = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Άρα,

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \frac{V}{R_1} \\ I_2 = \frac{V}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \\ I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \end{array} \quad (3.9)$$

δηλαδή,

□ το ρεύμα σε μια αντίσταση ισούται με το ρεύμα που δημιουργεί αυτό πολυπλασιασμένο με ένα κλάσμα του οποίου ο αριθμητής είναι η άλλη αντίσταση και ο παρονομαστής είναι το άθροισμα των δύο παράλληλων αντιστάσεων.

#### Παρατηρήσεις

- Οι δύο αντιστάσεις μπορεί σε ένα πολύπλοκο κύκλωμα να αντιπροσωπεύουν συστήματα αντιστάσεων η καθεμιά, αρκεί τα συστήματα αυτά να είναι συνδεδεμένα παράλληλα.
- Ο διαιρέτης ρεύματος μπορεί να εφαρμοστεί και στη γενική περίπτωση κατά την οποία μια πηγή ρεύματος  $I$  τροφοδοτεί  $n$  αντιστάσεις  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  συνδεδεσμένες παράλληλα.

Στην περίπτωση αυτή θα ισχύει:

$$I_j = \frac{\frac{1}{R_j}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \cdot I, \quad \text{όπου } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

### 3 – 4.4. Μεταβλητές αντιστάσεις

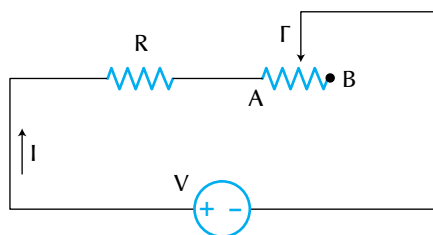
□ Είναι αντιστάσεις των οποίων η τιμή μπορεί να αλλάξει σύμφωνα με τη θέλησή μας και πάντοτε μέσα στα όρια μια περιοχής τιμών που δίνεται από τον κατασκευαστή.

Οι αντιστάσεις αυτές χρησιμοποιούνται ως **ροοστάτες** και **ποτενσιόμετρα**.

**α) Ροοστάστες**

Όταν θέλουμε να ρυθμίσουμε την ένταση του ρεύματος σε ένα κύκλωμα, συνδέουμε σε σειρά μια ρυθμιζόμενη αντίσταση που ονομάζεται **ροοστάτης**.

Ένας ροοστάτης έχει δύο ακροδέκτες Α και Β και μια ενδιάμεση λήψη Γ (σχήμα 3.15).



**Σχήμα 3.15.** Σύνδεση ροοστάτη

Αν μετακινήσουμε το δρομέα (σημείο Γ) μεταβάλλεται η αντίσταση του κυκλώματος και κατά συνέπεια η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Στη γενική περίπτωση ισχύει

$$I = \frac{V}{R + R_{AG}} \quad (3.10)$$

Η περιοχή τιμών για το ρεύμα  $I$  καθορίζεται από τις ακραίες θέσεις Α, Β. Έτσι, εάν  $\Gamma \equiv B$  τότε  $I_{\min} = \frac{V}{R + R_{AB}}$  ενώ, εάν  $\Gamma \equiv A$  τότε  $I_{\max} = \frac{V}{R}$ .

Επομένως, η περιοχή τιμών για το ρεύμα  $I$  είναι:

$$\frac{V}{R + R_{AB}} \leq I \leq \frac{V}{R}$$

και εξαρτάται φυσικά από την τιμή  $R_{AB}$ .

**α) Ποτενσιόμετρα**

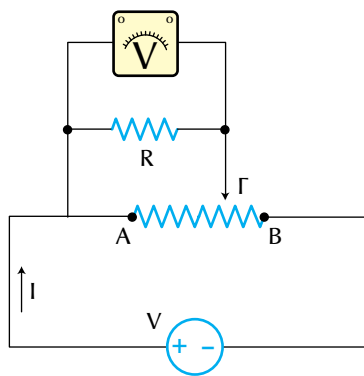
Όταν θέλουμε να ρυθμίσουμε την τάση σε μια αντίσταση ενός κυκλώματος, συνδέουμε παράλληλα μια ρυθμιζόμενη αντίσταση που ονομάζεται **ποτενσιόμετρο**.

Ένα ποτενσιόμετρο έχει δυο ακροδέκτες Α και Β και μια ενδιάμεση λήψη Γ (σχήμα 3.16).

Αν μετακινήσουμε το δρομέα (σημείο Γ) μεταβάλλεται η αντίσταση, στα άκρα της οποίας μετρείται η τάση και κατά συνέπεια μεταβάλλεται η τάση στην αντίσταση R.

Στην γενική περίπτωση ισχύει:

$$V_R = \frac{R // R_{A\Gamma}}{R // R_{A\Gamma} + R_{\Gamma B}} \cdot V \quad (3.11)$$



**Σχήμα 3.16.** Σύνδεση ποτενσιόμετρου

Η περιοχή τιμών για την τάση  $V_R$  καθορίζεται από τις ακραίες θέσεις A, B. Έτσι, εάν  $\Gamma \equiv A$  τότε  $V_{R \min} = 0$ , ενώ εάν  $\Gamma \equiv B$  τότε  $V_{R \max} = V$ .

Επομένως, η περιοχή τιμών για την τάση  $V_R$  είναι:

$$0 \leq V_R \leq V$$

και η τυχαία τιμή αυτής στην περιοχή  $[0, V]$  εξαρτάται προφανώς από τη θέση του δρομέα Γ.

### 3 – 4.5. Ειδικές περιπτώσεις ισοδύναμων κυκλωμάτων

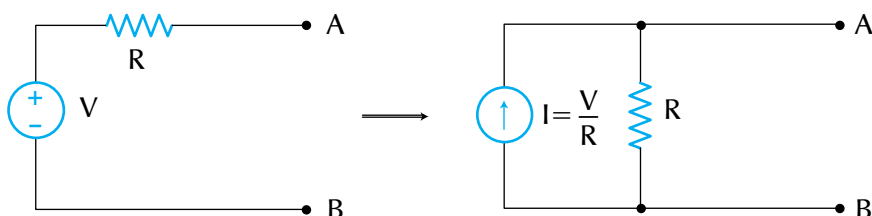
Τα ισοδύναμα κυκλώματα που αναφέρονται παρακάτω (χωρίς απόδειξη) είναι πολύ χρήσιμα στην επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων και για το λόγο αυτό κρίθηκε σκόπιμο να παρουσιασθούν.

#### α) Μετατροπή πηγής τάσης σε πηγή ρεύματος

Μια πηγή τάσης  $V$  σε σειρά με μία αντίσταση  $R$  μετατρέπεται ισοδύναμα σε μία πηγή ρεύματος  $I = V / R$  παράλληλη με την αντίσταση  $R$  (σχ. 3.17). Η αντί-



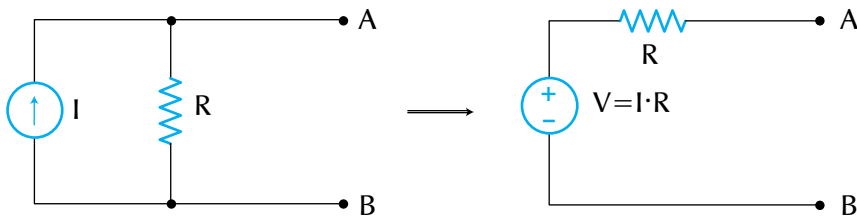
σταση  $R$  συμβολίζει στην πραγματικότητα την εσωτερική αντίσταση της πηγής, η οποία είναι πραγματική και όχι ιδανική.



**Σχήμα 3.17.** Μετατροπή Π.Τ. σε Π.Ρ.

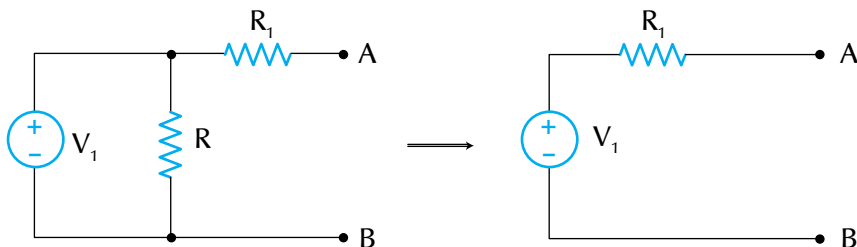
### β) Μετατροπή πηγής ρεύματος σε πηγή τάσης

Μία πηγή ρεύματος  $I$  παράλληλη σε μία αντίσταση  $R$  μετατρέπεται ισοδύναμα σε μία πηγή τάσης  $V = I \cdot R$  σε σειρά με την αντίσταση  $R$  (σχ. 3.18.). Η αντίσταση  $R$  συμβολίζει στην πραγματικότητα την εσωτερική αντίσταση της πηγής, η οποία είναι πραγματική και όχι ιδανική.



**Σχήμα 3.18.** Μετατροπή Π.Ρ. σε Π.Τ.

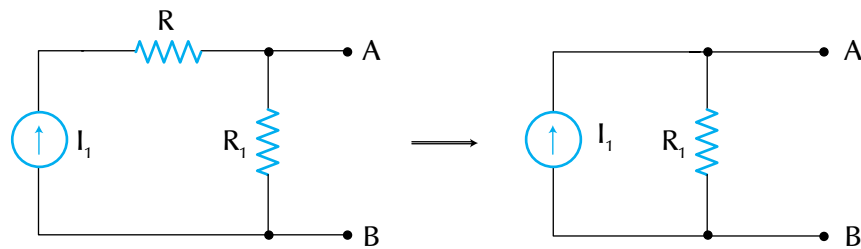
### γ) Αντίσταση παράλληλα σε πηγή τάσης



**Σχήμα 3.19.** Αντίσταση παράλληλα σε πηγή τάσης και το ισοδύναμο κύκλωμα

Παρατηρείστε ότι, η αντίσταση  $R$  είναι κυκλωματικά ανύπαρκτη.

#### δ) Αντίσταση σε σειρά με πηγή ρεύματος



**Σχήμα 3.20.** Αντίσταση σε σειρά με πηγή ρεύματος και το ισοδύναμο κύκλωμα

Παρατηρείστε και πάλι ότι, η αντίσταση  $R$  είναι κυκλωματικά ανύπαρκτη.

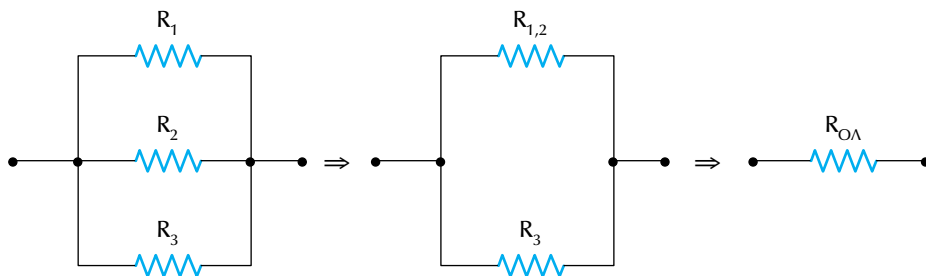
## 3 – 5. Εφαρμογές

### Εφαρμογή 1η

Τρεις αντιστάσεις  $R_1 = 30 \, \Omega$ ,  $R_2 = 20 \, \Omega$ ,  $R_3 = 6 \, \Omega$  συνδέονται παράλληλα. Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση.

#### Λύση

Για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης (ή ολικής αντίστασης), υπολογίζουμε πρώτα την ισοδύναμη αντίσταση  $R_{1,2}$  εφαρμόζοντας τον τύπο της παράλληλης συνδεσμολογίας και στη συνέχεια εφαρμόζουμε και πάλι παράλληλη συνδεσμολογία μεταξύ των αντιστάσεων  $R_{1,2}$  και  $R_3$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



όπου

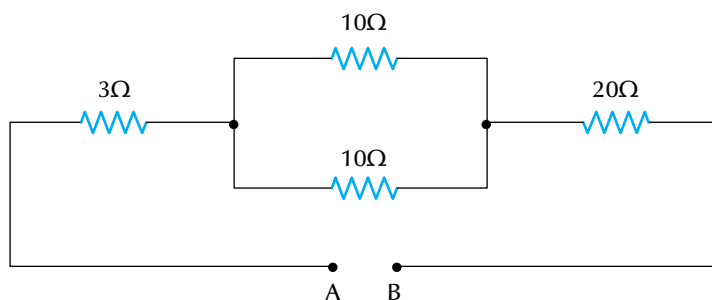
$$R_{1,2} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = \frac{600}{50} \Rightarrow R_{1,2} = 12 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$R_{O\Lambda} = R_{1,2} // R_3 = \frac{R_{1,2} \cdot R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} \Rightarrow R_{O\Lambda} = 4 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση είναι 4 (Ω).

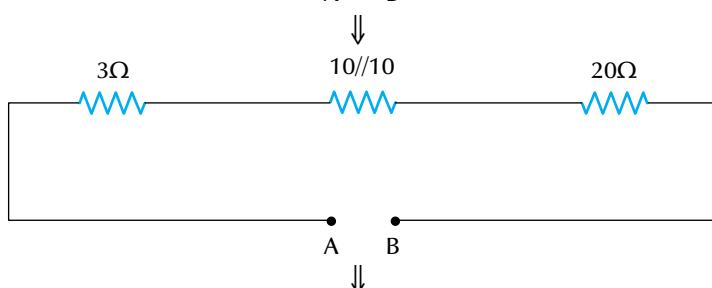
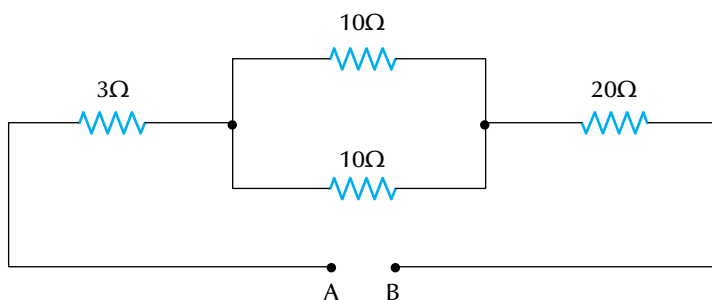
## Εφαρμογή 2η

Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση  $R_{AB}$  στο παρακάτω κύκλωμα.

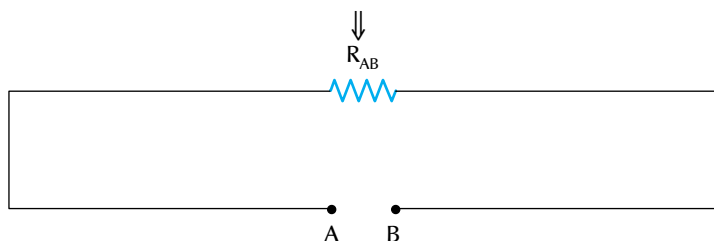


### Λύση

Απλοποιώντας διαδοχικά το κύκλωμα (με τη σειρά που επιβάλλεται) προκύπτει:



$$10 // 10 = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$$



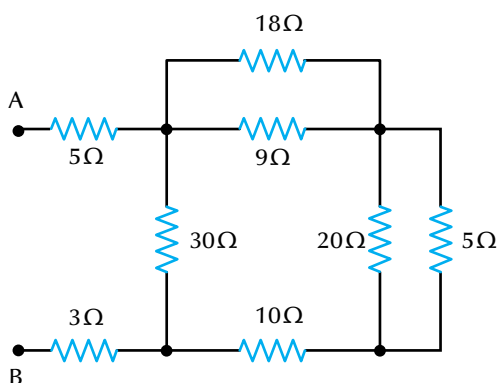
$$R_{AB} = 3 + 5 + 20 \Rightarrow$$

$$R_{AB} = 28 (\Omega)$$

Επομένως, η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{AB}$  είναι  $28 (\Omega)$ .

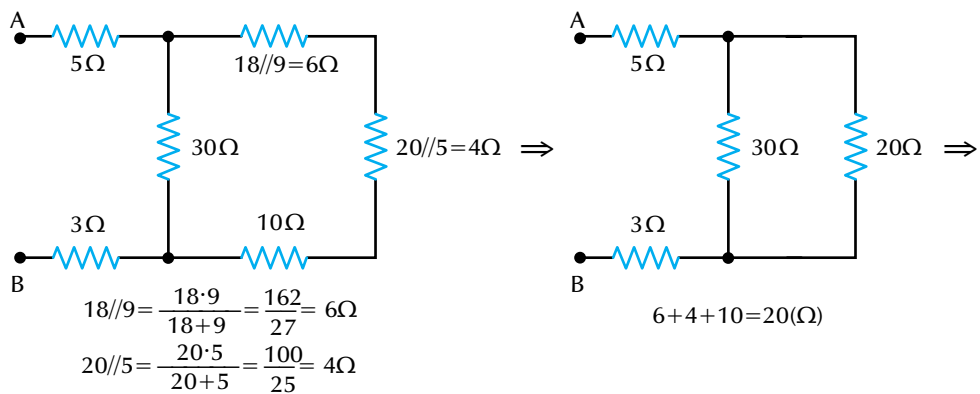
### Εφαρμογή 3η

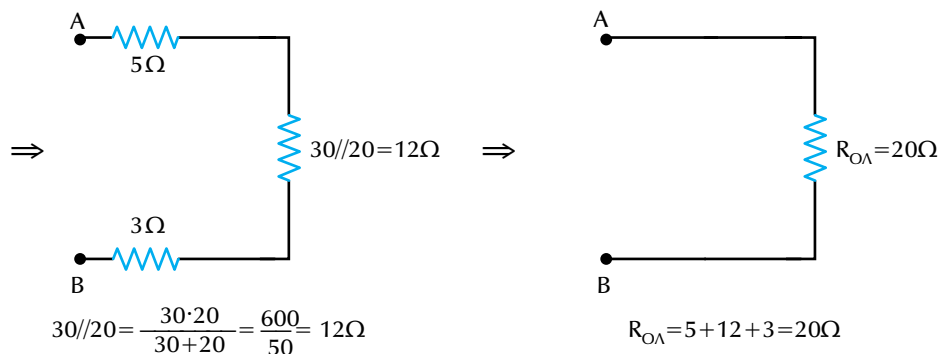
Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{AB}$  για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος.



### Λύση

Απλοποιώντας διαδοχικά το κύκλωμα, προκύπτει:





Επομένως, η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{AB}$  είναι 20 (Ω).

#### Εφαρμογή 4η

Συσκευή τροφοδοτείται από ηλεκτρικά στοιχεία και λειτουργεί με τάση 54 V και ρεύμα 2 A. Αν η ηλεκτρεγερτική δύναμη κάθε στοιχείου είναι 1,8 V και η εσωτερική αντίσταση αυτού 0,6 Ω, είναι δε συνδεδεμένα έτσι, ώστε καθένα να διαρρέεται από ρεύμα έντασης 0,5 A, να βρεθεί ο αριθμός των στοιχείων.

#### Λύση

Εφόσον η συσκευή λειτουργεί με τάση 54 V και ρεύμα 2 A και τα διαθέσιμα ηλεκτρικά στοιχεία έχουν το καθένα ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,8 V και διαρρέονται από ρεύμα 0,5 A, συμπεραίνουμε ότι η συνδεσμολογία αυτών είναι μικτή, έτσι ώστε να προκύψουν τα ηλεκτρικά μεγέθη που απαιτεί για τη λειτουργία της η συσκευή.

Έστω, λοιπόν,  $n$  πηγές τάσης σε κάθε κλάδο και  $m$  το πλήθος των κλάδων (βλέπε παρ. 3 – 4.2, γ)

Επειδή το ρεύμα κάθε κλάδου είναι 0,5 A και το ολικό ρεύμα είναι 2 A, θα έχουμε:

$$0,5 \cdot m = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{0,5} \Rightarrow m = 4$$

Επίσης, γνωρίζουμε ότι όλο το σύστημα ισοδυναμεί με μια πηγή τάσης ηλεκτρογενετικής δύναμης  $E_{ολ} = n \cdot E$  και εσωτερικής αντίστασης  $r_{ολ} = \frac{n \cdot r}{m}$ .

Επομένως θα ισχύει:

$$E_{ολ} - I_{ολ} \cdot r_{ολ} = 54 \Rightarrow n \cdot 1,8 - 2 \cdot \frac{n \cdot 0,6}{4} = 54 \Rightarrow 1,8 \cdot n - 0,3 \cdot n = 54 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,5 n = 54 \Rightarrow n = 36$$

Άρα, ο αριθμός των απαιτούμενων ηλεκτρικών στοιχείων είναι:

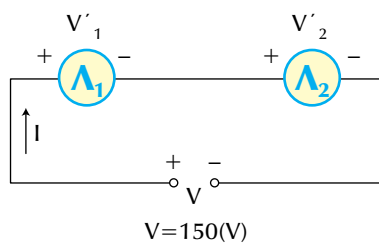
$$m \cdot n = 4 \cdot 36 = 144$$

### Εφαρμογή 5η

Δύο λαμπτήρες των 60 (V) και 200 (W) η μία και 60 (V) και 300 (W) η άλλη συνδέονται σε σειρά και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση 150 (V). Να εξετασθεί εάν οι λαμπτήρες εργάζονται κανονικά.

### Λύση

Από τα κατασκευαστικά στοιχεία των λαμπτήρων υπολογίζονται μέσω της σχέσης  $P = \frac{V^2}{R}$  οι αντιστάσεις των.



Έτσι,

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{60^2}{200} \Rightarrow R_1 = 18 (\Omega)$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{V_2^2}{P_2} = \frac{60^2}{300} \Rightarrow R_2 = 12 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Εφόσον οι λαμπτήρες συνδέονται σε σειρά,  $R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 = 18 + 12 = 30 \text{ (}\Omega\text{)}$  και κατά συνέπεια, το ρεύμα του κυκλώματος είναι:

$$I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = \frac{150}{30} \Rightarrow I = 5 \text{ (A)}$$

Άρα οι τάσεις  $V'_1$  και  $V'_2$  που επικρατούν στα άκρα των λαμπτήρων είναι:

$$V'_1 = I \cdot R_1 = 5 \cdot 18 \Rightarrow V'_1 = 90 \text{ (V)}$$

$$\text{και } V'_2 = I \cdot R_2 = 5 \cdot 12 \Rightarrow V'_2 = 60 \text{ (V)}$$

Επειδή δε, η τάση που επικρατεί στα άκρα του πρώτου λαμπτήρα είναι μεγαλύτερη από αυτήν του κατασκευαστή ( $90 > 60$ ), προκύπτει ότι δεν εργάζεται κανονικά και κινδυνεύει να καεί, ενώ ο δεύτερος λαμπτήρας εργάζεται κανονικά διότι βρίσκεται σε τάση ίση με αυτήν του κατασκευαστή.

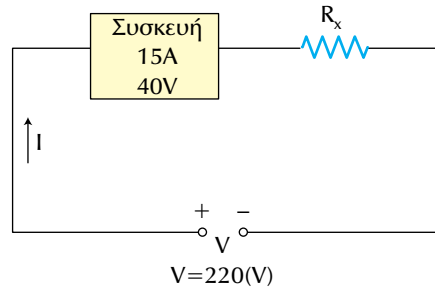
## Εφαρμογή 6η

Συσκευή λειτουργεί με ρεύμα 15 (A) και τάση 40 (V). Πρόκειται όμως να συνδεθεί σε τάση 220 (V). Ποια η τιμή της αντίστασης που πρέπει να συνδεθεί, ώστε η συσκευή να λειτουργήσει κανονικά;

### Λύση

Εάν δεν συνδεθεί κάποια αντίσταση, προφανώς η συσκευή δεν θα λειτουργήσει κανονικά αλλά θα καταστραφεί, γιατί η τάση των 220 (V) είναι πολύ μεγαλύτερη από την τάση των 40 (V) του κατασκευαστή.

Πρέπει λοιπόν, να συνδεθεί σε σειρά μία αντίσταση  $R_x$  η οποία θα προκαλέσει πτώση τάσης ίση με τη διαφορά  $220 - 40 = 180 \text{ (V)}$ .

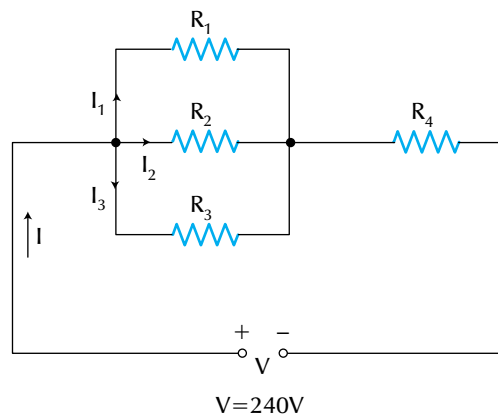


Άρα η τιμή της αντίστασης  $R_x$  είναι:

$$R_x = \frac{180}{15} \Leftrightarrow R_x = 12 (\Omega)$$

### Εφαρμογή 7η

Τρεις αντιστάσεις  $R_1 = 10 (\Omega)$ ,  $R_2 = 20 (\Omega)$ ,  $R_3 = 60 (\Omega)$  συνδέονται παράλληλα και σε σειρά μ' αυτές συνδέεται αντίσταση  $R_4 = 18 (\Omega)$ . Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση 240 (V). Να βρεθούν α) Το ολικό ρεύμα β) Η ένταση του ρεύματος που περνάει από κάθε αντίσταση και γ) η τάση σε κάθε αντίσταση.



### Λύση

Οι τρεις αντιστάσεις δίνουν ισοδύναμη αντίσταση

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{1}{6} \Rightarrow R_{1,2,3} = 6 (\Omega).$$

Άρα  $R_{ΟΛ} = R_{1,2,3} + R_4 = 6 + 18 \Rightarrow R_{ΟΛ} = 24 (\Omega)$



Επομένως

α) Το ολικό ρεύμα είναι ίσο με:  $I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = \frac{240}{24} \Rightarrow I = 10 \text{ (A)}.$

β) Στα άκρα των τριών αντιστάσεων εφαρμόζεται τάση:

$$V_{1,2,3} = I \cdot R_{1,2,3} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ (V)}$$

Επομένως

$$I_1 = \frac{V_{1,2,3}}{R_1} = \frac{60}{10} = 6 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{V_{1,2,3}}{R_2} = \frac{60}{20} = 3 \text{ (A)}$$

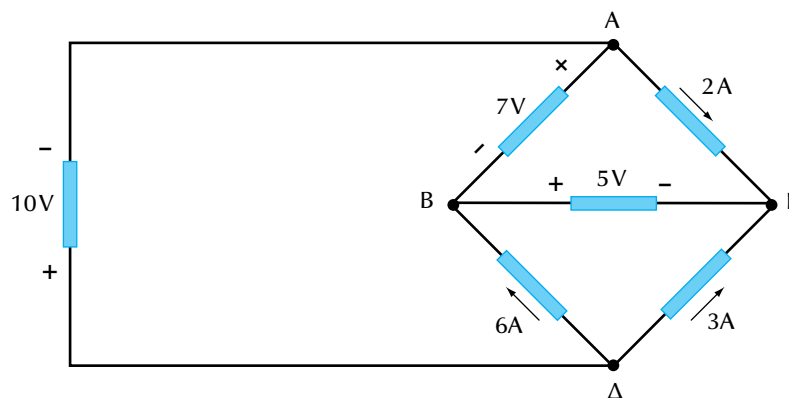
$$I_3 = \frac{V_{1,2,3}}{R_3} = \frac{60}{60} = 1 \text{ (A)}$$

$$\text{και } I_4 = 10 \text{ (A)}$$

γ) Στις τρεις παράλληλες αντιστάσεις επικρατεί τάση  $V_{1,2,3} = 60 \text{ (V)}$  και στην  $R_4$ , τάση  $V_4 = I_4 \cdot R_4 = 10 \cdot 18 = 180 \text{ (V)}.$

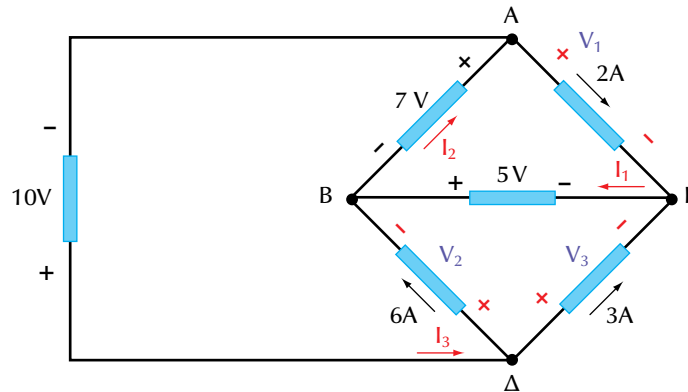
## Εφαρμογή 8η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος να βρείτε τις τάσεις και τα ρεύμα όλων των κλάδων χρησιμοποιώντας τους νόμους του Kirchhoff.



## Λύση

Εφαρμόζοντας τους Ν.Ρ.Κ. και Ν.Τ.Κ. έχουμε:



Κόμβος Γ: Από το Ν.Ρ.Κ.  $\Rightarrow 2 + 3 - I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 5 \text{ (A)}$

Κόμβος Β: Από το Ν.Ρ.Κ.  $\Rightarrow 6 + I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow 6 + 5 - I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 11 \text{ (A)}$

Κόμβος Δ: Από το Ν.Ρ.Κ.  $\Rightarrow I_3 - 6 - 3 = 0 \Rightarrow I_3 = 9 \text{ (A)}$

Βρόχος ΑΓΒΑ: Από το Ν.Τ.Κ.  $\Rightarrow V_1 - 5 - 7 = 0 \Rightarrow V_1 = 12 \text{ (V)}$

Βρόχος ΑΒΔΑ: Από το Ν.Τ.Κ.  $\Rightarrow 7 - V_2 + 10 = 0 \Rightarrow V_2 = 17 \text{ (V)}$

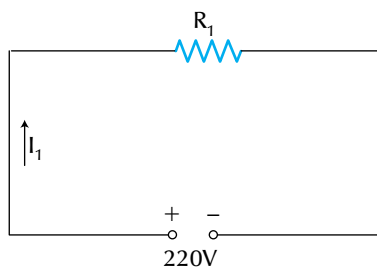
Βρόχος ΒΓΔΒ: Από το Ν.Τ.Κ.  $\Rightarrow 5 - V_3 + V_2 = 0 \Rightarrow 5 - V_3 + 17 = 0 \Rightarrow V_3 = 22 \text{ (V)}$

### Εφαρμογή 9η

Ηλεκτρική θερμάστρα δυο αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  τροφοδοτείται με τάση 220 V. Όταν λειτουργεί η  $R_1$  η θερμάστρα ξοδεύει ισχύ 800 W, ενώ όταν λειτουργούν και οι δύο αντιστάσεις (παράλληλα) η θερμάστρα ξοδεύει ισχύ 2000 W. Να υπολογιστούν οι  $R_1$  και  $R_2$ .

### Λύση

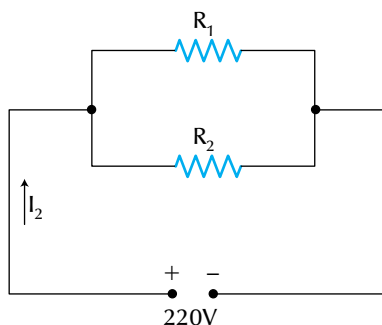
Όταν λειτουργεί μόνο η  $R_1$  το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



Επομένως

$$P_1 = V \cdot I_1 = V \cdot \frac{V}{R_1} = \frac{V^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V^2}{P_1} = \frac{220^2}{800} \Rightarrow R_1 = 60,5 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

Όταν λειτουργούν και οι δύο παράλληλα το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



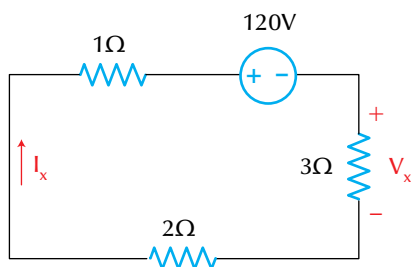
Επομένως

$$P_2 = V \cdot I_2 = V \cdot \frac{V}{R_{1,2}} = \frac{V^2}{R_{1,2}} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{V^2}{P_2} = \frac{220^2}{2000} = 24,2 \Rightarrow \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 24,2 \Rightarrow$$

$$\frac{60,5 \cdot R_2}{60,5 + R_2} = 24,2 \Rightarrow R_2 = 40,25 \text{ (}\Omega\text{)}$$

## Εφαρμογή 10η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε την τάση  $V_x$  και το ρεύμα  $I_x$  με χρήση του διαιρέτη τάσης και του νόμου του Ohm.



## Λύση

Εφαρμόζοντας το διαιρέτη τάσης (παράγρ. 3 – 4.3, α)) για τρεις αντιστάσεις προκύπτει:

$$V_x = -120 \cdot \frac{3}{3+2+1} = -120 \cdot \frac{3}{6} \Rightarrow V_x = -60 \text{ (V)}$$

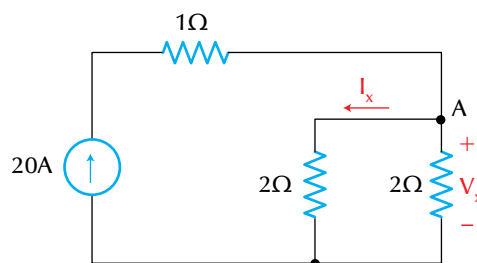
Το ρεύμα  $I_x$  προκύπτει με εφαρμογή του νόμου του Ohm

$$I_x = -\frac{V_{OL}}{R_{OL}} = -\frac{120}{3+2+1} = -\frac{120}{6} \Rightarrow I_x = -20 \text{ (A)}$$

**Σχόλιο:** Το πρόσημο (-) της τάσης  $V_x$  φανερώνει ότι, η πολικότητά της είναι αντίθετη μ' αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση. Το πρόσημο (-) του ρεύματος  $I_x$  φανερώνει ότι, η φορά του είναι αντίθετη απ' αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση.

### Εφαρμογή 11η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε το ρεύμα  $I_x$  και την τάση  $V_x$  με χρήση του διαιρέτη ρεύματος και του νόμου του Ohm.



### Λύση

Εφαρμόζοντας το διαιρέτη ρεύματος (παράγρ. 3 – 4.3, β)) στον κόμβο A προκύπτει:

$$I_x = 20 \cdot \frac{2}{2+2} = 20 \cdot \frac{2}{4} \Rightarrow I_x = 10 \text{ (A)}$$

Άρα, και το ρεύμα στην αντίσταση των 2 (Ω) στην οποία ζητείται η  $V_x$  είναι ίσο με 10 (A) όπως προκύπτει εύκολα με εφαρμογή και πάλι του διαιρέτη ρεύματος.

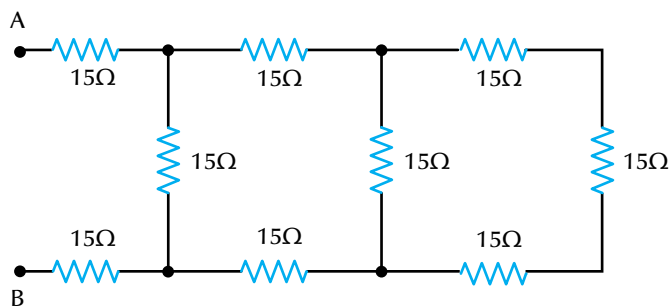
Κατά συνέπεια, η τάση  $V_x$  με εφαρμογή του νόμου του Ohm είναι:

$$V_x = 10 \cdot 2 = 20 \text{ (V)}$$

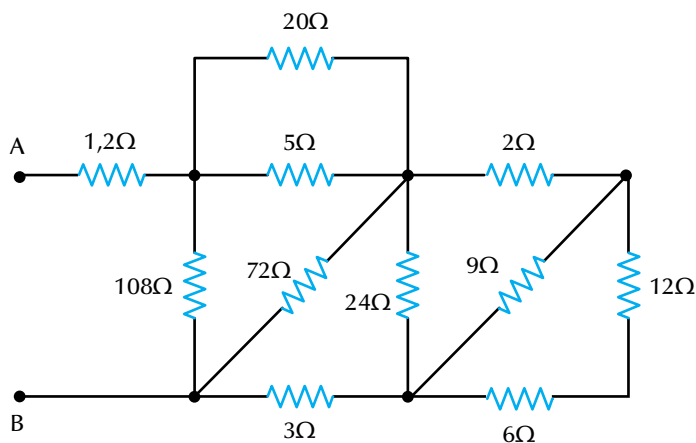
### 3 – 6. Προβλήματα προς λύση

- 1<sup>ο</sup>** Τρεις αντιστάσεις  $R_1 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $R_2 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $R_3 = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$  συνδέονται παράλληλα και το σύστημά τους σε σειρά με αντίσταση  $R_4 = 15 \text{ (}\Omega\text{)}$ . Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση.  $(17,5 \text{ (}\Omega\text{)})$ .

- 2<sup>ο</sup>** Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση  $R_{AB}$  στο παρακάτω κύκλωμα.  $(R_{AB} = 41 \text{ (}\Omega\text{)})$ .



- 3<sup>ο</sup>** Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση  $R_{AB}$  στο παρακάτω κύκλωμα  $(12 \text{ }\Omega)$ .



**4<sup>ο</sup>** 12 λάμπες με αντίσταση  $6\ \Omega$  η καθεμιά σχηματίζουν τρεις όμοιες σειρές συνδεδεμένες παράλληλα. α) Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση. β) Πόσα στοιχεία ΗΕΔ =  $1,8\text{ V}$  και  $r = 0,2\ \Omega$  συνδεόμενα σε σειρά πρέπει να τροφοδοτήσουν το κύκλωμα, ώστε το ρεύμα κάθε λάμπας να μην είναι μικρότερο των  $1,2\text{ A}$ ; ( $\alpha$ )  $R_{\text{ολ}} = 8\ \Omega$ ,  $\beta$ )  $n \geq 27$ ).

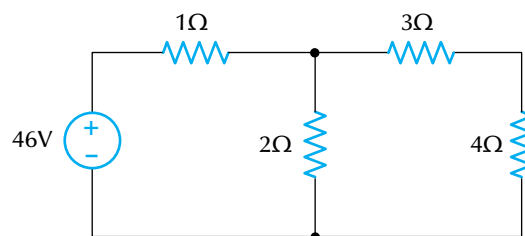
**5<sup>ο</sup>** Πόσες παράλληλα συνδεδεμένες λάμπες τάσης  $110\text{ V}$  και έντασης  $0,5\text{ A}$  μπορούμε να τροφοδοτήσουμε κανονικά με τη βοήθεια συστοιχίας, η οποία αποτελείται από 60 σε σειρά συνδεδεμένα στοιχεία, εάν το καθένα έχει ΗΕΔ =  $1,86\text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 0,005\ \Omega$ ; (11)

**6<sup>ο</sup>** Ηλεκτρική λάμπα με ισχύ  $45\text{ W}$  και τάση λειτουργίας  $6\text{ V}$  συνδέεται σε σειρά με ηλεκτρική θερμάστρα με ισχύ  $870\text{ W}$  και τάση λειτουργίας  $110\text{ V}$ . Να εξεταστεί αν η λάμπα λειτουργεί κανονικά ή όχι. (απάντ. λειτουργεί κανονικά).

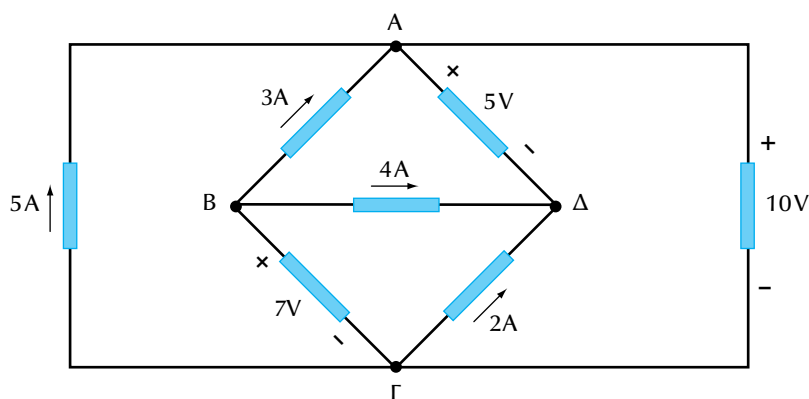
**7<sup>ο</sup>** Συσκευή λειτουργεί με τάση  $120\text{ (V)}$  και καταναλίσκει ισχύ  $600\text{ (W)}$ . Ποια αντίσταση πρέπει να συνδεθεί με τη συσκευή και με ποιο τρόπο ώστε το σύστημα να καταναλώνει  $900\text{ (W)}$ ; ( $48\ \Omega$  παράλληλα).

**8<sup>ο</sup>** Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε: α) Το ολικό ρεύμα β) Η ένταση του ρεύματος που περνάει από κάθε αντίσταση και γ) η τάση σε κάθε αντίσταση.

( $\alpha$ )  $I_{\text{ολ}} = 18\text{ A}$ ,  $\beta, \gamma$ ) Αντίσταση  $1\ \Omega$ :  $18\text{ A}$ ,  $18\text{ V}$ , Αντίσταση  $2\ \Omega$ :  $14\text{ A}$ ,  $28\text{ V}$   
 Αντίσταση  $4\ \Omega$ :  $4\text{ A}$ ,  $16\text{ V}$ , Αντίσταση  $3\ \Omega$ :  $4\text{ A}$ ,  $12\text{ V}$



- 9<sup>ο</sup>** Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος να βρείτε με χρήση των νόμων του Kirchhoff τις τάσεις και τα ρεύματα όλων των κλάδων.



- 10<sup>ο</sup>** Ηλεκτρική θερμάστρα τριών αντιστάσεων  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  τροφοδοτείται με τάση 220 V. Όταν λειτουργεί η  $R_1$  η θερμάστρα ξοδεύει 880 (W). Όταν λειτουργούν οι  $R_1$ ,  $R_2$  (παράλληλα) η θερμάστρα ξοδεύει 1280 (W). Τέλος, όταν λειτουργούν και οι τρεις αντιστάσεις (παράλληλα) η θερμάστρα ξοδεύει 2280 (W). Να υπολογισθούν οι αντιστάσεις  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ .  
(55 Ω, 121 Ω, 48,8 Ω).

- 11<sup>ο</sup>** Για καθένα από τα παρακάτω κυκλώματα να βρείτε την τάση  $V_x$  και το ρεύμα  $I_x$  με χρήση διαιρετών τάσης και ρεύματος.  
(α)  $V_x = 9V$ ,  $I_x = 6A$ , (β)  $V_x = 16V$ ,  $I_x = 14A$ )

