

Απόψεις των εκπαιδευτικών για την πορεία ανάπτυξης της διδασκαλίας μέσα από τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών

Μαρία Χιονίδου-Μοσκοφόγλου

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

Περίληψη

Σ' αυτή την έρευνα 36 δάσκαλοι και δασκάλες της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και 32 μαθηματικοί συμμετείχαν σε ομάδες εργασίας - κατά τη διάρκεια της 20ωρης προαιρετικής επιμόρφωσής τους, με στόχο να φανεί τι είδους δραστηριότητες θα προτιμούσαν να έχει ένα διδακτικό βιβλίο Μαθηματικών. Αρκετοί εκπαιδευτικοί σχολίασαν θετικά μαθηματικές δραστηριότητες οι οποίες εντάσσονται σε μια κονστρουκτιβιστική ή δομιστική (constructivist) προσέγγιση διδασκαλίας και μάθησης. Ωστόσο φάνηκε ότι άλλοι εκπαιδευτικοί δεν έχουν αποκρυσταλλώσει άποψη για την πορεία ανάπτυξης (φάσεις) που πρέπει να ακολουθεί μια σύγχρονη διδασκαλία και ένα κοινώς αποδεκτό διδακτικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών, στο οποίο να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές/τριες, μέσα από κατάλληλα επιλεγμένες δραστηριότητες:

- i) να προσανατολίζονται στη νέα έννοια,
- ii) να ανακαλούν στη μνήμη τους (να γίνει εκμείνωση από τους εκπαιδευτικούς) τις άτυπες προϋπάρχουσες γνώσεις τους,
- iii) να αναδομούν τη νέα έννοια,
- iv) να την εφαρμόσουν και, τέλος,
- v) να αναστοχάζονται και να επεκτείνουν τη γνώση που οι ίδιοι κατασκεύασαν (μοντέλο Driver-Oldham), με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού ως «διευκολυντή» (facilitator) στη διαδικασία αυτή.

Abstract

36 primary in-service trainee teachers participated in workshops enabling them to work in a constructivist environment in relation to coping with mathematical a-

activities. The teachers worked individually and in groups of 4 persons for 20 hours. In the context of some workshops, the following question was addressed:

What kind of mathematical activities should a textbook include? Analysis of the teachers' protocols revealed that their knowledge generally was not organized into a coherent network that was related to certain teaching phases such as: 'orientation, elicitation, restructuring, application, review-reflection, knowledge extension'.

Εισαγωγή

Πριν από δύο χρόνια δημιουργήθηκε, για πρώτη φορά στην Ελλάδα, το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (ΕΠΠΣ¹) των Μαθηματικών, στο οποίο αναφέρεται η φιλοσοφία της μαθηματικής εκπαίδευσης από το Δημοτικό σχολείο έως και το Λύκειο (τώρα ενσωματώνεται και το Νηπιαγωγείο). Ένας από τους βασικούς στόχους του ΕΠΠΣ είναι η αλλαγή της επικρατούσας αντίληψης ότι τα σχολικά Μαθηματικά είναι απομονωμένες από την πραγματικότητα έννοιες και δεξιότητες, προκειμένου να καταδειχθεί ότι τα Μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα η οποία έχει άμεση σχέση με την καθημερινότητα. Ακόμη στο ΕΠΠΣ φαίνεται ότι όχι μόνο αμφισβητείται η παραδοσιακή δασκαλοκεντρική διδακτική μέθοδος ως ο μοναδικός τρόπος διδασκαλίας, αλλά προτείνεται και αλλαγή της φιλοσοφίας της διδασκαλίας και της μάθησης των Μαθηματικών. Η διδασκαλία και η μάθηση θεωρούνται πλέον ως διαδικασία «κατασκευής της γνώσης²» αντίθετη με την επικρατούσα ισχυρή τάση ότι οι γνώσεις μεταφέρονται από τον εκπαιδευτικό στους μαθητές. Η ισχυρή αυτή τάση –όπως έχειδειχθεί σε διεθνείς έρευνες– οδηγεί τους μαθητές/τριες στο να λύνουν προβλήματα με αλγοριθμικό και επιφανειακό τρόπο, χωρίς καμία κριτική θεώρησή τους (Kilpatrick, 1987³ 1994⁴, Schoenfeld, 1991⁵). Την αμφισβήτηση της αποτελεσματικότητας της

1. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, (1998). *Ενιαίο Λύκειο. Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών. Η εισήγηση του Π.Ι.* 133.

2. Σύμφωνα με τη θεωρία κατασκευής της γνώσης ή constructivism ή δομτισμός.

3. Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A.H Schoenfeld (Ed). *Cognitive science and mathematics education Hillsdale, NJ: Erlbaum*, 123-147.

4. Kilpatrick, J. (1995). Mathematics Instruction: Contemporary Research. In T. Husen & T.N. Postlethwaite (Eds), *The International Encyclopaedia of Education (second edition)*, Pergamon, Oxford, 3647-3652.

5. Schoenfeld, A.H.(1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J.F. Voss, D.N. Perkins & J.W Segal (Eds), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

παραδοσιακής διδασκαλίας αποδεικνύουν τόσο οι πρόσφατες έρευνες στον ελληνικό χώρο (ΥΠΕΠΘ⁶) όσο και τα Αναλυτικά Προγράμματα διαφόρων χωρών, όπως: το *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (National Council of teachers of Mathematics⁷, 2000⁸) στην Αμερική, το *Mathematics Counts* (Cockroft 1982⁹) στην Αγγλία και το *A National Statement on Mathematics for Australian Schools* (Australian Education Council, 1990¹⁰).

Ακόμη το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών θέτει τους παρακάτω επτά άξονες γενικών στόχων για τη μαθηματική εκπαίδευση: «τη Μαθηματική διάσταση, τη Γλωσσική διάσταση, την Εφαρμοσιμότητα και Πρακτική Χρήση των Μαθηματικών, τη Δομή, τη Μεθοδολογική διάσταση, τη Δυναμική διάσταση και τη διάσταση η οποία αφορά τη Στάση απέναντι στα Μαθηματικά¹¹». Με άλλα λόγια, θα λέγαμε, όπως αναφέρουν και οι Verschaffel & De Corte (1996,¹² σελ.101), ότι τα χαρακτηριστικά ενός ατόμου τα οποία συντείνουν σε ένα υψηλό βαθμό ικανότητας μάθησης των Μαθηματικών και επίλυσης ενός προβλήματος είναι:

Η γνώση των μαθηματικών εννοιών,

Οι ευρετικές μέθοδοι που το άτομο χρησιμοποιεί,

Η μεταγνωστική γνώση και οι μεταγνωστικές ικανότητές του και

Παράγοντες, όπως οι πεποιθήσεις, τα κίνητρα, και τα συναισθήματά του.

Αυτά τα χαρακτηριστικά θα πρέπει να λειτουργούν όχι μεμονωμένα αλλά όλα μαζί και μάλιστα το χαρακτηριστικό εκείνο το οποίο δοηθά στην εκδήλωση όλων είναι η «μαθηματική διάθεση» του ατόμου, η τάση και η ευαισθησία του να εμπλέκεται και να εφαρμόζει «μια μαθηματική συμπεριφορά».

6. ΥΠΕΠΘ-ΚΕΕ (2000). Έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις στη διδασκλία των Μαθηματικών. Παν/μια Θεσσαλονίκης, Θράκης, Ιωαννίνων.

7. National Council of teachers of Mathematics. (2000). *Curriculum and Evaluation standards for School Mathematics*, Reston, VA.

National Council of teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*, Reston, VA.

8. National Council of teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft*.

9. Cockroft, W.H. (1982). *Mathematics Counts (Report of the Committee of Inquiry into the teaching of Mathematics in Schools)*, Her Majesty's Stationary Office: London.

10. Australian Education Council (1990). *A National Statement on Mathematics for Australian Schools*, Curriculum Co-operation, Carlton, Victoria.

11. *Ενιαίο Λύκειο. Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (1998)*, Η εισήγηση του Π.Ι., σ. 135.

12. Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). Number and Arithmetic. In Bishop, Clements, Kaitel, Kilpatric, Laborte (Eds), *International Handbook of Mathematics Education*, pp. 99-137.

Όλα τα χαρακτηριστικά του Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών, που αναφέρθηκαν σε αδρές γραμμές παραπάνω, τονίζουν ότι στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων υψηλής στάθμης, όπως η ικανότητα εξερεύνησης, εικασίας, αιτιολόγησης, μαθηματικής επικοινωνίας, αναστοχασμού, μεταγνωστικών ικανοτήτων, θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά, σιγουριάς και ευχαρίστησης. Το ερώτημα το οποίο τίθεται εδώ και το οποίο αποτελεί την υπόθεση εργασίας της έρευνάς μας είναι αν οι εκπαιδευτικοί μπορούν να διακρίνουν τη σημασία των παραπάνω θέσεων και να προτείνουν ένα σχέδιο για την πορεία ανάπτυξης της διδασκαλίας στα σχολικά εγχειρίδια.

Σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών

Η υπάρχουσα ελληνική βιβλιογραφία για τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών αναφέρεται μόνο στην αναθεώρηση της φιλοσοφίας εκείνης η οποία πρότεine τη χρήση συνόλων στη διδασκαλία των Μαθηματικών (φιλοσοφία συνολοθεωρίας της δεκαετίας του 1980 για την Ελλάδα) (Αδαμόπουλος, 1994¹³). Από τη μελέτη της σύγχρονης βιβλιογραφίας (Champliss, 1989¹⁴, Ornstein, 1992¹⁵, Champliss, 1992¹⁶, Wright, 1993¹⁷) προκύπτει ότι το σχολικό βιβλίο σχεδόν καθορίζει τη διδασκαλία για πολλούς εκπαιδευτικούς, αφού το 84% στηρίζεται σ' αυτό, στην καθημερινή του πρακτική (Mergendoller, 1994¹⁸). Ένα μοντέλο των Driver και Oldham 1986^{19,20} προτείνει μια ακολουθία διδακτικών στρατηγικών,

13. Αδαμόπουλος, Α. (1994). Τα αναθεωρημένα βιβλία Μαθηματικών των Δ', Ε', Στ' τάξεων του Δημοτικού σχολείου. *Ενκλείδης Γ'*, 11, 38.

14. Champliss, M. & Calfee, C. Designing science textbooks to enhance student understanding. *Educational Psychologist*, 24, pp. 307-322.

15. Ornstein, C. (1992). The textbook curriculum. *Educational Horizons*, 70, 167-169.

16. Champliss, C. (1992). The textbook curriculum. *Educational Horizons*, 70, 167-169.

17. Wright, E. & Rosenberg, S. (1993). Knowledge of text coherence and expository writing: A development Study. *Journal of Educational Psychology*, 85, 152-158.

18. Mergendoller, R., et al. Task demands and accountability in middle-grade science classes. *Elementary School Journal*, 88, 251-265.

19. Μπαρκάτσας, Α. Προτάσεις για το σχεδιασμό, τη συγγραφή και την αξιολόγηση σύγχρονων σχολικών βιβλίων με δειγματική προσέγγιση στόχων και οδηγιών για τα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου (υπό έκδοση), *Ενκλείδης Γ'*, ΕΜΕ.

20. Driver, R., Oldham, V. (1996). A constructivist approach to curriculum development in science. *Studies in Science Education*, 13, 105-122. Βλ. στο Μπαρκάτσας, Προτάσεις για το σχεδιασμό, τη συγγραφή και την αξιολόγηση σύγχρονων σχολικών βιβλίων με δειγματική προσέγγιση στόχων και οδηγιών για τα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου (υπό έκδοση), *Ενκλείδης Γ'*, ΕΜΕ.

οι οποίες χαρακτηρίστηκαν ως «μια κονστρουκτιβιστική παιδαγωγική της μάθησης ως εννοιολογικής αλλαγής» (a constructivist pedagogy to learning as conceptual change) και οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν στην παρουσίαση ενός θέματος Μαθηματικών στο διδακτικό εγχειρίδιο. Οι στρατηγικές αυτές αποτελούνται από πέντε φάσεις, όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί. Μία εφαρμογή αυτού του μοντέλου μπορεί κανείς να βρει στο βιβλίο *Algebra: Tools for a changing World*²¹. Οι αρχές του Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών φαίνεται να εμπεριέχουν το μοντέλο αυτό, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως πλαίσιο αναφοράς για τη συγγραφή και την αξιολόγηση των διδακτικών εγχειριδίων των Μαθηματικών και το οποίο περιγράφεται στην επόμενη σελίδα.

Στην πιλοτική έρευνα που θα περιγραφεί παρακάτω έγινε προσπάθεια να διερευνηθεί αν οι εκπαιδευτικοί της Α/θμιας και οι μαθηματικοί της Β/θμιας Εκπ/σης έχουν θετική προδιάθεση να ακολουθήσουν ένα σχέδιο με συγκεκριμένες φάσεις, στο οποίο να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές/τριες, μέσα από κατάλληλα επιλεγμένες δραστηριότητες, προκειμένου να επιτύχουν όσα προτείνει το μοντέλο των Driver-Oldham.

21. Bellman, A., Bragg, S., et al. (1998). *Algebra. Tools for a changing World*. Prentice Hall.

Μοντέλο των Driver και Oldham 1986.

Φάσεις	<i>Είναι η φάση του προσανατολισμού (orientation) η οποία έχει ως στόχο να δώσει στους μαθητές/τριες την ευκαιρία να αναπτύξουν μια συναισθητική σκοπού και κίνητρα που να τους εμπλέκουν στη διαδικασία εκμάθησης ενός θέματος ή αντικειμένου.</i>
1 ^η	<i>Η ευκαιρία αυτή θα πρέπει να προέρχεται– όσο είναι αυτό εφικτό– από πραγματικές ρεαλιστικές και διωματικές καταστάσεις οι οποίες θα εμπλέκουν τους μαθητές/τριες στη διαδικασία της γνώσης και δε θα είναι μόνο θεωρητικές και ψευδο-εμπειρικές ασκήσεις και προβλήματα.</i>
2 ^η	<i>Πρόκειται για τη φάση της εκμαίευσης (elicitation) κατά την οποία οι μαθητές/τριες παροτρύνονται να εξωτερικεύσουν τις δικές τους ιδέες και γίνονται μ' αυτό τον τρόπο συνειδητά γνώστες και πρωταγωνιστές της όλης διαδικασίας.</i> <i>Η φάση αυτή καλό είναι να γίνεται με ομαδο-συνεργατική διδασκαλία.</i>
3 ^η	<i>Κατά τη φάση της αναδόμησης (restructuring) πραγματοποιείται ανταλλαγή απόψεων και διευκρινίζονται νοήματα. Από το σημείο αυτό οι μαθητές/τριες μεταπηδούν στην αξιολόγηση εναλλακτικών ιδεών.</i> <i>Η φάση αυτή καλό είναι να γίνεται με ομαδο-συνεργατική διδασκαλία.</i>
4 ^η	<i>Η επόμενη φάση είναι αυτή της εφαρμογής (application) κατά την οποία οι μαθητές/τριες θέτουν σε εφαρμογή τις ιδέες τους σε οικείες αλλά και άγνωστες περιπτώσεις και καταστάσεις (επίλυση κλειστών και ανοικτών μαθηματικών και πραγματικών προβλημάτων – problem solving, σχηματισμός και διατύπωση προβλημάτων – problem formulation and posing, μοντελοποίηση – modelling, μικρού μήκους αλλά και εκτεταμένες ερευνητικές και συνθετικές εργασίες – short term and extended investigations and projects, προβλήματα Φέρμι – Fermi problems). Οι διαδικασίες και οι δράσεις αυτές υποδοθούν τις νεοαποκτηθείσες ιδέες (newly conceptualised ideas) να ενισχυθούν (reinforced) και να παγιωθούν (consolidated).</i>
5 ^η	<i>Κατά την τελευταία φάση της κριτικής θεώρησης (review) οι μαθητές/τριες θα αναστοχαστούν (reflect) και θα προσπαθήσουν να συνειδητοποιήσουν, με βάση μια μεταγνωστική και συναισθηματική ενεργοποίηση (metacognitive and affective awareness), με ποιο τρόπο άλλαξαν οι αντιλήψεις τους, ενθαρρυνόμενοι ταυτόχρονα (από τον/την εκπαιδευτικό) να αναπτύξουν τις μεταγνωστικές τους στρατηγικές.</i>

Μεθοδολογία και μέθοδοι της έρευνας

Η μεθοδολογία της έρευνας στηρίζεται στο νατουραλιστικό υπόδειγμα (Naturalistic Paradigm) (Guba, Lincoln, 1988²²). Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι: 1) η συμπλήρωση ανοιχτών ερωτήσεων από τις ομάδες εργασίας των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών στην έρευνα· 2) η καταγραφή των συμπερασμάτων των ομάδων εργασίας και 3) η κωδικοποίηση των δεδομένων, σύμφωνα με την οποία τα δεδομένα αναλύονται, κατηγοριοποιούνται και επανασυνδέονται με νέους τρόπους (Cohen, Manion 1998²³).

Η προσέγγιση αυτή ευθυγραμμίζεται με σύγχρονες ερευνητικές πρακτικές οι οποίες χρησιμοποιούν ποιοτικές προσεγγίσεις²⁴, έτσι ώστε οι ερευνητές να μπορούν να αναλύουν και να τεκμηριώνουν τις εμπειρίες των διδασκόντων και των μαθητευομένων μέσα στο ευρύ πεδίο της τάξης, το οποίο ως γνωστόν περιέχει όχι μόνο διδακτικές και μαθησιακές αλλά και κοινωνικές περιπλοκότητες.

Συμμετοχή στην έρευνα

Τα άτομα τα οποία συμμετείχαν στη έρευνα ήταν:

Από την Α/θμια Εκπαίδευση:

36 δάσκαλοι και δασκάλες της Πρωτοβάθμιας Εκπ/σης, 25-55 ετών, οι οποίοι παρακολούθησαν προαιρετικά σεμινάρια επιμόρφωσης, κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 1999-2000.

Από τη Β/θμια Εκπαίδευση:

32 μαθηματικοί οι οποίοι παρακολούθησαν υποχρεωτικά σεμινάρια επιμόρφωσης, κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 1999-2000.

Οι εκπαιδευτικοί αυτοί παρακολούθησαν σεμινάρια 40 ωρών, εκ των οποίων οι 20 αφιερώθηκαν από την ερευνήτρια σε σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

22. Guba, E., Lincoln, Y. (1988). Naturalistic and Rationalistic Enquiry. In J. Keeves, *EDUCATIONAL RESEARCH, METHODOLOGY, AND MEASUREMENT*. Pergamon Press. 81.

23. Cohen, Manion, L. (1998). *Research Methods in Education. Fourth edition*. Routledge.

24. Clark, D.J. Classroom research: Generalizing from case studies. In A. Bell, B. Low & J. Kilpatrick (Eds), *Theory, research & practice in mathematical education*. Collected papers from the 5th International Congress on Mathematical education (pp. 523-540), Nottingham, UK: Shell Center for Mathematical Education, University of Nottingham.

Διαδικασίες συλλογής δεδομένων

Η ερευνήτρια ήταν επιμορφώτρια των παραπάνω εκπ/κών με θέμα: «Στρατηγικές διδασκαλίας στα Μαθηματικά – Σχολικά Βιβλία». Οι εκπαιδευτικοί δεν ήταν ενημερωμένοι για την κονστρουκτιβιστική θεωρία διδασκαλίας και μάθησης (Χιονίδου 1999²⁵), όπως επίσης δεν ήξεραν ότι οι ίδιοι θα κατασκεύαζαν τη γνώση την οποία έπρεπε να διδαχθούν, μέσα από την προσωπική τους ιστορική συνάφεια και τις ευκαιρίες που τους παρέχονταν από τη μέθοδο που περιγράφεται παρακάτω.

Η αίθουσα διδασκαλίας είχε οργανωθεί σε περιβάλλον κονστρουκτιβιστικό ή δομιστικό, δηλαδή κάθε εκπαιδευτικός που συμμετείχε έπρεπε να ενταχθεί σε μία τετραμελή ομάδα εργασίας, η σύνθεση της οποίας ήταν κυρίως *συμπτωματική*. Επάνω σε κάθε τραπέζι εργασίας είχε τοποθετηθεί μία σελίδα με την ανοιχτή-κλειστή ερώτηση:

Για την Α/θμια Εκπαίδευση:

Σας δίνονται 4 δραστηριότητες (βλ. Παράρτημα Ι) για τη διδασκαλία της Συμμετρίας σε παιδιά Α' Δημοτικού: Παρακαλώ η κάθε ομάδα:

1. Να σχολιάσει τις 4 αυτές προσεγγίσεις και
2. Να τις ταξινομήσει κατά σειρά προτίμησης, όπως δηλαδή θα ήταν επιθυμητό να υπάρχουν σε ένα διδακτικό βιβλίο για παιδιά Α' ή Β' Δημοτικού και να αιτιολογήσει γιατί.

Για τη Β/θμια Εκπαίδευση:

Σας δίνονται οι παρακάτω δύο προσεγγίσεις (βλ. Παράρτημα ΙΙ) για την επανάληψη των Ρητών Αριθμών στη Β' Γυμνασίου. Παρακαλώ η κάθε ομάδα:

1. Να σχολιάσει τις δύο αυτές προσεγγίσεις και
2. Να προτείνει εκείνη την προσέγγιση που θα ήταν επιθυμητό να υπάρχει σε ένα διδακτικό βιβλίο για μαθητές/τριες Β' Γυμνασίου και να αιτιολογήσει γιατί.

Στις ομάδες εργασίας δόθηκαν οι παρακάτω οδηγίες:

Ξεκινάτε δουλεύοντας σε ομάδες των 4 ατόμων.

Θα πρέπει να υπάρχει ένας ή μία εθελοντής/τρια που θα αναλάβει να παρακολουθεί και να καταγράφει ό,τι παρατηρεί στη συνεργασία των άλλων.

25. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου Μ. (1999). Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο κονστρουκτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης με χρήση ανοιχτών προβλημάτων (open-ended) και ομαδο-συνεργατικής διδασκαλίας. *Ερευνητική διάσταση της διδακτικής των Μαθηματικών*, 4, 3-36.

Μέντορας

Οι άλλοι τρεις θα πρέπει να δουλεύουν στο θέμα που δόθηκε σε μία ομάδα συνεργατικά.

Αφιερώστε 45 λεπτά δουλεύοντας επάνω στο θέμα που σας δόθηκε.

Αφιερώστε 10 λεπτά για συζήτηση. Την αρχή μπορεί να την κάνει ο/η παρατηρητής/τρια.

Ο/η παρατηρητής/τρια θα αναλάβει να παρουσιάσει τα αποτελέσματα της ομάδας.

Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι η ερευνήτρια συνεχώς παρατηρούσε, προκαλούσε και συντόνιζε τις ομάδες, ώστε να αναδείξουν τις γνώσεις και τις πεποιθήσεις τους. Ακόμη κρατούσε τα δικά της φύλλα παρατηρήσεων, τα οποία χρησιμοποίησε αργότερα στη θεωρητική της υποστήριξη, όπως επίσης κατέγραφε τη συζήτηση –τον αναστοχασμό- τη διαπραγμάτευση– και την επιχειρηματολογία που ανέπτυσαν οι εκπ/κοί για τις διδακτικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιούν στην τάξη τους.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΕΠΙ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Α. ΓΙΑ ΤΗΝ Α/ΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ:

Α1. Ποιες δραστηριότητες προτιμούν οι εκπαιδευτικοί της Α/θμιας Εκπ/σης και με ποια σειρά αυτές να υπάρχουν σε ένα σχολικό εγχειρίδιο μαθηματικών;

Στις εννέα τετραμελείς ομάδες των εκπαιδευτικών της Α/θμιας Εκπαίδευσης δόθηκαν 4 δραστηριότητες για τη διδασκαλία της συμμετρίας στην Α' Δημοτικού, οι οποίες παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Ι. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται περιγραφές των τεσσάρων αυτών δραστηριοτήτων, ώστε ο αναγνώστης/στρια να παρακολουθήσει ευκολότερα τη συζήτηση που ακολουθεί.

Δραστηριότητες για τη διδασκαλία της Συμμετρίας

1 ^η δραστηριότητα	Σε ένα πλαίσιο δίνονται τέσσερις εικόνες: Ένα κεφάλι λιονταριού, Ένα μήλο, Μία πεταλούδα και ένα Ψάρι. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Παρατηρήστε τις εικόνες και κυκλώστε τις συμμετρικές.
2 ^η δραστηριότητα	Σε ένα πλαίσιο δίνονται κυκλικά σχήματα κυκλοφορίας. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Τα χωρίζω σε δύο ίσα κομμάτια.
3 ^η δραστηριότητα	Σε ένα πλαίσιο χαρτιού με τετραγωνάκια υπάρχουν τα μισά τριών απλών σχημάτων. Δίνεται η εξής οδηγία στα παιδιά: Ζωγράφισε το άλλο μισό.
4 ^η δραστηριότητα	Σε ένα πλαίσιο υπάρχει μία μικρή εικόνα με ένα φεγγάρι και αστεράκια τη νύχτα. Από κάτω ένα φεγγάρι περίπου στο ένα τέταρτό του και δίπλα του ακριβώς η προτροπή στα παιδιά: Βρείτε έναν εύκολο τρόπο για να φτιάξετε ένα φεγγάρι. Δίπλα από την προτροπή αυτή φαίνεται ένα ψαλίδι το οποίο κόβει ένα κομμάτι χαρτιού. Από κάτω υπάρχει μία ακόμη προτροπή προς τα παιδιά: Φτιάξτε μερικά ακόμη σχήματα με τον ίδιο τρόπο. Φαίνονται ακόμη τέσσερα διάτρητα (πάνω στον άξονα συμμετρίας τους) σχήματα.

Στον παρακάτω πίνακα 1 φαίνεται η σειρά με την οποία η καθεμία από τις 9 τετραμελείς ομάδες των εκπαιδευτικών της Α/θμιας Εκπαίδευσης επέλεξε τις 4 δραστηριότητες που της δόθηκαν για να διδάξει τη συμμετρία στην Α΄ Δημοτικού.

Πίνακας 1

	1η Δραστ. (εικόνα με ζώα)	2η Δραστ. (εικόνα με σχήματα κυκλοφορίας)	3η Δραστ. (εικόνα με χαρτί τετραγωνισμένο)	4η Δραστ. (εικόνα με διωματικές κατασκευές)
1η Ομάδα εκπ/κών	1η επιλογή	2η επιλογή	3η επιλογή	4η επιλογή
2η Ομάδα εκπ/κών	3η επιλογή	4η επιλογή	2η επιλογή	1η επιλογή
3η Ομάδα εκπ/κών	1η επιλογή	3η επιλογή	4η επιλογή	2η επιλογή
	4η επιλογή	1η επιλογή	2η επιλογή	3η επιλογή
4η Ομάδα εκπ/κών	4η επιλογή	3η επιλογή	2η επιλογή	1η επιλογή
5η Ομάδα εκπ/κών	2η επιλογή	4η επιλογή	3η επιλογή	1η επιλογή
	4η επιλογή	2η επιλογή	3η επιλογή	1η επιλογή
6η Ομάδα εκπ/κών	4η επιλογή	1η επιλογή	2η επιλογή	3η επιλογή
7η Ομάδα εκπ/κών	1η επιλογή	2η επιλογή	4η επιλογή	3η επιλογή
8η Ομάδα εκπ/κών	4η επιλογή	1η επιλογή	2η επιλογή	3η επιλογή
9η Ομάδα εκπ/κών	2η επιλογή	3η επιλογή	1η επιλογή	4η επιλογή

Στον παρακάτω πίνακα 2 μπορούμε να δούμε τη συχνότητα προτίμησης με την οποία η καθεμία από τις 4 δραστηριότητες επιλέγεται από τους εκπαιδευτικούς για τη διδασκαλία της Συμμετρίας στην Α' Δημοτικού.

Πίνακας 2

	1 ^η Δραστηριότητα (εικόνα με ζώα)				2 ^η Δραστηριότητα (εικόνα με σήματα κυκλοφορίας)				3 ^η Δραστηριότητα (εικόνα με χαρτί τετραγωνισμένο)				4 ^η Δραστηριότητα (εικόνα με κατασκευές)			
Σειρά																
Προτίμησης	1η	2η	3η	4η	1η	2η	3η	4η	1η	2η	3η	4η	1η	2η	3η	4η
Συχνότητα																
Προτίμησης	3	2	1	5	3	3	3	2	1	5	3	2	4	1	4	2

Από τους πίνακες 1 και 2 φαίνεται σε ποια χρονική φάση θα επέλεγαν οι εκπαιδευτικοί να διδάξουν τις τέσσερις δραστηριότητες. Δηλαδή, όπως φαίνεται και από τον παρακάτω πίνακα 3 (σ. 92):

Ως 1 ^η δραστηριότητα	οι περισσότεροι επέλεξαν την 1 ^η ή τη 2 ^η ή την 4 ^η δραστηριότητα.															
Ως 2 ^η	»				»				τη 2 ^η ή την 3 ^η				»			
Ως 3 ^η	»				»				τη 2 ^η ή την 3 ^η ή την 4 ^η				»			
Ως 4 ^η	»				»				την 1 ^η				»			

Φαίνεται λοιπόν ότι υπάρχουν διαφορετικές προτιμήσεις από τους εκπαιδευτικούς για το ποια δραστηριότητα θα δίδασκαν 1^η, 2^η, 3^η, και 4^η στη διδασκαλία της Συμμετρίας στην Α' Δημοτικού. Συγκεκριμένα διχάζονται οι απόψεις των εκπαιδευτικών για το ποια δραστηριότητα θα χρησιμοποιούσαν ως 1^η ανάμεσα:

α) σε μία παραδοσιακή διδακτική προσέγγιση, η οποία ζητάει από τα παιδιά να παρατηρήσουν και να κυκλώσουν τις συμμετρικές εικόνες (σαν να ξέρουν ποιες είναι οι συμμετρικές) (όπως η 1^η δραστηριότητα: *Παρατηρήστε τις εικόνες και κυκλώστε τις συμμετρικές*) και

β) σε μία «κονστρουκτιβιστική –δομιαστική» προσέγγιση (*Βρείτε έναν εύκολο τρόπο για να φτιάξετε ένα φεγγάρι... Φτιάξτε μερικά ακόμη σχήματα με τον ίδιο τρόπο*), η οποία:

- «Αναγκάζει» τα παιδιά να «Προσανατολιστούν» με ρεαλιστικό, βιωματικό τρόπο. (1^η φάση: σύμφωνα με το μοντέλο των Driver και Oldham)
- «Εκμαιεύει» τις ιδέες τους. (2^η φάση: σύμφωνα με το μοντέλο των Driver και Oldham)
- «Αναδομεί» (φτιάξτε μερικά όμοια σχήματα με τον ίδιο τρόπο). (3^η φάση: σύμφωνα με το μοντέλο των Driver και Oldham)

Πίνακας 3

Χρονική Φάση	Επιλογή Δραστηριοτήτων
Ως 1 ^η δραστηριότητα	<p>1η. Σε ένα πλαίσιο δίνονται τέσσερις εικόνες: Ένα κεφάλι λιονταριού, Ένα μήλο, Μία πεταλούδα και ένα Ψάρι. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Παρατηρήστε τις εικόνες και κυκλώστε τις συμμετρικές.</p> <p>ή</p> <p>2η. Σε ένα πλαίσιο δίνονται κυκλικά σήματα κυκλοφορίας. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Τα χωρίζω σε δύο ίσα κομμάτια.</p> <p>ή</p> <p>4η. Σε ένα πλαίσιο υπάρχει μία μικρή εικόνα με ένα φεγγάρι και αστεράκια τη νύχτα. Από κάτω ένα φεγγάρι περιέπνυε στο ένα τέταρτό του και δίπλα του ακριβώς η προτροπή στα παιδιά: Βρείτε έναν εύκολο τρόπο για να φτιάξετε ένα φεγγάρι. Δίπλα από την προτροπή αυτή φαίνεται ένα ψαλίδι το οποίο κόβει ένα κομμάτι χαρτιού. Από κάτω υπάρχει μία ακόμη προτροπή προς τα παιδιά: Φτιάξτε μερικά ακόμη σχήματα με τον ίδιο τρόπο. Φαίνονται ακόμη τέσσερα διάτρητα (πάνω στον άξονα συμμετρίας τους) σχήματα.</p>
Ως 2 ^η δραστηριότητα	<p>3η. Σε ένα πλαίσιο χαρτιού με τετραγωνάκια υπάρχουν τα μισά τριών απλών σχημάτων. Δίνεται η εξής οδηγία στα παιδιά: Ζωγραφίζω το άλλο μισό.</p> <p>ή</p> <p>2η. Σε ένα πλαίσιο δίνονται κυκλικά σήματα κυκλοφορίας. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Με το χάρακα τα χωρίζω σε δύο ίσα κομμάτια.</p>
Ως 3 ^η δραστηριότητα	<p>2η. Σε ένα πλαίσιο δίνονται 5 κυκλικά σήματα κυκλοφορίας. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Τα χωρίζω σε δύο ίσα κομμάτια.</p> <p>ή</p> <p>3η. Σε ένα πλαίσιο χαρτιού με τετραγωνάκια υπάρχουν τα μισά τριών απλών σχημάτων. Δίνεται η εξής οδηγία στα παιδιά: Ζωγραφίζω το άλλο μισό.</p>
Ως 4 ^η δραστηριότητα	<p>1η. Σε ένα πλαίσιο δίνονται τέσσερις εικόνες: Ένα κεφάλι λιονταριού, Ένα μήλο, Μία πεταλούδα και ένα Ψάρι. Δίνονται οι εξής οδηγίες στα παιδιά: Παρατηρήστε τις εικόνες και κυκλώστε τις συμμετρικές.</p> <p>ή</p> <p>4η. Σε ένα πλαίσιο υπάρχει μία μικρή εικόνα με ένα φεγγάρι και αστεράκια τη νύχτα. Από κάτω ένα φεγγάρι περιέπνυε στο ένα τέταρτό του και δίπλα του ακριβώς η προτροπή στα παιδιά: Βρείτε έναν εύκολο τρόπο για να φτιάξετε ένα φεγγάρι. Δίπλα από την προτροπή αυτή φαίνεται ένα ψαλίδι το οποίο κόβει ένα κομμάτι χαρτιού. Από κάτω υπάρχει μία ακόμη προτροπή προς τα παιδιά: Φτιάξτε μερικά ακόμη σχήματα με τον ίδιο τρόπο. Φαίνονται ακόμη τέσσερα διάτρητα (πάνω στον άξονα συμμετρίας τους) σχήματα.</p>

- «Εφαρμόζει» (φτιάξτε μερικά όμοια σχήματα με τον ίδιο τρόπο).
(4^η φάση: σύμφωνα με το μοντέλο των Driver και Oldham)

Στην παρακάτω παράγραφο φαίνεται για ποιους λόγους οι εκπαιδευτικοί προτιμούν τη συγκεκριμένη σειρά δραστηριοτήτων που προαναφέραμε.

A2. Γιατί οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν με διαφορετική σειρά τις δραστηριότητες.

Από την κατηγοριοποίηση των απαντήσεων των ομάδων εργασίας και από τις συζητήσεις-αναλύσεις που έγιναν με τους εκπαιδευτικούς φαίνεται ότι οι παράγοντες, οι οποίοι συνέβαλαν στις αποκλίνουσες προτιμήσεις των εκπαιδευτικών για τη σειρά διδασκαλίας των δραστηριοτήτων, είναι:

- α) Η προτίμηση των εκπαιδευτικών σε δραστηριότητες των οποίων το θέμα προέρχεται από τις εμπειρίες των παιδιών.
- β) Η προτίμηση των εκπαιδευτικών σε δραστηριότητες που τις θεωρούν «αφαιρετικές».
- γ) Η προτίμηση των εκπαιδευτικών σε δραστηριότητες εύκολες για τα παιδιά.
- δ) Ο εγκλωδισμός των εκπαιδευτικών στο άρρητο, δηλαδή στο ανεπίσημο και κρυμμένο (*hidden*) διδακτικό συμβόλαιο «θεωρία-απόδειξη-εφαρμογή» και
- ε) Η απειρία των εκπαιδευτικών σε σύγχρονες θεωρίες μάθησης σύμφωνα με τις οποίες οι περισσότεροι μαθητές/τριες μαθαίνουν μαθηματικά «κάνοντας» και διώνοντας τα μαθηματικά και όχι βλέποντας και επαναλαμβάνοντας μηχανικά αλγοριθμικές διαδικασίες.

Οι παραπάνω παράγοντες οι οποίοι επηρέασαν τις προτιμήσεις των εκπαιδευτικών στη σειρά των δραστηριοτήτων προκύπτουν από τις απαντήσεις τους, οι οποίες παρουσιάζονται πολύ γλαφυρά στην παρακάτω ανάλυση για καθεμία δραστηριότητα χωριστά.

Για την 1η δραστηριότητα (εικόνα με ζώα):

Α' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 1^η ή 2^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 1^{ης} ή 2^{ης} ήταν ότι το θέμα της δραστηριότητας είναι οικείο στις εμπειρίες των παιδιών.

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- Είναι οικεία στα παιδιά γιατί τα θέματά της προέρχονται από καθημερινές εικόνες. (1η, 2η, 3η, 4η)²⁶

26. Η παρένθεση αυτή, όπου υπάρχει από εδώ και κάτω, δηλώνει τη σειρά προτίμησης των δραστηριοτήτων της κάθε μίας ομάδας των εκπαιδευτικών: δηλαδή, η παρένθεση (3η, 4η, 2η, 1η) δηλώνει ως πρώτη προτίμηση των εκπαιδευτικών αυτής της ομάδας την 3η δραστηριότητα, ως 2η προτίμηση την 4η δραστηριότητα, ως 3η προτίμηση τη 2η δραστηριότητα και ως 4η προτίμηση την 1η δραστηριότητα.

- Είναι εικόνες που προσεγγίζουν τον κόσμο του παιδιού. (1η, 3η, 4η, 2η) ή (4η, 1η, 2η, 3η).
- Φέρνουν τα παιδιά τους άξονες συμμετρίας (λιοντάρι, πεταλούδα). Η πρώτη εικόνα είναι παραστατική, τους θυμίζουν παραμύθια, τα ζώα προσελκύουν το ενδιαφέρον των παιδιών. (4η, 1η, 2η, 3η)
- Το παιδί μέσα από τα πρώτα χρόνια της ζωής του και μέσα από τα ερεθίσματα που δέχεται (βιβλία, τηλεόραση) έχει μία πρώτη επαφή με το φυσικό κόσμο. (1η, 2η, 4η, 3η)
- Η αγάπη προς τα ζώα λειτουργεί ως κίνητρο για παρατήρηση. Είναι συγκεκριμένα και οικεία στο παιδί πράγματα. (4η, 1η, 2η, 3η)

Β' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 3^η ή 4^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 4^{ης}, δηλαδή τελευταίας, ήταν ότι : *Είναι δύσκολη δραστηριότητα για τα παιδιά αυτής της ηλικίας.*

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- Δεν υπάρχει ξεκάθαρος άξονας συμμετρίας στο ψάρι και στο μήλο. (3η, 4η, 2η, 1η)
- Παρουσιάζει δυσκολία γιατί πρέπει να έχει προηγηθεί η έννοια της συμμετρίας. (4η, 3η, 2η, 1η)
- Πρέπει να έχει γίνει η διδασκαλία της συμμετρίας για να μπορούν να βρουν άξονες συμμετρίας. (2η, 4η, 3η, 1η) ή (4η, 2η, 3η, 1η)
- Είναι πολύπλοκη εργασία και απαιτεί περισσότερη νοητική διεργασία. (2η, 3η, 1η, 4η)

Φαίνεται λοιπόν ότι μερικοί εκπαιδευτικοί προτίμησαν να διδάξουν την 1^η δραστηριότητα ως 1^η ή 2^η, επειδή εστίασαν την προσοχή τους στο ότι το θέμα της αναφερόταν σε ζώα, που είναι οικεία στα παιδιά, και δεν παρατήρησαν (όπως ισχυρίστηκαν οι υπόλοιποι εκπαιδευτικοί) ότι η δραστηριότητα αυτή είναι δύσκολη και απαιτητική για παιδιά έξι ετών τα οποία πιθανόν να μην έχουν ακούσει καν τη λέξη «συμμετρικές». Φάνηκε από τις συζητήσεις που έγιναν με όλες τις ομάδες ότι οι εκπαιδευτικοί οι οποίοι προτίμησαν την 1^η δραστηριότητα είναι συνηθισμένοι να διδάσκουν δραστηριότητες κατά τις οποίες τα παιδιά «παρατηρούν και συμπληρώνουν», ενώ οι υπόλοιποι εκπαιδευτικοί διδάσκουν δραστηριότητες του τύπου «κάνω και μαθαίνω».

Για τη 2^η δραστηριότητα (εικόνα με σχήματα κυκλοφορίας):

Η δραστηριότητα αυτή, όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 2, παρουσιάζει μία ομοιομορφία στις προτιμήσεις των εκπαιδευτικών ως προς το αν θα τη δίδα-

σκαν ως 1^η, 2^η, 3^η, ή 4^η. Είναι όμως πολύ εντυπωσιακό το πώς τεκμηριώνουν τις προτιμήσεις τους, όπως φαίνεται παρακάτω:

Α' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 1^η ή 2^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 1^{ης} ή 2^{ης} ήταν ότι *Το θέμα της δραστηριότητας απαιτεί αφαιρετική ικανότητα ή χρειάζεται ψαλίδι.*

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- *Συνδυασμός περιγράμματος και εσωτερικού σχεδίου το οποίο απαιτεί αφαιρετική ικανότητα από το παιδί όπως και η χρήση γεωμετρικού οργάνου. (2η, 3η, 1η, 4η)*
- *Πρέπει να κόψουν με το ψαλίδι τα παιδιά και η δραστηριότητα αυτή μπορεί να διδαχθεί ως 1^η ή 2^η.*
- *(Τα παιδιά) μπορούν να κόψουν με το ψαλίδι τα σχήματα κυκλοφορίας, να τα διπλώσουν με υποδείξεις μας στη μέση και αυτόματα να προκύψει ο άξονας συμμετρίας. Κατόπιν μπορούν να τραθήξουν τον άξονα συμμετρίας με το χάρακα. (1η, 2η, 3η, 4η)*
- *Πρέπει να έχουμε κόψει τους κύκλους (δραστηριότητα) για να ανακαλύψουν ότι το ένα σημείο πέφτει πάνω στο άλλο και ύστερα να χαράξουν με το χάρακα. (2^η, 4^η, 3^η, 1^η) ή (4^η, 2^η, 3^η, 1^η)*
- *Τα παιδιά έχουν εμπειρίες και γι' αυτό μπορεί η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 1^η ή 2^η.*
- *Τα παιδιά γνωρίζοντας την έννοια του κύκλου από το νηπιαγωγείο και από τις καθημερινές τους δραστηριότητες (ποδόσφαιρο, κέρματα, επιτραπέζια παιχνίδια, παρατήρηση σημάτων) είναι σε θέση να ανακαλύψουν το «μυσό». (1η, 2η, 4η, 3η)*

Β' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 3^η ή 4^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 3^{ης} ή 4^{ης} ήταν ότι α) η δραστηριότητα αυτή είναι δύσκολη, β) Σε απομακρυσμένες περιοχές δεν υπάρχουν σχήματα κυκλοφορίας, γ) Είναι γνωστή δραστηριότητα από το νηπιαγωγείο και δ) Μπορεί να συνδυαστεί με το μάθημα «Εμείς και ο Κόσμος».

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- *Σε όλα τα σχήματα είναι δύσκολο να τα χωρίσει (το παιδί) σε δύο ίσα κομμάτια. Για να τις ξεπεράσουμε πρέπει να κόψουμε (διπλώσουμε) τους κυκλικούς δίσκους. (1η, 3η, 4η, 2η) ή (4η, 1η, 2η, 3η)*

- Θεωρείται αρκετά δύσκολη γιατί πρέπει να μετρήσει, να χρησιμοποιήσει χάρακα, ενέργειες αρκετά δύσκολες για το παιδί αυτής της ηλικίας. (Βρίσκονται αυτά και στο βιβλίο της Β' Γυμνασίου). (4η, 3η, 2η, 1η)
- Να παρατηρήσουν ότι μπορούμε να φέρουμε περισσότερους από έναν άξονες συμμετρίας σε ορισμένα σχήματα. (4η, 1η, 2η, 3η) Έχει σχήματα γνωστά για τα παιδιά; Σε απομακρυσμένες περιοχές, ίσως κάτι τέτοιο δεν υφίσταται. (4η, 1η, 2η, 3η)
- (Η δραστηριότητα αυτή) μπορεί να συνδυαστεί με το μάθημα του «Εμείς και ο Κόσμος». Είναι σήματα που τα βλέπουν καθημερινά και τα έχουν εμπεδώσει. Επίσης είναι όλα κυκλικά, γεγονός που απλοποιεί τη διαδικασία. (3η, 4η, 2η, 1η)

Φαίνεται λοιπόν ότι η 2η δραστηριότητα παρουσιάζει τις περισσότερες αντιφάσεις στις προτιμήσεις των εκπαιδευτικών. Άλλοι τη θεωρούν πολύ καλή επειδή «απαιτεί αφαιρετική ικανότητα» (τα παιδιά της Α' Δημοτικού μπορούμε να ισχυριστούμε ότι δεν έχουν αφαιρετική ικανότητα) και θέλουν να τη διδάξουν 1^η. Άλλοι εκπαιδευτικοί τη θεωρούν δύσκολη (διδάσκεται και στη Β' Γυμνασίου) και επειδή απαιτείται μαθητές να χρησιμοποιήσουν ψαλίδι και να κόψουν. Άλλοι θεωρούν ότι τα σχήματα που απεικονίζει η δραστηριότητα είναι γνωστά από το Νηπιαγωγείο, ενώ αντίθετα άλλοι αναρωτιούνται αν οι μαθητές/τριες ξέρουν τα σχήματα αυτά. Τέλος, άλλοι εκπαιδευτικοί θέλουν να τη διδάξουν ως τελευταία δραστηριότητα επειδή μπορεί να είναι εφαρμογή στο μάθημα «Εμείς και ο Κόσμος».

Για την 3η δραστηριότητα (εικόνα με χαρτί τετραγωνισμένο):

Α' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 1^η ή 2^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 1^{ης} ή 2^{ης} ήταν ότι: Είναι εύκολη δραστηριότητα, διότι το παιδί μπορεί να μετρήσει και να ζωγραφίσει τετραγωνάκια.

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- Στο σχήμα 3 σκεφτόμαστε ότι κάθε σχέδιο είναι ένας καθρέφτης και πρέπει να ζωγραφίσουν και τα υπόλοιπα. Δε συζητούμε για άξονες συμμετρίας. (3η, 4η, 2η, 1η)
- Εμείς προτείνουμε την 3η εικόνα ως απλούστερη μορφή συμμετρίας (χρήση τετραγωνισμένου χαρτιού, μέτρηση τετραγώνων, παιχνίδι με γράμματα και σχήματα) διδασκαλία σχημάτων και γραμμάτων. (1η, 3η, 4η, 2η).
- Η 3η προσέγγιση θεωρείται εύκολη γιατί μπορεί να μετρήσει τα τετραγωνάκια και να το λύσει-διώσει με τις αισθήσεις. (4η, 3η, 2η, 1η)
- Ζωγραφίζοντας το άλλο μισό διαπιστώνουν ότι το πρώτο σχήμα που προέκυψε είναι ή τετράγωνο ή I καλλιγραφικό. (2η, 3η, 1η, 4η)

Β' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 3^η ή 4^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 3^{ης} ή 4^{ης} ήταν: *Η δραστηριότητα αυτή είναι δύσκολη, διότι είναι αφαιρετική, έχει τετραγωνάκια, χρειάζεται κριτική σκέψη, εισάγει σε καθαρά μαθηματική έννοια.*

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- Δεν μπορεί να διδαχθεί σε παιδιά Α' Δημοτικού γιατί είναι αφαιρετικό (χωρίς συγκεκριμένο αντικείμενο) και το χαρτί με τα τετραγωνάκια τα μπερδεύει περισσότερο. – Με καθοδήγηση μπορεί να διδαχθεί και με χρήση καθρέφτη. – Σπάζουμε-διπλώνουμε στον άξονα συμμετρίας. (4η, 3η, 2η, 1η)
- Σχεδιάζουν το άλλο μισό ώστε να προκύπτει συμμετρικό σχήμα, με τη βοήθεια των τετραγώνων. Η τρίτη εικόνα είναι η πιο σύνθετη. Χρειάζεται κριτική σκέψη, παρατήρηση. Πρέπει να δρουν τον άξονα συμμετρίας και να σχεδιάσουν το άλλο μισό. (4η, 1η, 2η, 3η)
- Τελευταία αφήνουμε την εικόνα που ζητά από τα παιδιά να ζωγραφίσουν το άλλο μισό, πιστεύοντας ότι η εφαρμογή αυτή είναι περισσότερο καθοδηγούμενη και τα εισάγει σε καθαρά μαθηματική έννοια (συμμετρία). (1η, 2η, 4η, 3η)
- Συνθετική δραστηριότητα με συνδυασμό δεξιοτήτων (μέτρηση τετραγωνιδίων, χρήση χάρακα, έννοιες: ολόκληρο, μισό, υποθετική ικανότητα, να φανταστείτε το άλλο μισό κλπ.). (4η, 1η, 2η, 3η)

Φαίνεται λοιπόν ότι για την 3^η δραστηριότητα οι εκπαιδευτικοί διαφωνούν ριζικά, αφού μερικοί θεωρούν τη δραστηριότητα αυτή εύκολη, ενώ οι υπόλοιποι για τους ίδιους λόγους τη θεωρούν δύσκολη, αλλά και εκφράζουν τις πιο αρνητικές θέσεις από κάθε άλλη δραστηριότητα.

Για την 4η δραστηριότητα (εικόνα με διωματικές κατασκευές):

Α' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 1^η ή 2^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 1^{ης} ή 2^{ης}, όπως χαρακτηριστικά είπαν, ήταν: *Η δραστηριότητα αυτή είναι παραστατική, πλούσια, τη νιώθουν καλύτερα, είναι συγκεκριμένη, ενεργοποιεί όλα τα παιδιά, είναι ο πιο προσιτός τρόπος προσέγγισης της συμμετρίας.*

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- Είναι ο πιο προσιτός τρόπος προσέγγισης της συμμετρίας. (1η, 3η, 4η, 2η) ή (4η, 1η, 2η, 3η)
- Η 4η προσέγγιση θεωρούμε ότι είναι κατάλληλη για την εμπέδωση της συμμετρίας αισθησιοκινητικά και διωματικά. (4η, 3η, 2η, 1η)

- Το σχήμα 4 προτείνεται γιατί θεωρούμε ότι έχει κάποια συνέχεια με το πρώτο και για το ότι θα διασκεδάσουν. Βλέποντας το σχήμα 4 μπορούν να μας φτιάξουν το σχήμα 3 που θεωρούμε ότι είναι πολύ δύσκολο γιατί είναι πολύ γεωμετρικό. (2η, 4η, 3η, 1η) ή (4η, 2η, 3η, 1η)
- Διπλώνουν το χαρτί στη μέση, σχεδιάζουν ένα περιγράμμα από τη μια πλευρά και το κόβουν. Τα σχήματα που προκύπτουν είναι συμμετρικά και ο άξονας συμμετρίας είναι η τσάκιση. Η τέταρτη εικόνα είναι παραστατική, πλούσια, τη νιώθουν καλύτερα, είναι συγκεκριμένη, ενεργοποιεί όλα τα παιδιά. (4η, 1η, 2η, 3η)
- Μάθηση με παιγνιώδη τρόπο. Ερέθισμα, χειροτεχνική κατασκευή. Συνέχεια δραστηριοτήτων του Νηπιαγωγείου. Ζωγραφική (μισό-μισό). (4η, 1η, 2η, 3η)

Β' Κατηγορία εκπαιδευτικών (υποστήριξε η δραστηριότητα αυτή να διδαχθεί ως 3^η ή 4^η):

Το κριτήριο των εκπαιδευτικών για την επιλογή αυτής της δραστηριότητας ως 3^{ης} ή 4^{ης} ήταν: Η δραστηριότητα αυτή συνδυάζεται με την Αισθητική Αγωγή, το μάθημα των Τεχνικών και γι' αυτό πρέπει να μείνει τελευταία για εφαρμογή και εμπέδωση όσων έμαθε ο μαθητής/τρια.

Συγκεκριμένα οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι:

- Την 4^η μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε σε πληθώρα σχημάτων, στην ώρα της Αισθητικής Αγωγής, έτσι ώστε παράλληλα με την εκμάθηση του άξονα συμμετρίας καλλιεργούν και τις κινητικές τους δραστηριότητες και να γίνει το σχήμα τους διπλό. (1η, 2η, 3η, 4η)
- Η 4η εικόνα συνδυάζεται με το μάθημα των Τεχνικών. Επίσης μπορεί να συνδυαστεί με διδασκαλία ζώων (στο Εμείς και ο Κόσμος) για εμπέδωση ολοκληρωμένων λέξεων, π.χ. νυχτερίδα, φεγγάρι, γάτα, άστρο, ουρανός. (3η, 4η, 2η, 1η)
- Ακολουθεί η εικόνα με τις κατασκευές, όπου το παιδί θα οδηγηθεί στην εφαρμογή όσων έμαθε για τη συμμετρία. Θα αρχίσει από τη δημιουργία ενός χαρτινίου φεγγαριού έχοντας στο νου του το μισό του κύκλου, ήλιου. Έτσι συνεχίζει φτιάχνοντας δικά του σχήματα. Αποτελεί μία δημιουργική και ευχάριστη απασχόληση αυτή η διαδικασία. (1η, 2η, 4η, 3η)
- Μπορούμε να φτιάξουμε φεγγάρι ζωγραφίζοντας έναν κύκλο. Επίσης άλλα σχήματα που μπορούμε να κάνουμε είναι: γλάστρα, παντελόνι, τρίγωνο, ορθογώνιο από τετράγωνο. Την τελευταία (εννοεί αυτή την 4η δραστηριότητα) ως εμπέδωση και εφαρμογή. (2η, 3η, 1η, 4η)

Φαίνεται λοιπόν ότι η δραστηριότητα αυτή συγκεντρώνει τα πιο θετικά σχόλια των εκπαιδευτικών και προτείνεται να διδαχθεί πρώτη ή τελευταία -ως εφαρμογή- από τους εκπαιδευτικούς. Αρκετοί εκπαιδευτικοί, ασυνείδητα ίσως,

είχαν εγκλωβιστεί σε ένα διδακτικό συμβόλαιο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών όπου το τρίπτυχο Θεωρία – Απόδειξη – Εφαρμογή πρέπει να εφαρμοστεί ακόμη και στην Α' Δημοτικού, γι' αυτό και, όπως είπαν, προτείνουν η δραστηριότητα αυτή να πραγματοποιηθεί τελευταία, *αφού πρώτα έχουν εξηγήσει στα παιδιά την έννοια της συμμετρίας!* Αυτές οι ισχυρά παγιωμένες πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών έχουν ως αποτέλεσμα πολλοί μαθητές/τριες να θεωρούν ότι τα σχολικά Μαθηματικά δεν έχουν σχέση με την πραγματική ζωή (αφού πρώτα διδάσκονται και μετά εφαρμόζονται). Μάλιστα αυτού του είδους οι πεποιθήσεις είναι αντιφατικές με τη θεωρία Κατασκευής της Γνώσης (Constructivism), της οποίας βασική αρχή είναι:

«Η μάθηση των Μαθηματικών δεν είναι αναμετάδοση και απορρόφηση γνώσεων οι οποίες μεταδίδονται από τον/την εκπαιδευτικό, αλλά μία δραστηριότητα κατασκευής από τον ίδιο το μαθητή/τρια.»

Ακόμη φάνηκε και από τις συζητήσεις ότι οι εκπαιδευτικοί αναγνώρισαν τη διαθεματική προσέγγιση αυτής της 4ης δραστηριότητας, αλλά δεν «τόλμησαν» (όπως είπαν) να την προτείνουν ως κοινή – διαθεματική – δραστηριότητα στο μάθημα της Αισθητικής και των Μαθηματικών επειδή, όπως ανέφεραν, αυτό είναι πρόωμο για την ελληνική πραγματικότητα ή του «Εμείς και ο Κόσμος».

B. ΓΙΑ ΤΗ Β/ΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ:

Ποια δομή προτιμούν οι εκπαιδευτικοί της Β/θμιας Εκπ/σης να έχουν οι δραστηριότητες του σχολικού βιβλίου των Μαθηματικών.

Στο Παράρτημα II παρουσιάζονται δύο τύποι προσέγγισης για την επανάληψη των Ρητών στη Β' Γυμνασίου οι οποίοι δόθηκαν στους εκπαιδευτικούς-μαθηματικούς που εργάστηκαν στις ομάδες εργασίας (βλ. μεθοδολογία της έρευνας). Η πρώτη προσέγγιση ήταν αυτή του βιβλίου²⁷ που διδάσκονται τα παιδιά σήμερα και η δεύτερη περιείχε δραστηριότητες ανάλογες με το μοντέλο των Driver, Oldham (βλ. παράγραφο για σχολικά εγχειρίδια –φάση προσανατολισμού, εκμείευσης, αναδόμησης, εφαρμογής, αναστοχασμού). Όπως αναφέρθηκε στη μεθοδολογία της έρευνας, ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να σχολιάσουν τις δύο αυτές διδακτικές προσεγγίσεις και να αποφασίσουν κατά ομάδες ποια προσέγγιση θα προτιμούσαν να υπάρχει στο σχολικό βιβλίο. Από τις απαντήσεις τους φάνηκε να σχηματίζονται δύο κατηγορίες εκπαιδευτικών:

Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει εκείνους τους εκπαιδευτικούς οι οποίοι προτιμούν τη δεύτερη διδακτική προσέγγιση (αυτή που ακολουθεί το μοντέλο Driver, Oldham).

27. *Μαθηματικά Β' Γυμνασίου*, ΟΕΔΒ.

Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει τους εκπαιδευτικούς οι οποίοι προτιμούν τη δεύτερη προσέγγιση ως «εισαγωγή» και, όπως ισχυρίστηκαν, «αφού τα παιδιά θα έχουν εμπεδώσει τις διδακτέες έννοιες θα προχωρήσουν στους αυστηρά μαθηματικούς όρους» (στην πρώτη προσέγγιση του σημερινού διδλίου). Οι εκπαιδευτικοί ανέφεραν συγκεκριμένα:

Για την πρώτη προσέγγιση (αυτή του διδλίου):

Δασκαλοκεντρική διδασκαλία-θεωρητική προσέγγιση.

Χρήση αφαιρετικού - μαθηματικού λόγου, αποστασιοποιημένου από την καθημερινή εμπειρία των μαθητών.

Απευθύνεται σε μαθητές με υψηλό επίπεδο κατανόησης και γνώσης των προηγούμενων μαθηματικών εννοιών.

Αποκλεισμός μαθητών με γνωστικές ελλείψεις στα παραπάνω.

Επικεντρώνεται κυρίως στην αποστήθιση κανόνων και όχι στην εμπέδωση μέσω μαθηματικών προβλημάτων.

Διδάσκονται πολλές μαθηματικές έννοιες που προκαλούν αδυναμία κατανόησης και αφομοίωσης.

Παρατηρείται έλλειψη ελκυστικότητας, το οποίο συνεπάγεται έλλειψη κινήτρων προσέγγισης και ενδιαφέροντος.

Προτείνει έτοιμα παραδείγματα χωρίς τη συμμετοχή των μαθητών.

Για τη δεύτερη προσέγγιση (κονστρουκτιδιστική που ακολουθεί τα στάδια του μοντέλου Driver- Oldham):

Κοινή, διωματική γνώση.

Αυτενέργεια μαθητών λόγω παράθεσης ανοιχτού προβλήματος.

Άμεση εργασία και συμμετοχή.

Ύπαρξη βασικής και αναγκαίας γνώσης (επαναληπτικός πίνακας).

Πολλά επίπεδα γνώσεων, κατανόησης.

Σαφής οπτική παρουσίαση.

Είναι καλοστημένη με παραδείγματα από την καθημερινή ζωή και αφήνει περιθώρια πρωτοβουλίας για τους μαθητές.

Παιδοκεντρική διδασκαλία (διδασκαλία σε ομάδες).

Η ταξινόμηση είναι ποικιλόμορφη, ελκυστική και λειτουργική.

Δίνεται δυνατότητα συμμετοχής όλων των μαθητών ανεξαρτήτως γνωστικού επιπέδου.

Από τις απαντήσεις της δεύτερης κατηγορίας εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα προκύπτει ότι:

Αρκετοί σχολίασαν πολύ θετικά τη δεύτερη διδακτική προσέγγιση που ακολουθεί τα στάδια των Driver, Oldham. Αρκετοί εκπαιδευτικοί, ασυνείδητα –όπως ισχυρίστηκαν στη συζήτηση που ακολούθησε την έρευνα–, είχαν ε-

γκλωδιστεί σε ένα διδακτικό συμβόλαιο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, σύμφωνα με το οποίο πρώτα έπρεπε να διδάξουν τις δραστηριότητες της δεύτερης διδακτικής προσέγγισης και μετά να «προχωρήσουν στους αυστηρά μαθηματικούς όρους» της πρώτης προσέγγισης και δεν μπόρεσαν να δουν ότι η δεύτερη προσέγγιση περιείχε και αυτή την αυστηρή μαθηματική γλώσσα. Οι εκπαιδευτικοί αυτοί, όπως ισχυρίστηκαν, έχουν συνηθίσει να διδάσκουν την πρώτη προσέγγιση και, αν και της απέδωσαν αρνητικά χαρακτηριστικά σε σχέση με τη δεύτερη, όπως φαίνεται παραπάνω, είναι δύσκολο γι' αυτούς να «ξεφύγουν» από αυτήν.

Συμπεράσματα

Σ' αυτή την πιλοτική έρευνα φάνηκε ότι οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί δεν έχουν διαμορφώσει άποψη για τα στάδια (φάσεις) που πρέπει να ακολουθεί μία σύγχρονη διδασκαλία και ένα σύγχρονο διδακτικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών. Παρότι αρκετοί εκπαιδευτικοί σχολίασαν θετικά μαθηματικές δραστηριότητες οι οποίες εντάσσονται σε μία κονστρουκτιβιστική-δομιαστική προσέγγιση διδασκαλίας και μάθησης, δεν μπόρεσαν να φτάσουν σε ένα μοντέλο, όπου να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές/τριες, μέσα από κατάλληλα επιλεγμένες δραστηριότητες να προσανατολίζονται στη νέα έννοια, να ανακαλούν στη μνήμη τους τις άτυπες προϋπάρχουσες γνώσεις τους, να αναδομούν τη νέα έννοια, να την εφαρμόζουν και τέλος να αναστοχάζονται και να επεκτείνουν τη γνώση (Driver, Oldham) με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού ως «διευκολυντή» (facilitator) στη διαδικασία αυτή.

Επομένως πρέπει να δοθεί ιδιαίτερο βάρος στην πιλοτική εφαρμογή των νέων διδακτικών βιβλίων, στην επιμόρφωση των εκπαιδευτικών και στις προδιαγραφές των σχολικών εγχειριδίων, ώστε τα παρακάτω ερωτήματα να απαντώνται θετικά:

- Γίνεται το μάθημα μέσα από δραστηριότητες οι οποίες «προσανατολίζουν το μαθητή/τρια στη νέα έννοια, εκμαιεύουν, αναδομούν, εφαρμόζουν και επεκτείνουν τις γνώσεις του και τέλος τον βοηθούν να αναστοχαστεί;»
- Υπάρχει οικείο για τα παιδιά «πλαίσιο συμφραζομένων - context»; Δηλαδή τα παιδιά διαπραγματεύονται θέματα που τα ενδιαφέρουν και τα προκαλούν;
- Γίνονται διαθεματικές προσεγγίσεις;
- Τα παιδιά «προκαλούνται» και εξερευνούν ιδέες;
- Τα παιδιά εργάζονται συνεργατικά για αρκετό χρόνο την ημέρα;

- Η συζήτηση και η διαπραγμάτευση των μαθηματικών ιδεών τους είναι πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό της καθημερινότητας στην τάξη;
- Επιτρέπεται στα παιδιά να εργαστούν με τους δικούς τους ρυθμούς;
- Δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στη χρήση της μαθηματικής γλώσσας;
- Γίνεται χρήση υπολογιστή και μαθηματικών λογισμικών πακέτων, π.χ Logo, του Scetch-pad, Cabri, κτλ;
- Ενθαρρύνονται τα παιδιά να γράφουν τη δουλειά τους στα Μαθηματικά με διαφορετικούς τρόπους;
- Χρησιμοποιούνται διαφορετικές διδακτικές προσεγγίσεις;
- Πώς γίνεται η καταγραφή της εξέλιξής τους στα Μαθηματικά, δηλαδή η αξιολόγησή τους; Μόνο με ωριαία και ολιγόλεπτα διαγωνίσματα; Με συνθετικές εργασίες; Με ατομικό φάκελο εργασιών; Με εξελικτική ποιοτική αξιολόγηση;