ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥΣ

Εισαγωγή

Τα ηλεκτρολογικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα δεν τροφοδοτούνται μόνο με συνεχείς και εναλλασσόμενες τάσεις ή συνεχή και εναλλασσόμενα ρεύματα αλλά με τάσεις και ρεύματα, γενικότερα σήματα, τα οποία έχουν διαφορετική μορφή. Τέτοια σήματα χρησιμοποιούνται π.χ στη τηλεόραση στο κύκλωμα σάρωσης, στα ψηφιακά κυκλώματα χρονισμού, στα κυκλώματα αυτοματισμού. Γενικά τα σήματα περιγράφονται αναλυτικά δηλ. με τη χρήση συναρτήσεων του χρόνου η με τη χρήση διαγραμμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο, η με τη χρήση βασικών χαρακτηριστικών όπως η μέση τιμή, η ενεργός τιμή, το πλάτος, η τιμή από κορυφή σε κορυφή.

Σκοπός του κεφαλαίου είναι η ***κατανόηση*** *της περιγραφής και χρήσης των σημάτων που συνήθως χρησιμοποιούνται τόσο στα αναλογικά όσο και στα λογικά κυκλώματα.*

5-1. Ορισμοί – Κατηγορίες σημάτων

❑ Σήμα ονομάζεται η τάση ή η ένταση του ρεύματος που μεταβάλλεται ως συνάρτηση του χρόνου.

Τα σήματα μπορεί να είναι φορείς ενέργειας οπότε έχουν προορισμό την τροφοδότηση καταναλωτών ηλεκτρικής ενέργειας ή να είναι φορείς πληροφορίας, όπως π.χ τα τηλεπικοινωνιακά σήματα.

Τα σήματα ταξινομούνται με βάση:

α) **Τα στοιχεία του σήματος**

Τα σήματα διακρίνονται σε *αιτιοκρατικά* και σε *στατιστικά*.

❑ Αιτιοκρατικά ονομάζονται τα σήματα που περιγράφονται από ορισμένο αριθμό παραμέτρων.

Για παράδειγμα μια εναλλασσόμενη τάση είναι αιτιοκρατικό σήμα.

❑ Στατιστικά ονομάζονται τα σήματα που έχουν τυχαία τιμή σε κάθε χρονική στιγμή.

Για παράδειγμα ο θόρυβος είναι στατιστικό σήμα.

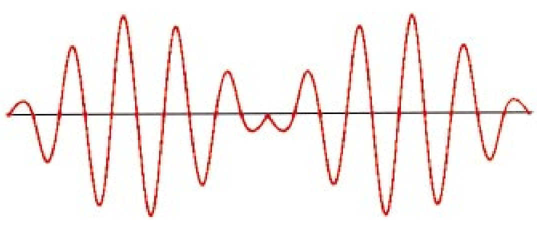
β) **Μερικές βασικές μαθηματικές ιδιότητες** όπως:

I) Η συνέχεια

Τα σήματα διακρίνονται σε *αναλογικά* και *ψηφιακά*.

❑ Αναλογικά ονομάζονται τα σήματα που είναι συνεχείς συναρτήσεις του χρόνου.

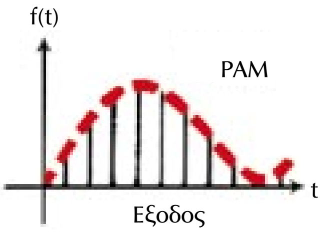
Στο σχήμα 5-1 φαίνεται το διάγραμμα ενός αναλογικού σήματος.



Σχήμα 5.1. *Αναλογικό σήμα*

❑ Ψηφιακό ονομάζεται το σήμα που έχει διακριτές τιμές.

Στο διάγραμμα 5-2 φαίνεται ένα ψηφιακό σήμα.



Σχήμα 5.2. *Ψηφιακό σήμα*

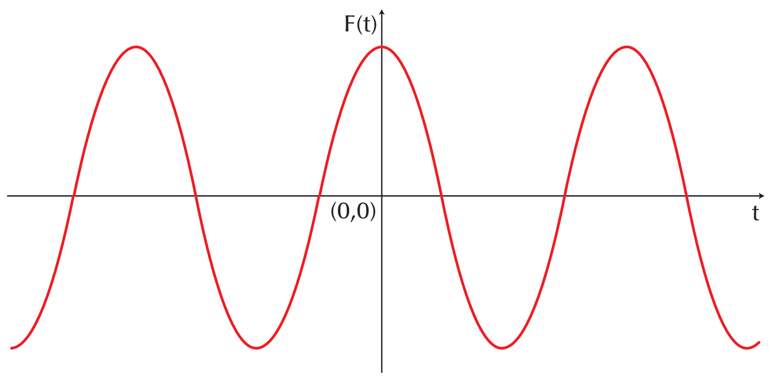
ΙΙ) Η συμμετρία

Τα σήματα διακρίνονται σε *άρτια* και *περιττά*.

❑ Άρτια ονομάζονται τα σήματα για τα οποία ισχύει η σχέση:

$f(t)=f(-t)$ για κάθε t.

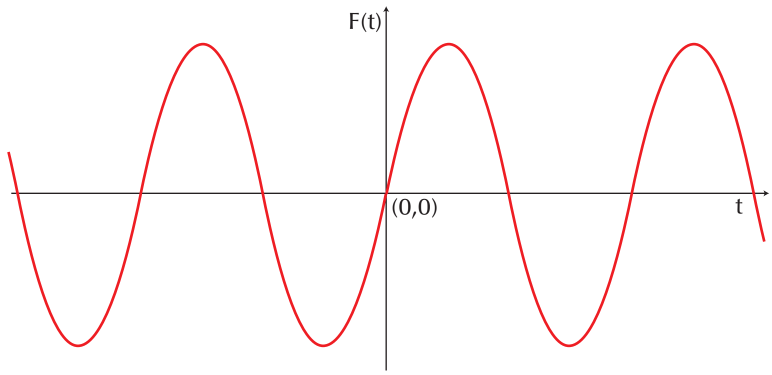
Στο σχήμα 5-3 φαίνεται το διάγραμμα ενός αρτίου σήματος.



Σχήμα 5.3. *Άρτιο σήμα*

❏ Περιττά ονομάζονται τα σήματα για τα οποία ισχύει η σχέση:
f(t)=–f(–t) για κάθε t.

Στο σχήμα 5.4 φαίνεται το διάγραμμα ενός περιττού σήματος.

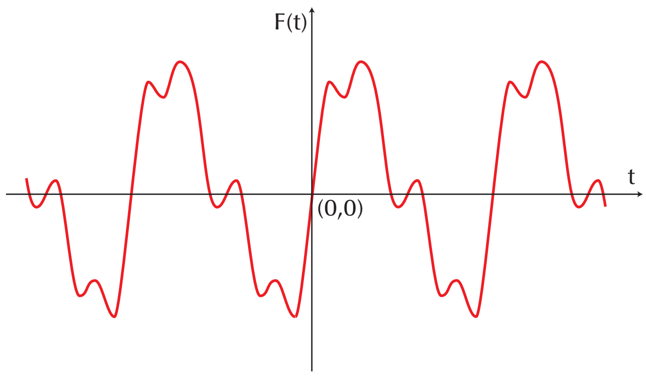


Σχήμα 5.4. *Περιττό σήμα*

III) Η περιοδικότητα

❏ Περιοδικά ονομάζονται τα σήματα για τα οποία ισχύει η σχέση:
f(t+nT)=f(t) για κάθε t, όπου **n** ακέραιος.

Η παράμετρος T ονομάζεται περίοδος.
Στο σχήμα 5.5 φαίνεται το διάγραμμα ενός περιοδικού σήματος.



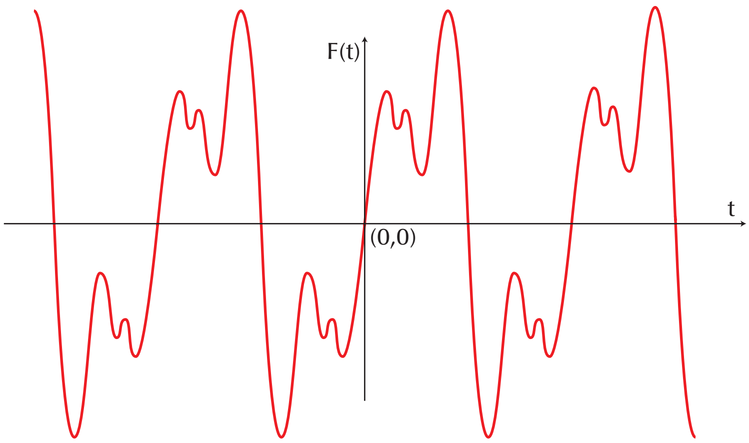
Σχήμα 5.5. *Περιοδικό σήμα*

5-2. Περιγραφή σημάτων

Η περιγραφή ενός σήματος μπορεί να είναι *πλήρης* η *μερική*.

Η πλήρης περιγραφή του σήματος πραγματοποιείται:

- Αναλυτικά, δηλαδή με μαθηματικές συναρτήσεις, οι οποίες έχουν ως ανεξάρτητη μεταβλητή το χρόνο. Για παράδειγμα η συνάρτηση V=220ημ(314t) περιγράφει μια εναλλασσόμενη τάση.
- Γραφικά, δηλαδή με διαγράμματα σε συνάρτηση με το χρόνο. Στο σχήμα 5-6 φαίνεται το διάγραμμα ενός σήματος.
- Με πίνακες τιμών, δηλαδή πίνακες που για ορισμένες χρονικές στιγμές δίνουν τη τιμή του σήματος. Ο πίνακας 5-1 περιγράφει ένα σήμα.



Σχήμα 5.6. *Περιγραφή σήματος με τη χρήση διαγράμματος*

t (s)	I
	(mA)
1	0,67
2	0,87
3	0,42
4	0,56
5	0,38

Πίνακας 5.1

❑ Μερική περιγραφή σήματος ονομάζεται η περιγραφή ενός σήματος με βάση ορισμένες χαρακτηριστικές τιμές οι οποίες παρέχουν πλήρως τις επιθυμητές πληροφορίες.

5-3. Χαρακτηριστικές τιμές σημάτων

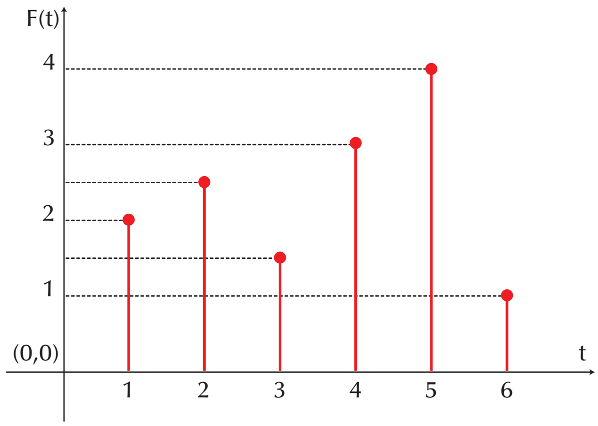
Οι σπουδαιότερες χαρακτηριστικές τιμές για τη μερική περιγραφή είναι:

α) Η μέση τιμή σήματος

❑ Μέση τιμή ψηφιακού σήματος ονομάζεται το πηλίκο του αθροίσματος των τιμών του ψηφιακού σήματος προς το πλήθος τους.

$$f_{av} = \frac{\sum_{k=1}^{n} f(k)}{n} \qquad (5.1)$$

Για παράδειγμα η μέση τιμή του σήματος που φαίνεται στο σχήμα 5-7 υπολογίζεται:



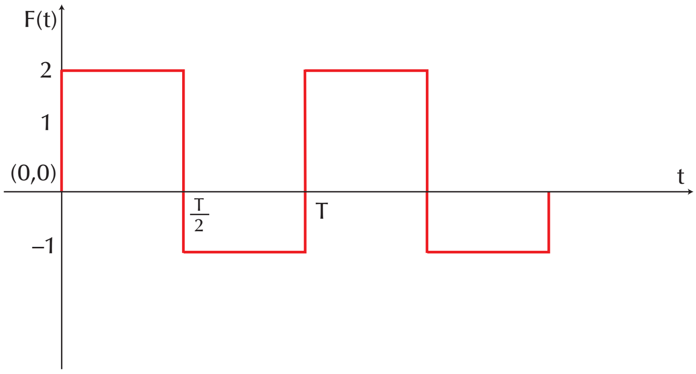
Σχήμα 5.7. *Υπολογισμός μέσης τιμής ψηφιακού σήματος*

$$f_{av} = \frac{2 + 2{,}5 + 1{,}5 + 3 + 4 + 1}{6} = \frac{14}{6} = 2.33$$

❑ Μέση τιμή περιοδικού σήματος ονομάζεται το πηλίκο του εμβαδού του σήματος για μια περίοδο προς την περίοδο.

$$f_{av} = \frac{\text{Εμβαδόν σήματος για μια περίοδο}}{T} \qquad (5.2)$$

Πρέπει να σημειωθεί, ότι το εμβαδόν του μέρους του σήματος που είναι πάνω από τον άξονα t λαμβάνεται με θετικό πρόσημο, ενώ το εμβαδόν του μέρους που είναι κάτω από τον άξονα t λαμβάνεται με αρνητικό πρόσημο.



Σχήμα 5.8. *Υπολογισμός μέσης τιμής περιοδικού σήματος*

Για παράδειγμα η μέση τιμή του σήματος που φαίνεται στο σχήμα 5-8 υπολογίζεται:

$$f_{av} = \frac{2 \cdot \frac{T}{2} + (-1) \cdot \frac{T}{2}}{T} = \frac{1}{2}$$

β) Ενεργός τιμή σήματος

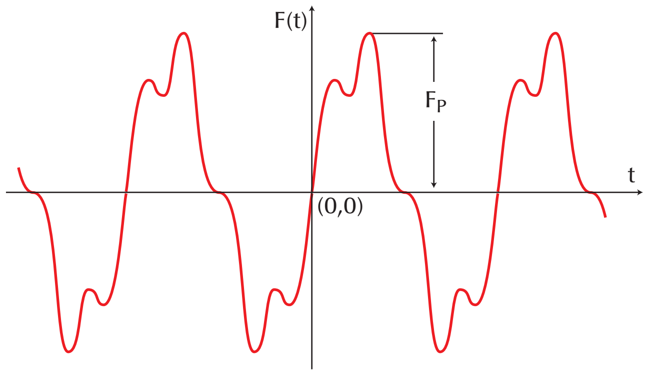
❑ Ενεργός τιμή σήματος (έντασης ή τάσης) ονομάζεται το υποθετικό συνεχές σήμα (ένταση ή τάση), το οποίο όταν τροφοδοτεί τον ίδιο αντιστάτη που τροφοδοτεί το σήμα επί τον ίδιο χρόνο έχει ως συνέπεια ο αντιστάτης να καταναλώνει το ίδιο ποσό θερμότητας.

Η ενεργός τιμή σήματος f συμβολίζεται ως f_{rms}.

γ) Πλάτος σήματος

❑ Πλάτος σήματος ονομάζεται η μέγιστη θετική τιμή του σήματος.

Στο σχήμα 5-9 σημειώνεται το πλάτος περιοδικού σήματος.

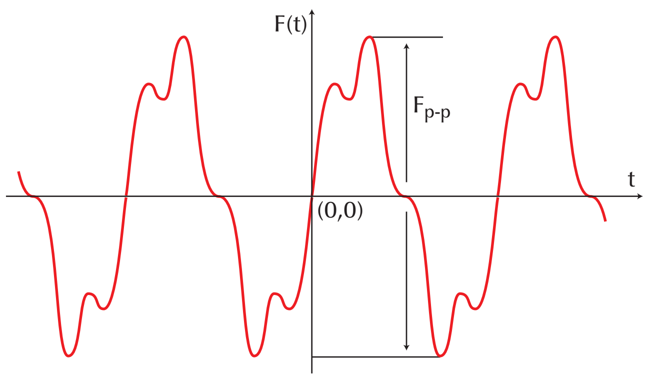


Σχήμα 5.9. *Πλάτος σήματος*

Το πλάτος σήματος f συμβολίζεται ως f_p.

δ) Τιμή σήματος από κορυφή σε κορυφή.

❑ Η τιμή σήματος από κορυφή σε κορυφή είναι ίση με τη διαφορά της μέγιστης θετικής του σήματος και της ελάχιστης αρνητικής τιμής του σήματος.



Σχήμα 5.10. *Τιμή σήματος από κορυφή σε κορυφή*

Στο σχήμα 5-10 σημειώνεται η τιμή του σήματος από κορυφή σε κορυφή. Η από σε κορυφή σε κορυφή τιμή σήματος f συμβολίζεται ως $f_{p\text{-}p}$.

5-4. Χαρακτηριστικά σήματα

α) Αρμονικά σήματα

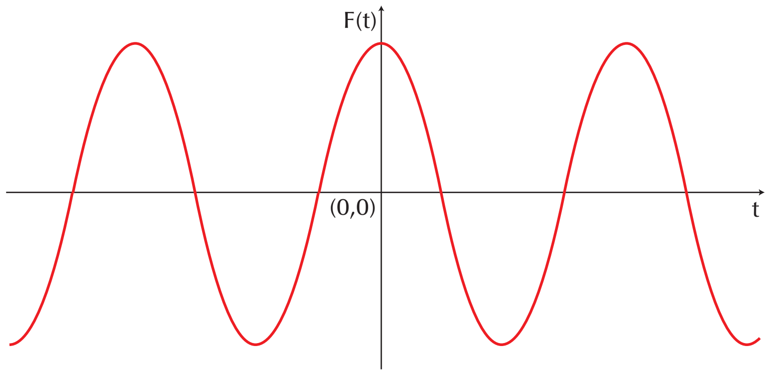
❑ Αρμονικά ονομάζονται τα ημιτονοειδή και τα συνημιτονοειδή σήματα.

Η μέση τιμή των αρμονικών σημάτων είναι μηδέν. Μέση τιμή μηδέν έχουν όλα τα σήματα που είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα του χρόνου t.

Η ενεργός τιμή αρμονικού σήματος δίνεται από τη σχέση:

$$f_{rms} = \frac{f_0}{\sqrt{2}}$$

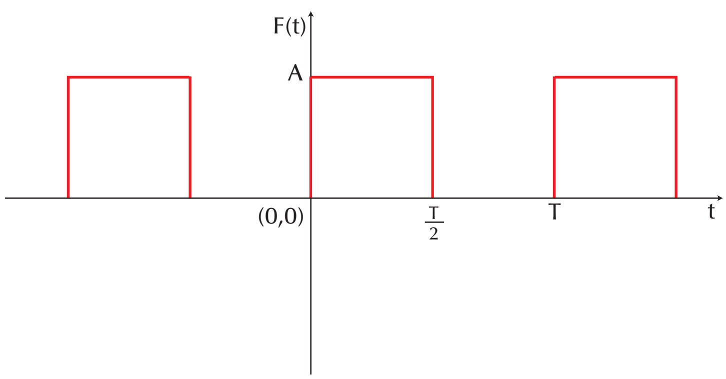
Στο σχήμα 5-11 φαίνεται ένα αρμονικό σήμα.



Σχήμα 5.11. *Αρμονικό σήμα*

β) Θετικοί τετραγωνικοί παλμοί

Στο σχήμα 5-12 φαίνεται το διάγραμμα θετικών τετραγωνικών παλμών.



Σχήμα 5.12. *Θετικοί τετράγωνοι παλμοί*

Η μέση τιμή του σήματος υπολογίζεται ως εξής:

$$f_{av} = \frac{\text{Εμβαδόν σήματος για μια περίοδο}}{T} \Rightarrow f_{av} = \frac{A \cdot \frac{T}{2}}{T} \Rightarrow$$

$$f_{av} = \frac{A}{2}$$

Η ενεργός τιμή υπολογίζεται ως εξής:

Χωρίς να καταστρατηγηθεί η γενικότητα υποτεθέτομε πως το σήμα συνίσταται από παλμούς έντασης ρεύματος. Το ποσό της θερμότητας Q που καταναλώνεται από αντιστάτη R, ο οποίος διαρρέεται από το σήμα σε χρόνο T είναι:

$Q = A^2 R \frac{T}{2}$ (1) Η σχέση αυτή ισχύει γιατί στο διάστημα $0 \le t \le \frac{T}{2}$ το σήμα είναι συνεχές, ενώ στο διάστημα $\frac{T}{2} \le t \le T$, Q = 0

Σύμφωνα με τον ορισμό της ενεργού τιμής:

$$Q = f_{rms}^2 RT \quad (2)$$

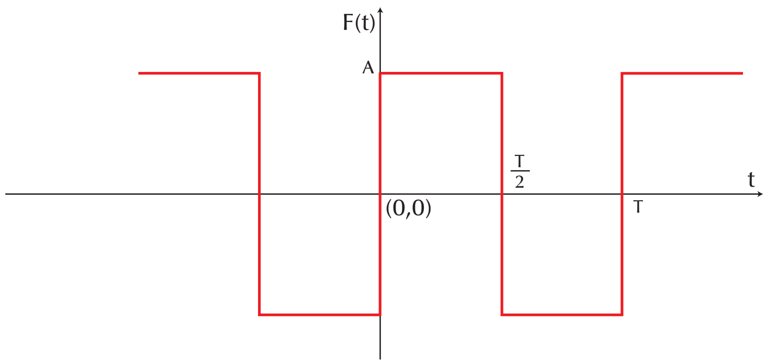
Από τις σχέσεις (1) και (2) έπεται:

$$f_{rms}^2 RT = A^2 R \frac{T}{2} \Rightarrow f_{rms}^2 = \frac{A^2}{2} \Rightarrow$$

$$f_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

γ) Τετραγωνικοί παλμοί συμμετρικοί ως προς τον άξονα t.

Στο σχήμα 5-13 φαίνονται τετραγωνικοί παλμοί συμμετρικοί ως προς τον άξονα των χρόνων.



Σχήμα 5.13. *Τετραγωνικοί παλμοί συμμετρικοί ως προς t*

Η μέση τιμή του σήματος είναι μηδέν, αφού είναι συμμετρικό ως προς t.
Η ενεργός τιμή του σήματος υπολογίζεται:

Αν το σήμα θεωρηθεί ένταση ρεύματος, τότε το ποσό θερμότητας που καταναλώνεται από αντιστάτη R, που τροφοδοτείται από το σήμα, για χρόνο T είναι:

$$\left.\begin{aligned} &Q = Q_1 + Q_2 \\ &Q_1 = A^2 R \frac{T}{2} \qquad 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ &Q_2 = A^2 R \frac{T}{2} \qquad \frac{T}{2} \le t \le T \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

όπου Q_1 η θερμότητα που καταναλώνεται από την R στη μία ημιπερίοδο και Q_2 η θερμότητα που καταναλώνεται από την R στην άλλη ημιπερίοδο. Από την (1) έπεται:

$$Q = A^2 R \frac{T}{2} + A^2 R \frac{T}{2} = A^2 RT \tag{2}$$

Αλλά από τον ορισμό της ενεργού τιμής έπεται:

$$Q = f_{rms}^2 RT \tag{3}$$

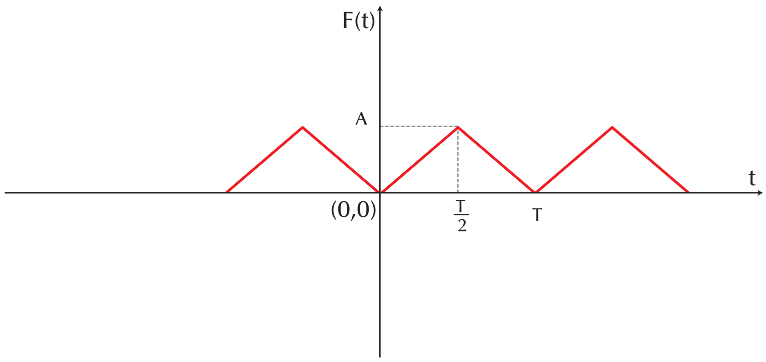
Από τις σχέσεις (2) και (3) έπεται:

$$f_{rms}^2 RT = A^2 RT \quad \Rightarrow$$

$$f_{rms} = A$$

δ) Τριγωνικός παλμός

Στο σχήμα 5-14 φαίνεται το διάγραμμα τριγωνικού παλμού.



Σχήμα 5.14. *Διάγραμμα τριγωνικού παλμού*

Η μέση τιμή του παλμού είναι:

$f_{av} = \dfrac{\text{Εμβαδόν σήματος για μια περίοδο}}{T}$, το εμβαδόν του παλμού είναι το εμβαδόν τριγώνου με πλευρά Τ και ύψος Α. Επομένως:

$$f_{av} = \frac{\frac{1}{2}TA}{T} \Rightarrow$$

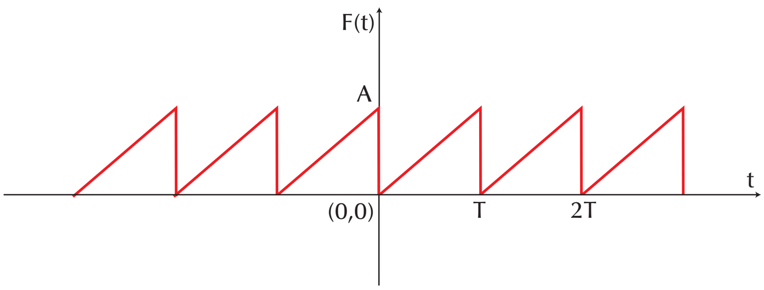
$$f_{av} = \frac{1}{2}A$$

Η ενεργός τιμή είναι:

$$f_{rms} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

ε) Παλμός σάρωσης

Στο σχήμα 5.15 φαίνεται το διάγραμμα θεωρητικού σήματος σάρωσης.



Σχήμα 5.15. *Διάγραμμα σήματος σάρωσης*

Η μέση τιμή του σήματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$f_{av} = \dfrac{\text{Εμβαδόν σήματος για μια περίοδο}}{T}$, το εμβαδόν του σήματος είναι εμβαδόν τριγώνου με βάση Τ και ύψος Α. Επομένως:

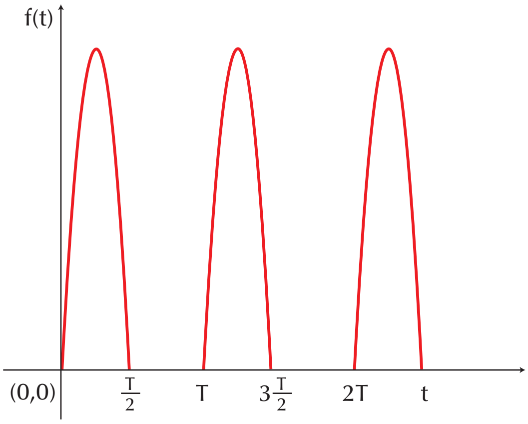
$$f_{av} = \frac{\frac{1}{2}AT}{T} \Rightarrow f_{av} = \frac{1}{2}A$$

Η ενεργός τιμή του σήματος είναι:

$$f_{rms} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

στ) Ημιανορθωμένο ημιτονοειδές σήμα:

Στο σχήμα 5-16 φαίνεται το διάγραμμα ημιανορθωμένου ημιτονοειδούς σήματος.



Σχήμα 5.16. Το διάγραμμα ημιανορθωμένου ημιτονοειδούς σήματος

Η μέση τιμή του σήματος δίνεται από τη σχέση:

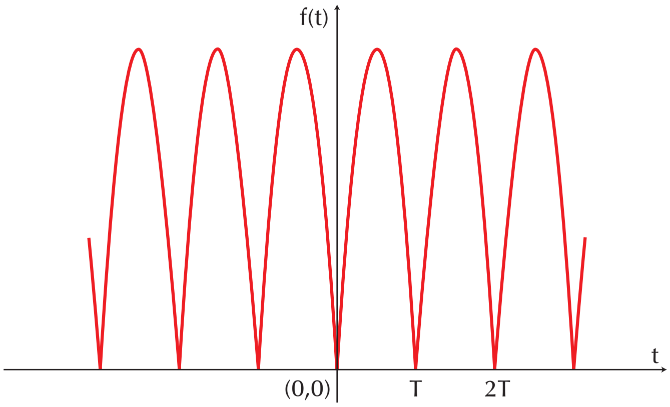
$$f_{av} = \frac{A}{\pi}$$

Η ενεργός τιμή δίνεται από τη σχέση:

$$f_{rms} = \frac{A}{2}$$

ζ) Πλήρως ανορθωμένο ημιτονοειδές σήμα:

Στο σχήμα 5-17 φαίνεται το διάγραμμα πλήρως ανορθωμένου ημιτονοειδούς σήματος.



Σχήμα 5.17. *Το διάγραμμα πλήρως ανορθωμένου ημιτονοειδούς σήματος*

Η μέση τιμή του πλήρως ανορθωμένου σήματος είναι:

$$f_{av} = \frac{2A}{\pi}$$

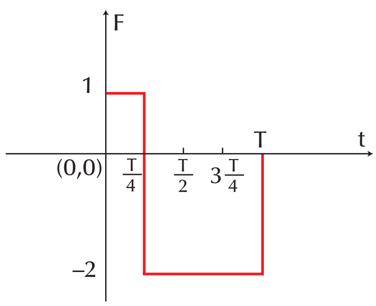
Η ενεργός τιμή είναι:

$$f_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

5-5. Εφαρμογές

Εφαρμογή 1η

Για το σήμα που φαίνεται στο σχήμα, να υπολογιστούν:
α) Η μέση τιμή
β) Η ενεργός τιμή.



Λύση

α) Η μέση τιμή ορίζεται ως:

$$f_{αv} = \frac{\text{εμβαδόν σήματος για μια περίοδο}}{T} \tag{1}$$

Το εμβαδόν του θετικού μέρος του σήματος είναι:

$$S_1 = 1 \cdot \frac{T}{4} \tag{2}$$

Το εμβαδόν του αρνητικού μέρους του σήματος είναι:

$$S_2 = 2 \cdot \frac{3T}{4} \tag{3}$$

Από τις σχέσεις (1) (2) και (3) προκύπτει:

$$f_{αv} = \frac{1\,\frac{T}{4} - 2 \cdot \frac{3T}{4}}{T} = -\frac{5}{4} = -1{,}25$$

β) Το σήμα μπορεί να θεωρηθεί ως ένταση. Για το διάστημα $0 \leq t \leq \frac{T}{4}$ η τιμή του σήματος έχει σταθερή τιμή, επομένως το ποσόν θερμότητας που καταλώνεται από αντίσταση R σ' αυτό το χρονικό διάστημα θα είναι:

$$Q_1 = 1^2 R\,\frac{T}{4} = 1R\,\frac{T}{4} \tag{4}$$

Όμοια το ποσόν θερμότητας στο διάστημα $\frac{T}{4} < t \leq T$ θα είναι:

$$Q_2 = 2^2 R\,\frac{3T}{4} = 3RT \tag{5}$$

Επομένως το ολικό ποσό θερμότητας θα είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 \xRightarrow{(4)\,(5)} Q = \frac{RT}{4} + 3RT \Rightarrow Q = \frac{13RT}{4} \tag{6}$$

Από τον ορισμό της ενεργού τιμής προκύπτει:

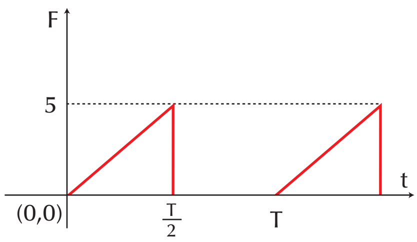
$$Q = f^2_{rms}\,RT \tag{7}$$

Από τις σχέσεις (6) και (7) έπεται:

$$f_{rms}\,RT = \frac{13}{4}\,RT \Rightarrow f_{rms} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

Εφαρμογή 2η

Να υπολογιστεί η μέση τιμή του σήματος.



Λύση

Η μέση τιμή σήματος ορίζεται ως

$$f_{\alpha\nu} = \frac{\text{εμβαδόν σήματος για μια περίοδο}}{T} \qquad (1)$$

Το εμβαδόν του σήματος για $0 \le t \le \frac{T}{2}$ είναι: το εμβαδόν τριγώνου με βάση $\frac{T}{2}$ και ύψος 5 άρα:

$$S_1 = \frac{1}{2}\frac{T}{2}\cdot 5 \Rightarrow S_1 = \frac{5T}{4} \qquad (2)$$

Το εμβαδόν του σήματος για $\frac{T}{2} < t \le T$ είναι μηδέν άρα:

$$S_2 = O \qquad (3)$$

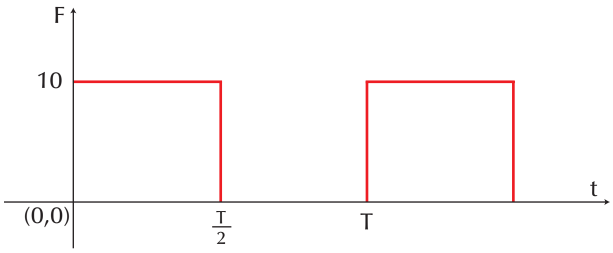
Από τις σχέσεις (1) (2) και (3) έπεται:

$$f_{\alpha\nu} = \frac{S_1 + S_2}{T} \Rightarrow f_{\alpha\nu} = \frac{5\frac{T}{4} + O}{T} \Rightarrow$$

$$f_{\alpha\nu} = \frac{5}{4} \Rightarrow f_{\alpha\nu} = 1{,}25$$

Εφαρμογή 3η

Να υπολογιστούν:
α) Η μέση τιμή.
β) Η ενεργός τιμή του σήματος που φαίνεται στο σχήμα.



Λύση

α) Η μέση τιμή του θετικού τετραγωνικού παλμού δίνεται από τη σχέση:

$$f_{av} = \frac{A}{2} \Rightarrow f_{av} = 5$$

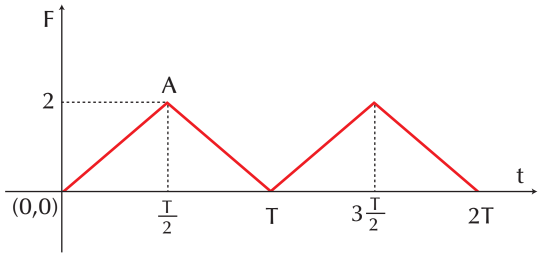
β) Η ενεργός τιμή του θετικού τετραγωνικού παλμού δίνεται από τη σχέση:

$$f_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_{rms} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7{,}07$$

Εφαρμογή 4η

Για τον τριγωνικό παλμό του σχήματος, να υπολογιστούν.
α) Η μέση τιμή
β) Η ενεργός τιμή

Λύση



α) Η μέση τιμή του παλμού δίνεται από τον τύπο:

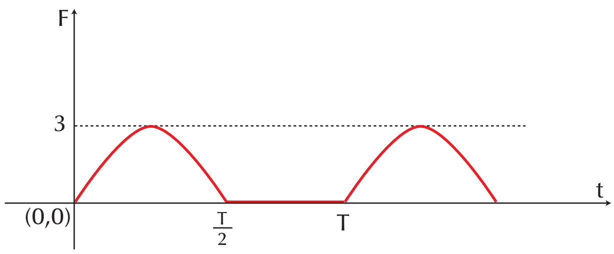
$$f_{av} = \frac{1}{2} A \Rightarrow f_{av} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

β) Η ενεργός τιμή του παλμού είναι:

$$f_{rms} = \frac{A}{\sqrt{3}} \Rightarrow f_{rms} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Εφαρμογή 5η

Να υπολογισθεί η μέση τιμή και η ενεργός τιμή, του ημιανορθωμένου ημιτονικού σήματος του παρακάτω σχήματος.



Λύση

α) Η μέση τιμή δίνεται από τη σχέση

$$f_{αν} = \frac{A}{π} \Rightarrow f_{αν} = \frac{3}{π}$$

β) Η ενεργός τιμή δίνεται από τη σχέση:

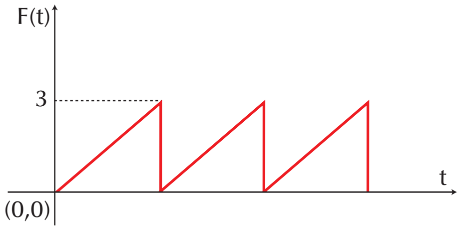
$$f_{rms} = \frac{A}{2} \Rightarrow f_{rms} = \frac{3}{2} \Rightarrow f_{rms} = 1,5$$

5-6. Προβλήματα προς λύση

1ο Για το σήμα σάρωσης που φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογισθούν:

α) Η μέση τιμή

β) Η ενεργός τιμή



$\left(1{,}5, \sqrt{3}\right)$

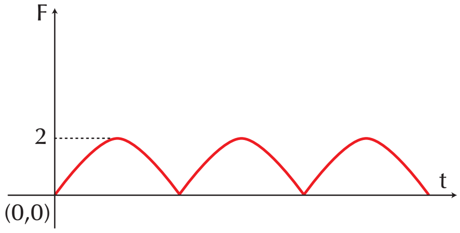
2ο Να υπολογισθούν:

α) Η μέση τιμή

β) Η ενεργός τιμή

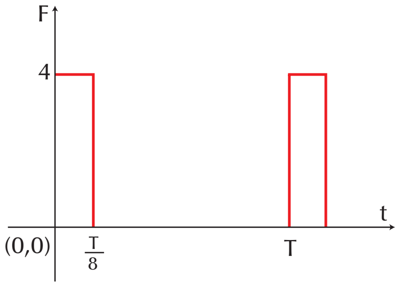
γ) Το πλάτος

Για το σήμα που φαίνεται στο σχήμα.



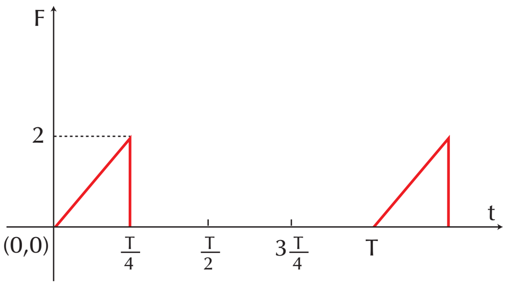
$\left(\frac{4}{π}, \sqrt{2}, 2\right)$

3ο Ποια είναι η μέση τιμή και ποια είναι η ενεργός τιμή του σήματος που φαίνεται στο σχήμα;



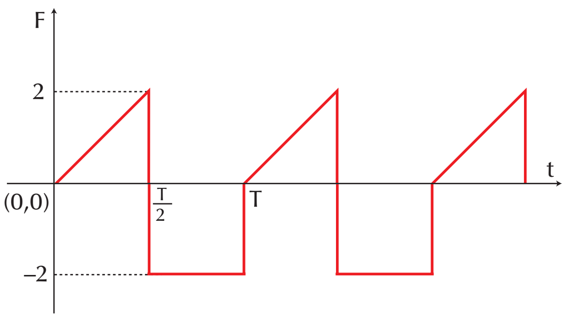
$\left(0{,}5 \quad \sqrt{2}\right)$

4ο Να υπολογισθεί η μέση τιμή του σήματος που φαίνεται στο σχήμα:



(0,25)

5ο Για το σχήμα σήμα του σχήματος να υπολογισθεί η μέση τιμή:



(–0, 5)