

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

1. i) Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha = \frac{1}{2}[(\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2].$$

- ii) Να αποδείξετε ότι για όλους τους  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  ισχύει

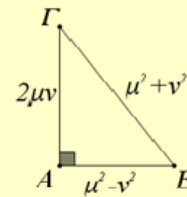
$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \geq \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha.$$

Πότε ισχύει ισότητα;

2. Λέμε ότι μια τριάδα θετικών ακεραίων  $(\beta, \gamma, \alpha)$  είναι **πυθαγόρεια τριάδα** όταν  $\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$ , δηλαδή όταν οι  $\beta, \gamma, \alpha$  είναι πλευρές ορθογωνίου τριγώνου.

- i) Αν  $(\beta, \gamma, \alpha)$  είναι μια πυθαγόρεια τριάδα και  $k$  είναι ένας θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι και η τριάδα  $(k\beta, k\gamma, k\alpha)$  είναι επίσης πυθαγόρεια τριάδα.

- ii) Αν  $\mu$  και  $\nu$  θετικοί ακέραιοι με  $\mu > \nu$ , να δείξετε ότι η τριάδα  $(\mu^2 - \nu^2, 2\mu\nu, \mu^2 + \nu^2)$  είναι πυθαγόρεια τριάδα. Στη συνέχεια να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις πυθαγόρειες τριάδες που αντιστοιχούν στις τιμές των  $\mu$  και  $\nu$  που δίνονται στις δυο πρώτες στήλες:



$\mu$	$\nu$	$\mu^2 - \nu^2$	$2\mu\nu$	$\mu^2 + \nu^2$
2	1			
3	1			
3	2			
5	2			
5	3			
4	1			

3. A) Να αποδείξετε ότι  $\alpha\beta \leq \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)^2$ . Τι σημαίνει η ανισότητα αυτή για ένα ορθογώνιο με διαστάσεις  $\alpha$  και  $\beta$ ; Πότε ισχύει η ισότητα;

B) Με τη βοήθεια της παραπάνω ανισότητας (ή και με άλλο τρόπο), να αποδείξετε ότι:

- i) Από όλα τα ορθογώνια με σταθερή περίμετρο  $P$  το τετράγωνο έχει το μεγαλύτερο εμβαδό.  
 ii) Από όλα τα ορθογώνια με σταθερό εμβαδό  $E$  το τετράγωνο έχει την ελάχιστη περίμετρο.

4. Δίνεται η εξίσωση  $3(x+1)-ax=4$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
- Να λύσετε την εξίσωση για τις διάφορες τιμές του  $a \in \mathbb{R}$ .
  - Για ποιες τιμές του  $a \in \mathbb{R}$  η εξίσωση έχει λύση μεγαλύτερη του 1;
5. Δίνεται η εξίσωση  $\lambda^2(x-1)+3\lambda=x+2$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή γράφεται ισοδύναμα:  

$$(\lambda-1)(\lambda+1)x=(\lambda-1)(\lambda-2).$$
  - Να λύσετε την εξίσωση για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
  - Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό  $\frac{1}{4}$ .
6. Από τη φυσική γνωρίζουμε ότι στην κατακόρυφη βολή ενός σώματος με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , το ύψος  $h$  του σώματος συναρτήσει του χρόνου  $t$  της κίνησης του δίνεται από τον τύπο  $h(t)=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.
- A) Αν  $v_0=60\text{m/sec}$  και  $g=10\text{m/sec}^2$ :
- Να βρείτε πότε το σώμα θα φθάσει σε ύψος  $h=180$  μέτρα.
  - Να βρείτε πότε το σώμα θα βρεθεί σε ύψος  $h=100$  μέτρα.  
 Ποια είναι η ερμηνεία των προηγούμενων απαντήσεων;
- B) Στη γενική περίπτωση όπου  $h(t)=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ , με τα  $v_0$  και  $g$  σταθερά, να βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ισχύει, ώστε το σώμα να φθάσει σε δεδομένο ύψος  $h_0$ .
7. Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις
- $$f(x)=|x|-2 \quad \text{και} \quad g(x)=2-|x|$$
- και στη συνέχεια να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .
8. A) Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων
- $$f(x)=|x-1| \quad \text{και} \quad g(x)=|x-3|$$
- και με τη βοήθεια αυτών να βρείτε τις λύσεις της ανίσωσης
- $$|x-1| < |x-3|.$$
- B) Στη συνέχεια να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τα προηγούμενα συμπεράσματα.

9. Α) Σε ένα καρτεσιανό επίπεδο να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = |x| - 3 \quad \text{και} \quad h(x) = \left| |x| - 3 \right|.$$

- Β) Με τη βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων του συστήματος

$$\begin{cases} y = \left| |x| - 3 \right| \\ y = a \end{cases}$$

για τις διάφορες τιμές του  $a \in \mathbb{R}$ .

10. Σε ένα επίπεδο σχεδιάζουμε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$ .

- i) Να δείξετε ότι η εξίσωση  $y^2 - x^2 = 0$  παριστάνει τις διχοτόμους  $\delta_1$  και  $\delta_2$  των γωνιών των αξόνων τις οποίες και να σχεδιάσετε.

- ii) Ποια είναι η απόσταση ενός σημείου  $M(x, y)$  του επιπέδου από το σημείο  $K(a, 0)$  του άξονα  $x'x$ ; Να δείξετε ότι η εξίσωση

$$(x - a)^2 + y^2 = 1, \quad a \in \mathbb{R}$$

παριστάνει στο επίπεδο κύκλο  $C$  με κέντρο  $K$  και ακτίνα 1.

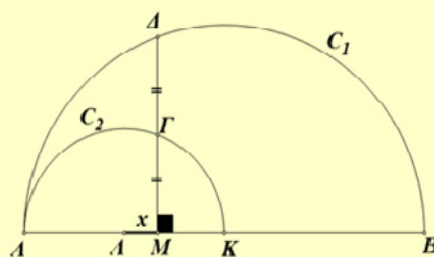
Σχεδιάστε τον κύκλο για μια τιμή του  $a$ .

- iii) Με τη βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων του συστήματος

$$\begin{cases} y^2 - x^2 = 0 \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

για τις διάφορες τιμές του  $a \in \mathbb{R}$ .

11. Στο διπλανό σχήμα τα  $C_1$  και  $C_2$  είναι ημικύκλια με κέντρα  $K$  και  $\Lambda$  και ακτίνες  $R_1 = 6\text{cm}$  και  $R_2 = 3\text{cm}$  αντίστοιχως, ενώ το  $M$  είναι ένα σημείο της διακέντρου  $K\Lambda$  και η  $M\Delta$  είναι κάθετη στην  $K\Lambda$ . Να βρείτε το μήκος  $x$  του τμήματος  $\Lambda M$ , αν γνωρίζουμε ότι το σημείο  $\Gamma$  είναι μέσο του  $M\Delta$ .



12. Θεωρούμε έναν άξονα  $x'x$  και παίρνουμε πάνω σ' αυτόν τα σταθερά σημεία  $A(-1)$ ,  $B(1)$  και ένα μεταβλητό σημείο  $M(x)$ . Θέτουμε

$$f(x) = (MA) + (MB) \quad \text{και} \quad g(x) = \left| (MA) - (MB) \right|.$$

i) Να αποδείξετε ότι :

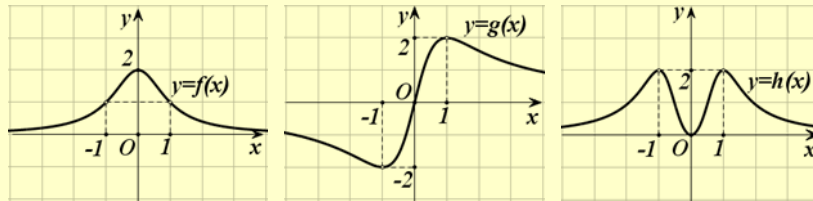
$$f(x) = |x+1| + |x-1| \quad \text{και} \quad g(x) = \left| |x+1| - |x-1| \right|.$$

ii) Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις  $f$  και  $g$ .

iii) Να βρείτε με τη βοήθεια των παραπάνω γραφικών παραστάσεων την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή (εφόσον υπάρχουν) των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ , καθώς και τις θέσεις στις οποίες παρουσιάζονται.

13. Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}, \quad g(x) = \frac{4x}{x^2 + 1} \quad \& \quad h(x) = \frac{4x^2}{x^4 + 1}$$



i) Από τις γραφικές παραστάσεις να βρείτε τα ολικά ακρότατα των συναρτήσεων  $f$ ,  $g$ ,  $h$ , καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

ii) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τα προηγούμενα συμπεράσματα.

14. Α) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}$ .

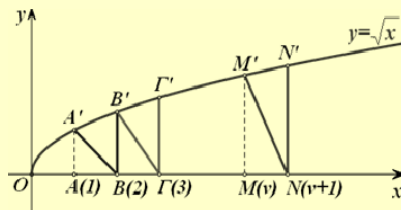
i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

ii) Να αποδείξετε ότι αν το σημείο  $M(a, \beta)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ , το σημείο  $M'(\beta, a)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = x^2$ .

iii) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε πρώτα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  και στη συνέχεια, με τη βοήθεια του προηγούμενου ερωτήματος, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ . Ποιο είναι το είδος της μονοτονίας και ποιο το ακρότατο της συνάρτησης  $f$ ;

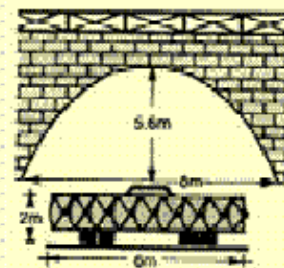
Β) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $h(x) = \sqrt{|x|}$  είναι άρτια και στη συνέχεια να χαράξετε τη γραφική της παράσταση.

Γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της  $f(x) = \sqrt{x}$ .

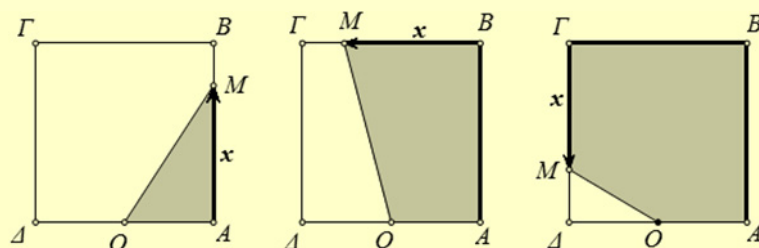


Αν  $A', B', \Gamma', \dots, M', N'$  είναι τα σημεία της γραφικής παράστασης της  $f$  με τετμημένες  $1, 2, 3, \dots, \nu, \nu+1$  αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $\triangle B'A'B', \triangle \Gamma B'\Gamma', \dots, \triangle N M' N'$  είναι ισοσκελή.

15. Μία γέφυρα έχει ένα παραβολικό τόξο του οποίου το πλάτος είναι  $8m$  και ύψος είναι  $5,6m$ . Κάτω από τη γέφυρα θέλει να περάσει γεωργικό μηχάνημα του οποίου η καρότσα έχει πλάτος  $6m$  και ύψος  $2m$ . Μπορεί το μηχάνημα να περάσει;



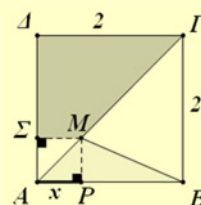
16. Δίνεται ένα τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  με πλευρά  $20cm$  και το μέσον  $O$  της  $AD$ . Ένα κινητό σημείο  $M$  ξεκινά από το  $A$  και, διαγράφοντας την πολυγωνική γραμμή  $AB\Gamma\Delta$ , καταλήγει στο  $\Delta$ .



Αν με  $x$  συμβολίσουμε το μήκος της διαδρομής που έκανε το κινητό  $M$  και με  $f(x)$  το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου,

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τον τύπο της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να παραστήσετε γραφικά την  $f$ .
- iii) Να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία ισχύει  $f(x) = 120 cm^2$ .

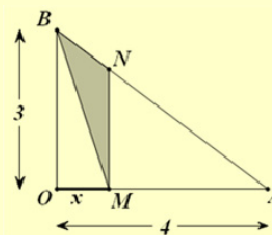
17. Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο πλευράς  $2 \mu.$  και το  $M$  είναι ένα σημείο της διαγωνίου  $AG$  με  $(AP) = x$ . Συμβολίζουμε με  $f(x)$  το εμβαδόν του τριγώνου  $MAB$  και με  $g(x)$  το εμβαδόν του τραπεζιού  $M\Gamma\Delta\Sigma$ .



- i) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = x, 0 \leq x \leq 2$  και  $g(x) = -0,5x^2 + 2, 0 \leq x \leq 2$ .

- ii) Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες τα δύο εμβαδά είναι ίσα.
- iii) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις  $f$  και  $g$  και να βρείτε, με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων, με προσέγγιση την τιμή του  $x$  για την οποία τα δύο εμβαδά είναι ίσα.

18. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $OAB$  είναι ορθογώνιο, το  $M$  είναι τυχαίο σημείο της  $OA$  και  $MN \parallel OB$ . Αν  $(OA)=4$ ,  $(OB)=3$  και  $(OM)=x$ , και  $E(x)$  είναι το εμβαδόν του τριγώνου  $BMN$ ,

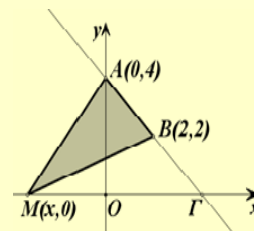


- i) Να αποδείξετε ότι:

$$(MN) = \frac{3(4-x)}{4} \text{ και } E(x) = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x.$$

- ii) Να βρείτε τη θέση του  $M$  για την οποία το εμβαδόν  $E(x)$  μεγιστοποιείται. Ποια είναι η μέγιστη τιμή του  $E(x)$ .

19. Σε ένα καρτεσιανό επίπεδο θεωρούμε τα σημεία  $A(0,4)$  και  $B(2,2)$ , καθώς και το σημείο  $M(x,0)$  που κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'x$ .



- i) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $G$  στο οποίο τέμνει η ευθεία  $AB$  τον άξονα  $x'x$ .

- ii) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $MAB$  συναρτήσει της τετμημένης  $x$  του σημείου  $M$  και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση αυτή.

20. Σε ένα τμήμα  $AB=10\text{km}$  μιας λεωφόρου πέφτει συνεχώς χιόνι και το ύψος του χιονιού αυξάνεται  $1\text{cm}$  την ώρα. Όταν αρχίζει η χιονόπτωση ένα εκχιονιστικό μηχάνημα αρχίζει από το άκρο  $A$  να καθαρίζει το χιόνι κινούμενο κατά μήκος του δρόμου με ταχύτητα  $10\text{km/h}$ . Μόλις φτάσει στο  $B$  γυρίζει και καθαρίζει το δρόμο αντιστρόφως από το  $B$  προς το  $A$  και συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο.

- i) Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα για το ύψος του χιονιού στο  $A$ , παραβλέποντας το χρόνο στροφής στα  $A$  και  $B$ .
- ii) Να κάνετε το ίδιο για το ύψος του χιονιού στο μέσο  $M$  του  $AB$ .

## ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### 1<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ

#### § 1.1

##### Α' Ομάδας

1. ii) 1    2. 1    3. i) 4.000    ii) 9.999  
iii) 3    4. ii) 4    5. ii) 1    7.  $7 \cdot 2^y$ .

##### Β' Ομάδας

1. i)  $\alpha - 1$     ii)  $\frac{\alpha + 2}{\alpha + 1}$     2. i)  $(\alpha - 1)^2$     ii) 1.  
3. i)  $x^2 y^2$     ii)  $\frac{xy}{x - y}$     4. 1.

#### § 1.2

##### Α' Ομάδας

1. i) Πάρτε τη διαφορά    ii) Πάρτε τη διαφορά.  
2. Αθροισμα τετραγώνων.  
3. i) 2, -1    ii) 1, -2.  
4. i) 9, 8 και 10    ii) -0,9 και -0,7.  
iii)  $\frac{45}{54}$  και  $\frac{46}{53}$     iv) 48,34 και 50,32.  
5. i) 10,2 και 16,2    ii) 6,38 και 15,68.  
6. Απαλοιφή παρονομαστών. 7.  $5 - x < 0$ .

##### Β' Ομάδας

1. i) Απαλοιφή παρονομαστών,  
ii) απαλοιφή παρονομαστών.  
2. Πάρτε τη διαφορά.  
3. Εκτέλεση πράξεων.  
4. i) Πολλαπλασιάστε με το 2  
ii) πολλαπλασιάστε με το 2.

#### § 1.3

##### Α' Ομάδας

1. i)  $\pi - 3$     ii)  $4 - \pi$     iii) 1    iv) 0  
2. 1    3. i) -1    ii) 1  
4. 1    5. 2 ή 0 ή -2  
6. i)  $d(2,37,D) \leq 0,005$   
ii) 2,365 και 2,375.

##### Β' Ομάδας

1. Χρησιμοποιήστε τριγωνική ανισότητα,  
3. i)  $x = y = 0$     ii)  $x \neq 0$  ή  $y \neq 0$ .  
4. i)  $\frac{\alpha}{\beta} < 1 < \frac{\beta}{\alpha}$ .  
ii) Αρκεί να δειχθεί  $1 - \frac{\alpha}{\beta} < \frac{\beta}{\alpha} - 1$ .

5. i) 9,5 έως 10,5    ii) 15,2 έως 16,8  
iii)  $3,8\pi$  έως  $4,2\pi$ .

#### § 1.4

##### Α' Ομάδας

1. i) 10    ii) 2    iii)  $\frac{1}{10}$ .  
2. i)  $4 - \pi$     ii) 20    iii)  $|x - 1|$     iv)  $\frac{|x|}{2}$   
10. i)  $\frac{10 + 2\sqrt{3}}{11}$     ii)  $4(\sqrt{7} + \sqrt{5})$   
iii)  $13 + 2\sqrt{42}$ .

##### Β' Ομάδας

2. ii) Χρησιμοποιήστε το ερώτημα (i).  
3. i)  $\frac{25}{6}$     ii)  $\frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha}$ .

### 2<sup>ο</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟ

#### § 2.1

##### Α' Ομάδας

1. i) 5    ii) -1    iii) -7    iv)  $\frac{11}{3}$ .  
2. i) Αδύνατη    ii) ταυτότητα.  
3. i) Αν  $\lambda \neq 1$ , τότε  $x = 1$ ,  
αν  $\lambda = 1$ , ταυτότητα.  
ii) Αν  $\lambda \neq 2$ , τότε  $x = \frac{\lambda}{\lambda - 2}$ ,  
αν  $\lambda = 2$ , αδύνατη.  
iii) Αν  $\lambda \neq 0$  και  $\lambda \neq 1$ , τότε  $x = \frac{1}{\lambda}$ ,  
αν  $\lambda = 0$ , αδύνατη,  
αν  $\lambda = 1$ , ταυτότητα.  
iv) Αν  $\lambda \neq 0$  και  $\lambda \neq 1$ , τότε  $x = \frac{\lambda + 1}{\lambda - 1}$ ,  
αν  $\lambda = 0$ , ταυτότητα,  
αν  $\lambda = 1$ , αδύνατη.  
4. i)  $x = 2,5$     ii)  $x = \frac{15}{8}$     5. 2.750 και 1.250.  
6. i)  $t = \frac{v - v_0}{a}$     ii)  $R_1 = \frac{R_2 R}{R_2 - R}$ .  
7. i) 4 και -1    ii) 2 και -1.  
8. i) 0 και 1    ii) -1 και 0.

9. i) 2 και 1 ii) 1 και 2.  
 10. i) 2, 1 και -1 ii) 2 και 1  
 11. i) -1 ii) αδύνατη,  
 12. i) αδύνατη ii)  $x \in \mathbb{R}$  με  $x \neq 0$  και  $x \neq -2$  iii) αδύνατη  
 iv)  $x \in \mathbb{R}$  με  $x \neq 1$  και  $x \neq -1$ .  
 13.  $(-1, 0, 1)$ ,  $(1, 2, 3)$  και  $(-3, -2, -1)$ .

14. i) 4 και -1 ii) 3 και  $\frac{5}{3}$   
 iii) 1 iv) αδύνατη.  
 15. i) -1 και 1 ii) αδύνατη.  
 16. i) -5 και  $-\frac{9}{5}$  ii) 1 και 3.

**Β' Ομάδας**

2.  $\alpha \neq \beta$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ , 3. 50ml  
 4. 3 λεπτά,  
 5. Αν  $\alpha \neq 0$ , τότε  $x = -\frac{\alpha}{2}$ ,  
 αν  $\alpha = 0$ , τότε  $x \in \mathbb{R}$  με  $x \neq 0$ .

6.  $x = 0$ , 7. -2 και 2, 8. 2 και  $\frac{3}{2}$ .

**§ 2.2****Α' Ομάδας**

1. i) 5 ii) 3 iii) 1.  
 2. i) -5 ii) -3 iii) -1.  
 3. i) 8 και -8 ii) 3 και -3 iii) 2 και -2.  
 4. i) 0 και 2 ii) 0 και -1 iii) 0.  
 5. 3, 3 και 9. 6. i) 3 ii)  $-\frac{1}{5}$  iii) 1 και 4.

**§ 2.3****Α' Ομάδας**

1. i)  $\frac{3}{2}$  και 1 ii) 3 iii) αδύνατη.  
 2. i) 1, 3 και -1, 3 ii) 0 και 2 iii) αδύνατη.  
 3. i)  $\Delta = 4(\lambda - 1)^2$  ii)  $\Delta = (\alpha - \beta)^2$ .  
 4. 1 και -1, 5.  $\Delta = -4(\alpha - \beta)^2$ .  
 6. i)  $x^2 - 5x + 6 = 0$  ii)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$   
 iii)  $x^2 - 10x + 1 = 0$ .  
 7. i) 5 και -3 ii)  $\frac{9 + \sqrt{41}}{2}$  και  $\frac{9 - \sqrt{41}}{2}$ .  
 8. i)  $\sqrt{5}$  και  $\sqrt{3}$  ii) 1 και  $-\sqrt{2}$ .  
 9.  $-(\alpha + \beta)$  και  $(\beta - \alpha)$ . 10. 24 και 10.

11. i) 3, -3, 4 και -4. ii) 5 και -5  
 iii) 6, -6, 2 και -2, 12. 0 και 2.

13.  $1, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$  και  $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ .

14. i) 2 και -3 ii) -1.

15. i) 2 και -2 ii)  $-\frac{1}{2}$  και  $\frac{1}{2}$  iii) αδύνατη.

**Β' Ομάδας**

3. -7 και 1. 4. Θέτουμε όπου  $x$  το  $\frac{1}{\rho}$ .

5. i)  $\alpha$  και  $-\frac{1}{\alpha}$  ii)  $\beta$  και  $\frac{\alpha^2}{\beta}$ .

6. i)  $\Delta = 4\lambda^2 + 32$  ii) -2 και 4,  $\lambda = -1$ .

7. 3, 4 και 5. 8. 1. 9. 12 ώρες, 24 ώρες.

10.  $\alpha = 9$ , ρίζες είναι οι: 3, -3, 1 και -1.

**3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ****§ 3.1****Α' Ομάδας**

1. i)  $x < -\frac{3}{10}$  ii) αδύνατη iii)  $x \in \mathbb{R}$ .

2. i)  $1 \leq x < 3$ , 3. Όχι, 4. 0, 1 και 2.

5. i)  $x \in (-3, 3)$  ii)  $x \in [-3, 5]$

iii)  $x \in (-3, 2)$ .

6. i)  $x \in (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

ii)  $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

iii)  $x \in (-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$ , 7. i)  $x \geq 3$

ii)  $x \leq \frac{1}{3}$ , 8. i)  $x \in (-1, 3)$  ii)  $x \in \mathbb{R}$ .

9.  $x \in [-2, 8]$  10.  $|x + 2| < 5$  11.  $[5, 10]$

**Β' Ομάδας**

1. i)  $x \in [1, \frac{7}{4}]$  ii)  $x \in [\frac{4}{3}, 2]$ .

2. i)  $x \in [-4, -2] \cup [2, 4]$

ii)  $x \in [1, 3] \cup [7, 9]$

3. i) 1 iii)  $x \geq 1$ .

4. i) 4 iii)  $1 \leq x \leq 7$ .

**§ 3.2****Α' Ομάδας**

1. i)  $(x - 1)(x - 2)$  ii)  $(2x + 1)(x - 2)$ .



2. i)  $\frac{x-1}{2x+1}$  ii)  $\frac{2(x-3)}{x-7}$  iii)  $\frac{2x-3}{x-1}$ .

3. i)  $x^2 - 2x - 15 > 0$ ,  
για  $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ii)  $4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$

iii)  $x^2 - 4x + 3 > 0$  για  $x \in \mathbb{R}$ .

4. i)  $-x^2 + 4x - 3 > 0$  για  $x \in (1, 3)$

ii)  $-9x^2 + 6x - 1 = -(3x-1)^2$

iii)  $-x^2 + 2x - 2 < 0$  για  $x \in \mathbb{R}$ .

5. i)  $x \in [0, 4]$  ii)  $x \in [-4, 1]$ .

6. i)  $x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$  ii)  $x \in \left(-1, \frac{5}{2}\right)$

7. i)  $x \in \mathbb{R}, x \neq 2$  ii)  $x = 3$ .

8. i) Αδύνατη ii)  $x \in \mathbb{R}$ . 9.  $x \in (1, 3)$ .

10.  $x \in (-4, -1) \cup (3, 4)$ .

11.  $x \in (1, 2) \cup (3, 5)$ .

**Β' Ομάδας**

1. i)  $(\alpha - \beta)(\alpha + 2\beta), (\alpha + 2\beta)(\alpha - 3\beta)$

ii)  $\frac{\alpha - \beta}{\alpha - 3\beta}, \alpha \neq 3\beta$  και  $\alpha \neq -2\beta$ .

2.  $(2x - \alpha)(x + \beta)$ .

3.  $\frac{x + \beta}{x - 2\alpha}, x \neq \alpha$  και  $x \neq 2\alpha$ .

4. i) 4 ii)  $\lambda < 0$  ή  $\lambda > 4$   
iii)  $0 < \lambda < 4$ .

5.  $0 < \lambda < \frac{4}{9}$ .

6. i)  $\Delta = -8\lambda^2 - 24\lambda, \lambda < -3$  ή  $\lambda > 0$   
ii)  $\lambda < -3$ .

7. Το M βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία που τριχοτομούν την ΑΓ.

8. ii)  $A > 0$  με  $\alpha, \beta$  ομόσημους,  
 $A < 0$  με  $\alpha, \beta$  ετερόσημους.

**§ 3.3**

**Α' Ομάδας**

1.

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{2}{3}$	$2$	$+\infty$
$P(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$

2.

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$2$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

3.  $x \in (-3, 1) \cup (3, +\infty)$ .

4.  $x \in [-3, 0] \cup [3, +\infty)$ .

5.  $x \in (-\infty, -2] \cup \{-1\} \cup [1, +\infty)$ .

6.  $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (1, 3)$ .

7. i)  $x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$  ii)  $x \in \left[-\frac{1}{2}, 3\right)$ .

8.  $x \in (-2, -1] \cup (1, 2]$ .

**Β' Ομάδας**

1. i)  $x \in \left(1, \frac{7}{2}\right)$  ii)  $x \in (-\infty, -2] \cup \left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$ .

2.  $x \in (-\infty, -3] \cup (1, 4)$ .

3. i)  $x \in \left(1, \frac{5}{3}\right) \cup [2, 5]$ .

ii)  $x \in (-\infty, -2) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right] \cup [3, +\infty)$ .

4.  $x \in \left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup (0, 1)$ .

5.  $1,59 < x < 4,41$ . 6.  $1 < t < 4$ .

**4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ**

**§ 4.1**

**Α' Ομάδας**

1. i)  $\mathbb{R} - \{1\}$  ii)  $\mathbb{R} - \{0, 4\}$  iii)  $\mathbb{R}$   
iv)  $(0, +\infty)$ .

2. i)  $[1, 2]$

ii)  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

iii)  $[1, 3]$  iv)  $[0, 1) \cup (1, +\infty)$ .

3.  $-125, 3, 15$ .

4. i)  $f(x) = (x+2)^2, x \in \mathbb{N}$  ii)  $4, 5, 8, 10$ .

5. i)  $x = 3$  ii) αδύνατο iii)  $x = 2$  ή  $x = -2$

**§ 4.2**

**Α' Ομάδας**

2.  $2 < x < 5$  και  $1 < y < 6$ .

3. i)  $(-1, -3)$  ii)  $(1, 3)$  iii)  $(3, -1)$   
iv)  $(1, -3)$ .

4. i)  $2\sqrt{5}$  ii) 5 iii) 4 iv) 5.

5. i)  $AB = AG$  ii)  $(BG)^2 = (AB)^2 + (AG)^2$ .

6.  $(AB) = (BG) = (ΓΔ) = (ΔΑ) = 5$ .

7. i) 2 ii) -1 iii) 4.

8. i) (4,0), (0,-4) ii) (2,0), (3,0), (0,6) iii) (1,0), (0,1) iv) (0,1) v) (1,0) vi) (-2,0), (2,0).

9. i) (0,-1), (-1,0), (1,0) ii)  $x < -1$  ή  $x > 1$

10. i) (2,-2), (5,4) ii)  $2 < x < 5$ .

#### § 4.3

##### Α' Ομάδας

1. i)  $45^\circ$  ii)  $60^\circ$  iii)  $135^\circ$  iv)  $120^\circ$ .

2. i) 1 ii) -1 iii) 0 iv) -2.

3. i)  $y = -x + 2$  ii)  $y = x + 1$  iii)  $y = 2x - 1$ .

4. i)  $y = x + 1$  ii)  $y = -x + 3$  iii)  $y = 1$ .  
iv)  $y = -2x + 5$ . 5.  $-40^\circ$  C. 6. Αποτε-

λείται από την ημιευθεία  $y = -x + 2$ ,  $x \leq 0$ , το ευθ. τμήμα  $y = 2$ ,  $0 \leq x \leq 1$  και την ημιευθεία  $y = x + 1$ ,  $x \geq 1$ .

7. i) -1, 1 και -2, 0, 1.

ii)  $x \in (-\infty, 1) - \{-1\}$ ,  $x \in [-2, 0] \cup [1, +\infty)$

8. i)  $x \in [-1, 1]$ ,  $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ .

##### Β' Ομάδας

1. i)  $f(-6) = 1$ ,  $f(-5) = \frac{1}{2}$ ,  $f(-4) = 0$ ,

$f(-3) = -\frac{1}{2}$ ,  $f(-2) = -1$ ,  $f(-1) = 0$ ,

$f(0) = 1$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 1$ ,

$f(3) = 0$ ,  $f(4) = -1$ ,  $f(5) = -2$

ii)  $f(x) = 0$ : -4, -1, 3  $f(x) = -1$ : -2, 4

$f(x) = 1$ :  $x \in [0, 2] \cup \{-6\}$

iii)  $y = 0, 5 \cdot x$ ,  $x \in [2, 5] \cup \{-2\}$

2.  $y = x - 1$ ,  $x \geq 1$ .

3. i)  $B(t) = 2000 - 100t$ ,  $0 \leq t \leq 20$ ,

$\Delta(t) = 600 + 100t$ ,  $0 \leq t \leq 20$ ,

ii)  $t = 7 \text{ min}$  4.  $f(x) = -x + 8$ ,  $0 \leq x \leq 4$ .

5. i)  $h_1(t) = -\frac{20}{3}t + 20$ ,  $0 \leq t \leq 3$

$h_2(t) = -5t + 20$ ,  $0 \leq t \leq 4$

ii) 2, 4 h iii) 2, 4 h.

#### § 4.4

##### Α' Ομάδας

5. i)  $2(x-2)^2$  ii)  $2(x-3)^2 - 3$

iii)  $2(x+2)^2$  iv)  $2(x+3)^2 - 3$

#### § 4.5

##### Α' Ομάδας

1.  $f \downarrow (-\infty, 1]$ ,  $f \uparrow [1, +\infty)$ ,  $g \uparrow (-\infty, 0]$ ,  
 $g \downarrow [0, 2]$ ,  $g \uparrow [2, +\infty)$ ,  $h \downarrow (-\infty, -1]$ ,  
 $h \uparrow [-1, 0]$ ,  $h \downarrow [0, 1]$ ,  $h \uparrow [1, +\infty)$ .

2.  $f(1) = -1$  ολικό ελάχιστο,  
η  $g$  δεν έχει ολικά ακρότατα,  
 $h(-1) = -2$ ,  $h(1) = -2$  ολικό ελάχιστο.

3. i) Αρκεί  $f(x) \geq f(3)$

ii) Αρκεί  $g(x) \leq g(1)$

4. i) Άρτια ii) άρτια iii) τίποτα  
iv) περιττή v) τίποτα vi) περιττή

5. i) Άρτια ii) τίποτα iii) περιττή  
iv) περιττή v) άρτια vi) άρτια

6. i) Περιττή ii) άρτια iii) τίποτα,

7. i) Άρτια ii) περιττή iii) τίποτα.

### 5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

#### § 5.1

##### Α' Ομάδας

1.  $y = 2x^2$ . 4.  $x^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ ,  
 $x^2 > 1 \Leftrightarrow x < -1$  ή  $x > 1$ .

##### Β' Ομάδας

2.  $f \downarrow (-\infty, 0]$ ,  $f \uparrow [0, +\infty)$ ,  
 $f(0) = 0$ , ελάχιστο.

3. i) α)  $x^3 < x^2 < x < \sqrt{x}$   
β)  $x^3 > x^2 > x > \sqrt{x}$ . 4.  $\sqrt{3}$ .

#### § 5.2

##### Α' Ομάδας

1.  $y = \frac{2}{x}$ . 4.  $\frac{1}{x} \leq 1 \Leftrightarrow x < 0$  ή  $x \geq 1$ ,

$\frac{1}{x} > 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ ,

5.  $\frac{1}{x} \leq x^2 \Leftrightarrow x < 0$  ή  $x \geq 1$

$$\frac{1}{x} > x^2 \Leftrightarrow 0 < x < 1. \quad 6. y = \frac{4}{x}.$$

**§ 5.3****Α' Ομάδας**

1. i)  $y = 2 \cdot (x-1)^2 + 3$ .

ii)  $y = -2 \cdot (x-2)^2 - 1$ .

2. α)  $f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}$  ελάχιστο.

β)  $g\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{49}{12}$  μέγιστο.

**Β' Ομάδας**

1. i) 1 ii) -1 iii) -3, 5.

2. i)  $\alpha < 0$  ii)  $\Delta > 0$  iii)  $\alpha = -1, \gamma = -5$ .

3. i)  $f(x) = -x^2 + 10x$  ii)  $f(5) = 25$ .

4. i)  $E = \frac{\sqrt{3}}{2}(x^2 - 6x + 18)$  ii)  $MA = MB$

5. 30, 40.

**6ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ****§ 6.1****Α' Ομάδας**

1. (3,-1) 2. i) (21,24) ii)  $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{3}\right)$ .

3. i) (3,-4) ii) (5,2).

4. i) Αδύνατο ii) άπειρες λύσεις της μορφής:  $\left(\kappa, \frac{\kappa+2}{2}\right), \kappa \in \mathbb{R}$ .

5. i) (3,1) ii) (2,-1).

6. i) Μοναδική ii) άπειρες iii) αδύνατο.

7. i)  $(-\sqrt{3}+1)(\kappa+1), \kappa \in \mathbb{R}$   
ii) αδύνατο.

8. i) (4,3,-5) ii) αδύνατο

iii)  $(10\kappa+2, -16\kappa+2, \kappa), \kappa \in \mathbb{R}$ .

**Β' Ομάδας**

1. i)  $\varepsilon_1: y = -\frac{1}{2}x + 2, \varepsilon_2: y = x - 1$  ii) 2,1.

2. 10 δίκλινα, 16 τρίκλινα.

3. 1500 παιδιά, 700 ενήλικες.

4.  $R = \frac{1}{600} \cdot T + \frac{11}{30}$ .

5. 40 ml, 60 ml.

6. i)  $\lambda_1 = -\frac{1}{2}, \lambda_2 = -\frac{1}{2}$ .

ii) δεν υπάρχουν iii)  $\alpha \neq \frac{3}{2}$ .

7. i) Αν  $\alpha \neq \pm 1$ , οι ευθείες έχουν μοναδικό κοινό σημείο, το  $\left(\frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha + 1}, \frac{-\alpha}{\alpha + 1}\right)$ ,

αν  $\alpha = 1$ , οι ευθείες ταυτίζονται, αν  $\alpha = -1$ , οι ευθείες είναι παράλληλες.

ii) οι ευθείες έχουν μοναδικό κοινό σημείο για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

8. i) Αν  $\lambda \neq \pm 3$ , μοναδική λύση,

αν  $\lambda = 3$ , αδύνατο, αν  $\lambda = -3$  αδύνατο,

ii) αν  $\mu \neq \pm 3$  μοναδική λύση, αν  $\mu = 3$  άπειρες λύσεις, αν  $\mu = -3$  αδύνατο.

9. 2 cm, 4 cm, 3 cm.

10.  $x = \tau - \alpha, y = \tau - \beta, z = \tau - \gamma$ .

11. 22,88 lt, 17,68 lt, 11,44 lt.

12.  $f(x) = x^2 - 4x + 3, g(x) = -x^2 + 2x + 3,$   
 $h(x) = 0,5x^2 - 3x + 4$ .

**§ 6.2****Α' Ομάδας**

1. (-1,2), (2,-1). 2. i)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

ii)  $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right), \left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ .

iii) (-1,-2), (1,2), (-2,-1), (2,1).

**Β' Ομάδας**

1. (4,3), (-4,3), (0,-5).

2. (1,0), (3,0), (2,-1), (4,3).

3. 12 cm, 10 cm 4.  $\kappa < 1$ .

**7ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ****§ 7.1****Α' Ομάδας**

1.  $x = 3, y = 3\sqrt{2}, \hat{\omega} = 45^\circ$ .

2.  $AB = 1, AG = \sqrt{3}$ .

3. i) 6 rad ii) 3 rad iii) 2 rad

4. i)  $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$  ii)  $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$

iii)  $7\pi \text{ rad}$  iv)  $-\frac{33\pi}{4} \text{ rad}$ .

5. i)  $18^\circ$  ii)  $150^\circ$  iii)  $5460^\circ$  iv)  $\frac{18000^\circ}{\pi}$ .

6. i)  $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}$  ii)  $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$

iii) 0, -1, 0, δεν ορίζεται

iv) 0, 1, 0, δεν ορίζεται.

### Β' Ομάδας

1. i)  $\approx 478, \approx 733, \approx 1062$  ii)  $\approx 58^\circ$ .

2. iii)  $2 - \sqrt{2}$  v)  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ .

3.  $12 + 8\sqrt{3}, 12\sqrt{3}$ . 4.  $\approx 573$  mm.

### § 7.2

#### Α' Ομάδας

1.  $\sigma\eta\eta x = -\frac{4}{5}, \epsilon\phi x = -\frac{3}{4}, \sigma\phi x = -\frac{4}{3}$ .

2.  $\eta\mu x = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \epsilon\phi x = \frac{\sqrt{5}}{2}, \sigma\phi x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

3.  $\sigma\phi x = -\sqrt{3}, \eta\mu x = -\frac{1}{2}, \sigma\eta\eta x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

4.  $\epsilon\phi x = \frac{\sqrt{5}}{2}, \eta\mu x = \frac{\sqrt{5}}{3}, \sigma\eta\eta x = \frac{2}{3}$ .

5.  $\frac{8\sqrt{5} - 20}{5}$ . 6. i) Όχι, ii) όχι, iii) ναι.

#### Β' Ομάδας

1. i)  $\frac{\alpha^2 - 1}{2}$  ii)  $\frac{2\alpha}{\alpha^2 - 1}$  iii)  $\frac{2}{\alpha^2 - 1}$

iv)  $\frac{\alpha(3 - \alpha^2)}{2}$ .

### § 7.3

#### Α' Ομάδας

1. i)  $\eta\mu 1200^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\eta\eta 1200^\circ = -\frac{1}{2},$

$\epsilon\phi 1200^\circ = -\sqrt{3}, \sigma\phi 1200^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$

ii)  $\eta\mu(-2850^\circ) = \frac{1}{2}, \sigma\eta\eta(-2850^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2},$

$\epsilon\phi(-2850^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}, \sigma\phi(-2850^\circ) = \sqrt{3}.$

2. i)  $\eta\mu \frac{187\pi}{6} = -\frac{1}{2}, \sigma\eta\eta \frac{187\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2},$

$\epsilon\phi \frac{187\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \sigma\phi \frac{187\pi}{6} = \sqrt{3}.$

ii)  $\eta\mu \frac{21\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \sigma\eta\eta \frac{21\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$

$\epsilon\phi \frac{21\pi}{4} = \sigma\phi \frac{21\pi}{4} = 1.$

3.  $\hat{A} + (\hat{B} + \hat{\Gamma}) = 180^\circ, \frac{\hat{A}}{2} + \left(\frac{\hat{B} + \hat{\Gamma}}{2}\right) = 90^\circ.$

4.  $\sigma\phi a$ . 6. 1.

#### Β' Ομάδας

1. 0 3. 23.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

2. ii)

3	4	5
8	6	10
5	12	13
21	20	29
16	30	34
15	8	17

4. ii)  $2 < a < 3$ . 5. iii)  $\lambda = 3$  ή  $\lambda = 1$ .

6. A) i)  $t = 6$  ii)  $t_1 = 2, t_2 = 10$ .

7.  $E = 8\tau.μ.$  8.  $x < 2$ .

9. B) Αν  $a < 0$ , αδύνατο, αν  $a = 0$ , δύο λύσεις, αν  $0 < a < 3$  τέσσερις λύσεις, αν  $a = 3$  τρεις λύσεις, αν  $a > 3$  δύο λύσεις.

10. iii) Αν  $a = \pm\sqrt{2}$  δύο λύσεις, αν  $0 < a < \sqrt{2}$  ή  $-\sqrt{2} < a < 0$ , τέσσερις λύσεις, αν  $a = \pm 1$  τρεις λύσεις, αν  $a < -\sqrt{2}$  ή  $a > \sqrt{2}$  αδύνατο.

11.  $x = 1$ .

12. iii)  $f$ : ελάχιστο 2,  $g$ : ελάχιστο 0, μέγιστο 2, 15. ναι.

16. i)  $f(x) = \begin{cases} 5x, & 0 \leq x \leq 20 \\ 10x - 100, & 20 \leq x \leq 40 \\ 5x + 100, & 40 \leq x \leq 60 \end{cases}$

iii)  $x = 22$ . 17. ii)  $x = \sqrt{5} - 1$ .

18. ii)  $x = 2, E = 1,5\tau.μ.$

19. i) 4, 0 ii)  $E(x) = |x - 4|$

---

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΟΡΩΝ

---

Ακτίνα διαστήματος	40	Ευθεία εφαπτομένων	184
Ακτίνο	185	« ή »	10
Ανεξάρτητη μεταβλητή	98	Ίσα σύνολα	15
Ανισώσεις γινόμενο	92	Ισοδυναμία	10
Ανισώσεις δευτέρου βαθμού	85	« και »	11
Ανισώσεις πηλίκου	92	Καρτεσιανές συντεταγμένες	104
Ανίσωση με απόλυτες τιμές	79	Κατακόρυφη μετατόπιση συνάρτησης	120
Ανίσωση πρώτου βαθμού	77	Κενό σύνολο	16
Απόλυτη τιμή	37	Κέντρο διαστήματος	40
Απόσταση αριθμών	39	Μέγιστο συνάρτησης	130
Απόσταση σημείων	106	Μέθοδος αντίθετων συντελεστών	162
Άρτια συνάρτηση	132	Μέθοδος αντικατάστασης	162
Γνησίως αύξουσα συνάρτηση	128	Μέθοδος απαγωγής σε άτοπο	25
Γνησίως μονότονη συνάρτηση	129	Μη γραμμικά συστήματα	174
Γνησίως φθίνουσα συνάρτηση	129	Μορφές τριωνύμου	82
Γραμμικό σύστημα 2x2	161	Νιοστή ρίζα	45
Γραμμικό σύστημα 3x3	169	Ορθοκανονικό σύστημα	104
Γραφική επίλυση συστήματος 2x2	163	Οριζόντια μετατόπιση συνάρτησης	123
Γραφική παράσταση συνάρτησης	107	Ορίζουσα 2x2	166
Γραφική παράσταση της $f(x)=ax+\beta$	111	Παραμετρική εξίσωση	56
Γωνίες αντίθετες	195	Παράμετρος	56
Γωνίες με άθροισμα $180^\circ$	196	Παράσταση συνόλου με αναγραφή	14
Γωνίες με άθροισμα $90^\circ$	198	Παράσταση συνόλου με περιγραφή	15
Γωνίες που διαφέρουν $180^\circ$	197	Πεδίο ορισμού συνάρτησης	98
Διάγραμμα Venn	16	Περιττή συνάρτηση	133
Διακρίνουσα	65	Πραγματική συνάρτηση	100
Διάστημα	33	Πραγματικοί αριθμοί	19
Διάταξη πραγματικών αριθμών	30	Πρόσημο γινομένου	91
Διερεύνηση εξίσωσης	56	Πρόσημο τιμών τριωνύμου	84
Διερεύνηση συστήματος 2x2	165	Σύζευξη	11
Δύναμη αριθμού	22	Συμπλήρωμα συνόλου	17
Δύναμη με ρητό εκθέτη	48	Συμπλήρωση τετραγώνου	64
Ελάχιστο συνάρτησης	130	Συνάρτηση	98
Ένωση συνόλων	17	Συνάρτηση $f(x)=-1/x$	148
Εξαρτημένη μεταβλητή	98	Συνάρτηση $f(x)=-x^2$	141
Εξίσωση $ax+\beta y=\gamma$	159	Συνάρτηση $f(x)=1/x$	146
Εξίσωση δευτέρου βαθμού	64	Συνάρτηση $f(x)= x $	115
Εξίσωση πρώτου βαθμού	55	Συνάρτηση $f(x)=x^2$	140
Ευθεία Απόδειξη	24	Συνάρτηση $f(x)=a/x$	148

Συνάρτηση $f(x)=ax^2$	141	Τετμημένη σημείου	104
Συνάρτηση $f(x)=ax^2 +bx+\gamma$	151	Τετραγωνική ρίζα	45
Συνάρτηση $f(x)=ax$	113	Τομή συνόλων	17
Συνεπαγωγή	9	Τριγωνομετρικές ταυτότητες	190
Σύνολο	13	Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας	179
Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας	111	Τριγωνομετρικός κύκλος	183
Σχετικές θέσεις δυο ευθειών	113	Τύποι του Vietta	66
Ταυτότητες	23	Υποσύνολο συνόλου	15
Τεταγμένη σημείου	104		