

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο

ΕΝΕΡΓΑ ΦΙΛΤΡΑ

## 5.1 Ορισμός του φίλτρου

Γενικά το **ηλεκτρονικό φίλτρο** είναι στοιχείο ή διάταξη που μπορεί να διαβιβάζει ή να διαχωρίζει σε μέρη, ή ανακόπτει ένα *φάσμα* συχνοτήτων, δηλ. μια συγκεκριμένη ομάδα συχνοτήτων. Το φάσμα αυτό μπορεί να είναι είτε συνεχές, είτε διακοπτόμενο, είτε διακριτό (γραμμικό).

Από τις πιο συνηθισμένες χρήσεις των φίλτρων είναι ο αποχωρισμός του σήματος από το θόρυβο. *Σήμα* είναι ένα πεπερασμένο σύνολο δεδομένων συχνοτήτων που μας ενδιαφέρει. *Θόρυβος* είναι ένα σύνολο ανεπιθύμητων διαταραχών του σήματος, που καλύπτουν ένα φάσμα συχνοτήτων. Με το κατάλληλο ηλεκτρονικό **φιλτράρισμα** μπορούμε να απομακρύνουμε άλλα ανεπιθύμητα σήματα ή αυτές τις θορυβικές διαταραχές, αποκόπτοντας π.χ. το φάσμα του θορύβου –όταν αυτό είναι δυνατό– και αφήνοντας να περάσει μόνο το φάσμα του επιθυμητού σήματος.

Κύριο χαρακτηριστικό μέγεθος ενός φίλτρου είναι η **συνάρτηση μεταφοράς**  $H(s)$  αυτού. Αυτή ορίζεται ως το μιγαδικό πηλίκο (λόγος) της τάσης εξόδου,  $V_o(s)$  προς την αντίστοιχη τάση εισόδου,  $V_i(s)$ , δηλ.

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \quad (5.1.1)$$

όπου  $s = j\omega$ , με  $\omega = 2\pi f$  η κυκλική συχνότητα σήματος και  $f$  είναι η (γραμμική) συχνότητα αυτού, ενώ το  $j$  παριστάνει τη μιγαδική μονάδα ( $j = \sqrt{-1}$ ).

Στην πράξη ενδιαφέρει ιδιαίτερα το *μέτρο*,  $|H(j\omega)|$ , της συνάρτησης μεταφοράς, το οποίο εκφράζει το *επίπεδο* της **ενίσχυσης** ή **απολαβής** τάσης (σε dB) που δίνει το φίλτρο. Η καμπύλη που εικονίζει την εξάρτηση της ενίσχυσης αυτής από τη συχνότητα,  $\omega$  ή  $f$ , αποτελεί την **καμπύλη απόκρισης** συχνοτήτων του φίλτρου.

### Παθητικά και ενεργά φίλτρα

Τα ηλεκτρονικά φίλτρα χωρίζονται σε δύο μεγάλες ομάδες, τα *παθητικά* και τα *ενεργά* φίλτρα.

Τα **παθητικά φίλτρα** αποτελούνται μόνο από παθητικά στοιχεία, δηλ. αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία. Στην πράξη έχουν ένα σοβαρό μειονέκτημα, ότι δηλαδή, στις χαμηλές συχνότητες χρειάζονται μεγάλες επαγωγικές αντιστάσεις, άρα απαιτούν *ογκώδη πηνία*. Επίσης, είναι μη-

γραμμικά και προκαλούν υποβιασμό του σήματος, με μεγάλο συντελεστή απωλειών. Τέλος, δημιουργούν έντονα ηλεκτρομαγνητικά πεδία που αποτελούν αιτία ενοχλητικώτατων ηλεκτρομαγνητικών παρεμβολών. Γι' αυτούς τους λόγους, η χρήση τους συνήθως αποφεύγεται και πραγματοποιείται μόνο εκεί, όπου τα ενεργά φίλτρα μειονεκτούν, δηλ. σε υψηλές συχνότητες και μεγάλες ισχείς.

Τα **ενεργά φίλτρα** αποτελούνται από ενεργά στοιχεία (τρανζίστορ, τελεστικοί ενισχυτές, κτλ) συνδυασμένα με παθητικά στοιχεία (πυκνωτές και αντιστάσεις). Τα φίλτρα αυτά είναι απαλλαγμένα από τα μειονεκτήματα των παθητικών φίλτρων που αναφέραμε πιο πάνω, είναι αποδοτικά και κοστίζουν λίγο. Γι' αυτό και χρησιμοποιούνται ευρέως, ιδίως σε χαμηλές συχνότητες και χαμηλές ισχείς. Ως εκ τούτου, είναι αυτά που θα μας απασχολήσουν στα περαιτέρω.

### Σημείωση

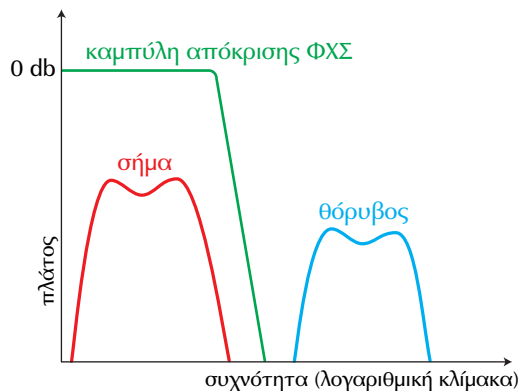
Σήμερα με την εξέλιξη της τεχνολογίας των τελεστικών ενισχυτών μπορούμε να κατασκευάσουμε ενεργά φίλτρα στην περιοχή των MHz, αλλά το κόστος τους είναι υψηλό.

## 5.2 Κατηγορίες φίλτρων

Ανάλογα με το φάσμα συχνοτήτων στις οποίες επιτρέπουν ή απαγορεύουν τη διέλευση, τα ενεργά φίλτρα χωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

### 5.2.1 Φίλτρα Χαμηλών Συχνοτήτων (ΦΧΣ)

Τα φίλτρα αυτά επιτρέπουν τη διέλευση σημάτων μόνο χαμηλών συχνοτήτων, ενώ ανακόπτουν τα σήματα υψηλότερων συχνοτήτων, Σχ.5.1. Η ζώνη διέλευσής τους αρχίζει από μηδενική συχνότητα (δηλ. από σήματα dc) και φτάνει μέχρι μια συχνότητα που ονομάζεται **συχνότητα αποκοπής**,  $f_1$  ή  $f_c$ . Από αυτήν και μετά η ενίσχυση μειώνεται δραστικά και το φίλτρο περνάει στη ζώνη αποκοπής, η συχνότητα της οποίας εκτείνεται μέχρι την άπειρη συχνότητα.

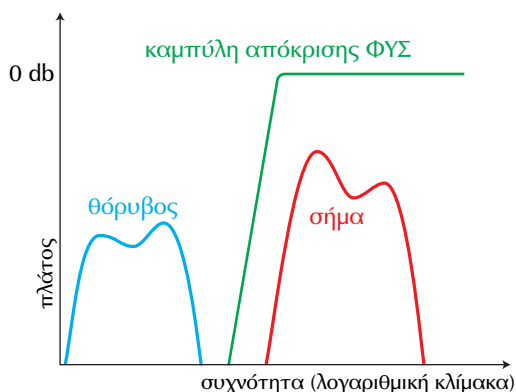


**Σχήμα 5.1.** Απόκριση φίλτρου χαμηλών συχνοτήτων (ΦΧΣ)

Στην περίπτωση που το φίλτρο χρησιμοποιείται για διαχωρισμό του σήματος από το θόρυβο (υψηλής συχνότητας), λαμβάνεται φροντίδα ώστε η μεν ζώνη διέλευσης να καλύπτει το φάσμα του σήματος, η δε ζώνη αποκοπής το φάσμα του θορύβου, κατά τον τρόπο που εικονίζει το Σχ.5.1.

### 5.2.2 Φίλτρα Υψηλών Συχνοτήτων (ΦΥΣ)

Τα φίλτρα αυτά ανακόπτουν τα σήματα χαμηλών συχνοτήτων και επιτρέπουν τη διέλευση μόνο σημάτων υψηλών συχνοτήτων, Σχ.5.2. Η ζώνη αποκοπής τους αρχίζει από μηδενική συχνότητα (δηλ. από σήματα dc) και φτάνει μέχρι μια συχνότητα από την οποία και πέρα η ενίσχυσή τους αυξάνεται γρήγορα. Στη συνέχεια, από μια συχνότητα  $f_2$  και μετά, που καλείται **συχνότητα αποκοπής**, αρχίζει η ζώνη διέλευσης, η οποία εκτείνεται μέχρι την άπειρη συχνότητα.

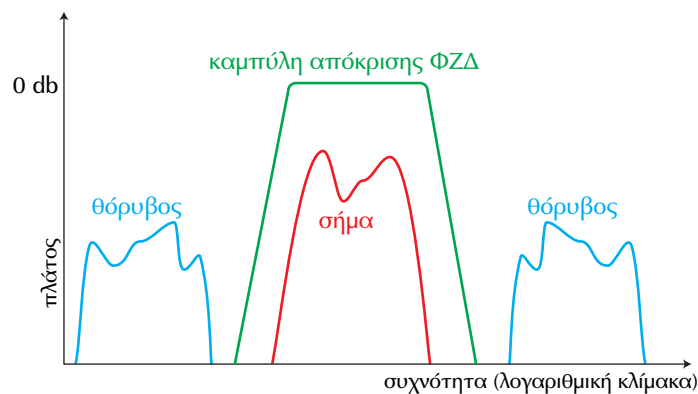


**Σχήμα 5.2.** Απόκριση φίλτρου υψηλών συχνοτήτων (ΦΥΣ)

Στην περίπτωση που το φίλτρο χρησιμοποιείται για διαχωρισμό του σήματος από το θόρυβο (χαμηλής συχνότητας), λαμβάνεται φροντίδα ώστε η μεν ζώνη αποκοπής να καλύπτει το φάσμα του θορύβου, η δε ζώνη διέλευσης το φάσμα του σήματος, κατά τον τρόπο που εικονίζει το Σχ.5.2.

### 5.2.3 Φίλτρα Ζώνης Διέλευσης (ΦΖΔ)

Τα φίλτρα αυτά επιτρέπουν τη διέλευση μόνο σημάτων που η συχνότητά τους περιλαμβάνεται μέσα σε μια ζώνη συχνοτήτων και ανακόπτουν όλες τις υπόλοιπες συχνότητες, Σχ.5.3. Τα φίλτρα αυτά έχουν μια πρώτη ζώνη αποκοπής, από μηδενική συχνότητα (δηλ. από το dc) μέχρι μια (κάτω) **συχνότητα αποκοπής**  $f_1$ , μετά ακολουθεί η ζώνη διέλευσης, από τη συχνότητα  $f_1$  μέχρι μια (άνω) **συχνότητα αποκοπής**  $f_2$ , και τέλος εμφανίζεται η δεύτερη ζώνη αποκοπής, από τη συχνότητα  $f_2$  μέχρι την άπειρη συχνότητα.



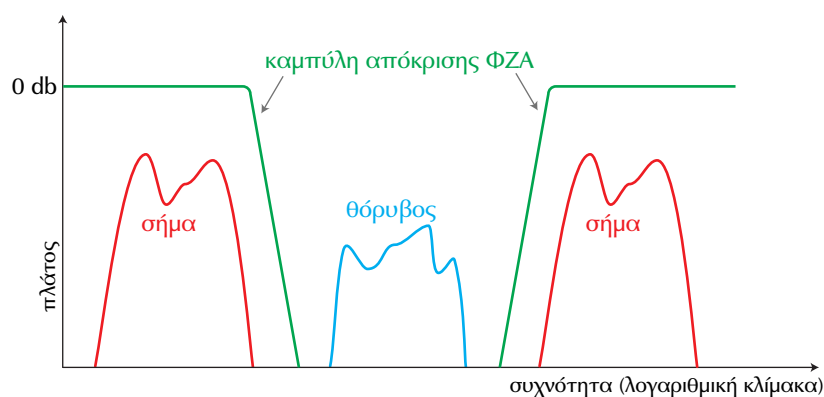
**Σχήμα 5.3.** Απόκριση φίλτρου ζώνης διέλευσης (ΦΖΔ)

Αν το ΦΖΔ χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό του σήματος από το θόρυβο χαμηλής και υψηλής συχνότητας λαμβάνεται φροντίδα, ώστε η ζώνη διέλευσης να καλύπτει το φάσμα του σήματος και οι δύο ζώνες αποκοπής το φάσμα του θορύβου κατά τον τρόπο που δείχνει το Σχ.5.3.

### 5.2.4 Φίλτρα Ζώνης Αποκοπής (ΦΖΑ)

Τα φίλτρα αυτά ανακόπτουν μόνο σήματα που η συχνότητά τους περι-

λαμβάνεται μέσα σε μια ζώνη συχνοτήτων και επιτρέπουν δε τη διέλευση όλων των υπόλοιπων συχνοτήτων, Σχ.5.4. Τα φίλτρα αυτά έχουν μια πρώτη ζώνη διέλευσης, από μηδενική συχνότητα (δηλ. από το dc) μέχρι μια (κάτω) **συχνότητα αποκοπής**  $f_1$ , μετά ακολουθεί η ζώνη αποκοπής, από τη συχνότητα  $f_1$  μέχρι μια (άνω) **συχνότητα αποκοπής**  $f_2$ , και τέλος εμφανίζεται η δεύτερη ζώνη διέλευσης, από τη συχνότητα  $f_2$  μέχρι την άπειρη συχνότητα.



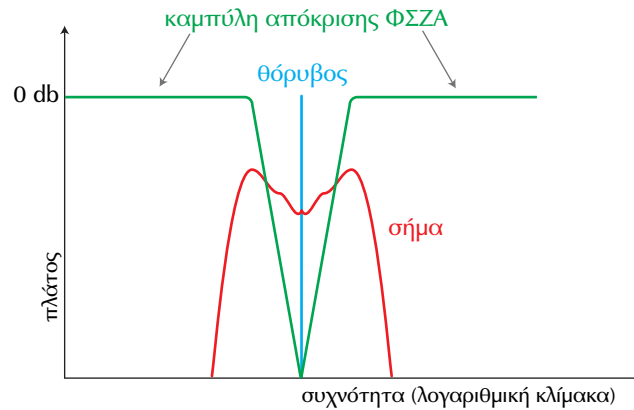
**Σχήμα 5.4.** Απόκριση φίλτρου ζώνης αποκοπής (ΦΖΑ)

Στο ίδιο σχήμα εικονίζεται η συσχέτιση των ζωνών αποκοπής και διέλευσης του φίλτρου με το φάσμα σήματος και το φάσμα θορύβου, για την περίπτωση που το φίλτρο χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό του σήματος από το θόρυβο.

Το ΦΖΑ μπορεί να προκύψει αν συνδυάσουμε παράλληλα ένα ΦΧΣ με ένα ΦΥΣ και τα σήματά τους τα οδηγήσουμε σ' ένα αναλογικό αθροιστή.

### 5.2.5 Φίλτρα Στενής Ζώνης Διέλευσης (ΦΣΖΔ)

Τα φίλτρα αυτά επιτρέπουν τη διέλευση μόνο μιας στενής ζώνης συχνοτήτων, εστιασμένης γύρω από μια **κεντρική συχνότητα**  $f_0$ , ενώ αποκόπτουν όλες τις άλλες συχνότητες, Σχ.5.5.

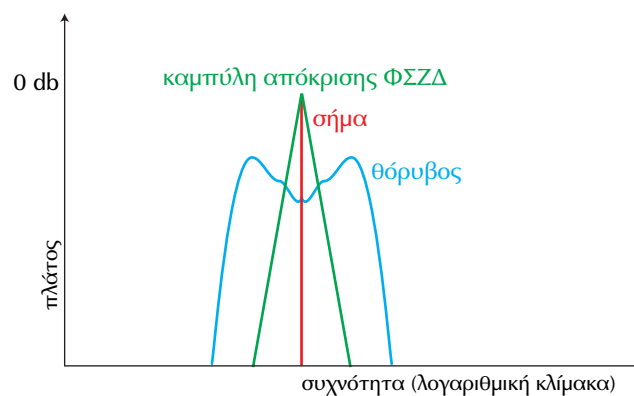


**Σχήμα 5.5.** Απόκριση φίλτρου στενής ζώνης διέλευσης (ΦΣΖΔ)

Είναι προφανές ότι τα φίλτρα αυτά είναι ιδιαίτερα χρήσιμα όταν το σήμα έχει φάσμα συγκεντρωμένο μέσα σε μια στενή ζώνη συχνοτήτων γύρω από μια κεντρική συχνότητα  $f_0$ .

### 5.2.6 Φίλτρα Στενής Ζώνης Αποκοπής (ΦΣΖΑ)

Τα φίλτρα αυτά, που ονομάζονται και **φίλτρα δοντιού** αποκόπτουν μια στενή ζώνη συχνοτήτων, απορρίπτοντας μόνο τις συχνότητες που βρίσκονται σε μια στενή περιοχή γύρω από μια **κεντρική συχνότητα**  $f_0$ , ενώ επιτρέπουν τη διέλευση όλων των άλλων συχνοτήτων, Σχ.5.6.



**Σχήμα 5.6.** Απόκριση φίλτρου στενής ζώνης απόρριψης

Είναι προφανές, ότι τα φίλτρα αυτά είναι ιδιαίτερα χρήσιμα όταν θέλουμε να απαλλάξουμε το σήμα από θόρυβο ισχυρά εντοπισμένο και συγκεντρωμένο γύρω από μια συχνότητα  $f_0$ .

Τα φίλτρα αυτά είναι χρήσιμα στο να κόβουμε τα 50 Hz του δικτύου που πολλές φορές είναι ανεπιθύμητα στις ηλεκτρονικές ιατρικές συσκευές.

### 5.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα

Πολλές φορές, για λόγους τυποποίησης και απλούστευσης, είναι βολικό να αντιμετωπίζουμε τα ενεργά φίλτρα με προσεγγιστικό τρόπο, ανάγοντάς τα σε εξιδανικευμένα και απλοποιημένα θεωρητικά πρότυπα τα οποία ονομάζονται **ιδανικά φίλτρα**. Σε άλλες πάλι περιπτώσεις, η προσφυγή σε αυτά τα πρότυπα είναι ανεπαρκής ή οδηγεί σε αξιοσημείωτα σφάλματα· τότε το φίλτρο πρέπει να αντιμετωπίζεται με βάση την ακριβή πραγματική του συμπεριφορά, δηλ. ως **πραγματικό φίλτρο**.

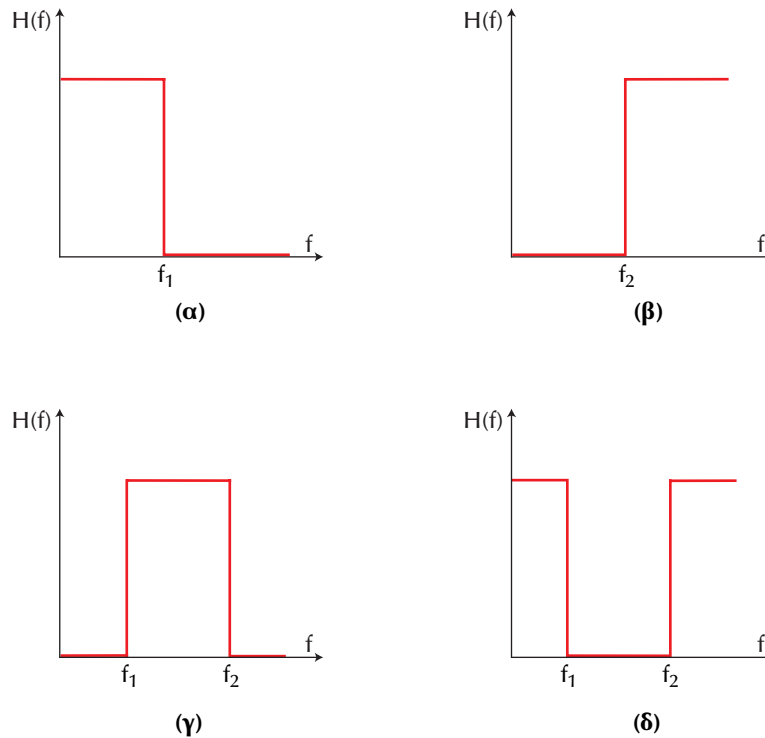
#### 5.3.1 Ιδανικά Φίλτρα

Ιδανικό θεωρείται το φίλτρο που ικανοποιεί τους εξής 4 βασικούς όρους:

- Έχει απολαβή (ενίσχυση) μονάδα, δηλ. δε δημιουργεί ούτε ενίσχυση ούτε υποβιβασμό του σήματος εισόδου σ' όλη την έκταση του ή των ζωνών διέλευσής του.
- Δημιουργεί πλήρη υποβιβασμό (100%) του σήματος εισόδου σε όλη την έκταση του ή των ζωνών αποκοπής του.
- Η μετάβαση της απόκρισης από τη μια ζώνη στην άλλη είναι τελείως απότομη.
- Δε δημιουργεί καμία παραμόρφωση στα σήματα που περνούν μέσα από τις ζώνες διέλευσης.

Τα παραπάνω οδηγούν στις καμπύλες απόκρισης του Σχ.5.7 για τις τέσσερις κύριες κατηγορίες ιδανικών φίλτρων, δηλ. ΦΧΣ (α), ΦΥΣ (β), ΦΖΔ (γ) και ΦΖΑ (δ). Όπως παρατηρούμε, όλες αυτές οι ιδανικές καμπύλες απόκρισης είναι ορθογώνιες και η απολαβή τάσης στη ζώνη διέλευσης θεωρείται μονάδα.





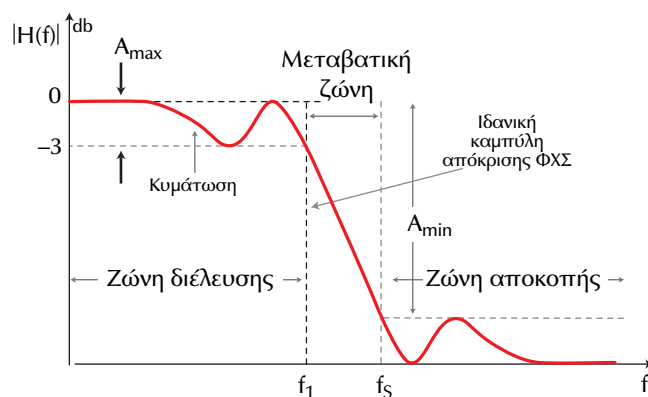
**Σχήμα 5.7.** Καμπύλες απόκρισης των ιδανικών φίλτρων:  
 ΦΧΣ (α), ΦΥΣ (β), ΦΖΔ (γ), ΦΖΑ (δ)

Στο ιδανικό ΦΧΣ, η ζώνη διέλευσης εκτείνεται από τη μηδενική συχνότητα μέχρι τη συχνότητα αποκοπής  $f_1$ . Στο ιδανικό ΦΥΣ, η ζώνη διέλευσης εκτείνεται από τη συχνότητα αποκοπής  $f_2$  μέχρι την άπειρη συχνότητα. Στο ιδανικό ΦΖΔ, η ζώνη διέλευσης καλύπτει την περιοχή  $f_1 < f < f_2$ . Τέλος, στο ιδανικό ΦΖΑ, η ζώνη διέλευσης εκτείνεται από τη μηδενική συχνότητα μέχρι την  $f_1$  και από την  $f_2$  μέχρι την άπειρη συχνότητα.

### 5.3.2 Πραγματικά Φίλτρα

Τα πραγματικά φίλτρα έχουν συμπεριφορά που μοιάζει με αυτή που προβλέπεται από τα ιδανικά φίλτρα μόνο κατά μεγάλη προσέγγιση. Έτσι, π.χ. η απότομη μετάβαση από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής και αντίστροφα, που θεωρείται ότι ισχύει στα ιδανικά φίλτρα, δεν είναι πραγματοποιήσιμη στα πραγματικά φίλτρα. Επίσης, ανέφικτη είναι η σταθερότητα τιμής της απολαβής τάσης καθ' όλη την έκτασή της ή των ζωνών διέλευσης. Τέλος, η ύπαρξη μηδενικής ενίσχυσης σ' όλη την έκτασή της ή των ζωνών αποκοπής είναι αδύνατη στα πραγματικά φίλτρα.

Συνήθως, σε αντίθεση με τις ιδανικές καμπύλες απόκρισης του Σχ.5.7, η τυπική **πρακτική καμπύλη απόκρισης** ενός **πραγματικού φίλτρου**, συγκεκριμένα ενός ΦΧΣ, έχει τη μορφή που εικονίζει το Σχ.5.8 (με απολαβή τάσης 1).



**Σχήμα 5.8.** Πρακτική καμπύλη απόκρισης ενός πραγματικού ΦΧΣ

Από το σχήμα αυτό μπορούμε να σημειώσουμε τα εξής **ιδιάζοντα χαρακτηριστικά** της απόκρισης ενός πραγματικού φίλτρου.

- Στο καταληκτικό μέρος της ζώνης διέλευσης εμφανίζεται **τοπική μείωση της ενίσχυσης** σε τιμή απολαβής κάτω από 0 dB. Η μείωση αυτή είναι μικρή αλλά όχι αμελητέα και έχει **μέγιστη τιμή** που συμβολίζεται με  $A_{\max}$ .
- Στη ζώνη αποκοπής ο υποβιβασμός της ενίσχυσης είναι μεγάλος αλλά όχι άπειρος (όπως στο ιδανικό φίλτρο). Συνήθως, στη ζώνη αυτή και κοντά στη συχνότητα αποκοπής παρατηρείται **έξαρση** της καμπύλης απόκρισης. Με αποτέλεσμα, ο υποβιβασμός της απολαβής να εμφανίζει μια **ελάχιστη τιμή** που συμβολίζεται με  $A_{\min}$ .
- Μεταξύ της ζώνης διέλευσης και της ζώνης αποκοπής εμφανίζεται μια **μεταβατική ζώνη** μέσα στην οποία η απολαβή τάσης μειώνεται προοδευτικά και όχι απότομα. Η μεταβατική αυτή ζώνη εκτείνεται μεταξύ της συχνότητας αποκοπής  $f_1$  και μιας άλλης συχνότητας της  $f_s$ .

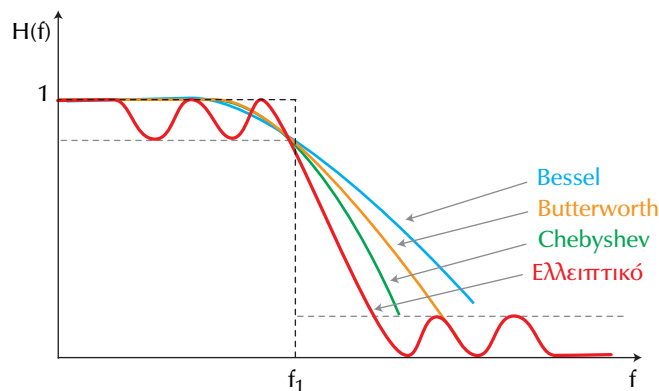
Το **πόσο απότομη** είναι η πτώση της καμπύλης απόκρισης μέσα στη μεταβατική ζώνη εξαρτάται από την τιμή του λόγου συχνοτήτων  $f_s/f_1$ . Αν η μετάβαση είναι τελείως απότομη θα έχουμε  $f_s = f_1$  άρα  $f_s/f_1 = 1$ . Όσο

πιο «απαλή» είναι η μετάβαση, δηλ. όσο πιο μικρή είναι η κλίση της καμπύλης απόκρισης μέσα στη μεταβατική ζώνη, τόσο μεγαλύτερος από 1 θα είναι ο λόγος αυτός.

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η πάραπάνω κλίση της καμπύλης, σε λογαριθμική κλίμακα συχνοτήτων, εξαρτάται άμεσα με τη λεγόμενη **τάξη** ή **βαθμό** του φίλτρου. Για την ακριβή έννοια της τάξης ενός φίλτρου θα επανέλθουμε παρακάτω.

## 5.4 Οικογένειες των φίλτρων

Στη μαθηματική ανάλυση των φίλτρων έχουν αναπτυχθεί διάφορα μαθηματικά μοντέλα (πρότυπα) και κυκλώματα με τα οποία προσπαθούμε να επιτύχουμε μια όσο το δυνατόν καλύτερη προσομοίωση της συμπεριφοράς των ιδανικών φίλτρων. Τα μοντέλα αυτά ταξινομούνται στις εξής τέσσερις **οικογένειες**: Τα φίλτρα **Butterworth**, τα φίλτρα **Chebyshev**, τα φίλτρα **Bessel** και τα **Ελλειπτικά** φίλτρα. Το Σχ.5.9 εικονίζει τις τυπικές καμπύλες απόκρισης αυτών των φίλτρων.



Σχήμα 5.9. Καμπύλες απόκρισης οικογενειών φίλτρων

Τα **φίλτρα Butterworth** είναι πρότυπα φίλτρα τα οποία προσομοιώνουν ικανοποιητικά την πτώση της καμπύλης απόκρισης στη μεταβατική ζώνη, αλλά δεν εμφανίζουν την κυμάτωση της απολαβής που παρατηρείται στη ζώνη διέλευσης και τη ζώνη αποκοπής των άλλων φίλτρων. Στα φίλτρα αυτά, η απόκριση στη ζώνη διέλευσης εμφανίζεται σταθερά επίπεδη καθ' όλη την έκτασή της (μεγιστοεπίπεδη).

Στα φίλτρα αυτά, ως κάτω άκρη της μεταβατικής ζώνης, δηλ. ως συχνότητα  $f_1$ , θεωρείται η συχνότητα στην οποία (στο πραγματικό φίλτρο) το ύψος της καμπύλης απόκρισης, παρεχόμενο από το μέτρο  $|H(j\omega)|$  της συνάρτησης μεταφοράς, πέφτει από τη στάθμη των 0 dB, κατά  $A_{\max}$ . Σχ.5.8. Η άλλη άκρη της μεταβατικής ζώνης είναι η συχνότητα  $f_s$  για την οποία το επίπεδο της καμπύλης απόκρισης πέφτει κατά  $A_{\min}$  από τη στάθμη των 0 dB (στην αρχή της ζώνης αποκοπής).

Τα **φίλτρα Chebyshev**, αντίθετα με τα προηγούμενα, δίνουν τη δυνατότητα ύπαρξης και υπολογισμού κυμάτωσης μέσα στη ζώνη διέλευσης. Έχουν όμως, αυξομοίωση της απολαβής μέσα στη μεταβατική ζώνη και πιο απότομη από ότι τα φίλτρα Butterworth.

Τα **φίλτρα Bessel** δεν παρουσιάζουν κυμάτωση στην καμπύλη απόκρισης και η μεταβατική μετάπτωση της απολαβής είναι η χειρότερη από ότι στις άλλες οικογένειες φίλτρων. Το πλεονέκτημά τους είναι ότι έχουν γραμμική φάση και χρησιμοποιούνται σε συστήματα που επεξεργάζονται παλμούς, επειδή λόγω της ιδιότητας αυτής, δεν αλλοιώνουν τη μορφή του παλμού.

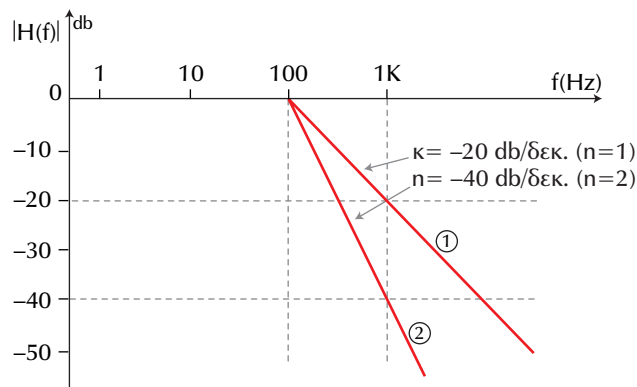
Τέλος, τα **ελλειπτικά φίλτρα** εμφανίζουν κυμάτωση της καμπύλης απόκρισης τόσο στη ζώνη διέλευσης όσο και στη ζώνη αποκοπής, ενώ η μετάπτωση απολαβής στη μεταβατική ζώνη είναι πιο απότομη από ότι σε όλες τις άλλες οικογένειες των φίλτρων, Σχ.5.8.

## 5.5 Βαθμός ή τάξη ενός φίλτρου

Στα φίλτρα η συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$  ή  $H(jf)$  εκφράζεται από μια παράσταση στην οποία ο παρονομαστής είναι ένα πολυώνυμο ως προς  $s$  ή  $jf$ . Ο (αλγεβρικός) βαθμός αυτού του πολυωνύμου ονομάζεται **βαθμός ή τάξη, n**, του φίλτρου. Στο βιβλίο αυτό θα μελετήσουμε φίλτρα 1ης ( $n=1$ ) και 2ης ( $n=2$ ) τάξης.

Στην πράξη, τα μεγέθη  $A_{\max}$ ,  $A_{\min}$ ,  $f_1$  ή  $f_2$  και  $f_s$  επηρεάζουν το βαθμό του φίλτρου, που είδαμε στην ενότητα 5.3. Στην παραπραγματικότητα, το  $n$  καθορίζει άμεσα την **κλίση** ( $\kappa$ ) της μεταβατικής περιοχής (μετάπτωση) της καμπύλης απόκρισης του φίλτρου, Σχ.5.10. Σε λογαριθμική κλίμακα συχνοτήτων, η κλίση αυτή σχετίζεται με το βαθμό του φίλτρου με βάση τον προσεγγιστικό τύπο

$$\kappa = \mp (\text{dB}/\text{δεκάδα}) = \mp 6 \cdot n (\text{dB}/\text{οκτάβα}) \quad (5.5.1)$$



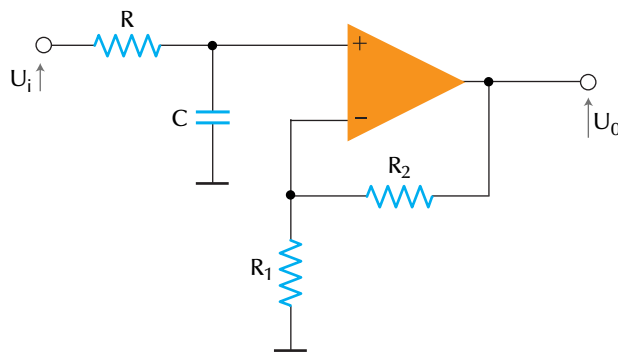
**Σχήμα 5.10.** Βαθμός φίλτρου και κλίση του

Σημειώνεται ότι δεκάδα είναι το διάστημα μεταξύ δύο συχνοτήτων από τις οποίες η μεγαλύτερη είναι 10-πλάσια της μικρότερης, ενώ οκτάβα είναι το διάστημα στο οποίο η μεγαλύτερη συχνότητα είναι 2-πλάσια της μικρότερης. Εξ' άλλου, το (-) στην Εξ.5.5.1 υποδηλώνει αρνητική κλίση, άρα κατερχόμενη καμπύλη (περίπτωση ΦΧΣ) και το (+) θετική κλίση, άρα ανερχόμενη καμπύλη (περίπτωση ΦΥΣ).

Συνεπώς, κατά την Εξ.5.5.1, σε ένα ΦΧΣ 1ης τάξης η κλίση θα είναι  $\kappa = 20 \cdot 1 = -20 \text{ dB}/\text{δεκάδα}$  ή  $-6 \text{ dB}/\text{οκτάβα}$  (ευθεία "1" του σχήματος), ενώ σε ένα ΦΥΣ 2ης τάξης, η κλίση θα είναι  $\kappa = +20 \cdot 2 = +40 \text{ dB}/\text{δεκάδα}$  ή  $+12 \text{ dB}/\text{οκτάβα}$ .

## 5.6 ΦΧΣ 1ης τάξης

Το Σχ.5.11 δείχνει το κύκλωμα ενός ενεργού ΦΧΣ 1ης τάξης με ενίσχυση Κ. Ο τελεστικός ενισχυτής (ΤΕ) είναι συνδεσμολογημένος σαν ενισχυτής ελεγχόμενης τάσης (VCVS) και ονομάζεται όμως και φίλτρο **Sallen-Key** 1ης τάξης προς τιμή των δύο ερευνητών που το αναπτύξανε.



**Σχήμα 5.11.** ΦΧΣ Sallen-Key 1ης τάξης

Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου δίνεται από τη σχέση:

$$H(jf) = \frac{K}{1 + j\left(\frac{f}{f_1}\right)} \quad (5.6.1)$$

όπου:

$$K = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (5.6.2)$$

είναι η ενίσχυση (απολαβή τάσης) στο dc, δηλ. για  $f = 0$  και

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5.6.3)$$

η **συχνότητα αποκοπής** του φίλτρου. Η συχνότητα είναι εκείνη για την οποία ο λόγος  $f/f_1$  Στην Εξ.(5.6.1) γίνεται μονάδα, οπότε το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς γίνεται  $|H(j\omega)| = K/\sqrt{2}$  ή  $0.707 K$  ή  $20 \log K - 3\text{dB}$ , δηλ. 3 dB κάτω από τη μέγιστη απολαβή (σε dB).

Ο υπολογισμός του φίλτρου αυτού, γίνεται με τη βοήθεια των Εξ.(5.6.2) και (5.6.3), μετασχηματιζόμενες, ώστε να πάρουν την πιο κάτω μορφή:

$$R = \frac{1}{2\pi f_1 C} \quad (5.6.4)$$

$$R_2 = (K - 1) R_1 \quad (5.6.5)$$

Για να υπολογίσουμε το φίλτρο, με δεδομένη την ενίσχυση  $K$  και η συχνότητα αποκοπής  $f_i$ , δεχόμαστε (έστω και αυθαίρετα) μια κατάλληλη τιμή για τη χωρητικότητα  $C$  και μια κατάλληλη τιμή της  $R_1$  και μετά υπολογίζουμε τις αντιστάσεις  $R$  και  $R_2$ .

### ⇒ Παράδειγμα 5-1

Θα υπολογίσουμε ένα ΦΧΣ 1ης τάξης, τύπου Sallen-Key με ενίσχυση 5 και συχνότητα αποκοπής 3000 Hz.

### Λύση

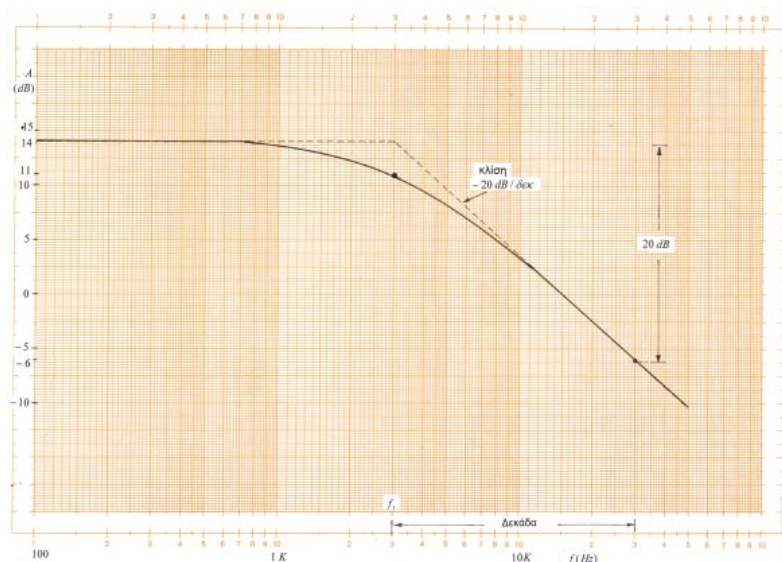
Δεχόμαστε  $C = 10 \text{ nF}$  και  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ . Από τις Εξ.(5.6.4) και (5.6.5), βρίσκουμε:

$$R = \frac{1}{2\pi \times 3000 \times 10^{-8}} = 5.3 \text{ k}\Omega \quad \text{ή} \quad R = 5.6 \text{ k}\Omega \quad (\text{σειρά E12})$$

και  $R_2 = 4 \times 10 \text{ k}\Omega = 40 \text{ k}\Omega$  ή  $R_2 = 39 \text{ k}\Omega$

(Οι τελικές τιμές των αντιστάσεων έχουν επιλεγεί από τη σειρά E12).

Το Σχ.5.12 δείχνει την καμπύλη απόκρισης του φίλτρου που υπολογίσαμε.



**Σχήμα 5.12.** ΦΧΣ με  $f_i = 3000 \text{ Hz}$  και  $K = 5$  καμπύλη απόκρισης

## 5.7 ΦΥΣ 1ης τάξης

Αν αντιμετωπίσουμε τη θέση του πυκνωτή C και της αντίστασης R στο κύκλωμα του Σχ.5.11, προκύπτει ΦΥΣ Sallen-Key, Σχ.5.13. Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου αυτού, δίνεται από τη σχέση:

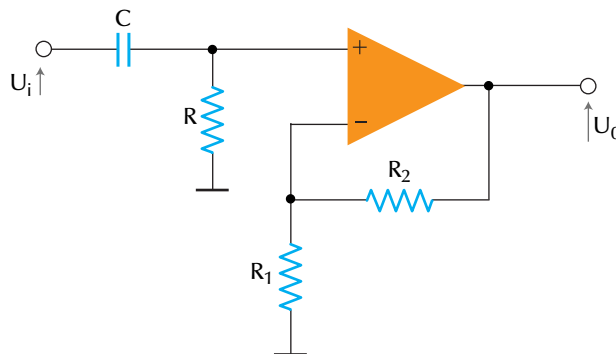
$$H(jf) = \frac{K \frac{jf}{f_2}}{1 + \frac{jf}{f_2}} \quad (5.7.1)$$

όπου,

$$f_2 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5.7.2)$$

είναι η συχνότητα αποκοπής.

Η απολαβή τάσης K εξακολουθεί να δίνεται από την Εξ. (5.6.2).



Σχήμα 5.13. ΦΧΣ 1ης τάξης

Ο υπολογισμός του φίλτρου γίνεται όπως ακριβώς και με το αντίστοιχο ΦΧΣ.

### ⇒ Παράδειγμα 5-2

Να υπολογισθεί ένα ΦΥΣ 1ης τάξης, τύπου Sallen-Key με  $K=5$  και  $f_2=300$  Hz.

### Λύση

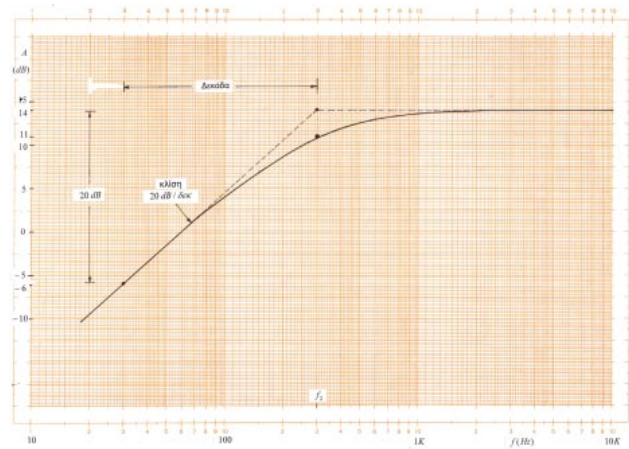
Δεχόμαστε,  $C = 100$  nF και  $R_1 = 10$  kΩ. Συνεπώς έχουμε:



$$R = \frac{1}{2\pi f_2 C} = \frac{1}{2\pi \times 300 \times 100 \times 10^{-9}} = 5.3 \text{ k}\Omega \quad \therefore R = 5.6 \text{ k}\Omega \text{ (Σειρά E12)}$$

και  $R_2 = 4 \times 10 \text{ k}\Omega = 40 \text{ k}\Omega \quad \therefore R_2 = 39 \text{ k}\Omega \text{ (Σειρά E12)}$

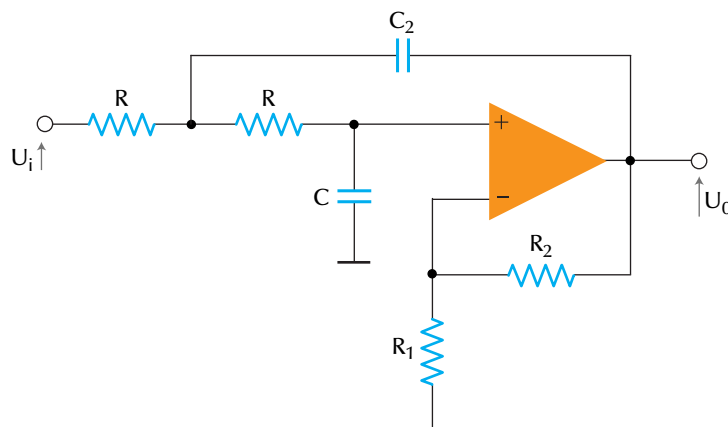
Το Σχ.5.14 την καμπύλη απόκρισής του φίλτρου που υπολογίσαμε (όπως αυτή προκύπτει από το πρόγραμμα προσομοίωσης μCap III).



Σχήμα 5.14. ΦΥΣ με  $K=5$  και  $f_2=300 \text{ Hz}$ : Καμπύλη απόκρισης

## 5.8 ΦΧΣ 2ης Τάξης

Το Σχ.5.15 δείχνει το κύκλωμα ενός ενεργού ΦΧΣ 2ης τάξης, τύπου Sallen-Key. Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση μεταφοράς του δίνεται από τη σχέση:



Σχήμα 5.15. ΦΥΣ 2ης τάξης

$$H(jf) = \frac{K}{\left(\frac{jf}{f_1}\right)^2 + \alpha\left(\frac{jf}{f_1}\right) + 1} \quad (5.8.1)$$

όπου  $\alpha$  είναι ένας συντελεστής που η τιμή του βρίσκεται από ειδικό πίνακα - (συντελεστών Butterworth) - και  $f_1$  είναι η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}} \quad (5.8.2)$$

Η ενίσχυση  $K$  δίνεται και πάλι από την Εξ.(5.6.2).

Το φίλτρο αυτό είναι 2ης τάξης, επειδή ο παρονομαστής της συνάρτησης μεταφοράς, όπως βλέπουμε από την Εξ.(5.8.1) είναι πολυώνυμο δεύτερου βαθμού. (Αυτό οφείλεται στο ότι το κύκλωμα έχει δυο στοιχεία αποθήκευσης ενέργειας, δηλ. τους δυο πυκνωτές). Η κλίση του φίλτρου είναι -40 dB/δεκ. ή -12 dB/οκτ, βλ. Εξ.(5.5.1).

Αποδεικνύεται ότι το τυπολόγιο υπολογισμού του φίλτρου αυτού δίνεται από τις σχέσεις:

$$C_1 = \frac{\lambda}{4\omega_1 R} \quad (5.8.3)$$

$$C_2 = \frac{4}{\lambda\omega_1 R} \quad (5.8.4)$$

όπου:

$$\lambda = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(K-1)} \quad (5.8.5)$$

### ⇒ Παράδειγμα 5-3

Θα υπολογίσουμε ΦΧΣ Sallen-Key 2ης τάξης, τύπου Butterworth με ενίσχυση 5 και συχνότητα αποκοπής  $f_1 = 700$  Hz.

### Λύση

Από τον ειδικό πίνακα για φίλτρα Butterworth 2ης τάξης το  $\alpha = 1.414$ . Δεχόμαστε ότι  $R = 10$  kΩ.

Επομένως,

$$\lambda = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(K-1)} = 1.414 + \sqrt{1.414^2 + 8 \times 4} = 7.245,$$

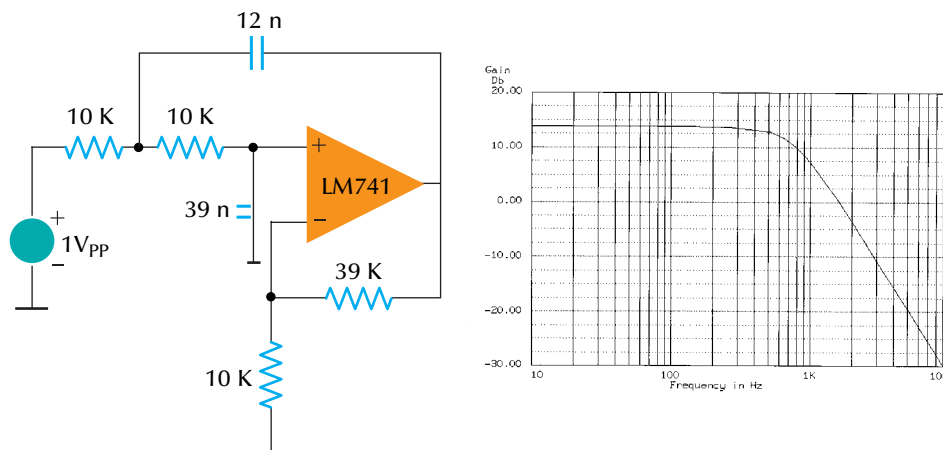
$$C_1 = \frac{\lambda}{4\omega_1 R} = \frac{7.245}{4 \times 2\pi \times 500 \times 10^4} = 4.12 \text{ nF} \therefore C_1 = 39 \text{ nF} , (\text{σειρά E12})$$

$$C_2 = \frac{4}{\lambda\omega_1 R} = \frac{4}{7.245 \times 2\pi \times 500 \times 10^4} = 12.6 \text{ nF} \therefore C_2 = 12 \text{ nF} , (\text{σειρά E12})$$

Στη συνέχεια δεχόμαστε  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  και υπολογίζουμε την

$$R = (K-1) R_1 = 4 \times 10 \text{ k}\Omega = 40 \text{ k}\Omega \cdot R = 39 \text{ k}\Omega (\text{σειρά E12})$$

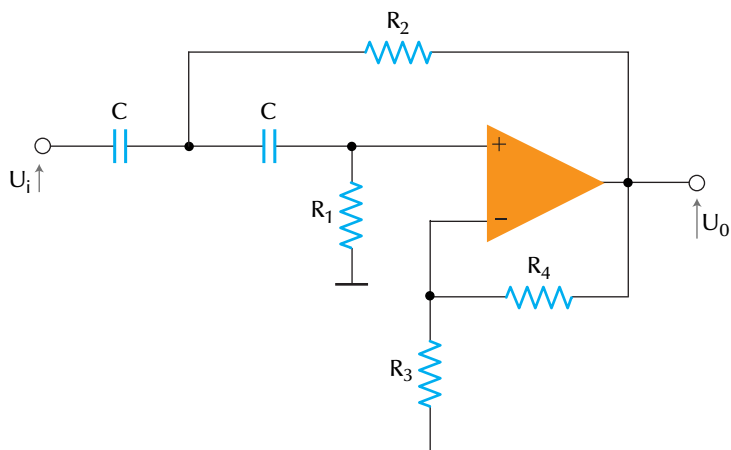
Το Σχ. 5.16 δείχνει το φίλτρο που υπολογίσαμε και την καμπύλη απόκρισής του.



**Σχήμα 5.16.** ΦΥΣ 2ου βαθμού Butterworth με  $f_1=500 \text{ Hz}$ ,  $K=10$  και η καμπύλη αποκρίσής του

## 5.9 ΦΥΣ 2ου βαθμού Sallen-Key

Το Σχ.5.17 δείχνει το κύκλωμα ενός ενεργού ΦΥΣ 2ης τάξης, τύπου Sallen-Key. Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου αυτού είναι:



Σχήμα 5.17. ΦΥΣ 2ης τάξης

$$H(jf) = \frac{K \left( \frac{jf}{f_2} \right)^2}{\left( \frac{jf}{f_2} \right)^2 + \alpha \left( \frac{jf}{f_2} \right) + 1} \quad (5.9.1)$$

και

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}} \quad (5.9.2)$$

όπου  $f_2$  είναι η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου και  $\alpha$  ο συντελεστής του φίλτρου. Το τυπολόγιο υπολογισμού του φίλτρου δίνεται από τις σχέσεις:

$$R_1 = \frac{4}{\lambda \omega_2 C} \quad (5.9.3)$$

$$R_2 = \frac{\lambda}{4\omega_2 C} \quad (5.9.4)$$

όπου,

$$\lambda = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(K-1)} \quad (5.9.5)$$

Η dc ενίσχυση  $K$  εξακολουθεί να δίνεται από την Εξ.(5.6.2).

### ⇒ Παράδειγμα 5-4

Ζητείται να υπολογίσουμε ΦΥΣ Butterworth με  $f_2=100$  Hz και  $K=10$ .

### Λύση

Από τον ειδικό πίνακα για φίλτρα Butterworth βρίσκουμε ότι, για φίλτρα 2ης τάξης, το  $\alpha = 1.414$ .

Εξ' άλλου, δεχόμαστε  $C = 100$  nF

Εργαζόμενοι όπως στο παράδειγμα 5-3, καταλήγουμε στα εξής:

$$\lambda = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(K-1)} = 1.414 + \sqrt{1.414^2 + 8 \times 9} = 10.016$$

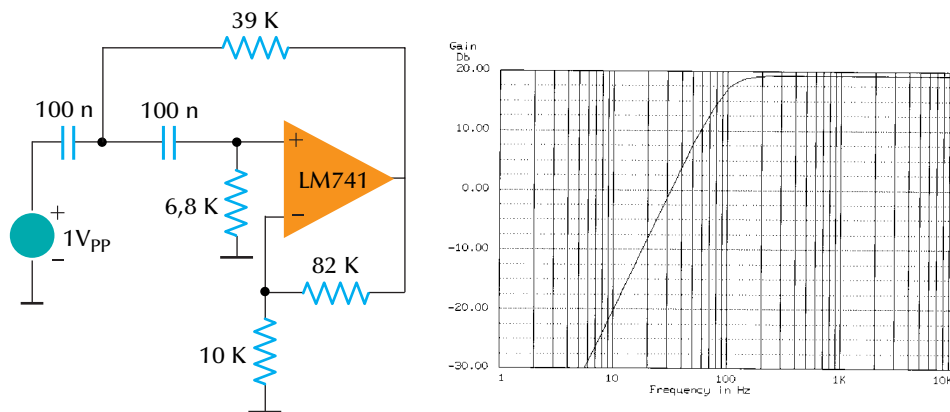
$$R_1 = \frac{4}{\lambda \omega C} = \frac{4}{10.016 \times 2\pi \times 100 \times 10^2 \times 10^{-9}} = 6.36 \text{ k}\Omega \therefore R_1 = 6.8 \text{ k}\Omega \quad (\text{E12})$$

$$R_2 = \frac{\lambda}{4\omega_2 C} = \frac{4}{4 \times 2\pi \times 100 \times 10^2 \times 10^{-9}} = 39.9 \text{ k}\Omega \therefore R_2 = 39 \text{ k}\Omega \quad (\text{E12})$$

Στη συνέχεια, δεχόμαστε  $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ . Έτσι, με βάση την Εξ.(5.6.2), υπολογίζουμε την

$$R_4 = (K-1)R_3 = 9 \times 10 \text{ k}\Omega = 90 \text{ k}\Omega \therefore R_4 = 82 \text{ k}\Omega \quad (\text{E12})$$

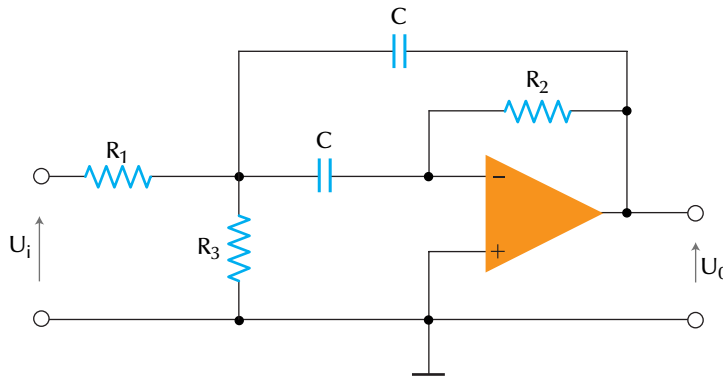
Το Σχ.5.18 δείχνει το φίλτρο που υπολογίσαμε και την καμπύλη απόκρισής του.



**Σχήμα 5.18.** ΦΥΣ 2ης τάξης, με  $f_2=100$ Hz,  $K=10$  και η καμπύλη απόκρισής του

## 5.10 Φίλτρο στενής ζώνης διέλευσης

Για να επιτύχουμε στενή ζώνη σ' ένα ΦΣΖΔ, προσφορώτερος τρόπος είναι να εφοδιάσουμε το κύκλωμα με πολλές ανασυζεύξεις. Η τεχνική αυτή λέγεται μέθοδος πολλαπλής ανασύζευξης (ΠΑ) από την έξοδο στην είσοδο του φίλτρου. Ειδικότερα, ανατροφοδοτείται η αναστρέφουσα (-) είσοδος του ΤΕ, Σχ.5.19, πράγμα που δημιουργεί διαφορά φάσης  $180^\circ$  στο σήμα εισόδου και γι' αυτό η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου αυτού έχει αρνητικό πρόσημο.



Σχήμα 5.19. ΦΣΖΔ πολλαπλών ανασυζεύξεων

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου δίνεται από τη σχέση:

$$H(jf) = - \frac{\frac{K}{Q} \left( \frac{jf}{f_0} \right)}{\left( \frac{jf}{f_0} \right)^2 + \frac{1}{Q} \left( \frac{jf}{f_0} \right) + 1} \quad (5.10.1)$$

όπου  $K$  είναι η ενίσχυση του φίλτρου στην κεντρική συχνότητα  $f_0$  (συχνότητα συντονισμού) και  $Q$  είναι ο συντελεστής ποιότητας ή συντελεστής μεγέθυνσης (ο γνωστός μας από τα κυκλώματα συντονισμού συντελεστής επιλεκτικότητας).

Θα πρέπει να πούμε ότι μ' αυτό το φίλτρο μπορούμε να έχουμε  $Q$  μέχρι 10, αν θέλουμε να δουλεύει σωστά.

Η συχνότητα συντονισμού του φίλτρου βρίσκεται από τη σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C} \sqrt{\frac{1}{R_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right)} \quad (5.10.2)$$

Το τυπολόγιο υπολογισμού του φίλτρου αυτού είναι το πιο κάτω:

$$R_1 = \frac{Q}{\omega_0 C K} \quad (5.10.3)$$

$$R_2 = \frac{2Q}{\omega_0 C} \quad (5.10.4)$$

$$R_3 = \frac{Q}{\omega_0 C (2Q^2 - K)} \quad (5.10.5)$$

όπου  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

Η ενίσχυση του φίλτρου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{R_2}{2R_1} \quad (5.10.6)$$

### ⇒ Παράδειγμα 5-5

Θα υπολογίσουμε φίλτρο στενής ζώνης διέλευσης ΠΑ με  $f_0 = 500$  Hz, ενίσχυση 5 και  $Q = 10$ .

### Λύση

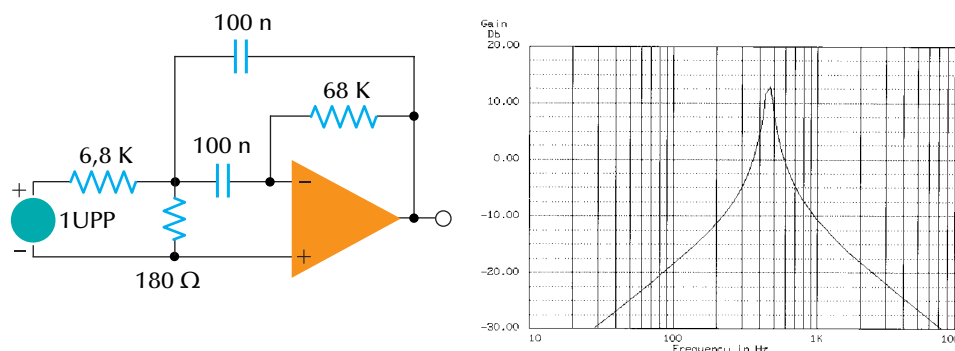
Διαλέγουμε  $C = 100$  nF και έχουμε:

$$R_1 = \frac{Q}{\omega_0 C K} = \frac{10}{2\pi \times 500 \times 100 \times 10^{-9} \times 5} = 31.8 \text{ k}\Omega \quad \therefore R_1 = 33 \text{ k}\Omega \quad (E12)$$

$$R_2 = \frac{2Q}{\omega_0 C} = \frac{2 \times 10}{2\pi \times 500 \times 100 \times 10^{-9}} = 63.7 \text{ k}\Omega \quad \therefore R_2 = 68 \text{ k}\Omega \quad (E12)$$

$$R_3 = \frac{Q}{\omega_0 C (2Q^2 - K)} = \frac{10}{2\pi \times 500 \times 100 \times 10^{-9} (200 - 5)} = 163 \Omega \quad \therefore R_3 = 180 \Omega$$

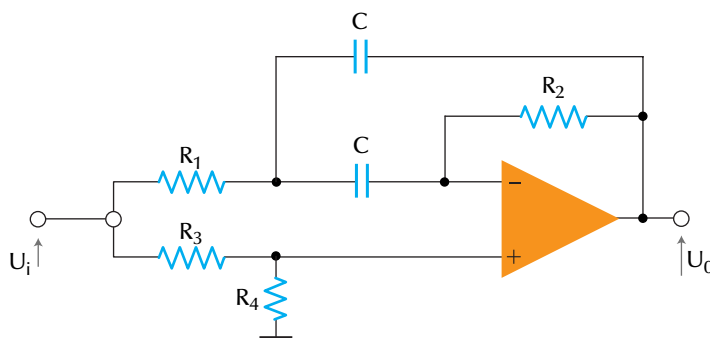
Το φίλτρο που υπολογίσαμε δείχνει το Σχ.5.20 μαζί με την καμπύλη απόκρισής του από το μCap III.



Σχήμα 5.20. ΠΑΣΔ ΠΑ με  $f_0=500$  Hz,  $K=5$ ,  $Q=10$  και η καμπύλη απόκρισής του

## 5.11 Φίλτρο στενής ζώνης αποκοπής

Το Σχ.5.21 δείχνει το φίλτρο στενής ζώνης αποκοπής ή **φίλτρο δοντιού**. Στη ζώνη αποκοπής εξασθενίζονται οι ανεπιθύμητες συχνότητες. Π.χ. πολλές φορές είναι απαραίτητο να εξασθενήσουμε τα 50 Hz ή τα 400 Hz που προέρχονται από το δίκτυο ή στη δεύτερη περίπτωση από έναν κινητήρα.



Σχήμα 5.21. ΠΑΣΔ (στενής) ή δοντιού

Η συνάρτηση μεταφορά ενός φίλτρου στενής ζώνης αποκοπής δίνεται από τη σχέση:

$$H(jf) = \frac{\left(\frac{jf}{f_0}\right)^2 + 1}{\left(\frac{jf}{f_0}\right)^2 + \frac{1}{Q}\left(\frac{jf}{f_0}\right) + 1} \quad (5.11.1)$$



όπου  $Q$  είναι ο συντελεστής ποιότητας του φίλτρου και  $f_0$  η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου. Η συχνότητα  $f_0$  του φίλτρου δίνεται από τη σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}} \quad (5.11.2)$$

Οι τύποι υπολογισμού του φίλτρου αποδεκνύεται ότι δίνονται από τους τύπους:

$$R_1 = \frac{1}{2Q \omega_0 C} \quad (5.11.3)$$

$$R_2 = \frac{2Q}{\omega_0 C} \quad (5.11.4)$$

$$R_4 = 2Q^2 R_3 \quad (5.11.5)$$

δεχόμενοι κατάλληλες τιμές των  $C$  και  $R_3$ .

### ⇒ Παράδειγμα 5-6

Θα υπολογίσουμε φίλτρο δοντιού που θα κόβει τη συχνότητα των 50 Hz και θα έχει  $Q=10$ .

### Λύση

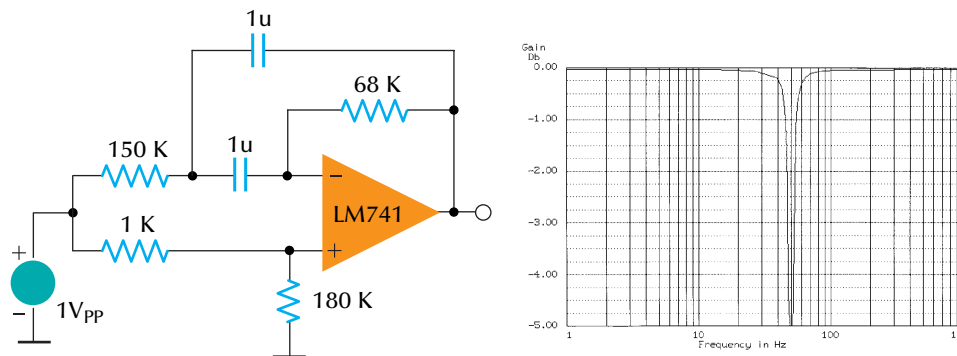
Διαλέγουμε  $C = 1 \mu\text{F}$  και  $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$

$$R_1 = \frac{1}{2Q \omega_0 C} = \frac{1}{2 \times 10 \times 2\pi \times 50 \times 10^{-6}} = 159.2 \Omega \therefore R_1 = 150 \Omega \quad (E12)$$

$$R_2 = \frac{2Q}{\omega_0 C} = \frac{2 \times 10}{2\pi \times 50 \times 10^{-6}} = 63.7 \text{ k}\Omega \therefore R_2 = 68 \text{ k}\Omega \quad (E12)$$

$$R_4 = 2Q^2 R_3 = 2 \times 10^2 \times 1 \text{ k}\Omega = 200 \text{ k}\Omega \therefore R_4 = 180 \text{ k}\Omega \quad (E12)$$

Το Σχ.5.22 δείχνει το φίλτρο που υπολογίσαμε καθώς και την καμπύλη απόκρισής του.

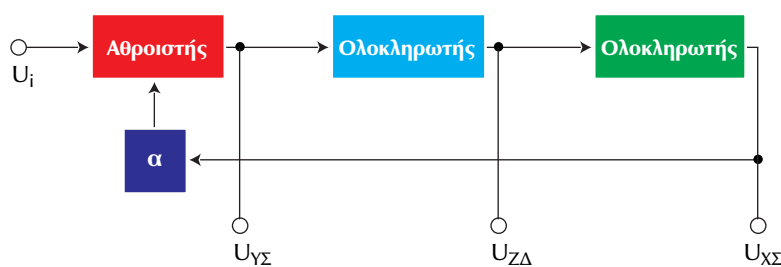


Σχήμα 5.22. Φίλτρο δοντιού με  $f_0=50$  Hz και  $Q=10$

## 5.12 Φίλτρο μεταβλητών καταστάσεων

Το φίλτρο **φίλτρο μεταβλητών καταστάσεων** (ΦΜΚ) χρησιμοποιεί τους ΤΕ με τον ίδιο τρόπο που αυτοί χρησιμοποιούνται στον αναλογικό υπολογιστή. Έτσι, μέσω αυτού, κατορθώνουμε να πραγματοποιήσουμε τις διάφορες συναρτήσεις μεταφοράς. Γι' αυτό το λόγο ονομάζεται και **γενικό φίλτρο**.

Από δομικής πλευράς το ΦΜΚ χρησιμοποιεί τρεις ΤΕ και αποτελείται από έναν **αθροιστή**, δύο **ολοκληρωτές** και ένα **δικτύωμα απόβησης**, Σχ.5.23.

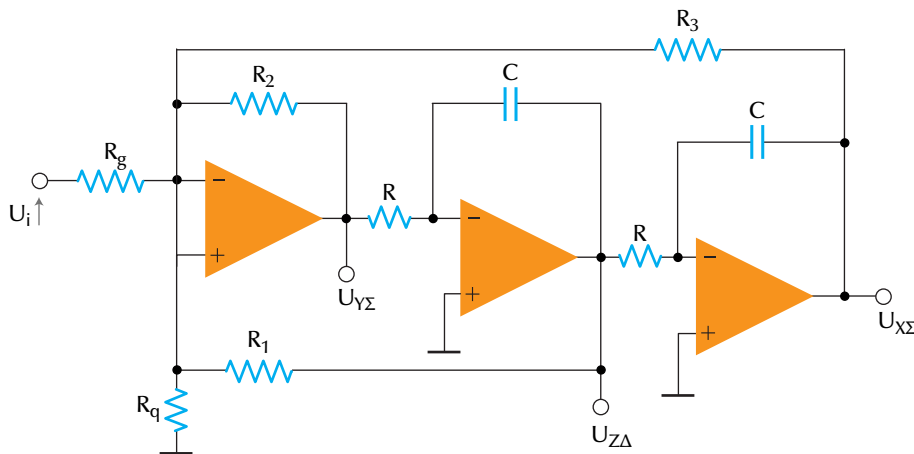


Σχήμα 5.23. Δομικό πρόγραμμα του ΦΜΚ

Λόγω του τρόπου με τον οποίο είναι συνδεσμοποιημένες οι επιμέρους δομικές μονάδες του, από το ΦΜΚ μπορούμε να έχουμε ταυτόχρονα έξοδο ΧΣ και έξοδο ΥΣ και στενής ΖΔ (η κλίσεις του φίλτρου είναι  $\pm 20$  dB/δεκ. ή  $\pm 6$  dB/οκτ.).

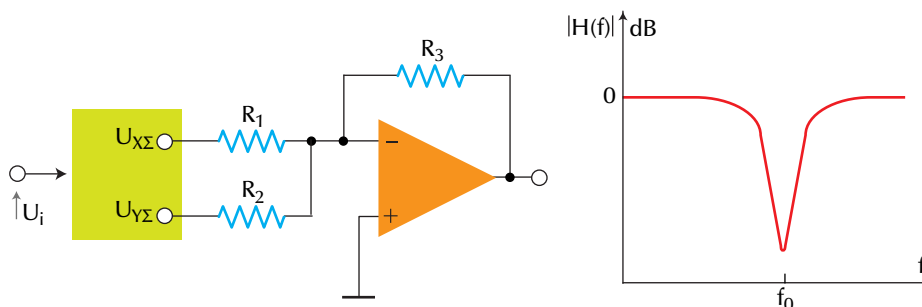
Η συχνότητα αποκοπής  $f_1$  και  $f_2$  του ΦΧΣ και του ΦΥΣ, αντίστοιχα, είναι ίδιες με την κεντρική συχνότητα  $f_0$  του ΦΖΔ. Επίσης, ο συντελεστής απόσβεσης  $\alpha$  ( $1/Q$  του ΦΣΖΔ) είναι ίδιος και στις τρεις αποκρίσεις.

Το ΦΜΚ έχει μικρότερη ευαισθησία έναντι των μεταβολών των στοιχείων του, σε σχέση με τα προηγούμενα φίλτρα που χρησιμοποιούν ένα μόνο ΤΕ. Εξαιτίας του πλεονεκτήματος αυτού, η αυτή μορφή φίλτρου χρησιμοποιείται για τη δημιουργία ΦΖΔ (στενής) με πολύ μεγάλο  $Q$  (μέχρι 100). Το μειονέκτημά του είναι ότι χρησιμοποιεί 3 ΤΕ, πράγμα που είναι δαπανηρό για φίλτρα μικρού  $Q$ . Το Σχ.5.24 δείχνει το αναλυτικό διάγραμμα του ΦΜΚ.



**Σχήμα 5.24.** Κύκλωμα του φίλτρου μεταβλητών καταστάσεων

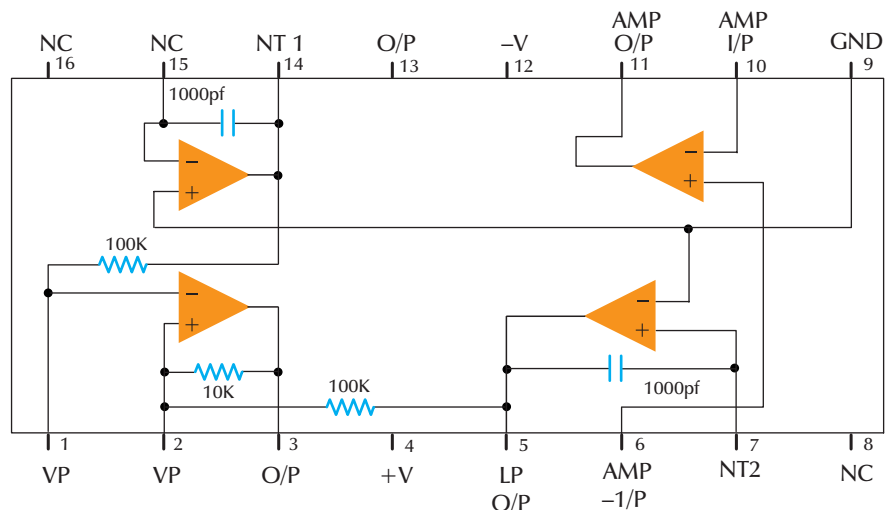
Ένα σημαντικό πλεονέκτημα των ΦΜΚ είναι ότι μπορούμε να προσθέτουμε τις εξόδους των ΦΧΣ και ΦΥΣ και να δημιουργήσουμε ένα ΦΣΖΑ ή φίλτρο δοντιού, Σχ.5.25. Γι' αυτό το σκοπό εκείνο που χρειάζεται, εκτός από το ΦΜΚ, είναι ένας αθροιστής 2 εισόδων, όπως δείχνει το σχήμα αυτό.



**Σχήμα 5.25.** Φίλτρο δοντιού με ΦΜΚ

Με την τεράστια πρόοδο της τεχνολογίας των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, ένας αριθμός κατασκευαστών κατασκευάζουν ήδη ολοκληρωμένα φίλτρα μεταβλητών καταστάσεων. Για τα ολοκληρωμένα αυτά κυκλώματα χρειάζονται 3 ή 4 εξωτερικές αντιστάσεις για να “προγραμματίσουμε” το φίλτρο, σύμφωνα με τις απαιτήσεις μας, ανάλογα με το αν θέλουμε φίλτρο με ενίσχυση μονάδα ή φίλτρο με 4 ΤΕ.

Το Σχ.5.26 δείχνει τη μορφή του ενεργού ΦΜΚ AF 100 της National Sem. Co. με βάση 16 ακροδεκτών DIP (υπάρχει και σε βάση TO-8). Ο κατασκευαστής δίνει πληροφορίες για τον τρόπο χρήσης του σε διάφορες εφαρμογές στο φυλλάδιο # B5M26 “AF100 Universal Active Filter” (application note).



Σχήμα 5.26. Ολοκληρωμένο ΦΜΚ AF100

Το φίλτρο λειτουργεί σε συχνότητα μέχρι 30 kHz και Q μέχρι 500 με τάση τροφοδοσίας από  $\pm 5V$  έως  $\pm 18V$ .

### 5.13 Φίλτρα διακοπτόμενων πυκνωτών

Τα φίλτρα **διακοπτόμενων πυκνωτών** (SC) είναι **μονολιθικά** ενεργά φίλτρα κατασκευασμένα με τεχνολογία συνδυασμού **πυκνωτών-διακοπών**. Οι διακόπτες αυτοί, ηλεκτρονικού τύπου (MOS) εξαναγκάζουν τους πυκνωτές να λειτουργούν ως **αντιστάσεις**.

Τα φίλτρα αυτά έχουν αρκετά πλεονεκτήματα, που είναι:

- Δε χρειάζονται εξωτερικοί πυκνωτές.
- Η συχνότητα αποκοπής έχει ακρίβεια  $\pm 0.3\%$ .
- Έχουν πολύ μικρή ευαισθησία έναντι των μεταβολών της θερμοκρασίας.

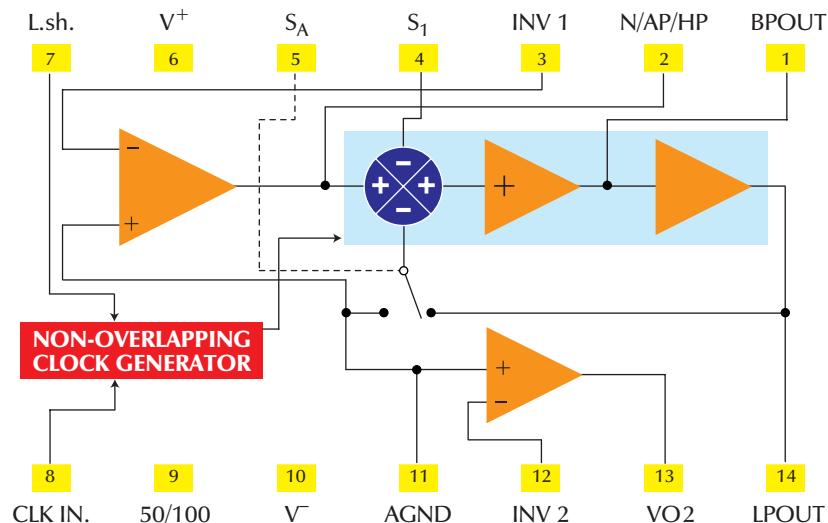
Ένα πρώτο μειονέκτημα των φίλτρων SC είναι ότι χρειάζονται ωρολογιακούς παλμούς. Οι παλμοί αυτοί δημιουργούνται από φθηνούς κρυσταλλικούς ταλαντωτές.

Ένα άλλο μειονέκτημα των φίλτρων αυτών είναι ότι έχουν περισσότερο θόρυβο από όσο τα κλασσικά ενεργά φίλτρα.

Η συχνότητα αποκοπής των φίλτρων αυτών μπορεί να μεταβάλλεται σε μεγάλη περιοχή με απλή εξωτερική μεταβολή της συχνότητας του ρολογιού.

Αρκετές εταιρίες κατασκευάζουν φίλτρα με διακοπτόμενους πυκνωτές. Με αυτά μπορούμε να δημιουργήσουμε όλες τις μορφές των ενεργών φίλτρων που είδαμε μέχρι τώρα. Ο σχεδιασμός τους γίνεται διαλέγοντας και προσθέτοντας μερικές εξωτερικές αντιστάσεις. Οι τιμές και η θέση των αντιστάσεων αυτών καθορίζουν τη μορφή της καμπύλης απόκρισης, ενώ η χαρακτηριστική συχνότητα του φίλτρου (αποκοπής ή συντονισμού) καθορίζεται από το εξωτερικό ρολόι.

Το Σχ.5.27 δείχνει το δομικό διάγραμμα του φίλτρου με διακοπτόμενους πυκνωτές. Πρόκειται για το μονολιθικό ολοκληρωμένο MF5 της National, που είναι φίλτρο 2ης τάξης **γενικού σκοπού**. Αυτό σημαίνει ότι με το φίλτρο αυτό μπορούμε να συνθέσουμε ΦΧΣ, ΦΥΣ, ΦΖΔ και ΦΖΑ. Μπορούμε επίσης να συνδέσουμε σε σειρά τέτοια φίλτρα (όπως και με τα ενεργά) για να δημιουργήσουμε φίλτρα ανωτέρου βαθμού.



Σχήμα 5.27. Δομικό διάγραμμα φίλτρου διακοπτόμενων πυκνωτών

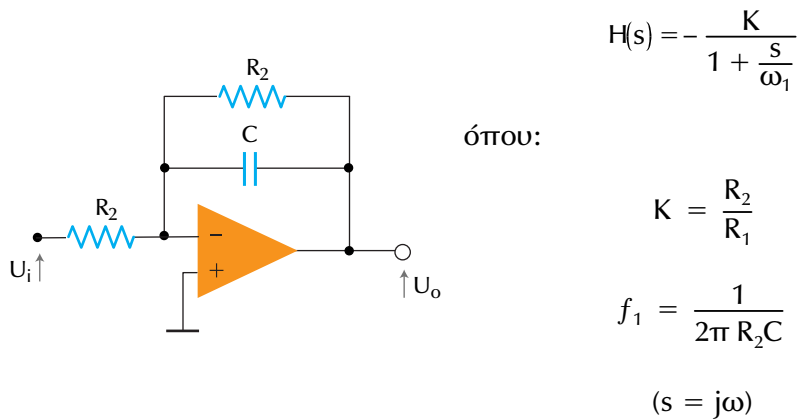
Το φίλτρο αυτό χρειάζεται τη χρήση δύο ή περισσότερων αντιστάσεων για να καθορισθεί η χαρακτηριστική καμπύλη του. Η περιοχή του φίλτρου αυτού, σύμφωνα με τον κατασκευαστή του, εκτείνεται από 0.2 Hz έως 30 kHz και η συχνότητα του ρολογιού είναι από 10 Hz έως 1 MHz.

Το φίλτρο αποτελείται από έναν TE, δύο ολοκληρωτές (που δημιουργούν διαφορά φάσης) και έναν κόμβο πρόσθεσης. Ένας διακόπτης MOS ελέγχεται από μια λογική τάση στον ακροδέκτη 5 ( $S_A$ ), ο οποίος συνδέει τη μια από τις εισόδους του πρώτου ολοκληρωτή είτε στη γη είτε στην έξοδο του δεύτερου ολοκληρωτή, πράγμα που δίνει μεγαλύτερη ευελιξία. Η άλλη είσοδος του ολοκληρωτή οδηγείται εξωτερικά στον ακροδέκτη 4 ( $S_1$ ). Ένας άλλος ακροδέκτης μας επιτρέπει την εκλογή της συχνότητας του ρολογιού ως προς τη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου, δηλ. 50:1 ή 100:1. Η μέγιστη επιτρεπόμενη συχνότητα ρολογιού είναι 1 MHz που δίνει μέγιστη συχνότητα  $f_1$  (ή  $f_2$  ή  $f_0$ ) ίση με 30 kHz για λόγο 50:1 ή 15 kHz για λόγο 100:1, αρκεί το γινόμενο  $f_0 \times Q < 200$  kHz. Ένας επιπλέον ακροδέκτης δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να προγραμματίσει την κατάλληλη λογική στάθμη του ρολογιού (L.Sh. ακροδέκτης 7). Τέλος, υπάρχει ένας πρόσθετος διαθέσιμος TE για ειδικές εφαρμογές.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

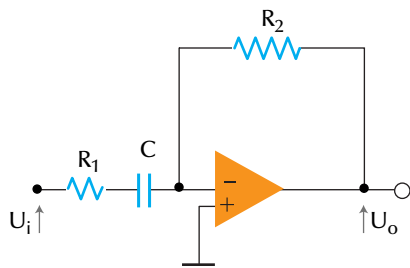
- 5-1.** Ένα φίλτρο 1ου βαθμού έχει  $R_1 = 1$  kΩ, και  $R_2 = 6$  kΩ,  $R = 4.7$  kΩ, και  $C = 6.8$  nF. Υπολογίστε την dc ενίσχυση του φίλτρου σε dB και τη συχνότητα αποκοπής αυτού. Επίσης σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισης του φίλτρου.
- 5-2.** Υπολογίστε ΦΧΣ 1ου βαθμού με ενίσχυση 1 και συχνότητα αποκοπής 500 Hz. Σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.
- 5-3.** Ένα ΦΥΣ 1ου βαθμού έχει  $K=6$  και  $R_2 = 10$  kΩ,  $C = 10$  nF. Υπολογίστε τις αντιστάσεις  $R_3$  και  $R_4$ , καθώς και τη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου. Σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.
- 5-4.** Να υπολογίσετε ΦΥΣ 1ου βαθμού με ενίσχυση 4 και συχνότητα αποκοπής 1,5 kHz. Σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.
- 5-5.** Ένα ΦΧΣ 2ης τάξης έχει  $R = 10$  kΩ,  $C_1 = 10$  nF,  $C_2 = 1.5$  nF,  $R_1 = 10$  kΩ και  $R_2 = 82$  kΩ. Υπολογίστε τη συχνότητα αποκοπής και την ενίσχυση του φίλτρου. Επίσης, σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισης του φίλτρου.

- 5-6.** Υπολογίστε ΦΧΣ 2ου βαθμού με συχνότητα αποκοπής 400 Hz ενίσχυση 9. Σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.
- 5-7.** Ένα ΦΥΣ έχει  $C = 1 \text{ nF}$ , και  $R_1 = 8,2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 47 \text{ k}\Omega$  και  $K = 8$ . Υπολογίστε το φίλτρο και σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.
- 5-8.** Υπολογίστε ΦΥΣ 2ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 800 Hz και ενίσχυση 5.5. Σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.
- 5-9.** Ένα ΦΣΖΔ έχει τα εξής στοιχεία:  $R_1 = 22 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 47 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 120 \Omega$ . Υπολογίστε τη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου και την ενίσχυσή του.
- 5-10.** Να υπολογίσετε ΦΣΖΔ με συχνότητα συντονισμού 1 kHz, ενίσχυση 7 και  $Q=5$ .
- 5-11.** Ένα ΦΣΖΑ έχει τα εξής στοιχεία:  $R_1 = 220 \Omega$ ,  $R_2 = 56 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 150 \text{ k}\Omega$  και  $C = 0.85 \text{ }\mu\text{F}$ . Υπολογίστε τη συχνότητα αποκοπής του.
- 5-12.** Να υπολογίσετε φίλτρο δοντιού συχνότητας 400 Hz και  $Q=6$ .
- 5-13.** Το παρακάτω φίλτρο είναι ΦΧΣ με ΤΕ συνδεσμολογημένο με αναστροφή. Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση μεταφοράς του δίνεται από τη σχέση:



Υπολογίστε το φίλτρο αυτό για συχνότητα αποκοπής 1.3 kHz και ενίσχυση 10 και σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.

- 5-14.** Το παρακάτω φίλτρο είναι ΦΥΣ 1ης τάξης με τον ΤΕ συνδεσμολογημένο να δημιουργεί διαφορά φάση 180° μεταξύ εισόδου και εξόδου. Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση μεταφοράς του δίνεται από τη σχέση:



$$H(s) = - \frac{K \frac{s}{\omega_2}}{1 + \frac{s}{\omega_2}}$$

όπου:

$$K = \frac{R_2}{R_1}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

Να υπολογισθεί το φίλτρο αυτό για  $K=8$  και συχνότητα αποκοπής 350 Hz. Σχεδιάστε την καμπύλη απόκρισής του.