



02013423006990152

17293



ΕΦΗΜΕΡΙΣ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ

ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑΣ

ΤΕΥΧΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

Αρ. Φύλλου 1342

30 Ιουνίου 1999

ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ

Αριθ. Γ2/2861

Πρόγραμμα Σπουδών Μαθηματικών Γυμνασίου και
Ενιαίου Λυκείου.

Ο ΥΠΟΥΡΓΟΣ

ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

Έχοντας υπόψη:

1. Τις διατάξεις του εδαφ. γ' της παραγράφου 11 του άρθρου 5 του Ν. 1566/85, όπως τροποποιήθηκε και ισχύει με τις διατάξεις των παραγράφων 1 και 2 του άρθρου 7 του Ν. 2525/97 «Ενιαίο Λύκειο, πρόσβαση των αποφοίτων στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, αξιολόγηση του εκπαιδευτικού έργου και άλλες διατάξεις» (ΦΕΚ 188/τ.Α').

2. Την εισήγηση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, όπως αυτή διατυπώθηκε στην με αριθ. 38/97 πράξη του Τμήματος Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

3. Τις διατάξεις του άρθρου 29^ο του Ν. 1558/83 ΦΕΚ 137/τ.Α', όπως συμπληρώθηκε με το άρθρο 27 του Ν. 2081/92 (ΦΕΚ 154/τ.Α') και τροποποιήθηκε με το άρθρο 1 παραγρ. 2^ο του Ν. 2469/97 (ΦΕΚ 38/τ.Α') και το γεγονός ότι από την απόφαση αυτή δεν προκαλείται δαπάνη εις βάρος του Κρατικού Προϋπολογισμού.

4. Την αναγκαιότητα ορισμού νέου Προγράμματος Σπουδών για το μάθημα των Μαθηματικών Γυμνασίου - Λυκείου με βάση το οποίο θα συγγραφούν τα βιβλία που προβλέπονται από τις διατάξεις της παραγράφου 3 του άρθρου 7 του Ν. 2525/97, αποφασίζουμε:

Καθορίζουμε το Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος των Μαθηματικών Γυμνασίου και Ενιαίου Λυκείου ως εξής:

Α. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ενα Πρόγραμμα Σπουδών (Π.Σ.) είναι ένα ευρύ λειτουργικό σχέδιο διδασκαλίας το οποίο διαπραγματεύεται λεπτομερώς θέματα που αφορούν:

- Τις μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που πρέπει να αποκτήσουν οι μαθητές σε μια συγκεκριμένη τάξη και
- Τον τρόπο με τον οποίο θα επιτευχθεί η απόκτηση αυτών των γνώσεων και δεξιοτήτων.

Εμμέσως ένα Π.Σ. δίνει κατευθύνσεις για το τι μπορούν να κάνουν οι διδάσκοντες για να βοηθήσουν τους μαθητές τους, και για το ποιες διδακτικές συνθήκες πρέπει να

δημιουργηθούν στην τάξη ώστε οι μαθητές να φθάσουν στην επιθυμητή γνώση.

Τα θεωρητικά - ερευνητικά δεδομένα που ελήφθησαν υπόψη κατά τη σύνταξη του Π.Σ. των Μαθηματικών του Γυμνασίου είναι:

I.

Η διδασκαλία των Μαθηματικών οργανώνεται στη βάση μιας αρμονικής συνύπαρξης ενός σχεδιασμού κατάλληλων και πλούσιων δραστηριοτήτων και ενός προγραμματισμού μιας επιθυμητής τελικής συμπεριφοράς.

Έτσι στη δεύτερη στήλη του Π.Σ. αναγράφονται λεπτομερώς οι επιθυμητοί στόχοι, ενώ στην τρίτη δίνονται οδηγίες και αναφέρονται ενδεικτικά παραδείγματα προβλημάτων και δραστηριοτήτων μέσω των οποίων οι στόχοι αυτοί θα υλοποιηθούν.

Για τη σωστή επιλογή μιας δραστηριότητας επισημαίνεται ότι:

(1) Μια δραστηριότητα πρέπει:

- Να είναι κατανοητή από όλους τους μαθητές και να μην επιτρέπει παρανοήσεις και υπονοούμενα.
- Να αφήνει περιθώρια για έρευνα και αυτενέργεια.
- Να ενθαρρύνει τη συνεργατικότητα και την ομαδική εργασία, προτρέποντας τους μαθητές και τις ομάδες σε νοητικό ανταγωνισμό.
- Να μην επιτρέπει άμεση προσέγγιση σε μια και μοναδική λύση.

(2) Το πρόβλημα από το οποίο προκύπτει η δραστηριότητα, να είναι πλούσιο σε εμπλεκόμενες έννοιες, να είναι αρκετά σημαντικό αλλά όχι δύσκολο, ώστε να μπορέσει ο μαθητής να ανταπεξέλθει.

(3) Η εργασία του προβλήματος να μπορεί να γίνει (όπου αυτό είναι δυνατόν) σε δύο τουλάχιστον πλαίσια (π.χ. αριθμητικό - γραφικό), μεταξύ των οποίων ο μαθητής θα μπορέσει να κάνει τις κατάλληλες αντιστοιχίες.

(Νοητικά τεχνάσματα, puzzle κτλ. δεν νοούνται ως δραστηριότητες).

II.

Η διάρθρωση του μαθήματος των Μαθηματικών γύρω από ερευνητικές δραστηριότητες καθ' όλη τη διάρκεια του Γυμνασίου θα προετοιμάσει με τον καταλληλότερο τρόπο τους μαθητές στο να αντιληφθούν το νόημα της τυπικής μαθηματικής απόδειξης που θα συναντήσουν στο Λύκειο.

Τα τελευταία είκοσι χρόνια, παγκοσμίως, μαθηματικοί

Περιεχόμενα	Στόχοι	Οδηγίες
1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ Η έννοια της Παραγώγου	Οι μαθητές πρέπει: • Να γνωρίζουν πως ορίζεται η παράγωγος μιας συνάρτησης σε ένα σημείο της και να μπορούν να την υπολογίζουν Να γνωρίζουν τη γεωμετρική σημασία της παραγώγου.	Με κατάλληλα παραδείγματα, όπως είναι ο ορισμός της στιγμιαίας ταχύτητας, θα γίνει εισαγωγή της έννοιας της παραγώγου μιας συνάρτησης, χωρίς να προηγηθεί ο αυστηρός ορισμός του ορίου συνάρτησης. Υπενθυμίζεται ότι η έννοια του ορίου έχει ήδη εισαχθεί με ενορατικό τρόπο στην Α' Λυκείου με την ευκαιρία της μελέτης των συναρτήσεων $f(x) = x^2 \text{ και } f(x) = \frac{1}{x}$ Σε όλη την ανάπτυξη της ενότητας θα κυριαρχεί η γεωμετρική εποπτεία και η αναφορά στο ρυθμό μεταβολής.
Η παράγωγος συνάρτησης	Οι μαθητές πρέπει: • Να μπορούν να υπολογίζουν τις παραγώγους βασικών συναρτήσεων • Να μπορούν να υπολογίζουν τις παραγώγους συναρτήσεων με τη βοήθεια των κανόνων παραγωγισής	Με εφαρμογή του ορισμού θα βρεθεί η παράγωγος της σταθερής και της ταυτοτικής συνάρτησης. Στη συνέχεια θα αποδειχτεί ότι $(x^\rho)' = \rho(x^{\rho-1})$ $\rho = 2, 3, -1, -2$ και θα γενικευθεί χωρίς απόδειξη ο τύπος παραγωγισής δύναμης με οποιονδήποτε εκθέτη. Επίσης χωρίς απόδειξη θα αναφερθούν και οι τύποι:

		$(\eta\mu\chi)' = \sigma\upsilon\nu\chi$ $(\sigma\upsilon\nu\chi)' = -\eta\mu\chi$ $(e^x)' = e^x$ και $(\ln x)' = \frac{1}{x}$. Με τη βοήθεια κατάλληλων παραδειγμάτων θα διατυπωθούν οι κανόνες παραγωγής: αθροίσματος, γινομένου, πηλίκου και σύνθεσης συναρτήσεων.
Μελέτη Συνάρτησης	Οι μαθητές πρέπει να μπορούν: • Να μελετούν μια συνάρτηση ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα • Να λύνουν προβλήματα μεγίστων και ελαχίστων	Δεν θα αποδειχθούν τα κριτήρια μονοτονίας και ακρότατων μιας συνάρτησης. Με κατάλληλα όμως παραδείγματα θα εξηγηθεί εποπτικά η σχέση του προσήμου και των ριζών της της παραγώγου μιας συνάρτησης με τη μονοτονία και τα ακρότατα.. Θα γίνει μελέτη συναρτήσεων και επίλυση προβλημάτων μεγίστων και ελαχίστων από τα οποία θα διαπιστώσουν οι μαθητές ότι οι παράγωγοι είναι ένα πολύτιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων.
2. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ		
Βασικές Έννοιες		
Κατανομές Συχνοτήτων	Οι μαθητές πρέπει: • Να γνωρίζουν τις βασικές έννοιες της Στατιστικής και να χρησιμοποιούν σωστά τη σχετική ορολογία. • Να μπορούν να κατασκευάζουν πίνακες κατανομής συχνοτήτων	Με κατάλληλα παραδείγματα θα παρουσιαστούν οι έννοιες: • Πληθυσμός • Απογραφή • Δείγμα • Δεδομένα • Μεταβλητές • Κατανομή Συχνοτήτων
Γραφικές Παραστάσεις	Οι μαθητές πρέπει: • Να γνωρίζουν τις διάφορες μορφές των γραφικών παραστάσεων κατανομών συχνοτήτων	Θα ασκηθούν οι μαθητές στην κατασκευή και στην ανάγνωση • Ραβδογράμματος • Κυκλικού Διαγράμματος • Εικονογράμματος

Παράμετροι Θέσεως και Διασποράς	• Να μπορούν να παριστάνουν γραφικά μια κατανομή συχνοτήτων Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν και να μπορούν να υπολογίζουν : • Τις παραμέτρους θέσεως μιας κατανομής συχνοτήτων • Τις παραμέτρους διασποράς μιας κατανομής συχνοτήτων	• Ιστογράμματος • Πολυγώνου Συχνοτήτων Με κατάλληλα παραδείγματα θα κατανοήσουν οι μαθητές την ανάγκη ομαδοποίησης των δεδομένων και θα επισημανθεί ο κίνδυνος πλάνης από λανθασμένες ή ελλιπείς γραφικές παραστάσεις. Από τα μέτρα θέσεως θα αναφερθούν οι παράμετροι: ♦ μέση τιμή ♦ επικρατούσα τιμή ♦ διάμεσος ♦ ποσοστημότητα ενώ από τα μέτρα διασποράς οι παράμετροι: ♦ εύρος ♦ ενδοτεταρτημοριακή απόκλιση ♦ μέση απόκλιση ♦ διακύμανση ♦ τυπική απόκλιση Θα αναφερθούν οι βασικές ιδιότητες των μέτρων θέσεως και διασποράς και θα επιλυθούν προβλήματα σύγκρισης δυο κατανομών συχνοτήτων με τη βοήθεια των παραμέτρων. Επίσης θα αναφερθούν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει η χρήση κάθε παραμέτρου.
Συντελεστής Συσχέτισης και Παλινδρόμηση δυο μεταβλητών	Οι μαθητές πρέπει να μπορούν: • Να βρίσκουν το συντελεστή συσχέτισης δυο μεταβλητών και να γνωρίζουν τη σημασία του. • Να βρίσκουν την ευθεία παλινδρόμησης μιας διπαραμετρικής κατανομής	Με κατάλληλα παραδείγματα θα εισαχθεί η έννοια του συντελεστή συσχέτισης και θα εξηγηθεί η σημασία του ως μέτρου της συσχέτισης δυο μεταβλητών. Αφού ορισθούν με κατάλληλα παραδείγματα οι δυο γραμμές παλινδρόμησης μιας διπαραμετρικής κατανομής, θα παρουσιασθεί η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων.

3. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ

Οι μαθητές πρέπει:

- Να γνωρίζουν τη **βασική αρχή απαρίθμησης** και να μπορούν να τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.
- Να γνωρίζουν την έννοια του **συνδυασμού** και να μπορούν να τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.

Στα στοιχεία Συνδυαστικής αναφέρονται οι βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την επίλυση προβλημάτων απαρίθμησης δηλαδή προβλημάτων στα οποία τίθεται το ερώτημα "πόσα " ή με "πόσους τρόπους".

Το κυρίαρχο εργαλείο για τη λύση των προβλημάτων θα είναι η βασική αρχή απαρίθμησης, της οποίας άμεση εφαρμογή είναι ο υπολογισμός του πλήθους των διατάξεων και των μεταθέσεων.

Θα αποδειχθεί ο τύπος που εκφράζει το πλήθος των συνδυασμών.

4. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Οι μαθητές πρέπει:

- Να γνωρίζουν τις βασικές έννοιες των πιθανοτήτων και να χρησιμοποιούν με σωστό τρόπο τη σχετική ορολογία.
- Να γνωρίζουν τον προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων και να μπορούν να τον χρησιμοποιούν.
- Να γνωρίζουν τη δεσμευμένη πιθανότητα και την έννοια των ανεξάρτητων ενδεχομένων
- Να γνωρίζουν τον πολλαπλασιαστικό νόμο των πιθανοτήτων και να τον χρησιμοποιούν στον υπολογισμό πιθανοτήτων

Οι μαθητές θα ασκηθούν στις διάφορες τεχνικές προσδιορισμού του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης και στην απαρίθμηση των στοιχείων του. Θα αναφερθούν μόνο παραδείγματα που ο δειγματικός τους χώρος είναι πεπερασμένος.

Θα γίνει επανάληψη των πράξεων των συνόλων και με τη βοήθεια διαγραμμάτων Venn θα ασκηθούν οι μαθητές στη συμβολική και γραφική έκφραση των πράξεων των ενδεχομένων.

Στον ορισμό της έννοιας της πιθανότητας ενός ενδεχομένου θα τηρηθεί η σειρά με την οποία ιστορικά εξελίχθηκε η έννοια αυτή.

		Δεν θα δοθεί ο αυστηρός ορισμός της πιθανότητας ενός ενδεχομένου. Θα τονισθεί όμως ότι οι θετικοί αριθμοί $p_1, p_2, \dots, p_n$ με $\sum p_i = 1$ μπορούν να θεωρηθούν ως μια κατανομή πιθανότητας ενός πεπερασμένου δειγματικού χώρου με n στοιχεία. Θα τονισθεί ότι αν σε ένα πείραμα τύχης είναι δεδομένο ότι έχει πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A, τότε ο αρχικός δειγματικός χώρος Ω περιορίζεται στο A. Δυο ενδεχόμενα θα λέγονται ανεξάρτητα όταν η πραγματοποίηση ή μη του ενός δεν επηρεάζει την πιθανότητα πραγματοποίησης ή μη του άλλου. Να χρησιμοποιηθεί το δέντροδιάγραμμα για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενδεχομένων.
--	--	---