



Παράσταση της πληροφορίας

Κεφάλαιο 2

Μ α θ ή μ α τ α

2.1 Παράσταση δεδομένων-κώδικες υπολογιστών

2.2 Αριθμητικά συστήματα



**Όταν ολοκληρώσεις
το μάθημα αυτό θα μπορείς:**

- Να εξηγείς πως παριστάνονται οι πληροφορίες στο εσωτερικό των υπολογιστών
- Να αναφέρεις τους υπάρχοντες κώδικες δεδομένων καθώς και την αναγκαιότητά τους
- Να εξηγείς πως παριστάνονται οι αριθμοί στο δυαδικό και στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης
- Να μετατρέπεις αριθμούς από το ένα σύστημα στο άλλο

Μάθημα 2.1

Παράσταση δεδομένων - κώδικες υπολογιστών

2.1.1 Ο δυαδικός κώδικας – Παράσταση της πληροφορίας

2.1.2 Κώδικες Υπολογιστών

Όταν ολοκληρώσεις το μάθημα αυτό θα μπορείς:

- Να εξηγείς πως παριστάνονται οι πληροφορίες στο εσωτερικό των υπολογιστών
- Να εξηγείς γιατί οι πληροφορίες παριστάνονται με 0 και 1
- Να αναφέρεις τι είναι *bit*, *byte*
- Να αναφέρεις τους υπάρχοντες κώδικες δεδομένων καθώς και την αναγκαιότητά τους

2.1.1 Ο δυαδικός κώδικας – Παράσταση της πληροφορίας

Κάθε υπολογιστική μηχανή αποτελείται από ηλεκτρονικά κυκλώματα που η λειτουργία τους βασίζεται στην αρχή ανοιχτό-κλειστό. Η συμπεριφορά τους αντιστοιχεί με τη λειτουργία ενός διακόπτη (ON – OFF). Δηλαδή, είτε αφήνουν να περάσει ρεύμα είτε δεν αφήνουν. Έτσι η συμπεριφορά τους βασίζεται σε δύο καταστάσεις. Από την τελευταία αυτή διαπίστωση, οι επιστήμονες των υπολογιστών, κατάλαβαν ότι θα μπορούσαν να κάνουν χρήση των δύο αυτών καταστάσεων για τη κωδικοποίηση δεδομένων και γενικά για την αναπαράσταση της πληροφορίας. Έτσι δημιουργήθηκε ο δυαδικός κώδικας επικοινωνίας του ανθρώπου με τη μηχανή. Ένας κώδικας ο οποίος έχει δύο μόνο σύμβολα. Το ένα από τα σύμβολά του είναι το 0 και το άλλο το 1. Με τη χρήση αυτών των δύο συμβόλων μπορούν να αναπαρασταθούν όλα τα γράμματα, όλοι οι αριθμοί και γενικά όλα τα σύμβολα που είναι απαραίτητα για την επικοινωνία του ανθρώπου με τον υπολογιστή αλλά και των υπολογιστών μεταξύ τους. Στην πραγματικότητα οι δύο αυτές καταστάσεις παριστάνονται σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα με δύο διαφορετικές τάσεις. Αυτές συνήθως είναι 0 και 5 Volt.

Το κάθε ένα από τα σύμβολα 0 και 1 ονομάζεται δυαδικό ψηφίο (bit) και για το λόγο αυτό ο κώδικας λέγεται δυαδικός (binary). Από μόνα τους, τα δύο δυαδικά ψηφία κάθε δυαδικού κώδικα δεν μπορούν να αναπαραστήσουν παρά μόνο δύο διαφορετικά σύμβολα. Σε ομάδες όμως περισσότερων δυαδικών ψηφίων μπορούν να παραστήσουν μία πλειάδα από χαρακτήρες. Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε ένα περιορισμένο αλφάβητο που αποτελείται μόνο από τους χαρακτήρες Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Τότε η παράσταση τους με τη βοήθεια του δυαδικού κώδικα απαιτεί ομάδα τριών (3) δυαδικών ψηφίων για κάθε χαρακτήρα όπως φαίνεται στον πίνακα 2.1.1.

Γενικά ένας δυαδικός κώδικας που αποτελείται από n δυαδικά στοιχεία μπορεί να παραστήσει 2^n διαφορετικούς χαρακτήρες.

Γ	Α	Ζ	Α
010	000	101	000

000	Α
001	Β
010	Γ
011	Δ
100	Ε
101	Ζ
110	Η
111	Θ

Πίνακας 2.1.1

Υποθετικό αλφάβητο οκτώ (8) χαρακτήρων. Παράσταση γραμμάτων με τη χρήση δυαδικού κώδικα.

Σε αυτό το υποθετικό αλφάβητο η λέξη ΓΑΖΑ παριστάνεται ως εξής:

Όπως βλέπουμε στο προηγούμενο σχήμα, κάθε χαρακτήρας παριστάνεται με μία σειρά τριών 3 δυαδικών ψηφίων. Αν θέλουμε όμως να έχουμε την πλήρη παράσταση της αλφαβήτου (Α έως Ω), των αριθμών (0-9) καθώς και των άλλων χαρακτήρων που χρησιμοποιούμε σε ένα κείμενο (κενό, τελεία, κόμμα, κλπ) απαιτούνται περισσότερα από τρία δυαδικά ψηφία. Απαιτείται μία σειρά 8 δυαδικών ψηφίων για τον κάθε χαρακτήρα. Κάθε σύνολο από 8 bits λέγεται byte, και παριστάνει ένα χαρακτήρα. Π.χ. η λέξη ΗΡΩΑΣ χρειάζεται 5 bytes και συνολικά $5 \cdot 8 = 40$ bits για να αναπαρασταθεί.

Η πρόταση ΕΝΑΣ ΗΡΩΑΣ αποτελείται από 10 χαρακτήρες (4 για τη λέξη ΕΝΑΣ, 1 για το κενό, και 5 για τη λέξη ΗΡΩΑΣ). Για αυτής της πρότασης χρειάζονται $10 \cdot 8 = 80$ bits.

Για ομάδες περισσότερων bits (16 ή 32) χρησιμοποιείται ο όρος word (λέξη). Στους παλαιότερους υπολογιστές το μήκος της λέξης αντιστοιχούσε σε 16 bits ενώ στους σύγχρονους, αντίστοιχα σε 32 bits.

2.1.2 Κώδικες Υπολογιστών

Πριν την εξάπλωση των υπολογιστών στην παγκόσμια αγορά, κάθε κατασκευαστής υπολογιστικών συστημάτων δημιουργούσε και τον δικό του κώδικα επικοινωνίας για τον υπολογιστή που κατασκεύαζε. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα υπολογιστές από διαφορετικούς κατασκευαστές να μην μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους, αφού ο καθένας αντιστοιχούσε τους χαρακτήρες που χρησιμοποιούσε σε διαφορετική ακολουθία συμβόλων 0 και 1.

Για παράδειγμα ο ένας κατασκευαστής αντιστοιχούσε το Α στην ακολουθία 01100110 και κάποιος άλλος στην ακολουθία 01100111 που για τον πρώτο κατασκευαστή αυτό μπορούσε να είναι το γράμμα Β.

Για να μην προκύπτουν, λοιπόν, τέτοιες καταστάσεις, διεθνείς οργανισμοί προτυποποίησης εισηγούνται, κοινά αποδεκτές αντιστοιχίες ομάδων δυαδικών συμβόλων, που λέγονται σύνολα χαρακτήρων (character set), και οι οποίες υιοθετούνται από την διεθνή κοινότητα.

Ένα τέτοιο σύνολο χαρακτήρων, για μικροϋπολογιστές και σταθμούς εργασίας είναι ο ASCII κώδικας (American Standard Code for Information Interchange, Αμερικάνικος πρότυπος κώδικας για την ανταλλαγή πληροφοριών). Σε αυτόν τον κώδικα, κάθε χαρακτήρας παραστάνεται από 8 δυαδικά ψηφία. Έτσι ο κώδικας αυτός έχει 256 διαφορετικά σύμβολα ($2^8 = 256$) που είναι τα γράμματα του λατινικού αλφάβητου, τα νούμερα, τα σύμβολα της στίξης, τα σύμβολα των πράξεων, ειδικά σύμβολα (#, \$, %, &, @, #), κλπ.

H	E	L	L	A	S
01001000	01000101	01001100	01001100	01000001	01010011

Σχήμα 2.1.1 Η λέξη HELLAS στον ASCII κώδικα.

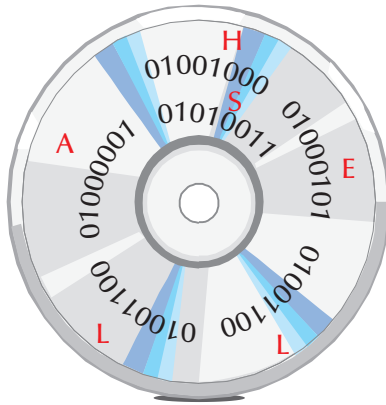
Χαρακτήρας	Δυαδικός Κώδικας	Χαρακτήρας	Δυαδικός Κώδικας	Χαρακτήρας	Δυαδικός Κώδικας	Χαρακτήρας	Δυαδικός Κώδικας
κενό	00100000	P	01010000	0	00110000	@	01000000
!	00100001	Q	01010001	1	00110001	A	01000001
"	00100010	R	01010010	2	00110010	B	01000010
#	00100011	S	01010011	3	00110011	C	01000011
\$	00100100	T	01010100	4	00110100	D	01000100
%	00100101	U	01010101	5	00110101	E	01000101
&	00100110	V	01010110	6	00110110	F	01000110
'	00100111	W	01010111	7	00110111	G	01000111
(00101000	X	01011000	8	00111000	H	01001000
)	00101001	Y	01011001	9	00111001	I	01001001
*	00101010	Z	01011010	:	00111010	J	01001010
+	00101011	[01011011	;	00111011	K	01001011
,	00101100	\	01011100	<	00111100	L	01001100
-	00101101]	01011101	=	00111101	M	01001101
.	00101110	^	01011110	>	00111110	N	01001110
/	00101111	_	01011111	?	00111111	O	01001111

Πίνακας 2.1.2 Κώδικας ASCII

Η χώρα μας έχει αποκτήσει πρότυπο για την παράσταση των ελληνικών και λατινικών χαρακτήρων, το ΕΛΟΤ 928 (ΕΛΟΤ Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης). Ο κώδικας αυτός αποτελεί μία επέκταση του κώδικα ASCII και περιλαμβάνει εκτός των λατινικών γραμμάτων και τα ελληνικά γράμματα κεφαλαία, πεζά, τονούμενα, σημεία στίξης, κλπ. Το σύνολο των 256 χαρακτήρων που αναπαριστούν οι κώδικες ASCII και EBCDIC είναι μεν αρκετό για το λατινικό αλφάβητο αλλά δεν επαρκεί για όλα τα αλφάβητα ή για όλα τα σύμβολα που χρησιμοποιούν οι ανά τον κόσμο άνθρωποι για την επικοινωνία τους (ελληνικό αλφάβητο, ασιατικά αλφάβητα, γερμανικό, γαλλικό κλπ). Έτσι, υπάρχει και ένας τρίτος κώδικας ο Unicode ο οποίος είναι 16-μπιτς (δηλαδή κά-

Δεκαδικά ψηφία	BCD Κώδικας
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Πίνακας 2.1.3 Κώδικας BCD



Σχήμα 2.1.2 Αναπαράσταση της λέξης *HELLAS* σε οπτικό δίσκο. Πάνω στον οπτικό δίσκο χαράσσονται σημάδια αντίστοιχα των 0 και 1.

θε χαρακτήρας του αντιστοιχίζεται με 16 bit) και έτσι το πλήθος των χαρακτήρων που μπορεί να αντιστοιχίσει είναι 65536 ($2^{16} = 65536$). Ο Unicode υπερκαλύπτει τις ανάγκες για αναπαράσταση όλων των υπάρχοντων αλφάβητων.

Στις περιπτώσεις έχουμε να παραστήσουμε νόμο δεκαδικού αριθμούς, χρησιμοποιείται ένα απλούστερος κώδικας ο BCD (Binary Code Decimal) Δυαδικός κώδικας δεκαδικών), όπου κάθε ψηφίο περιλαμβάνεται με 4 bit.

Παράδειγμα

249:	2	4	9
	0010	0100	1001

ΤΙ ΕΜΑΘΕΣ

- Πώς παριστάνονται οι πληροφορίες στο εσωτερικό των υπολογιστών.
- Ποιοι είναι οι γνωστότεροι κώδικες.
- Ποια είναι η αναγκαιότητα των κωδίκων.
- Τι είναι *ΕΛΟΤ*, *ASCII*, *Unicode*

ΟΡΟΛΟΓΙΑ

- Κώδικας, δυαδικός κώδικας.
- *ΕΛΟΤ*, *ASCII*, *EBCDIC*, *Unicode*.
- Σύνολο χαρακτήρων - *Character set*

ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΝΩΣΕΩΝ

1. Γράψε τη λέξη *HEAD* χρησιμοποιώντας τον *ASCII* κώδικα.
2. Ομοίως την πρόταση « *A LED* »
3. Γιατί χρειάζεται η διεθνής τυποποίηση;
4. Τι είναι σύνολο χαρακτήρων;
5. Τι είναι ο κώδικας *UNICODE*

Μάθημα 2.2

Αριθμητικά συστήματα

2.2.1 Εισαγωγή

2.2.2 Αριθμητικά συστήματα

2.2.3 Μετατροπή από το ένα οποιοδήποτε σύστημα στο δεκαδικό

2.2.4 Μετατροπή από το δεκαδικό στο δυαδικό ή δεκαεξαδικό

2.2.5 Μετατροπή από το δυαδικό σε δεκαεξαδικό και αντίστροφα

Όταν ολοκληρώσεις το μάθημα αυτό θα μπορείς:

- Να εξηγείς πως παριστάνονται οι αριθμοί στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης
- Να εξηγείς πως παριστάνονται οι αριθμοί στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης
- Να μετατρέπεις αριθμούς από το ένα σύστημα αρίθμησης στο άλλο

2.2.1 Εισαγωγή

Όπως μάθαμε στο προηγούμενο μάθημα όλες οι πληροφορίες στον υπολογιστή παριστάνονται με τη χρήση ενός δυαδικού κώδικα. Παριστάνονται δηλαδή με 0 και 1. Έτσι λοιπόν οι αριθμητικές πράξεις που κάνουν οι υπολογιστές, θα πρέπει να γίνονται στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης. Για παράδειγμα, όταν εμείς δίνουμε εντολή στον υπολογιστή να κάνει την πράξη $8+5=13$, συμβαίνουν τα παρακάτω:

- Α. Οι δεκαδικοί αριθμοί 8 και 5 που εισάγουμε από το πληκτρολόγιο στον υπολογιστή, μετατρέπονται στους αντίστοιχους δυαδικούς αριθμούς.
- Β. Ο υπολογιστής κάνει την πράξη στο δυαδικό σύστημα, βάσει του οποίου λειτουργεί.
- Γ. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης που είναι στο δυαδικό σύστημα μετατρέπεται στο δεκαδικό σύστημα και εμφανίζεται στην οθόνη του υπολογιστή.

Από τα παραπάνω φαίνεται η αναγκαιότητα της μετατροπής από το δεκαδικό στο δυαδικό σύστημα και αντίστροφα.

2.2.2 Αριθμητικά συστήματα

Το σύστημα που μέχρι σήμερα έχετε χρησιμοποιήσει είναι το δεκαδικό το οποίο έχει τα εξής δέκα (10) σύμβολα: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Η βάση αυτού του συστήματος λέμε ότι είναι το 10.

Επιτρεπτοί αριθμοί σε αυτό το σύστημα αρίθμησης είναι οι 123, 12, 981, 902 όχι όμως και οι 12A, AF, 4F αφού οι αριθμοί αυτοί περιέχουν και άλλα σύμβολα εκτός των 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Η τιμή ενός αριθμού π.χ. του 981 στο δεκαδικό σύστημα υπολογίζεται ως εξής:

$$981 = 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 900 + 80 + 1$$

Ο υπολογιστής χρησιμοποιεί το δυαδικό σύστημα αρίθμησης το οποίο έχει τα εξής δύο σύμβολα: 0,1. Η βάση αυτού του συστήματος λέμε ότι είναι το 2.

Επιτρεπτοί αριθμοί σε αυτό το σύστημα αρίθμησης είναι οι 101, 101011, 110011, όχι όμως και οι 12, 31, 10812, αφού οι αριθμοί αυτοί περιέχουν και άλλα σύμβολα εκτός των 0,1.

Η τιμή ενός αριθμού π.χ. του 101 και του 1110 στο δυαδικό σύστημα υπολογίζονται ως εξής:

$$101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5$$

$$1110 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 2 + 0 = 14$$

Υπάρχουν και άλλα συστήματα αρίθμησης όπως το οκταδικό σύστημα αρίθμησης το οποίο έχει τα εξής οκτώ (8) σύμβολα: 0,1,2,3,4,5,6,7. Η βάση αυτού του συστήματος λέμε ότι είναι το 8.

Επιτρεπτοί αριθμοί σε αυτό το σύστημα αρίθμησης είναι οι 101, 101011, 123, 7501, όχι όμως και οι 81, 189, αφού οι αριθμοί αυτοί περιέχουν και άλλα σύμβολα εκτός των 0,1,2,3,4,5,6,7.

Η τιμή ενός αριθμού π.χ. του 351 στο οκταδικό σύστημα υπολογίζεται ως εξής:

$$351 = 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 192 + 40 + 1 = 233$$

Ακόμα υπάρχει και το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης το οποίο έχει δεκαέξι σύμβολα. Επειδή δεν υπάρχουν περισσότερα από δέκα διαθέσιμα αριθμητικά σύμβολα, χρησιμοποιούνται και οι χαρακτήρες A,B,C,D,E,F. Έτσι λοιπόν τα σύμβολα του δεκαεξαδικού συστήματος είναι τα: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Το σύμβολο A αντιπροσωπεύει το 10, το B αντιπροσωπεύει το 11, ... το F αντιπροσωπεύει το 15.

Η βάση αυτού του συστήματος λέμε ότι είναι το 16. Η αντιστοιχία των δεκαεξαδικών χαρακτήρων (Α έως F) φαίνεται στον Πίνακα 2.2.1.

Παραδείγματος χάρη το 1Α του δεκαεξαδικού συστήματος αντιπροσωπεύει το 26 του δεκαδικού, το FA αντιπροσωπεύει το 250. (Αμέσως παρακάτω θα δούμε πως θα μετατρέπουμε αριθμούς του δεκαεξαδικού συστήματος σε ισοδύναμους του δεκαδικού).

Παραδεκτοί αριθμοί σε αυτό το σύστημα αρίθμησης είναι οι 10, 101011, ,123, 12, 8F1, 981, 12B, AF, 4D όχι όμως και οι 12G, ACR αφού οι αριθμοί αυτοί περιέχουν και άλλα σύμβολα εκτός των 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.

A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Πίνακας 2.2.1 Αντιστοιχία των δεκαεξαδικών χαρακτήρων Α έως F σε δεκαδικούς.

2.2.3 Μετατροπή από ένα οποιοδήποτε σύστημα στο δεκαδικό.

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από ένα οποιοδήποτε σύστημα στο δεκαδικό κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες τις οποίες θα δούμε με τη βοήθεια ενός παραδείγματος.

Παράδειγμα 1ο

Θα μετατρέψουμε τον αριθμό 1011 του δυαδικού συστήματος σε ισοδύναμο δεκαδικό.

Βήμα 1ο Βρίσκουμε την θέση του κάθε ψηφίου του αριθμού που θέλουμε να μετατρέψουμε, μετρώντας από τα δεξιά προς τα αριστερά.

1 0 1 1

- ↳ το ψηφίο **1** έχει την 0^η θέση Λιγότερο σημαντικό ψηφίο (LSB-Least Significant Bit)
- ↳ το ψηφίο **1** έχει την 1^η θέση
- ↳ το ψηφίο **0** έχει την 2^η θέση
- ↳ το ψηφίο **1** έχει την 3^η θέση Περισσότερο σημαντικό ψηφίο (MSB-Most Significant Bit)

Βήμα 2ο Πολλαπλασιάζουμε κάθε ένα από τα ψηφία του αριθμού, με την βάση του συστήματος στην οποία μας έχει δοθεί ο αριθμός, υψωμένη στη θέση που κατέχει το κάθε ψηφίο όπως βρέθηκε στο Βήμα 1ο. Δηλαδή:

το **1** θα το πολλαπλασιάσουμε με το $2^0 (=1)$ γιατί το 1 κατέχει την

0^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 2.

$$\text{Έχουμε } 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 1 = 1$$

Το **1** θα το πολλαπλασιάσουμε με το 2¹ (=2) γιατί το 1 κατέχει την 1^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 2.

$$\text{Έχουμε } 1 \cdot 2^1 = 1 \cdot 2 = 2$$

Το **0** θα το πολλαπλασιάσουμε με το 2² (=4) γιατί το 0 κατέχει την 2^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 2.

$$\text{Έχουμε } 0 \cdot 2^2 = 0 \cdot 4 = 0$$

Το **1** θα το πολλαπλασιάσουμε με το 2³ (=8) γιατί το 1 κατέχει την 3^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 2.

$$\text{Έχουμε } 1 \cdot 2^3 = 1 \cdot 8 = 8$$

Βήμα 3ο Προσθέτουμε τα προηγούμενα αποτελέσματα.

Ο δεκαδικός είναι =11

Συνολικά έχουμε:

$$(1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 11$$

Ομοίως

$$(101011)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 43$$

$$(101111)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 47$$

Παρόμοια διαδικασία ακολουθείται και για οποιοδήποτε αριθμητικό σύστημα.

Παράδειγμα 2ο

Θα μετατρέψουμε τον αριθμό 167 του οκταδικού συστήματος σε ισοδύναμο δεκαδικό.

Βήμα 1ο Βρίσκουμε την θέση του κάθε ψηφίου του αριθμού που θέλουμε να μετατρέψουμε, μετρώντας από τα δεξιά προς τα αριστερά.

1 6 7

- το ψηφίο **7** έχει την 0^η θέση Λιγότερο σημαντικό ψηφίο (LSB Least Significant Bit)
- το ψηφίο **6** έχει την 1^η θέση
- το ψηφίο **1** έχει την 2^η θέση Περισσότερο σημαντικό ψηφίο (MSB Most Significant Bit)

Βήμα 2ο Πολλαπλασιάζουμε κάθε ένα από τα ψηφία του αριθμού, με

την βάση του συστήματος στην οποία μας έχει δοθεί ο αριθμός, υψωμένη στη θέση που κατέχει το κάθε ψηφίο όπως βρέθηκε στο Βήμα 1ο. Δηλαδή:

το **7** θα το πολλαπλασιάσουμε με το $8^0 (=1)$ γιατί το 7 κατέχει την 0^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 8.

$$\text{Έχουμε } 7 \cdot 8^0 = 7 \cdot 1 = 7$$

Το **6** θα το πολλαπλασιάσουμε με το $8^1 (=8)$ γιατί το 6 κατέχει την 1^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 8.

$$\text{Έχουμε } 6 \cdot 8^1 = 6 \cdot 8 = 48$$

Το **1** θα το πολλαπλασιάσουμε με το $8^2 (=64)$ γιατί το 1 κατέχει την 2^η θέση και η βάση του συστήματος είναι το 8.

$$\text{Έχουμε } 1 \cdot 8^2 = 1 \cdot 64 = 64$$

Βήμα 3ο Προσθέτουμε τα προηγούμενα αποτελέσματα.

Ο δεκαδικός είναι $=119$

Συνολικά έχουμε:

$$(167)_8 = 1 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 1 \cdot 64 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 1 = 119$$

Παρόμοια διαδικασία ακολουθείται και για τα άλλα αριθμητικά συστήματα.

Παράδειγμα 3ο

Θα μετατρέψουμε τον αριθμό B5A του δεκαεξαδικού συστήματος σε ισοδύναμο δεκαδικό.

Βήμα 1ο Βρίσκουμε την θέση του κάθε ψηφίου μετρώντας από αριστερά προς τα δεξιά.

B S A

- το ψηφίο **A** ($=10$) έχει την 0^η θέση
- το ψηφίο **5** έχει την 1^η θέση
- το ψηφίο **B** ($=11$) έχει την 2^η θέση

Βήμα 2ο Υπολογίζουμε για το κάθε ψηφίο τους αριθμούς

$$\mathbf{A} \cdot 16^0 = 10 \cdot 1 = 10$$

Από τον πίνακα 2.2.1 έχουμε:

$$\mathbf{5} \cdot 16^1 = 5 \cdot 16 = 80$$

$$\mathbf{A} = 10$$

$$\mathbf{B} \cdot 16^2 = 11 \cdot 256 = 2816$$

$$\mathbf{B} = 11$$

Βήμα 3ο Προσθέτουμε τους παραπάνω αριθμούς

Ο δεκαδικός είναι $=2906$

Συνολικά έχουμε:

$$(\mathbf{B5A})_{16} = \mathbf{B} \cdot 16^2 + \mathbf{5} \cdot 16^1 + \mathbf{A} \cdot 16^0 = 11 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 10 \cdot 1 = 2906$$

2.2.4 Μετατροπή από το δεκαδικό στο δυαδικό ή δεκαεξαδικό σύστημα

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες:

Βήμα 1ο Κάνουμε διαίρεση του δεκαδικού με το 2. Το υπόλοιπο που βρίσκουμε το γράφουμε στη θέση 0 του ζητούμενου δυαδικού αριθμού.

Βήμα 2ο Κάνουμε διαίρεση του πηλίκου που βρήκαμε προηγούμενα, με το 2. Το υπόλοιπο που βρίσκουμε το γράφουμε στη θέση 1 του ζητούμενου δυαδικού αριθμού.

Βήμα 3ο Κάνουμε διαίρεση του πηλίκου που βρήκαμε προηγούμενα, με το 2. Το υπόλοιπο που βρίσκουμε το γράφουμε στη θέση 2 του ζητούμενου δυαδικού αριθμού. Προχωράμε μέχρι να βρούμε πηλίκο 0.

Ας δούμε παραδείγματα μετατροπής από το δεκαδικό στο δυαδικό.

Παράδειγμα 1ο

Μετατροπή του αριθμού $(5)_{10}$

$5:2$ Δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 1$

$2:2$ Δίνει πηλίκο 1 και υπόλοιπο 0 $\rightarrow 01$

$1:2$ Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 101$ είναι ο ζητούμενος δυαδικός αριθμός.

Παράδειγμα 2ο

Μετατροπή του αριθμού $(11)_{10}$

$11:2$ Δίνει πηλίκο 5 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 1$

$5:2$ Δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 11$

$2:2$ Δίνει πηλίκο 1 και υπόλοιπο 0 $\rightarrow 011$

$1:2$ Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 1011$ είναι ο ζητούμενος δυαδικός αριθμός.

Παράδειγμα 3ο

Μετατροπή του αριθμού $(13)_{10}$

$13:2$ Δίνει πηλίκο 6 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 1$

$6:2$ Δίνει πηλίκο 3 και υπόλοιπο 0 $\rightarrow 01$

$3:2$ Δίνει πηλίκο 1 και υπόλοιπο 1 $\rightarrow 101$

1:2 Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 1 \rightarrow **1101** είναι ο ζητούμενος δυαδικός αριθμός.

Παράδειγμα 4ο

Μετατροπή του αριθμού $(43)_{10}$

43:2 Δίνει πηλίκο 21 και υπόλοιπο 1 \rightarrow **1**

21:2 Δίνει πηλίκο 10 και υπόλοιπο 1 \rightarrow **11**

10:2 Δίνει πηλίκο 5 και υπόλοιπο 0 \rightarrow **011**

5:2 Δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1 \rightarrow **1011**

2:2 Δίνει πηλίκο 1 και υπόλοιπο 0 \rightarrow **01011**

1:2 Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 1 \rightarrow **101011** είναι ο ζητούμενος δυαδικός αριθμός.

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό του δεκαδικού συστήματος στο δεκαεξαδικό κάνουμε αντίστοιχες ενέργειες:

Βήμα 1ο Κάνουμε διαίρεση του δεκαδικού με το 16. Το υπόλοιπο που βρίσκουμε το γράφουμε στη θέση 0 του ζητουμένου δεκαεξαδικού.

Βήμα 2ο Κάνουμε διαίρεση του πηλίκου που βρήκαμε προηγούμενα με το 16. Το υπόλοιπο που βρίσκουμε το γράφουμε στη θέση 1 του ζητουμένου δεκαεξαδικού.

Βήμα 3ο Κάνουμε διαίρεση του πηλίκου που βρήκαμε προηγούμενα με το 16. Το υπόλοιπο που βρίσκουμε το γράφουμε στη θέση 2 του ζητουμένου δεκαεξαδικού. Προχωράμε μέχρι να βρούμε πηλίκο 0.

Ας δούμε παραδείγματα μετατροπής από το δεκαδικό στο δεκαεξαδικό.

Παράδειγμα 1ο

Μετατροπή του αριθμού $(26)_{10}$

26:16 Δίνει πηλίκο 1 και υπόλοιπο 10 \rightarrow **A**

1:16 Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 1 \rightarrow **1A** είναι ο ζητούμενος δεκαεξαδικός αριθμός.

Παράδειγμα 2ο

Μετατροπή του αριθμού $(45)_{10}$

45:16 Δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 13 \rightarrow **D**

2:16 Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 2 \rightarrow **2D** είναι ο ζητούμενος δεκαεξαδικός αριθμός.

Παράδειγμα 3ο**Μετατροπή του αριθμού $(250)_{10}$**

$250:16$ Δίνει πηλίκο 15 και υπόλοιπο 10 \rightarrow A

$15:16$ Δίνει πηλίκο 0 και υπόλοιπο 15 \rightarrow FA είναι ο ζητούμενος δεκαεξαδικός αριθμός.

2.2.5 Μετατροπή από το δυαδικό σε δεκαεξαδικό και αντίστροφα

Δεκαδικοί αριθμοί	Δυαδικοί αριθμοί	Δεκαεξαδικοί αριθμοί
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Πίνακας 2.2.2 Αντιστοιχία δεκαδικών σε δυαδικούς και δεκαεξαδικούς αριθμούς.

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό του δυαδικού συστήματος στο δεκαεξαδικό, κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες:

Βήμα 1ο Μετατρέπουμε το δυαδικό σε δεκαδικό.

Βήμα 2ο Μετατρέπουμε το δεκαδικό που προέκυψε σε δεκαεξαδικό. Ας δούμε μερικά παραδείγματα μετατροπής από το δυαδικό στο δεκαεξαδικό.

Παράδειγμα 1ο**Μετατροπή του αριθμού $(10011)_2$ σε δεκαεξαδικό**

$$(10011)_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 2 + 1 = 19_{10}$$

$$(19)_{10} = 13_{16}$$

Συνεπώς έχουμε: $(10011)_2 = 13_{16}$

Παράδειγμα 2ο**Μετατροπή του αριθμού $(111011)_2$ σε δεκαεξαδικό**

$$(111011)_2 = 59_{10} \quad (59)_{10} = 3B_{16}$$

Συνεπώς έχουμε: $(111011)_2 = 3B_{16}$

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό του δεκαεξαδικού συστήματος στο δυαδικό, κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες:

Βήμα 1ο Μετατρέπουμε το δεκαεξαδικό σε δεκαδικό.

Βήμα 2ο Μετατρέπουμε το δεκαδικό που προέκυψε σε δυαδικό.
Ας δούμε μερικά παραδείγματα μετατροπής από το δεκαεξαδικό σε δυαδικό.

Παράδειγμα 1ο

Μετατροπή του αριθμού $(4C)_{16}$ σε δυαδικό

$$(4C)_{16} = 4 \cdot 16^1 + C \cdot 16^0 = 64 + 13 = 77_{10} \quad (77)_{10} = 1001101_2$$

Συνεπώς έχουμε: $(4C)_{16} = 1001101_2$

Παράδειγμα 2ο

Μετατροπή του αριθμού $(32)_{16}$ σε δυαδικό

$$(32)_{16} = 3 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 48 + 2 = 50_{10} \quad (50)_{10} = 110010_2$$

Συνεπώς έχουμε: $(32)_{16} = 110010_2$

Τ Ι Ε Μ Α Θ Ε Σ

- Να μετατρέπεις αριθμούς από ένα σύστημα αρίθμησης σε ένα άλλο.

Ο Ρ Ο Λ Ο Γ Ι Α

- | | |
|--------------------|-----------------------------|
| • Δυαδικό σύστημα | • Δεκαεξαδικό σύστημα |
| • Οκταδικό σύστημα | • Βάση συστήματος αρίθμησης |

Ε Λ Ε Γ Χ Ο Σ Γ Ν Ω Σ Ε Ω Ν

1. Να μετατρέψετε από το δεκαδικό στο δυαδικό τους αριθμούς 4, 13, 17, 26
2. Να μετατρέψετε από το δυαδικό στο δεκαδικό του αριθμούς 111, 10101, 11011, 101010
3. Να μετατρέψετε από το δεκαδικό στο δεκαεξαδικό τους αριθμούς 14, 27, 20, 43
4. Να μετατρέψετε από το δεκαεξαδικό στο δεκαδικό του αριθμούς 26, 2A, AD, A1F
5. Να μετατρέψετε από το δυαδικό στο δεκαεξαδικό τους αριθμούς 10111, 1000101, 11001110
6. Να μετατρέψετε από το δεκαεξαδικό στο δυαδικό τους αριθμούς 11, 1E, D7