

Μαθηματικά
Ε΄ Δημοτικού
Βιβλίο Δασκάλου

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Χριστόδουλος Κακαδιάρης, Εκπαιδευτικός
Νατάσσα Μπελίτσου, Εκπαιδευτικός
Γιάννης Στεφανίδης, Εκπαιδευτικός
Γεωργία Χρονοπούλου, Εκπαιδευτικός

ΚΡΙΤΕΣ-ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ

Μιχάηλ Μαλιάκας, Καθηγητής του Πανεπιστημίου Αθηνών
Θεόδωρος Γούπος, Σχολικός Σύμβουλος
Παναγιώτης Χαλάτσης, Εκπαιδευτικός

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ

Γεώργιος Σγουρός, Σκιτσογράφος-Εικονογράφος

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Εριέττα Τζοβάρη, Φιλολόγος

**ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ
ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ ΚΑΙ
ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ**

Γεώργιος Τύπας, Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΕΞΩΦΥΛΛΟ

Σαράντης Καραβούζης, Εικαστικός Καλλιτέχνης

**ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ
ΕΡΓΑΣΙΕΣ**

ACCESS Γραφικές Τέχνες Α.Ε.

Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ II / Ενέργεια 2.2.1 / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α:

«Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
Μιχάλης Αγ. Παπαδόπουλος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ
Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο:

«Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Τύπας
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτής Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Οικονόμου
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Χριστόδουλος Κακαδιάρης Νατάσσα Μπελίτσου Γιάννης Στεφανίδης
Γεωργία Χρονοπούλου

ΑΝΑΔΟΧΟΣ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ: ΠΑΤΑΚΗΣ



Μαθηματικά
Ε΄ Δημοτικού
Βιβλίο Δασκάλου

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ

Περιεχόμενα

Εισαγωγή.....	5
Πίνακας εκπαιδευτικού λογισμικού.....	7
Η φιλοσοφία του νέου υλικού.....	8
Τρόπος διεξαγωγής του μαθήματος	15
Επαναλήψεις - Αξιολογήσεις - Φυλλάδιο ετεροαξιολόγησης.....	17
Ενδεικτική ροή μαθήματος επαναληπτικών μαθημάτων.....	18
Ανάλυση της κλίμακας αξιολόγησης.....	20
Φύλλα ατομικής αξιολόγησης	22
Παρουσίαση βιβλίου και τετραδίου του μαθητή	31
Βιωματικές δραστηριότητες	33
Εποπτικό υλικό	34
Προτεινόμενα σχέδια εργασίας	35
Ανάλυση κεφαλαίων 1-55	39
Πρώτη επιστολή προς τους γονείς	195
Δεύτερη επιστολή προς τους γονείς	196
Τρίτη επιστολή προς τους γονείς	197
Βιβλιογραφία	198

Εισαγωγή

Πιστεύουμε ότι το *Εγχειρίδιο του Εκπαιδευτικού* μπορεί να αποτελέσει ένα πολύτιμο βοήθημα στα χέρια του δασκάλου, χωρίς όμως σε καμιά περίπτωση να αποτελεί έναν οδηγό που πρέπει να ακολουθηθεί απαρέγκλιτα.

Πρόθεση των συγγραφέων είναι να μοιραστούν μαζί του τις βασικές παιδαγωγικές αρχές και τη φιλοσοφία του νέου εκπαιδευτικού υλικού ώστε:

1. Να γνωρίζει ποιοι είναι οι στόχοι, ποια είναι τα παιδαγωγικά και γνωστικά χαρακτηριστικά των διδακτικών καταστάσεων που προτείνονται κάθε φορά, και πώς θα μπορούσε να τα χρησιμοποιήσει με όσο το δυνατόν καλύτερα αποτελέσματα.
2. Να του δοθεί η ευκαιρία να καταλάβει τι προτείνεται, για ποιο λόγο, πώς λειτουργεί δηλαδή το βιβλίο και για ποιο λόγο λειτουργεί με αυτό τον τρόπο, έτσι ώστε να σταθεί κριτικά ο ίδιος και να προσθέσει το δικό του στίγμα, εμπλουτίζοντας τη διδασκαλία του με δικές του πρωτότυπες ιδέες και δραστηριότητες που ανταποκρίνονται στις ιδιαιτερότητες της δικής του τάξης. Αλλά και εκφράζουν με τον καλύτερο τρόπο τον ίδιο.
3. Η ύλη της Ε΄ Τάξης εξελίσσεται στο *Βιβλίο του Μαθητή* σε 3 περιόδους που δεν ταυτίζονται χρονικά με τα 3 τρίμηνα. Οι 3 αυτές περίοδοι παίζουν καθεμιά το δικό της ιδιαίτερο ρόλο στην εξέλιξη της ύλης. Κάθε περίοδος είναι χωρισμένη σε 3 επιμέρους ενότητες:

Στην πρώτη περίοδο μπαίνουν τα θεμέλια της Ε΄ Τάξης καθώς τα παιδιά αποκτούν γνώσεις και δεξιότητες οι οποίες θα αποτελέσουν τα γνωστικά εργαλεία για να κατακτήσουν νέες έννοιες και δεξιότητες που παρουσιάζονται στις επόμενες 2 περιόδους.

Στην πρώτη ενότητα ειδικά, δίνεται ιδιαίτερη προσπάθεια να παρουσιαστεί ένα παιδαγωγικό υλικό που επιτρέπει:

- την πρώτη χρονιά εφαρμογής των σχολικών βιβλίων μια ομαλή μετάβαση στο καινούριο αναλυτικό πρόγραμμα, γεφυρώνοντας τις διαφορές σε γνωστικό και παιδαγωγικό επίπεδο,
- τις επόμενες χρονιές εφαρμογής μια περίοδο επανάληψης και υπενθύμισης των γνώσεων που διδάχτηκαν στην προηγούμενη τάξη.

Συγκεκριμένα στις 3 πρώτες ενότητες τα παιδιά:

- Θυμούνται και εμποδώνουν τη γραφή, ανάγνωση αριθμών (ακέραιων και δεκαδικών, κλασμάτων), συγκρίνουν, διατάσσουν και κατασκευάζουν αριθμούς με προϋποθέσεις.
- Περνούν από τη μια μορφή αριθμού στην άλλη, αναγνωρίζοντας την ίδια ποσότητα που εκφράζεται κάθε φορά με άλλο τρόπο (δεκαδικό αριθμό, κλάσμα, μεικτό αριθμό, συμμιγή, ακέραιο), και κάνουν νοερούς υπολογισμούς χωρίς να έχουν ανάγκη από τεχνικές αλλά στηρίζονται στην κατανόηση (αξία θέσης ψηφίου, ισοδύναμα κλάσματα, μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό).
- Αναλύουν και συνθέτουν με φωνολογική και αθροιστική ανάλυση αριθμούς (ακέραιους και δεκαδικούς) και κάνουν νοερούς υπολογισμούς αναπτύσσοντας διάφορες στρατηγικές (μισό, διπλάσιο, ιδιότητες του πολλαπλασιασμού, της διαίρεσης, γρήγοροι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με 10, 100, 1.000).
- Θυμούνται τις τεχνικές των κάθετων πράξεων στους φυσικούς αριθμούς και γνωρίζουν την τεχνική του πολλαπλασιασμού δεκαδικών καθώς και τη διαίρεση ακεραίου με ακεραίο με ηπλίο δεκαδικό αριθμό.
- Χρησιμοποιούν την έννοια του μέσου όρου στην επίλυση καθημερινών προβλημάτων.
- Χρησιμοποιούν την εκτίμηση ως στρατηγική νοερών υπολογισμών αλλά και ως στρατηγική επίλυσης προβλήματος.
- Χρησιμοποιούν τη στρατηγική της αναγωγής στην κλασματική μονάδα.
- Λύνουν προβλήματα που δεν απαιτούν μόνο γνώση των 4 πράξεων, αλλά κριτική και δημιουργική σκέψη.
- Χρησιμοποιούν τον υπολογιστή τσέπης για να επαληθεύσουν ή να λύσουν μια εργασία που έχει στόχο την ανάπτυξη κριτικής σκέψης.

Στις επόμενες 3 ενότητες της δεύτερης περιόδου τα παιδιά:

- Ανακαλύπτουν και εμπεδώνουν την ύλη της Ε΄ Τάξης χρησιμοποιώντας τα γνωστικά εργαλεία που κατέκτησαν στις 3 πρώτες ενότητες, όπως τη χρήση των ποσοστών ως μια διαφορετική μορφή δεκαδικού αριθμού ή κλάσματος (δεκαδικού ή άλλου ισοδύναμου).
- Ανακαλύπτουν την έννοια των ισοπεριμετρικών και ισοεμβαδικών σχημάτων καθώς και τη διαδικασία που εξηγεί την εύρεση του εμβαδού τετραγώνου, ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και ορθογώνιου τριγώνου.
- Χρησιμοποιούν κατάλληλες αναπαραστάσεις για τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων και τη διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων και τις τεχνικές.
- Κάνουν μετατροπές στις μονάδες μέτρησης μήκους και επιφάνειας χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους για τους νοερούς υπολογισμούς με ακέραιους, δεκαδικούς και δεκαδικά κλάσματα.
- Χρησιμοποιούν την τεχνική της διαίρεσης κλασμάτων αναγνωρίζοντας τον αντίστροφο ενός αριθμού.
- Διαχειρίζονται αριθμούς με νοερούς υπολογισμούς (πολλαπλάσια, διαιρέτες, κριτήρια διαιρετότητας του 2, 5, 10).
- Μετατρέπουν ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα με διάφορες στρατηγικές και το Ε.Κ.Π.
- Λύνουν προβλήματα που απαιτούν κριτική και συνδυαστική σκέψη.

Τέλος, στις 3 τελευταίες ενότητες (3η περίοδος) τα παιδιά:

- Μετρούν γωνίες.
- Αναγνωρίζουν τις ιδιότητες των τριγώνων σε σχέση με τις πλευρές και τις γωνίες τους.
- Χαράζουν τα ύψη τριγώνου.
- Λύνουν σύνθετα προβλήματα γεωμετρίας.
- Κάνουν μετατροπές σε μονάδες μέτρησης χρόνου.
- Εκτελούν απλές πράξεις με συμμιγείς αριθμούς.
- Χαράζουν κύκλους με προϋποθέσεις.

Κυρίως όμως τα παιδιά ασχολούνται με τα βήματα στην πορεία επίλυσης προβλήματος: κριτική, δημιουργική και συνδυαστική σκέψη, αξιολογώντας τα δεδομένα ενός προβλήματος, διορθώνοντας και συνδυάζοντάς τα, αναπτύσσουν πολλές στρατηγικές επίλυσης, αποκτούν άνεση να λύνουν σύνθετα προβλήματα σε διαφορετικά πλαίσια, προβλήματα που μπορεί να έχουν πολλές λύσεις ή μοναδική λύση, και να εκφράζουν με σαφήνεια τη σκέψη τους χρησιμοποιώντας κατάλληλο λεξιλόγιο.

Ελπίζουμε ότι το νέο εκπαιδευτικό υλικό θα αποτελέσει πηγή έμπνευσης για πολλούς δασκάλους. Όσα προτείνουμε είναι ενδεικτικά. **Κάθε δάσκαλος επιλέγει από το Βιβλίο και τα Τετράδια Εργασιών του Μαθητή εργασίες που ταιριάζουν στην τάξη του κάθε φορά. Σε όλες τις περιπτώσεις επίσης μπορεί να τροποποιήσει και το χρόνο διδασκαλίας κάθε κεφαλαίου.**

Η συγγραφική ομάδα

Τεχνολογικές Πύλες απόδοσης των Δραστηριοτήτων που αναφέρονται στα παραπάνω λογισμικά με τα κεφάλαια του βιβλίου		
Ενότητα	Σύντομη περιγραφή	Κεφάλαια
Εφαρμογές που υπάρχουν στην κεντρική σελίδα του λογισμικού		
Κλίμακασελίδα	Λογισμικό βασισμένο στη γλώσσα προγραμματισμού Logo	44, 54
Γεωπλάνο	Λογισμικό σχεδίασης και διαχείρισης γεωμετρικών σχημάτων	16, 19, 24, 25, 26, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 50, 53, 54
Αριθμητήριο	Λογισμικό αναπαράστασης του κάθετου άξονα	2, 3, 4, 5
Πολλαπλασιασμός	Λογισμικό πραγματοποίησης της πράξης του πολλαπλασιασμού με 4 διαφορετικούς τρόπους: με γεωμετρική απεικόνιση (ελλειπικός πολλαπλασιασμός), με διαδοχικές προσθέσεις, οριζόντια και κάθετη πολλαπλασιασμού	12, 14, 35
Διαίρεση	Λογισμικό πραγματοποίησης της πράξης της διαίρεσης με 4 διαφορετικούς τρόπους: με γεωμετρική απεικόνιση (διαίρεση ορθογώνιου), με διαδοχικές αφαιρέσεις, με τον τύπο της Ευκλείδειας διαίρεσης και με κάθετη διαίρεση	1, 13, 18, 35
Κερματοδέκτης	Λογισμικό σχηματισμού φυσικών και δεκαδικών αριθμών με ψηφία και κέρματα	5, 7, 8, 10
Αριθμογραμμή	Λογισμικό στο οποίο χωρίζεται μια αριθμογραμμή σε ημίματα και πρέπει να τοποθετηθεί η σωστή τιμή σε κάθε ημίμα	1, 5, 7, 8, 9, 16, 18, 55
Περιβόριο	Λογισμικό χρήσης των κερμάτων διαφάνειας και ερώσεων που υπολείπεται	36, 37, 38
Μαθαίνω το Ευρώ	Λογισμικό μετατροπών νομισμάτων του Ευρώ (χρυσονόμισμα ή κέρματα) και διατύπωσης των σχέσεων μεταξύ τους	6, 7
Ε.Κ.Π. – Μ.Κ.Δ.	Λογισμικό ερώσεων του Μ.Κ.Δ. και του Ε.Κ.Π. με ανάλογη πρώτων παραγόντων και διάγραμμα του Venn	(Στ' Δημητρίου)
Χαλασμένος Υπολογιστής	Λογισμικό απεικόνιση ενός υπολογιστή τσέπης, στον οποίο μπορούν να απεικονιστούν όλα πλήητρα	6, 18, 20, 48
Στατιστική	Λογισμικό τύπου Excel σε απλούστερη μορφή	21, 22, 23, 39
Μπάρες	Λογισμικό απεικόνιση κλασμάτων σε κερμίδες (μπάρες)	7, 8, 16, 17, 20, 28, 34, 39
Ερωτήσεις	Λογισμικό διερεύνησης της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα σε 2 αριθμούς ώστε να δίνουν έναν τρίτο	1
Μέτρηση χρόνου	Λογισμικό εκκίνησης μέτρησης του χρόνου που χρειάζεται 8 διαφορετικά (για να καθιερωθεί μια συγκεκριμένη διαδρομή)	51
Ζυγιστή	Λογισμικό εκκίνησης μέτρησης του βάρους 5 αντικείμενων και διερεύνησης των μεταξύ τους σχέσεων	6, 35
Τετράγωνο πλέγμα	Λογισμικό απεικόνιση κλασμάτων σε πλέγμα	7, 8, 15, 16, 17, 18, 20, 27, 38
Εφαρμογές που θα συναντήσετε σε άλλες πηγές του λογισμικού		
Πίνακ	Λογισμικό προσομοίωσης της μορφασής μιας εκκίνησης επίσης	16, 17, 18
Δημιουργός ανωρίων	Εφαρμογή δημιουργίας ανωρίων δραστηριοτήτων και δημοσκοπήσεις τους στο διαδίκτυο	Στα Επικοινωνήματα για την κατασκευή προβλημάτων
Ηλεκτρονικό κατάστημα	Λογισμικό προσομοίωσης αγοράς λογισμικού (από το Διαδίκτυο) και πώλησης των λογισμικών	8, 9, 10
Επιλογές που θα συναντήσετε στην κατηγορία «Τάξη Ε΄»		
Μικρά θέματα	Θέματα δοκιμαστικών δραστηριοτήτων	Σε συνδυασμό με τα προτεινόμενα Γράδια Εργασίας
Δημιουργία	Δραστηριότητες με τη χρήση των εφαρμογών λογισμικού	Ος επανάληψη – εμπέδωση – επέκταση
Μετρή της κωνότητας μου	Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και προβλήματα που λύνονται με τη χρήση των εφαρμογών λογισμικού	
Αναζήτηση	Αναζήτηση του θέματος με το οποίο θέλουμε να ασχοληθούμε	
Κατηγοριοποίηση σε γνωστικές περιοχές		
Αριθμοί και Πράξεις Μετρήσεις Γεωμετρία Συλλογή και Επεξεργασία δεδομένων Διαφάνεια / Πολλαπλότητα	<ul style="list-style-type: none"> • ετήσια και μαθησιακά • άνω προβλήματα 	Εναλλακτική κατηγοριοποίηση των εφαρμογών λογισμικού της κεντρικής σελίδας σε γνωστικές περιοχές

Η φιλοσοφία της διδασκαλίας των μαθηματικών σύμφωνα με το νέο εκπαιδευτικό υλικό

Ι. Παραδοσιακή και νέα προσέγγιση στη διδακτική των μαθηματικών

Το «παραδοσιακό» μαθησιακό περιβάλλον. Χαρακτηριστικές πεποιθήσεις και αντιλήψεις:

α) Το «παραδοσιακό» μαθησιακό περιβάλλον βασίζεται σε ισχυρές πεποιθήσεις για τη φύση των μαθηματικών.

Υπάρχει μια ισχυρή αντίληψη για τη φύση των μαθηματικών η οποία θέλει τα μαθηματικά να είναι μια τυπική γλώσσα όπου καθετί μπορεί να προκύψει από πεπερασμένο πλήθος αξιωμάτων και βάσει πολύ συγκεκριμένων αποδεικτικών κανόνων. Η άποψη αυτή, γνωστή ως «φορμαλισμός», εκφράζεται στην εκπαίδευση με την πεποίθηση ότι τα μαθηματικά είναι ένα σύνολο κανόνων και διαδικασιών που, αν εφαρμοστούν σωστά, οδηγούν σε μία, μοναδική, σωστή λύση.

β) Το «παραδοσιακό» μαθησιακό περιβάλλον βασίζεται σε ισχυρές αντιλήψεις για τη γνώση και τη μάθηση.

Στη βάση των διδακτικών πρακτικών που είναι συμβατές με το «παραδοσιακό» μαθησιακό περιβάλλον βρίσκεται η αντίληψη ότι η γνώση μπορεί να μεταφερθεί από το δάσκαλο στα παιδιά διαμέσου της λεκτικής ή γραπτής επικοινωνίας. Επιπλέον η προϋπάρχουσα γνώση των παιδιών λαμβάνεται υπόψη σε πολύ συγκεκριμένα πλαίσια: είναι αρκετά διαδεδομένη η άποψη ότι οι μαθηματικές γνώσεις είναι μια «αλυσίδα», κάθε κρίκος της οποίας προστίθεται στον προηγούμενο. Στη βάση της αντίληψης αυτής, η προϋπάρχουσα γνώση των παιδιών ταυτίζεται με την τυπική γνώση που προβλέπεται από το αναλυτικό πρόγραμμα προηγούμενων τάξεων και μπορεί είτε να υποστηρίξει την καινούρια γνώση είτε να μην την υποστηρίξει όταν είναι ελλιπής (τα περίφημα «κενά» των παιδιών).

Με βάση τα προηγούμενα, το διδακτικό μοντέλο που επικρατούσε ως σήμερα για τα μαθηματικά περιλάμβανε τα εξής στοιχεία:

- ▶ Η οργάνωση της ύλης γινόταν με τέτοιο τρόπο ώστε οι γνώσεις να παρουσιάζονται σειριακά από την πιο απλή στην πιο σύνθετη.

- ▶ Δινόταν ιδιαίτερη έμφαση στην εκμάθηση και εφαρμογή γνώσεων διαδικαστικού τύπου (αλγορίθμων, κανόνων, τεχνικών).

- ▶ Η διδασκαλία γινόταν κυρίως «μετωπικά»: Ο δάσκαλος όφειλε να παρουσιάσει τις καινούριες γνώσεις με απλότητα και σαφήνεια στα παιδιά. Ο δάσκαλος, σε συνδυασμό με το σχολικό βιβλίο, αποτελούσε την πηγή της γνώσης και της τεκμηρίωσής της.

- ▶ Η συμμετοχή των παιδιών περιοριζόταν στο να εστιάζουν την προσοχή τους στα λεγόμενα του δασκάλου και στο να επιδίδονται σε εργασίες εξάσκησης. Ο δάσκαλος ενίσχυε επιβραβεύοντας τη σωστή απάντηση και αποθάρρυνε το λάθος είτε αγνοώντας το είτε με κάποιο είδος αρνητικής ενίσχυσης.

- ▶ Η διδασκαλία των μαθηματικών άρχιζε και τελείωνε με τη διδασκαλία διαδικασιών και κανόνων που συχνά εκτελούνταν χωρίς κατανόηση από τα παιδιά. Για παράδειγμα, συχνά τα παιδιά έβρισκαν αποτελέσματα που δεν ήταν λογικά, αλλά δε φαινόταν να ενοχλούνται από το γεγονός αυτό.

- ▶ Η διδασκαλία προβλημάτων περιοριζόταν στην επίλυση προβλημάτων παρόμοιων με κάποιο δεδομένο πρόβλημα. Τα παιδιά προσέγγιζαν τα προβλήματα με την προσδοκία ότι πρέπει να γνωρίζουν εκ των προτέρων τον τρόπο λύσης και αποθαρρύνονταν όταν δε συνέβαινε αυτό.

- ▶ Τα παιδιά δεν αναγνώριζαν τη χρησιμότητα των μαθηματικών γνώσεων που διδάσκονταν στο σχολείο και αποτύγχαναν να τις μεταφέρουν σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

- ▶ Ένα σημαντικό ποσοστό παιδιών σε κάθε τάξη δε συμμετείχε στο μάθημα των μαθηματικών, είτε από έλλειψη ενδιαφέροντος είτε γιατί δεν μπορούσε να «μάθει» απέξω τεχνικές και αλγορίθμους, που δεν κατανοούσε. Αρκετά παιδιά δεν πίστευαν ότι θα τα καταφέρουν, με αποτέλεσμα να αποθαρρύνονται από την αποδοκίμασή του λάθους.

Σε γενικές γραμμές ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν να δείξει στα παιδιά πώς θα κάνουν τις

προσδιορισμένες εργασίες του βιβλίου. Τα παιδιά έχουν ως σημείο αναφοράς τις οδηγίες και τις ερωτήσεις του δασκάλου καθώς και τις εργασίες του βιβλίου.

Τα προβλήματα που προκύπτουν από το παραδοσιακό μαθησιακό περιβάλλον γίνονται πιο έντονα αν λάβουμε υπόψη ότι τα κριτήρια, σύμφωνα με τα οποία αξιολογούνται οι μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες, μεταβάλλονται σε σχέση με τις απαιτήσεις της σημερινής αλλά και της «αυριανής» κοινωνίας, η οποία απαιτεί από τους νέους να μπορούν να λύσουν πρωτότυπα προβλήματα στην καθημερινή ζωή.

Σύγχρονες αντιλήψεις για τα μαθησιακά περιβάλλοντα

Τα τελευταία 20 χρόνια, τα ευρήματα της έρευνας σε χώρους που άπτονται της Γνωστικής και Εκπαιδευτικής Ψυχολογίας, της Παιδαγωγικής (Γενικής και Ειδικής) και της Διδακτικής των Μαθηματικών έχουν αλλάξει όχι μόνο τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η διαδικασία της μάθησης, αλλά και την αντίληψή μας για την αποτελεσματική διδασκαλία στο σχολείο. Επίσης τα αποτελέσματα ερευνών πάνω σε θέματα αξιολόγησης της εκπαιδευτικής διαδικασίας (PISA 2000) οδήγησαν και στη χώρα μας να δημιουργηθούν τα νέα αναλυτικά προγράμματα (ΑΠΣ, ΔΕΠΠΣ) και συνακόλουθα το νέο εκπαιδευτικό υλικό στα επιμέρους γνωστικά αντικείμενα στο Δημοτικό και στο Γυμνάσιο.

Οι ειδικοί σκοποί του μαθήματος των μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο, όπως ορίζουν τα νέα ΑΠΣ και ΔΕΠΠΣ, είναι:

1. Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων.
2. Η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσο επικοινωνίας.
3. Η κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων.
4. Η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία.
5. Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων.
6. Η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των μαθηματικών.
7. Η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης της μαθηματικής επιστήμης (ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών).
8. Η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά.

Σήμερα η πιο βασική ιδέα στη διδακτική των μαθηματικών είναι ότι τα μαθηματικά έχουν νόημα (John A., Van de Walle, *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο*, 2005, σελ. 23). Η κατανόηση στα πλαίσια της μαθηματικής εκπαίδευσης ερευνάται κάτω από διάφορες οπτικές γωνίες (Κολέζα, Ευγενία, *Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών*, 2000) και αποτελεί αναπόσπαστο στοιχείο στη διδακτική των μαθηματικών. Η κατανόηση εννοιών μέσα σε πολλαπλά πλαίσια (συσχετιστική κατανόηση) βοηθά στην οικοδόμηση της γνώσης και έχει πολλαπλά οφέλη στους μαθητές (ενισχύει τη μνήμη, προκαλεί θετικό αυτοσυναίσθημα, βοηθά στην εκμάθηση νέων εννοιών και διαδικασιών, βελτιώνει τις δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων, βοηθά στην αποφυγή της παπαγαλίας (John A., Van de Walle, *ό.π.*, σελ. 41). Παράδειγμα συσχετιστικής κατανόησης: οι πράξεις στους συμμιγείς αριθμούς μέσα από γεωμετρία, μετρήσεις (νομίσματα, μήκος) και αντίστοιχα νοερούς υπολογισμούς, μοντελοποίηση (ζωγραφική, προβλήματα).

Η νέα προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών αλλάζει καθώς μετατοπίζονται οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης κυρίως από την εκμάθηση των αλγορίθμων των 4 πράξεων και των τύπων χωρίς κατανόηση, στην εκμάθηση λύσης προβλημάτων (με μία ή πολλές λύσεις). Γι' αυτό η γνωστική περιοχή επίλυσης προβλήματος είναι πρωταρχική γνωστική περιοχή και απαιτεί το 1/6 περίπου των συνολικών διδακτικών ωρών στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών κάθε τάξης.

Η αλλαγή στην επίλυση προβλημάτων δε χαρακτηρίζεται μόνο στα είδη των προβλημάτων και στο χρόνο που αφιερώνεται σ' αυτά. Τα προβλήματα είναι μέσα από την καθημερινή ζωή και έχουν νόημα για τα παιδιά. Τα παιδιά καταλαβαίνουν ότι η χρησιμότητα των μαθηματικών έγκειται στην επίλυση προβλημάτων. Οι μαθητές δε λύνουν προβλήματα με βάση λέξεις-«κλειδιά» ή χρησιμοποιώντας τύπους και κανόνες. Μαθαίνουν πώς να λύνουν προβλήματα συνηθισμένα ή πιο πρωτότυπα στηριζόμενα στη λογική τους και στην ικανότητά τους να σκέφτονται. Μαθαίνουν να αξιολογούν πληροφορίες που δίνονται με κείμενο ή εικόνα, να συνδυάζουν τις πληροφορίες προκειμένου να επιλέξουν τη στρατηγική για να λύσουν το πρό-

βλημα (όχι απαραίτητα πράξη), να επαληθεύσουν τη λύση που βρήκαν χρησιμοποιώντας μια άλλη στρατηγική. Μαθαίνουν να διορθώνουν προβλήματα, να συμπληρώνουν προβλήματα, να κρίνουν αν τα προβλήματα που έχουν μπροστά τους λύνονται ή όχι, αν έχουν μία ή πολλές λύσεις, να φτιάξουν προβλήματα με προϋποθέσεις.

Οι αλλαγές στα μαθηματικά δεν αφορούν μόνο τη γνωστική περιοχή «πρόβλημα». Μια επίσης σημαντική αλλαγή αφορά το σύνολο των αριθμών που μαθαίνουν τα παιδιά σε κάθε τάξη. Οι αριθμοί που διαχειρίζονται τα παιδιά με κάθετες πράξεις είναι ένα υποσύνολο των αριθμών που γνωρίζουν, γιατί έχει αποδειχθεί ότι η γνώση ευρύτερου συνόλου αριθμών βοηθά την κατανόηση των πράξεων σε μικρότερους αριθμούς.

Γνωρίζω τους αριθμούς σημαίνει: τους διαβάζω, τους γράφω, τους αναλύω φωνολογικά, αναγνωρίζω τις μονάδες, τις δεκάδες και τις εκατοντάδες που τους αποτελούν (φωνολογικά, με εποπτικό υλικό, στον κάθετο άβακα, με αθροιστική ανάλυση με βάση όχι μόνο το δεκαδικό σύστημα, αλλά και τον πίνακα πολλαπλασίων και διαιρετών). Επίσης, όταν γνωρίζω τους αριθμούς, μπορώ να τους διατάξω, να εκτιμήσω τη διαφορά τους ή το άθροισμά τους. Δε σημαίνει ότι μπορώ να κάνω κάθετες πράξεις.

Αριθμοί και πράξεις είναι η γνωστική περιοχή που αφορά τους υπολογισμούς. Οι υπολογισμοί δεν ταυτίζονται με τις κάθετες πράξεις. Τα παιδιά μαθαίνουν να διαχειρίζονται αριθμούς. Φτιάχνουν αριθμούς με προϋποθέσεις – π.χ. φτιάχνουν το 8,8 με διαδοχικές προσθέσεις ή αφαιρέσεις, με πολλαπλασιασμό και πρόσθεση με πολλαπλασιασμό και αφαίρεση κτλ. Οι νοεροί υπολογισμοί δεν αφορούν τη νοερή εκτέλεση των συνηθισμένων αλγορίθμων αλλά την εύρεση αποτελέσματος με πολλές διαφορετικές στρατηγικές που χρησιμοποιούμε με το μυαλό, π.χ. $1,25 \times 16 = 2,50 \times 8 = 5 \times 4 = 20$.

Στους νοερούς υπολογισμούς χρησιμοποιείται πολύ η εκτίμηση αποτελέσματος η οποία διαφοροποιείται από τη στρογγυλοποίηση. Η εκτίμηση στην καθημερινή ζωή μπορεί να γίνει πολύ πιο εύκολα χωρίς να έχουμε τον περιορισμό του ελάχιστου σφάλματος της στρογγυλοποίησης.

π.χ. $132,6 : 50$ περίπου όσο $(130 : 100) \times 2 = 1,3 \times 2 = 2,6$

$132,6 : 50 = 132,6 : 50 = (132 : 100) \times 2 + (0,6 : 50 \text{ ή } 1,2 : 100) = 2,6 + 0,12 = 2,72$

Οι κάθετες πράξεις (αλγόριθμοι) διδάσκονται αφού τα παιδιά έχουν κατανοήσει την έννοια της πράξης και γνωρίζουν πώς μπορούν να βρουν γρήγορα το αποτέλεσμα.

Η γεωμετρία χρησιμοποιείται στην Ε΄ Τάξη σε πολλές περιπτώσεις είτε ως διδακτικό πλαίσιο γνώσης είτε ως υπόβαθρο διαισθητικής κατανόησης άλλων εννοιών, π.χ. πολλαπλασιασμός κλάσμάτων, διαίρεση ομώνυμων κλάσμάτων, ισοδύναμα κλάσματα, δεκαδικοί αριθμοί.

Οι μετρήσεις (μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας) δίνονται μέσα από προβλήματα και βοηθούν τα παιδιά να κατακτήσουν καλύτερα τους αριθμούς και τις σχέσεις μεταξύ τους.

Τέλος, το μοτίβο είναι μια εντελής καινούρια γνωστική περιοχή που βοηθάει τα παιδιά να ανακαλύπτουν κανόνες και τα βοηθά να κατακτήσουν καλύτερα τις σχέσεις μεταξύ των αριθμών (αριθμητικά μοτίβα), να αναγνωρίσουν και να κατασκευάσουν τα γεωμετρικά σχήματα (γεωμετρικά μοτίβα).

Απαιτείται η χρήση εποπτικού υλικού (διαισθητική κατανόηση εννοιών) καθώς και η αλλαγή στην οργάνωση και διεξαγωγή του μαθήματος.

II. Βασικές αρχές της μάθησης όπου στηρίζεται το νέο εκπαιδευτικό υλικό

α) Η μάθηση πραγματοποιείται με την ενεργητική συμμετοχή του μαθητή.

Η μάθηση απαιτεί την προσοχή του μαθητή, την παρατήρηση, την κατανόηση, την απομνημόνευση, τη θέση στόχων και την ανάληψη ευθύνης του ίδιου του μαθητή γι' αυτή. Η μάθηση επιτυγχάνεται όταν οι ίδιοι οι μαθητές ενεργοποιηθούν και εμπλακούν γνωστικά, συναισθηματικά, ψυχοκοινωνικά.

β) Οι νέες πληροφορίες που επεξεργάζεται ο μαθητής γίνονται γνώση όταν συνδέονται με τις προϋπάρχουσες γνώσεις του (όσα καταλαβαίνει και πιστεύει). Το λάθος είναι αναπόσπαστο μέρος στη μαθησιακή διαδικασία.

Οι έρευνες έχουν δείξει ότι οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα όταν οι εκπαιδευτικοί θέτουν σημείο αφετηρίας της διδασκαλίας τις προϋπάρχουσες γνώσεις και πειροχές των μαθητών. Η ίδια η διαδικασία της μάθησης και η απόκτηση της γνώσης, ιδιαίτερα της μαθηματικής, είναι μια δραστηριότητα μακρόχρονη, συνεχής και κυρίως κατασκευαστική. Στη διαδι-

κασία της μάθησης ο μαθητής δεν προσλαμβάνει έτοιμη τη γνώση, αλλά την οικοδομεί σταδιακά και με ενεργητικό τρόπο.

Η γνώση κατακτάται από το μαθητή σιγά σιγά σε διαφορετικά στάδια ανάλογα με το βαθμό ετοιμότητας και ωρίμανσής του, ανάλογα με τις εμπειρίες του και τις δυνατότητες αλληλεπίδρασης που είχε και έχει με το περιβάλλον του.

Οι νέες έννοιες και τα νοητικά αντικείμενα γίνονται κτήμα κάθε μαθητή με δύο τρόπους:

► Με αρμονική ένταξή τους σε προϋπάρχουσες έννοιες (προϋπάρχουσα γνώση).

► Με αναπροσαρμογή των παλιότερων νοητικών σχημάτων σε νέα σχήματα μέσα από μια διαδικασία γνωστικής σύγκρουσης.

Ορισμένες φορές η προϋπάρχουσα γνώση μπορεί να εμποδίσει το δρόμο προς τη μάθηση κάτι νέου. Οι λανθασμένες πεποιθήσεις των μαθητών, όταν αναδύονται στη διδασκαλία, αποτελούν σημαντικό βήμα για την κατάκτηση της νέας γνώσης (Κολέζα, Ευγενία, *ό.π.*).

Για να μάθουν οι μαθητές από τα λάθη τους, θα πρέπει να εμπλακούν γνωστικά (διαπίστωση ανεπάρκειας), συναισθηματικά (αποδοχή της δυνατότητας του λάθους εφόσον είναι μη απορριπτέα συμπεριφορά στη γνωστική διαδικασία) και να δεχτούν να εγκαταλείψουν τα γνωστικά σχήματα που διαθέτουν προκειμένου να ανταποκριθούν στις νέες γνωστικές προκλήσεις που αντιμετωπίζουν.

Η έννοια του λάθους και της διαχείρισής του επομένως είναι πολύ σημαντική στη γνωστική ανάπτυξη του μαθητή.

Η απλή διόρθωση των παρανοήσεων και των λαθών εκ μέρους του δασκάλου ή η επισήμανσή τους δεν οδηγεί σε καμία νέα γνώση στο μαθητή, καθώς αποσκοπεί στην εναρμόνιση του μαθητή με το σωστό αποτέλεσμα που η τάξη προσανατολίζεται να βρει κάθε φορά σε ασκήσεις ή προβλήματα.

Σε μια τάξη υπάρχουν διαφορές στο γνωστικό, συναισθηματικό και ψυχοκοινωνικό επίπεδο των μαθητών, στο ρυθμό ανάπτυξης και γνωστικής εξέλιξής τους, και ιδιαιτερότητες στο κοινωνικό-πολιτιστικό περιβάλλον όπου μεγαλώνουν. Οι εκπαιδευτικοί οφείλουν να αναγνωρίζουν και να σέβονται όλα αυτά τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μαθητών, που διαμορφώνουν τον τρόπο και το ρυθμό που μαθαίνουν, και να προβαίνουν σε δραστηριότητες και διδακτικές προσεγγίσεις που δίνουν την ευκαιρία σε κάθε μαθητή να μάθει ξεκινώντας από το δικό του ξεχωριστό επίπεδο.

γ) *Η σημασία της κοινωνικής αλληλεπίδρασης παίζει σημαντικό ρόλο στη διαδικασία της μάθησης.*

Η μάθηση είναι πρώτα απ΄ όλα μια κοινωνική δραστηριότητα. Τα παιδιά μαθαίνουν μέσα από την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον τους (εσωτερικεύουν δραστηριότητες, συνήθειες, λεξιλόγιο, ιδέες που αναπτύσσονται στις ομάδες όπου ανήκουν).

Η έρευνα έχει δείξει ότι οι μαθητές στο παραδοσιακό μάθημα (δασκαλοκεντρικό, βιβλιοκεντρικό) δεν έχουν τη δυνατότητα να κρίνουν, να στοχαστούν και να επικοινωνήσουν (Κοσσυβάκη, Φωτεινή, *Εναλλακτική Διδακτική*, 2003). Ο ρόλος του δασκάλου είναι να ενεργοποιεί τους μαθητές με κατάλληλες δραστηριότητες να αναπτύξουν υποθέσεις, να δοκιμάσουν στρατηγικές, να μοιραστούν τις σκέψεις τους και να καταλήξουν σε λύσεις όπου μπορούν να κρίνουν την ορθότητά τους.

δ) *Οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα όταν συμμετέχουν σε δραστηριότητες που έχουν νόημα.*

Η μάθηση που στηρίζεται στην κατανόηση είναι καλύτερη και αποτελεσματικότερη. Η μάθηση αποκτά μεγαλύτερη σημασία όταν τα μαθήματα έχουν εφαρμογή σε καταστάσεις πραγματικής ζωής.

Πολλές σχολικές δραστηριότητες δεν έχουν νόημα για τους μαθητές – δεν καταλαβαίνουν για ποιο λόγο τις κάνουν, ποιος είναι ο σκοπός και η χρησιμότητά τους. Έτσι, μαθαίνουν παθητικά χωρίς δυνατότητα εφαρμογής της γνώσης σε νέες καταστάσεις, ιδίως σε καταστάσεις εκτός σχολείου.

Η έρευνα δείχνει ότι όταν οι πληροφορίες απομνημονεύονται επιφανειακά, ξεχνιούνται εύκολα. Αντίθετα, όταν κάτι γίνει κατανοητό, δεν ξεχνιέται εύκολα και μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες περιπτώσεις.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να εφαρμόζουν τις σχολικές γνώσεις και δεξιότητες σε πραγματικές προβληματικές καταστάσεις, όταν οι δραστηριότητες στις οποίες εμπλέκονται οι μαθητές είναι δραστηριότητες καθημερινής ζωής.

ε) *Η χρήση στρατηγικών στη λύση προβλημάτων*

Τα παιδιά από μικρή ηλικία αναπτύσσουν στρατηγικές που τους βοηθούν να κατανοούν, να σκέφτονται, να απομνημονεύουν και να λύνουν προβλήματα. Τα παιδιά ανακαλύπτουν μόνα τους τέτοιες στρατηγικές, γιατί δεν τις διδάσκουν οι εκπαιδευτικοί στο σχολείο (Lefrancois Jean, *Η ψυχολογία της διδασκαλίας*, 1998).

Όταν οι εκπαιδευτικοί με συστηματικό τρόπο διδάσκουν στους μαθητές στρατηγικές μάθησης, τότε οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα και γρηγορότερα. Όσο πιο πολλές διαφορετικές στρατηγικές κατέχει ο μαθητής τόσο πιο μεγάλη επιτυχία έχει στην επίλυση διαφορετικών προβληματικών καταστάσεων.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να αναπτύξουν, να παρουσιάσουν και να εξηγήσουν τα μοντέλα που χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων (κάθε μαθητής ενθαρρύνεται να αναπτύξει το δικό του μοντέλο και να το μοιραστεί με τους συμμαθητές του).

στ) *Η σημασία του αναστοχασμού και της αυτορρύθμισης στη μαθησιακή διαδικασία*

Ο αναστοχασμός είναι σημαντικό συστατικό για την αποδοτική μάθηση. Οι μαθητές που μπορούν να παρακολουθούν τον τρόπο που σκέφτηκαν να λύσουν ένα πρόβλημα, τις διαδικασίες που ακολούθησαν και την αναγνώριση και διαχείριση των λαθών που έκαναν στην όλη διαδικασία, μπορούν να αξιολογούν τη μάθησή τους, να ελέγχουν την κατανόησή τους και να αναπτύσσουν ρεαλιστικούς μαθησιακούς στόχους. Αναπτύσσουν μεταγνωστικές ικανότητες που έχουν αποδειχθεί αποτελεσματικές στη διαδικασία της μάθησης (Lefrancois Jean, *ό.π.*).

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να αναπτύξουν μεταγνωστικές ικανότητες, δίνοντάς τους ευκαιρίες όπου καλούνται να σχεδιάζουν πώς να λύνουν προβλήματα, να αξιολογούν τις προτάσεις και τις λύσεις που ακολούθησαν οι ίδιοι και οι συμμαθητές τους στη λύση προβλημάτων, να γνωρίζουν ποιες στρατηγικές είναι πιο αποτελεσματικές σε κάθε περίπτωση και να αναπτύσσουν τους δικούς τους μαθησιακούς στόχους.

III. Η απόκτηση της μαθηματικής γνώσης: Από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο

α) *Οριζόντια και κάθετη μαθηματοποίηση*

Η γνώση-μάθηση κινείται σε διαδοχικά πλαίσια αφάιρεσης. Για να μπορέσουν οι μαθητές να περάσουν από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο, ομαδοποιούν έννοιες με κοινές ιδιότητες και δημιουργούν μέσα από τη διαδικασία της αφαιρετικής σκέψης έννοιες ανώτερης τάξης. Για να το επιτύχουν όμως αυτό, χρειάζονται να χρησιμοποιήσουν κατάλληλα εργαλεία - αναπαραστάσεις: εποπτικό υλικό για το σχηματισμό των εννοιών, σχήματα, σχεδιαγράμματα, μοντέλα, σύμβολα, ηλεκτρονικούς υπολογιστές.

Η εξοικείωση των μαθητών με όσο το δυνατό μεγαλύτερη ποικιλία μοντέλων αναπαράστασης πρέπει να αποτελεί κεντρικό στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης, καθώς οι μαθητές αναπτύσσουν τα δικά τους μοντέλα με τα οποία προσεγγίζουν τη γνώση κάθε φορά.

Η διαδικασία της μαθηματοποίησης πραγματοποιείται με δύο τρόπους: την *πλαισιοποίηση* και την *αποπλαισιοποίηση* της γνώσης.

1. Πλαισιοποίηση της γνώσης: Όταν το πραγματικό πρόβλημα μεταφράζεται (από το μαθητή) σε μαθηματικό πρόβλημα μέσω συγκεκριμένων ενεργειών-μοντέλων (π.χ., διατύπωση και αναπαράσταση του προβλήματος με διάφορους τρόπους, ανακάλυψη σχέσεων κτλ.).

2. Αποπλαισιοποίηση της γνώσης: Όταν το πραγματικό πρόβλημα, που έχει μεταφραστεί σε μαθηματικό πρόβλημα, αντιμετωπίζεται και γίνεται αντικείμενο επεξεργασίας με μαθηματικά εργαλεία (π.χ., χρήση ήδη γνωστών μοντέλων, γενίκευση κτλ.).

Η μαθηματοποίηση πραγματοποιείται μέσα από τις ενέργειες και τον αναστοχασμό του μαθητή μέσα στα πλαίσια μιας αλληλεπιδραστικής διδασκαλίας.

β) *Αρχές στις οποίες στηρίζεται το νέο εκπαιδευτικό υλικό όσον αφορά τη διαδικασία της προοδευτικής μαθηματοποίησης*

1. Η πλαισιοποίηση της προβληματικής κατάστασης που καλούνται να εμπλακούν οι μαθητές γνωστικά, ψυχοκινητικά, κοινωνικά (ένα πρόβλημα-πλαίσιο μπορεί να είναι ένα λεκτικό πρόβλημα ενός «πραγματικού» σεναρίου από τη ζωή παιδιών-πρωταγωνιστών του βιβλίου, ένα παιχνίδι, μια ιστορία, ένα γράφημα, ένα σχήμα ή μοντέλο ή συνδυασμός των παραπάνω). Επισημαίνεται στο σημείο αυτό η κεφαλιώδους σημασίας ανάγκη των μαθητών να επι-

λύουν προβληματικές καταστάσεις που έχουν νόημα γι' αυτούς (κίνητρο για να εμπλακούν στη διαδικασία) και να μπορούν να χρησιμοποιούν πολλές και διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης.

2. Η αναζήτηση ή η προσφορά μοντέλων που βοηθούν το μαθητή να γεφυρώσει το χάσμα ανάμεσα στη διαισθητική, άτυπη και δεσμευμένη από το συγκεκριμένο πλαίσιο του προβλήματος συμπεριφορά, στην αναστοχαστική, τυπική, συστηματική (σαφώς προκαθορισμένη ως προς τα βήματα) και εκτός συγκεκριμένου πλαισίου συμπεριφορά.

Τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται είναι κυρίως μοντέλα, σχήματα, διαγράμματα, πίνακες και σύμβολα. Τα εργαλεία αυτά οπτικοποιούν το πρόβλημα και αποτελούν «σκαλοπάτια» για τη μαθησιακή πορεία του μαθητή. Δεν είναι το εποπτικό υλικό που μεταφέρει συγκεκριμένη γνώση. Οι μαθητές ερμηνεύουν τη νέα πληροφορία, άρα και τη χρήση του εποπτικού υλικού επίσης με βάση τη γνώση που διαθέτουν. Δεν είναι απαραίτητο να αναγνωρίζουν σ' αυτό τις μαθηματικές σχέσεις που αναγνωρίζουν οι ενήλικοι.

3. Οι μαθητές προσπαθούν να ερμηνεύσουν τις εμπειρίες τους με λογικό τρόπο. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κάνουν καλή χρήση αυτού του γεγονότος, αν και πρέπει να γνωρίζουν ότι η «λογική» που θα ανακαλύψουν οι μαθητές θα είναι διαφορετική από τη δική τους. Αυτή η διαδικασία απόκτησης γνώσης παρουσιάζει καθαρή ομοιότητα με την εξέλιξη της επιστημονικής γνώσης. Όπως οι επιστήμονες δεν εγκαταλείπουν μια θεωρία αν δεν αποδειχτεί ανεπαρκής για την εξήγηση ενός φαινομένου, έτσι και οι μαθητές δεν εγκαταλείπουν τα δικά τους γνωστικά σχήματα ή στρατηγικές αν δεν αναγκαστούν μέσα από την αντιμετώπιση συγκεκριμένων προβληματικών καταστάσεων. Η ανάδειξη (καταγραφή και συζήτηση) των απόψεων-θεωριών που έχουν οι μαθητές σε συγκεκριμένα προβλήματα είναι πρωταρχικής σημασίας στη δομή του νέου εποπτικού υλικού και στις διδακτικές προσεγγίσεις που προτείνονται.

4. Όσα παράγουν οι μαθητές είναι συνήθως ένας καθρέφτης του επιπέδου κατάκτησης των γνώσεων και δεξιοτήτων που έχουν κατακτήσει. Η αποδοχή του διαφορετικού μαθησιακού επιπέδου επιτρέπει στους μαθητές να φτάσουν με τον προσωπικό τους ρυθμό σε ανώτερα επίπεδα μάθησης με επιτυχή τρόπο, εφόσον δεν αναγκάζονται να ακολουθήσουν τα μαθησιακά επιτεύγματα άλλων μαθητών, τα οποία δεν μπορούν να κατακτήσουν τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Η διαφοροποίηση στη μάθηση είναι ένα καινούριο, απαραίτητο στοιχείο στη μαθησιακή διαδικασία (Carol Ann Tomlinson, *Διαφοροποίηση της εργασίας στην αίθουσα διδασκαλίας*, 1999).

Επίσης οι μαθητές που βρίσκονται σε ανώτερα επίπεδα μάθησης αντιλαμβάνονται την ισότητα ευκαιριών μέσα από τη δυνατότητα να ασχοληθούν με μαθησιακά έργα που αποτελούν πρόκληση γι' αυτούς και τους κινητοποιούν. Το νέο εκπαιδευτικό υλικό χαρακτηρίζεται από εργασίες διαβαθμισμένης δυσκολίας, αλλά και από εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις, προκειμένου ο εκπαιδευτικός να μπορεί να προβεί σε κατάλληλη για την τάξη του διαφοροποίηση της διδασκαλίας του.

5. Τα προβλήματα που προτείνονται είναι προβλήματα που έχουν χαρακτηριστικά μοντέλου, δηλαδή προβλήματα που μπορούν να χρησιμεύσουν ως μοντέλα, ώστε σταδιακά οι μαθητές να δουλεύουν στο τυπικό επίπεδο. Οι εκπαιδευτικοί αποδέχονται τις διαφορετικές στρατηγικές και μοντέλα που αναπτύσσουν οι μαθητές τους και τους καθοδηγούν με τα κατάλληλα προβλήματα να αναπτύξουν ανώτερου επιπέδου στρατηγικές και μοντέλα.

6. Στη νέα προσέγγιση δίνεται ιδιαίτερη προσοχή και έμφαση στην καλλιέργεια μεταγνωστικών δεξιοτήτων. Οι καλοί λύτες προβλημάτων χαρακτηρίζονται από τέτοιες δεξιότητες – π.χ., η επιλογή κατάλληλων στρατηγικών, η εύρεση του λάθους, η αυτοδιόρθωση, η αυτοαξιολόγηση και η ετεροαξιολόγηση.

Η εργασία σε ομάδες βοηθά ιδιαίτερα στη διαδικασία απόκτησης της γνώσης. Δίνεται η ευκαιρία στους συνεργαζόμενους να αποστασιοποιηθούν από το δικό τους τρόπο σκέψης, τη δική τους γνωστική στρατηγική δηλαδή. Επισημαίνουν διαφορές και ομοιότητες, αξιολογούν, επιχειρηματολογούν, ελέγχουν, κρίνουν αντικειμενικά και συμπεραίνουν. Η συνεχής αλληλεπίδραση των μαθητών μεταξύ τους, αλλά και αυτή του κάθε μαθητή με το ευρύτερο περιβάλλον του είναι βασικά μέρη της διαδικασίας της μάθησης. Σε αυτή την αλληλεπίδραση ο μαθητής εξερευνά, προβληματίζεται, επιλύει. Δέχεται έτσι ομαλότερα να εγκαταλείψει ή να

τροποποιήσει τα γνωστικά σχήματα που διαθέτει, προκειμένου να ανταποκριθεί στις νέες προκλήσεις που αντιμετωπίζει. Πολλές εργασίες προτείνεται να γίνουν ομαδοσυνεργατικά.

7. Οι γονείς παίζουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της γνώσης των μαθητών. Το νέο εκπαιδευτικό υλικό δεν παραγνωρίζει τις εμπειρίες που κοινωνούν οι μαθητές στο ξεχωριστό για τον καθένα οικογενειακό-κοινωνικό περιβάλλον. Η ενημέρωση των γονέων για τη διαφορετική προσέγγιση του εκπαιδευτικού υλικού από τους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς (Επιστολές προς τους γονείς, βλέπε σελ. 195) είναι απαραίτητη προκειμένου να διασφαλιστεί η κατάλληλη χρήση του νέου υλικού.

IV. Ο ρόλος του δασκάλου στη χρήση του νέου εκπαιδευτικού υλικού

Στα πλαίσια της νέας προσέγγισης στη διδασκαλία, **απαιτείται από τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές ουσιαστική συμμετοχή και ευθύνη στα σχολικά δρώμενα.** Η συμμετοχή δεν εξαντλείται στην απλή και τυπική συμμετοχή στο μάθημα, αλλά πρόκειται για μια στάση που χαρακτηρίζεται από διάλογο, συνεργασία και ενσυναίσθηση.

Ο εκπαιδευτικός, οι μαθητές και η γνώση (περιεχόμενο της μαθησιακής διαδικασίας) είναι σε αλληλεπίδραση και η σχέση τους οφείλει να βρίσκεται σε ισορροπία.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι να βοηθήσει όλους τους μαθητές –με διαφοροποίηση όποτε και όσο χρειάζεται σε κάθε μαθητή ξεχωριστά– να μάθουν, σεβόμενος τις αρχές μάθησης που ήδη αναφέρθηκαν.

Αυτή η νέα στάση του εκπαιδευτικού καθορίζεται από το βαθμό που αυτός αναπτύσσει:

1. Αυτενέργεια

Ο εκπαιδευτικός δε διδάσκει απλά την ύλη, όπως αυτή ξεδιπλώνεται στο βιβλίο, αλλά προσαρμόζει τη διδασκαλία στις μαθησιακές ανάγκες των μαθητών του, διαπραγματευόμενος κάθε φορά τους διδακτικούς στόχους. Αν δε σεβαστεί τις ιδιαιτερότητες των μαθητών του, είναι φυσικό επόμενο να αυξάνεται ο αριθμός των παιδιών που δε θα μπορούν να ανταποκριθούν στις γνωστικές απαιτήσεις της τάξης.

2. Ευχέρεια στη διαδικασία ανάδειξης των προσωπικών αντιλήψεων (προϋπάρχουσας γνώσης) των μαθητών

Δίνει τη δυνατότητα σε όλους τους μαθητές να εκφράσουν τις αντιλήψεις τους, και έτσι να ανακαλύψουν οι ίδιοι τις ελλείψεις γνώσεώς τους ή τις μη ανεπτυγμένες δεξιότητές τους, να συγκροστούν και να ακολουθήσουν τον προσωπικό τους ρυθμό οικοδόμησης της γνώσης.

3. Ευελιξία στη διδασκαλία του

Προσαρμόζεται συνεχώς στις ατομικές ανάγκες κάθε μαθητή, με την επιλογή κατάλληλων διδακτικών ενεργειών (εξατομικευμένη διδασκαλία-διαφοροποίηση) και επιλογή των εργασιών από το *Τετράδιο Εργασιών του Μαθητή* που ανταποκρίνονται στο επίπεδο του καθενός. Οι εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις βοηθούν τον εκπαιδευτικό να είναι αποτελεσματικός στο έργο του σε μεγάλη ποικιλία γνωστικών επιπέδων και ωριμότητας των μαθητών. Άλλωστε έχει αποδειχθεί ότι η μία και μοναδική προσέγγιση δεν είναι αρκετή για πολλούς από τους μαθητές, οι οποίοι αποκλείονται σιγά σιγά από τα μαθησιακά επιτεύγματα της υπόλοιπης τάξης.

4. Ευρύτητα πνεύματος, δημοκρατικές αντιλήψεις και οργανωτικές ικανότητες

Εκχωρεί ευθύνες στους μαθητές του, ευνοεί την εργασία σε ομάδες που αλλάζουν καθώς εξελίσσονται οι μαθητές, και οριοθετεί από κοινού με αυτούς τον τρόπο εκτέλεσης σχεδίων εργασίας.

5. Κριτική αξιολόγηση

Καλλιεργεί την παρατηρητικότητα και το ενδιαφέρον του, που κατευθύνονται σε όλες τις εκφάνσεις της προσωπικότητας των μαθητών του. **Η αξιολόγησή του έτσι δεν περιορίζεται μόνο στους γνωστικούς στόχους του μαθήματος των μαθηματικών αλλά και στους κοινωνικούς και συναισθηματικούς**, όπως αυτοί ορίζονται από τους στόχους των ΑΠΣ (συνεργασία, αυτοεικόνα κτλ.).

6. Αναγνώριση των δικών του γνωστικών ορίων

Ο εκπαιδευτικός επιτρέπεται να «μη γνωρίζει τα πάντα». Ωστόσο αναγνωρίζει τα όριά του και απευθύνεται στις κατάλληλες πηγές, ώστε να καλυφθούν τυχόν τέτοιες ανάγκες, οι οποίες εμφανίστηκαν στη διαδικασία της διδασκαλίας.

7. Κριτική στάση σε παγιωμένες εκπαιδευτικές-παιδαγωγικές αντιλήψεις και προσεγγίσεις

Τέτοιες προσεγγίσεις που δε στηρίζονται σε ερευνητικά δεδομένα είναι οι εξής:

- ▶ Οι μαθητές έχουν καταλάβει όταν ο δάσκαλος έχει εξηγήσει καλά το μάθημα.
- ▶ Η ανταγωνιστικότητα στην τάξη είναι κίνητρο για μεγαλύτερη προσπάθεια και κινητοποίηση των μαθητών.
- ▶ Η βαθμολογία είναι η αμοιβή ή η «τιμωρία» αντίστοιχα για την προσπάθεια των μαθητών.
- ▶ Οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα με πολλή επανάληψη και γραπτές εργασίες στην απογευματινή ζώνη ή στο σπίτι.

Το εποπτικό υλικό και η βιωματική προσέγγιση είναι απαραίτητα μόνο στους μαθητές των μικρών ηλικιών, αφού τα μεγαλύτερα παιδιά του δημοτικού σχολείου μπορούν να λειτουργήσουν σε αφαιρετικό επίπεδο (συνήθως είναι χάσιμο χρόνου).

▶ Τα παιχνίδια και η χρήση εποπτικού υλικού στερούν χρόνο από το «πραγματικό» μάθημα. Τα παιχνίδια είναι για διασκέδαση και όχι για διδασκαλία μέσα στο σχολείο, γιατί γελοιοποιούν το μάθημα.

▶ Ο βαθμός κατανόησης της έννοιας των πράξεων φαίνεται από την ευχέρεια που έχουν οι μαθητές στην εκτέλεση των τεχνικών. Αν οι μαθητές μπορούν να κάνουν τις τεχνικές των πράξεων, μπορούν να λύσουν και ανάλογα προβλήματα.

▶ Τα προβλήματα που διδάσκονται στο σχολείο έχουν μία και μοναδική λύση.

▶ Η προπαίδεια, οι τύποι της γεωμετρίας κ.ά. δεν είναι έννοιες αλλά εργαλεία τα οποία οι μαθητές πρέπει να μάθουν, έστω και «παπαγαλία». Άλλωστε οι μαθητές που ξέρουν καλά την προπαίδεια μπορούν να κατανοήσουν και την έννοια του πολλαπλασιασμού!

▶ Προβλήματα στα μαθηματικά είναι αυτά που έχουν κείμενο και αριθμούς και λύνονται εκτελώντας μία ή περισσότερες πράξεις. Προβληματικές καταστάσεις που δεν απαιτούν τη χρήση αριθμών σε πράξεις δεν είναι μαθηματικά προβλήματα.

Τρόπος διεξαγωγής του μαθήματος χρησιμοποιώντας

το νέο εκπαιδευτικό υλικό

A. Μετάβαση από τη βιβλιοκεντρική στη μαθητοκεντρική προσέγγιση

1. Ο εκπαιδευτικός δε διδάσκει όλη την ύλη μέσα από το σχολικό εγχειρίδιο. Κάθε μάθημα είναι διαφορετικό αφού οι μαθητές είναι διαφορετικοί. Επομένως ο εκπαιδευτικός μπορεί να διαφοροποιήσει τις δραστηριότητες που προτείνει το νέο υλικό, ανάλογα με το επίπεδο της τάξης του, μπορεί κάποιες εργασίες να μην τις κάνει καθόλου, άλλες να τις τροποποιήσει (σύμφωνα με τις αρχές της νέας προσέγγισης όπως αναπτύχθηκαν στην Εισαγωγή). Η διδασκαλία του επομένως δεν αρχίζει και τελειώνει με απλή διεκπεραίωση των εργασιών του βιβλίου (συμπλήρωση *Βιβλίου* και *Τετραδίου*), αλλά ορίζεται από τις ανάγκες των μαθητών του. Το *Βιβλίο* αποτελεί τη βάση για το σχεδιασμό της διδασκαλίας. Το μάθημα γίνεται πάντα στο χρόνο που ο εκπαιδευτικός ορίζει ανάλογα με τις ανάγκες της τάξης του και με το εποπτικό υλικό που μπορεί να χρησιμοποιήσει (μπορεί να φτιάξει δικό του).

2. Η βιωματική προσέγγιση και οι ανακαλυπτικές δραστηριότητες, με τη βοήθεια ανάλογου εποπτικού υλικού, είναι βασικές προϋποθέσεις για την ουσιαστική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και γενικότερα της γνώσης. Για μια αποτελεσματική διδασκαλία πιστεύουμε ότι ο εκπαιδευτικός είναι σημαντικό να κατανοήσει γιατί προτείνεται η συγκεκριμένη διδακτική πρόταση (βλέπε ανάλυση κάθε κεφαλαίου στο Εγχειρίδιο του Εκπαιδευτικού). Οι βιωματικές εργασίες των μαθητών (κόκκινο πλαίσιο στο *Βιβλίο* και στο *Τετράδιο* του μαθητή) προηγούνται της δραστηριότητας ανακάλυψης κάθε κεφαλαίου ή γίνονται παράλληλα με τις άλλες εργασίες. Τις εργασίες των παιδιών εκτός *Βιβλίου* και *Τετραδίου* (προβλήματα, κατασκευές) τις φυλάσσουμε σε έναν ατομικό φάκελο για κάθε μαθητή (αξιολόγηση από το ίδιο το παιδί της μαθησιακής του πορείας όλη τη χρονιά), σε μια τράπεζα προβλημάτων ή εργασιών (κοινός φάκελος για όλη την τάξη).

▶ Οι εργασίες (διαβαθμισμένης δυσκολίας στο *Τετράδιο Εργασιών* του μαθητή) επιτρέπουν στον εκπαιδευτικό να επιλέγει αυτές που ο ίδιος κρίνει κατάλληλες στις μαθησιακές ιδιαιτερότητες κάθε μαθητή (βλέπε ανάλυση κεφαλαίων στο εγχειρίδιο του εκπαιδευτικού).

► Οι επιμέρους ενότητες στο τέλος κλείνουν με ένα επαναληπτικό κεφάλαιο (δίωρο) με σκοπό τον έλεγχο των επιτευγμάτων των παιδιών στις γνώσεις και δεξιότητες που κατέκτησαν στα κεφάλαια της ενότητας, από τα ίδια τα παιδιά, τους γονείς και τον εκπαιδευτικό. Ωστόσο η ανάλυση των λαθών και η επανορθωτική διδασκαλία με τη βοήθεια του Τ.Μ. είναι σημαντικό μέλημα του εκπαιδευτικού πριν προχωρήσει στην επόμενη ενότητα (βλέπε την αναλυτική παρουσίαση των επαναληπτικών κεφαλαίων και των κριτηρίων αξιολόγησης στο Εγχειρίδιο του Εκπαιδευτικού). Δεν ταυτίζεται υποχρεωτικά η περίοδος (3 ενότητες) με το τρίμηνο. Επίσης δεν είναι απαραίτητο ο εκπαιδευτικός να δώσει κριτήρια αξιολόγησης (αν θέλει, φτιάχνει δικά του στηριζόμενος στις εργασίες των επαναληπτικών κεφαλαίων που αντιστοιχούν στους στόχους κάθε ενότητας).

► Η σπειροειδής διάταξη της ύλης και ο επιμερισμός της σε μικρό αριθμό κεφαλαίων απελευθερώνουν τον εκπαιδευτικό από τη χρονική πίεση, προσαρμόζοντας τη διδασκαλία στις πραγματικές ανάγκες των μαθητών του.

Τα κεφάλαια στην 1η, 2η, 3η ενότητα χαρακτηρίζονται από προτεινόμενο χρόνο διδασκαλίας κατά μέσο όρο 2 ωρών, ώστε ο εκπαιδευτικός να δώσει την ευκαιρία στους μαθητές του να θυμηθούν, να εμπεδώσουν τις γνώσεις και δεξιότητες που χρειάζεται για να προχωρήσουν στη συνέχεια στην κατάκτηση των βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων της Ε΄ Τάξης. Ωστόσο τα δίωρα κεφάλαια που προτείνουμε (σε όλο το βιβλίο) μπορούν να τροποποιηθούν από τον εκπαιδευτικό κάνοντάς τα 3ωρα.

Β. Η σπειροειδής διάταξη της ύλης στο μάθημα των μαθηματικών - ο ρόλος του εκπαιδευτικού

1. Η ύλη δεν εξελίσσεται κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς σειριακά από χαμηλότερο σε υψηλότερο επίπεδο ανά γνωστικές περιοχές, αλλά σε σπειροειδή διάταξη των εννοιών από τις πιο απλές στις πιο σύνθετες. Οι νέες έννοιες συνδέονται μεταξύ τους και εντάσσονται σε πολλές και διαφορετικές γνωστικές περιοχές, από το χαμηλότερο στο υψηλότερο επίπεδο, και εξελίσσονται σε όλη την ύλη τόσο στη διάρκεια της χρονιάς όσο και σε κάθε μάθημα. Ο εκπαιδευτικός δεν αναλύει όλες τις έννοιες που εμφανίζονται σε κάθε κεφάλαιο, αλλά μόνο αυτή που θεωρείται ο βασικός διδακτικός στόχος του κεφαλαίου.

2. Στη σπειροειδή διάταξη της ύλης κάθε έννοια δεν παρουσιάζεται αποσπασμένη από την πραγματικότητα και σε ένα μόνο, συνήθως αφαιρετικό επίπεδο (π.χ., δεκαδικό), αλλά σε διαφορετικά πλαίσια (π.χ., προβλήματα, γεωμετρία, μετρήσεις κτλ.).

3. Σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρίες οικοδόμησης της μάθησης, οι γνώσεις και οι δεξιότητες κατακτώνται από κάθε μαθητή σταδιακά και σε προσωπικούς ρυθμούς, ανάλογα με το βαθμό ετοιμότητας και ωρίμανσής του. Επομένως, αν ένα μέρος της ύλης (έννοιες και δεξιότητες) διδαχθεί χωρίς σταδιακά βήματα σε βάθος χρόνου, κάποια παιδιά δε θα προλάβουν να το κατακτήσουν, να το κάνουν κτήμα τους, αφού δεν είναι ώριμα για κάτι τέτοιο. Ιδιαίτερα στο μάθημα των μαθηματικών, στο οποίο κάποιες έννοιες και δεξιότητες προηγούνται άλλων, αυτό μπορεί να γίνει ανυπερβλήτο εμπόδιο για την ομαλή συνέχεια στην οικοδόμηση της γνώσης στους μαθητές. Με τη σπειροειδή διάταξη της ύλης κάθε μαθητής έχει τη δυνατότητα να διαχειριστεί κάθε έννοια και να καλλιεργήσει κάθε δεξιότητα πολλές φορές και σε ανώτερο επίπεδο κάθε φορά, κατακτώντας τη σταδιακά, ανάλογα με το βαθμό ετοιμότητάς του. Ωστόσο η σπειροειδής διάταξη της ύλης δεν εξασφαλίζει μόνο τη σταδιακή απόκτηση της γνώσης (έννοιες και δεξιότητες) από τους μαθητές, αλλά και την ένταξή της σε διαφορετικά γνωστικά πεδία.

Παράδειγμα σπειροειδούς διάταξης της ύλης για την Ε΄ Τάξη είναι ο πίνακας στο *Βιβλίο του Μαθητή* (Α΄ τεύχος).

Με «έντονους» χαρακτήρες αναφέρονται τα κεφάλαια όπου η συγκεκριμένη γνωστική περιοχή είναι βασικός διδακτικός στόχος του κεφαλαίου. Σε κάθε μάθημα έγινε προσπάθεια να υπάρχει παρουσίαση όσο το δυνατόν περισσότερων γνωστικών περιοχών και προβληματικών καταστάσεων οι οποίες χαρακτηρίζονται από διαβαθμισμένη δυσκολία – παραδείγματος χάρη, οι προβληματικές καταστάσεις που αφορούν αριθμούς και πράξεις στο κεφάλαιο 21 είναι χαμηλότερης δυσκολίας από τις αντίστοιχες στο κεφάλαιο 37.

Επαναληπτικά - Αξιολογήσεις Ε΄ Τάξης

- ▶ **Η αξιολόγηση αποτελεί μέρος της καθημερινής σχολικής εργασίας στην τάξη.** Ο δάσκαλος δεν περιμένει να φτάσουν τα επαναληπτικά κεφάλαια για να ανακαλύψει ποια παιδιά έχουν δυσκολίες ή κενά στις γνώσεις και δεξιότητες που διαπραγματεύτηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. **Στη νέα προσέγγιση, ο δάσκαλος δεν προχωράει σε επόμενο μάθημα αν τα παιδιά δεν κατέχουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες.**

Η αξιολόγηση αφορά στην κατάκτηση βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων (είναι γνωστοί στο δάσκαλο ανά επιμέρους ενότητα). Αναφέρεται πάντα σε γνώσεις και δεξιότητες που αναπτύχθηκαν στην τάξη και κατακτήθηκαν από τα παιδιά κατά τη μαθησιακή διαδικασία. Τα παιδιά έχουν δικαίωμα να γνωρίζουν τι μαθαίνουν και γιατί θα τους χρησιμεύσει στην καθημερινή τους ζωή.

Η αξιολόγηση είναι μέρος της μαθησιακής διαδικασίας.

Η αξιολόγηση είναι ανατροφοδοτική διαδικασία για τους μαθητές, για το δάσκαλο, για τους γονείς:

- Ο δάσκαλος μπορεί να διαπιστώσει την αποτελεσματικότητα των διδακτικών και παιδαγωγικών του ενεργειών.
- Οι μαθητές μπορούν να ελέγξουν πόσο καλά τα καταφέρνουν στις απαιτήσεις του μαθήματος, να αποκτήσουν αυτογνωσία αλλά και αυτοπεποίθηση, και να τροποποιήσουν τη συμπεριφορά τους για καλύτερα αποτελέσματα.
- Οι γονείς μπορούν να γνωρίσουν πώς ανταποκρίνονται τα παιδιά τους στις απαιτήσεις του μαθήματος προκειμένου να συνεργαστούν με το δάσκαλο.

- ▶ **Σκοπός των επαναληπτικών κεφαλαίων είναι:**

1. Να δοθεί η ευκαιρία στους **μαθητές** να οργανώσουν την ύλη που διδάχτηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, καταγράφοντας σκέψεις, στάσεις και συναισθήματα που τους δημιουργήθηκαν. **Η αυτοαξιολόγηση** και η **ετεροαξιολόγηση** αποτελούν βασικά στοιχεία της αξιολόγησης των μαθητών και τους βοηθούν να αποκτήσουν μεταγνωστικές ικανότητες.
2. Να δοθεί η ευκαιρία στο δάσκαλο να αξιολογήσει όλα όσα έμαθαν τα παιδιά, καθώς η αξιολόγηση δεν αφορά μόνο γνώσεις, αλλά και δεξιότητες (επικοινωνίας, συνεργασίας, μαθηματικής σκέψης, χρήσης ποικίλων στρατηγικών, άνεσης λειτουργίας σε διαφορετικά γνωστικά πλαίσια).

Η αξιολόγηση γίνεται καθημερινά –εκτός από τα επαναληπτικά μαθήματα– και έχει **διαμορφωτικό ρόλο** (ποιοι από τους στόχους έχουν επιτευχθεί από όλους τους μαθητές και σε ποιο βαθμό) προκειμένου να δοθεί η ευκαιρία στο δάσκαλο και στους μαθητές **επανορθωτικής διδασκαλίας**.

Ο δάσκαλος προβαίνει πάντα σε ανάλυση των λαθών που έκαναν οι μαθητές στα επαναληπτικά κεφάλαια. Ομαδοποιεί τα λάθη και τα παρουσιάζει στην τάξη προκαλώντας συζήτηση πάνω σε αυτά (π.χ.: «Για να δούμε τι λάθος έγινε εδώ... Μπορείτε να εξηγήσετε πώς οδηγήθηκε κάποιος σε αυτό το λάθος;» κτλ.). Ο στόχος αυτής της διαδικασίας είναι διττός: η αξιοποίηση του λάθους στη μαθησιακή διαδικασία από το δάσκαλο και η αποενοχοποίησή του από το μαθητή, αφού παρουσιάζεται ως μια φυσιολογική διαδικασία στην εξέλιξη της γνώσης.

Ωστόσο μεγάλη σημασία έχει η ανάλυση λαθών σε ατομικό επίπεδο καθώς η διαφοροποίηση στη διδασκαλία και η όσο το δυνατόν εξατομικευμένη διδασκαλία βοηθούν με αποτελεσματικό τρόπο τη βελτίωση της μαθησιακής ανταπόκρισης του μαθητή.

- ▶ Επειδή **στο επίκεντρο της νέας προσέγγισης των μαθηματικών είναι η επίλυση προβλήματος, τα επαναληπτικά κεφάλαια και η αξιολόγηση δε νοούνται έξω από το πλαίσιο επίλυσης προβλήματος.**

Συγκεκριμένα οι δεξιότητες για την επίλυση προβλημάτων που οι μαθητές καλούνται να αναπτύξουν, και τις οποίες ο δάσκαλος έχει πάντα υπόψη **ως βασικό στόχο**, είναι οι εξής:

Κατανόηση

- Λέω το πρόβλημα με δικά μου λόγια.
- Εξηγώ με σαφήνεια τι μου ζητάει να βρω.
- Αξιολογώ, καταγράφω τις πληροφορίες που μου χρειάζονται για να το λύσω.

Σχεδιασμός

- Καταγράφω μία ή περισσότερες στρατηγικές που μπορώ να χρησιμοποιήσω για να το λύσω (μοντελοποίηση με πίνακα, ζωγραφική, εποπτικό υλικό, νοερούς υπολογισμούς).
- Μπορώ να κάνω πρόβλεψη για τη λύση (εκτιμώ).

Επίλυση

- Εξηγώ τη στρατηγική που έχω επιλέξει και επαληθεύω.
- Καταγράφω με ολοκληρωμένη πρόταση την απάντηση.

Διαδικασίες ελέγχου της λύσης

- Ξανακοιτάω τι μου ζητούσε το πρόβλημα, την απάντηση που έδωσα, και εκτιμώ αν είναι λογική η λύση μου (βρίσκω ενδείξεις που ισχυροποιούν την ορθότητα της απάντησής μου).
- Περιγράφω έναν άλλο τρόπο που θα μπορούσα να χρησιμοποιήσω για να λύσω το πρόβλημα.

Στόχος επίσης της διδακτικής επίλυσης προβλήματος είναι **ο μαθητής να μπορεί να κατασκευάσει πρόβλημα με προϋποθέσεις, να διορθώσει, να συμπληρώσει πρόβλημα που έχει δοθεί με ελλιπείς πληροφορίες**, προκειμένου να μπορεί να το λύσει (κριτική στάση απέναντι στο πρόβλημα).

Επομένως, ο δάσκαλος εστιάζει την προσοχή του στην προσπάθεια να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν:

- Κριτική σκέψη.
- Δεξιότητες συνεργασίας.
- Μαθηματική σκέψη.

Επίσης ο δάσκαλος βοηθά τους μαθητές να:

- Εκφράζουν τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται.
- Μπορούν να αντιμετωπίζουν διαφορετικά είδη προβλημάτων.
- Προσπαθούν να τα λύσουν (επιμονή, υπομονή, ισχυρό αυτοσυναίσθημα που στηρίζεται στην ικανότητα σκέψης και στην αποενοχοποίηση του λάθους).

Τα επαναληπτικά μαθήματα διαρκούν **2 διδακτικές ώρες**.

Ενδεικτική ροή μαθήματος επαναληπτικών μαθημάτων

Α΄ Φάση: Στην αρχή της πρώτης διδακτικής ώρας εργαζόμαστε με τις δραστηριότητες που προτείνονται στο Β.Μ. (υπάρχουν προτεινόμενες δραστηριότητες που με σαφήνεια ανταποκρίνονται στους στόχους της ενότητας ώστε να τους αντιληφθούν τα παιδιά).

Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. **Το κομμάτι της αυτοαξιολόγησης γίνεται αφού τελειώσουν την επίλυση των εργασιών.** Καταγράφουν δηλαδή ό,τι πιστεύουν (τι τους δυσκόλεψε πιο πολύ, τι έμαθαν καλά, τι τους άρεσε). Η αυτοαξιολόγηση απαιτεί χρόνο ο οποίος ανάλογα με το επίπεδο της τάξης διαφοροποιείται.

Δεν καθοδηγούμε τα παιδιά στο τι να γράψουν, ιδίως στο τι έμαθαν. Επειδή η δική μας οπτική γωνία είναι διαφορετική από αυτή των παιδιών, οφείλουμε να δούμε και να ακούσουμε τη δική τους, προκειμένου να αλληλεπιδράσουμε πιο αποτελεσματικά μαζί τους. **Επιμένουμε όλα τα παιδιά να συμπληρώσουν τον πίνακα αξιολόγησης.**

Β΄ Φάση: Παίρνουμε στη συνέχεια τα βιβλία των μαθητών και ελέγχουμε την εργασία τους.

Καταγράφουμε και ομαδοποιούμε τα λάθη που έκαναν τα παιδιά προκειμένου να κάνουμε ανάλυση τους μέσα στην τάξη και επανορθωτική διδασκαλία την επόμενη ώρα. Συμπληρώνουμε για κάθε παιδί το ατομικό φύλλο αξιολόγησης που αναφέρεται στη συγκεκριμένη ενότητα.

Μια τέτοια καταγραφή μπορεί να αποτελέσει ένα πολύ καλό εργαλείο που επιτρέπει να δούμε όχι μόνο σε επίπεδο τάξης ποιοι στόχοι επιτεύχθηκαν και σε ποιο βαθμό, αλλά και σε ατομικό επίπεδο να προτείνουμε την καλύτερη δυνατή εξατομικευμένη διδασκαλία.

Γ΄ Φάση: Την επόμενη διδακτική ώρα δίνουμε τα βιβλία στα παιδιά και ξεκινάμε από την ανάλυση των λαθών. Τα παιδιά βλέπουν πού έκαναν λάθος και το διορθώνουν.

Σε κάθε περίπτωση παροτρύνουμε τα παιδιά να εξηγήσουν πώς σκέφτηκαν και κατέληξαν στη λάθος λύση, ώστε να μπορέσουμε να τα βοηθήσουμε να συνειδητοποιήσουν το λάθος μόνα τους και να οδηγηθούν σε κριτική στάση απέναντι στον τρόπο που σκέφτηκαν (έλεγχος).

Συνειδητοποιούν μέσα από την αυτοαξιολόγηση που έκαναν (δεν τη «διορθώνουν») πόσο καλά γνωρίζουν αυτά που γνωρίζουν (μεταγνώση).

Στην επανορθωτική διδασκαλία (εξηγούμε στον πίνακα με τη βοήθεια των παιδιών) χρησιμοποιούμε τα συγκεκριμένα παραδείγματα του Β.Μ., αλλά και αξιοποιούμε κατάλληλες δραστηριότητες του Τ.Μ.

Εάν θέλουμε να δώσουμε σε κάποια παιδιά εργασίες για το σπίτι, από το Τ.Μ. ή δικές μας, προκειμένου να εξασκηθούν και σε γνώσεις που δεν είχαν εμπεδώσει, μπορούμε να το κάνουμε. Πάντα όμως οι εργασίες είναι επιλεγμένες ανάλογα με τις ατομικές ανάγκες κάθε παιδιού.

Θα μπορούσαμε, για να αξιολογήσουμε τα αποτελέσματα της επανορθωτικής διδασκαλίας, να δώσουμε ένα φυλλάδιο αξιολόγησης που θα φτιάξουμε στηριζόμενοι:

α) στους στόχους της ενότητας,

β) στις ιδιαίτερες ανάγκες των παιδιών της τάξης μας.

Είναι πολύ σημαντικό να υπογραμμίσουμε ότι, αν εμπιστευτούμε τα παιδιά στη διαδικασία αυτή της επανάληψης/αξιολόγησης, σύντομα θα δούμε την αλλαγή στη μαθησιακή τους συμπεριφορά, καθώς τα παιδιά συνειδητοποιούν ότι έχουν λόγο στη διαδικασία μάθησης. Ενδιαφέρονται να επικοινωνήσουν. Συμμετέχουν πιο ενεργά στο μάθημα, το οποίο νιώθουν ότι γίνεται γι' αυτά, και έχει νόημα. Δε φοβούνται να δοκιμάσουν να εμπλακούν, γιατί δε φοβούνται μην κάνουν λάθος. Άλλωστε τα παιδιά μαθαίνουν **όχι μόνο από αυτό που λέμε, αλλά κυρίως από αυτό που κάνουμε. Σκοπός μας είναι να τα βοηθήσουμε να μάθουν και όχι η επίδοση (έρχεται ως συνέπεια).** Τα θέματα που διαπραγματευόμαστε στην επανάληψη-αξιολόγηση αποτελούν (για παιδιά και γονείς) ένα βαρόμετρο για το τι θεωρούμε ότι έχει ιδιαίτερη βαρύτητα. Έτσι αν είναι σημαντικό «να μάθουν»:

- να λύνουν προβλήματα, το μάθημα θα περιλαμβάνει προβληματικές καταστάσεις ποικίλων ειδών.
- να μετράνε, το μάθημα θα δώσει στους μαθητές τη δυνατότητα να μετρήσουν.
- **να οργανώνουν τη σκέψη τους, θα πρέπει να τους δίνεται η ευκαιρία να εκφράζουν πώς σκέφτηκαν, πώς οδηγήθηκαν στο λάθος να κρίνουν όσα έκαναν, κτλ.**
- να συνεργάζονται, θα πρέπει να τους δίνεται η ευκαιρία να λειτουργήσουν σε ομάδες για την επίτευξη μιας δραστηριότητας (π.χ., εργασία ή σχέδιο εργασίας).

Δ΄ Φάση: Η ανάγκη ανάπτυξης ομαδοσυνεργατικών δεξιοτήτων αναπτύσσεται κυρίως μέσα από εργασίες του Βιβλίου ή του Τετραδίου σε κάθε μάθημα, αλλά σημαντικό είναι να γίνεται ένα **σχέδιο εργασίας σε κάθε περίοδο.**

Στα σχέδια εργασίας τα παιδιά οργανώνονται σε ομάδες όπως θέλουν, ωστόσο παρεμβαίνουμε στην περίπτωση που κάποια παιδιά δεν επιλέγονται. **Φροντίζουμε όλα τα παιδιά να συνεργαστούν με όλους τους συμμαθητές τους στη διάρκεια της χρονιάς.**

Είναι σημαντικό τα παιδιά να συμπληρώνουν τον πίνακα ετεροαξιολόγησης (ιδίως αν το επαναληπτικό κεφάλαιο συμπέσει με ολοκλήρωση ενός σχεδίου εργασίας).

Ανάλυση της κλίμακας αξιολόγησης γνώσεων και δεξιοτήτων για τους μαθητές της Ε΄ Τάξης

Ο μαθητής με χαμηλή ως μέτρια επίδοση πιθανόν να αδυνατεί να εργαστεί αυτόνομα.	Ο μαθητής με αρκετά καλή επίδοση πιθανόν να εργάζεται αυτόνομα, αλλά έχει συχνά ανάγκη επιτήρησης από το δάσκαλο.	Ο μαθητής με πολύ καλή επίδοση πιθανόν να εργάζεται τις περισσότερες φορές αυτόνομα, ζητά επιτήρηση από το δάσκαλο αλλά και από την ομάδα.	Ο μαθητής με άριστη επίδοση πιθανόν να εργάζεται σχεδόν πάντα αυτόνομα, μπορεί να βοηθήσει τους συμμαθητές του.
μην έχει αναπτύξει μαθηματική σκέψη, στηρίζεται σε αριθμούς και τεχνικές τις οποίες δεν κατανοεί.	μην έχει πάντα τη σιγουριά ότι μπορεί να λύσει ένα νέο πρόβλημα, δεν επιμένει σε προσπάθεια προβλήματος, απογοητεύεται εύκολα.	έχει μαθηματική σκέψη και δεν απογοητεύεται από τα αποτελέσματα προβλήματος / δεν είναι μεθοδικός στη αντιμετώπιση βήματα επίλυσης του προβλήματος.	έχει μαθηματική σκέψη και μπορεί να εξηγήσει πώς σκέφτηκε, αντιμετωπίζει ως πρόκληση κάθε νέο πρόβλημα και δείχνει ενδιαφέρον, επιμονή και υπομονή, μέθοδο για την επίλυση του (έχει σιγουριά στον εαυτό του και στις ικανότητές του).
έχει λανθασμένες αναπαραστάσεις για έννοιες που διδάχθηκαν / επιμένει σε συγκεκριμένα παραδείγματα.	έχει περιορισμένη ή ελλιπή κατανόηση των εννοιών και αδυναμία να κατανοήσει μια έννοια σε πολλά, διαφορετικά πλαίσια.	μπορεί να κατανοήσει τα διαφορετικά πλαίσια (όπου αναπτύσσεται μια έννοια με παρόμοια, αλλά δεν μπορεί να κάνει πάντα εφαρμογή της νέας έννοιας σε άλλα πλαίσια).	μπορεί να κάνει μεταφορά της γνώσης σε διάφορα πλαίσια (αποκλιμακωμένη γνώση).
μην κατανοεί το πρόβλημα και δεν μπορεί να το πει με δικό του λόγο.	μην μπορεί πάντα να εξηγήσει τι του ζητείται και τι του δίνεται σε ένα πρόβλημα κάθε φορά.	μπορεί να οργανώσει τις πληροφορίες που δίνονται με πολλούς τρόπους σε ένα πρόβλημα, δεν καταφέρνει όμως πάντα να διαχωρίσει αυτόνομα τις πληροφορίες για να βρει τη λύση στο πρόβλημα.	μπορεί να κρίνει αν ένα πρόβλημα έχει λύση ή όχι.
μην μπορεί να μοντελοποιήσει ένα πρόβλημα.	μοντελοποιεί με ένα μόνο τρόπο ένα πρόβλημα και αδυνατεί να λύσει πρόβλημα που δε λύνεται με τη συγκεκριμένη στρατηγική.	μοντελοποιεί με τουλάχιστον 2 τρόπους ένα πρόβλημα και χρησιμοποιεί διαφορετικές στρατηγικές για την επίλυση του.	έχει μεγάλη ποικιλία και όραση στη χρήση στρατηγικών για τη μοντελοποίηση, επίλυση και έλεγχο του προβλήματος.
μην μπορεί να κάνει μια αρχική εκτίμηση σε ένα πρόβλημα.	μπορεί να κάνει εκτίμηση με βοήθεια.	κάνει αρχική εκτίμηση, αλλά δεν τη χρησιμοποιεί ως στρατηγική επίλυσης προβλήματος.	χρησιμοποιεί αρχικά την εκτίμηση για τη λύση ενός προβλήματος και για τον τελικό έλεγχο της λύσης που τελικά έδωσε.
μην μπορεί να κάνει έλεγχο της λύσης που έδωσε σε ένα πρόβλημα.	μην είναι καθόλου σίγουρος για τη λύση που έδωσε σε ένα πρόβλημα / μην μπορεί πάντα να κάνει ποσοτό έλεγχο της λύσης που έδωσε σε ένα πρόβλημα.	μην είναι πάντα σίγουρος για την ορθότητα της λύσης που έδωσε σε ένα πρόβλημα, κάνει επιτήρηση στη λύση που βρήκε με παραδρομή.	είναι σίγουρος για τη λύση που έδωσε στο πρόβλημα εξηγώντας τα επιμέρους βήματα.
μην μπορεί να εφαρμόσει λακτικό ή με ελαστικό υλικό τον τρόπο που εκτέλεσε σε μια εργασία του.	μην μπορεί να εφαρμόσει λακτικό τη στρατηγική που ακολουθούσε σε μια εργασία του με τρόπο που να τον καταλάβαινε οι συμμαθητές του / μπορεί όμως να χρησιμοποιήσει ελαστικό υλικό ή ζήτησε βοήθεια.	μπορεί να εξηγήσει λακτικά πολύ καλά τη σκέψη του, αλλά δεν μπορεί να τη γράψει ποσοτά (επίλυση με λάθη).	έχει μετριοπαθείς και ορθές (γνωρίζει πώς σκέφτηκε, τι τον βοήθησε στη λύση, γιατί έκανε λάθος, πώς να βρει άλλον τρόπο για να επιβεβαιώσει τη λύση, έχει σιγουριά για τη λύση που έδωσε σε ένα πρόβλημα, μαθαίνει εύκολα από τη λύση του).

Ανάλυση της κλίμακας αξιολόγησης γνώσεων και δεξιοτήτων για τους μαθητές της Ε΄ Τάξης

έχει δυσκολίες να συνεργαστεί με άλλα παιδιά.	συνεργάζεται μόνο με 1-2 παιδιά για την επίτευξη μιας δραστηριότητας ή αποσυντονίζεται σε μεγαλύτερη ομάδα παιδιών.	συνεργάζεται πολύ καλά με τα υπόλοιπα παιδιά, αλλά μερικές φορές αδυνατεί να ακολουθήσει το ρυθμό τους (ή δεν τους περιμένει ή δεν τους ακολουθεί).	συνεργάζεται πιαρό καλά με τα υπόλοιπα παιδιά και δημιουργεί κλίμα όπου προέρχεται η γνώση από όλους τους μαθητές.
έχει δυσκολίες να παρακολουθήσει το μάθημα ενεργά (δε ρωτάει όταν δεν καταλαβαίνει, δε μιλάει από την ανάλυση λαθών σε ομαδικό επίπεδο).	εξηγεί ό,τι δεν κατάλαβε μόνο αν τον ρωτήσουν / μπορεί να απορριφθεί από την επανορθωτική διδασκαλία σε ομαδικό επίπεδο.	κάνει ερωτήσεις όταν δεν καταλαβαίνει κάτι γιατί έχει βιώσει τη μαθησιακή διαδικασία ως προσωπική του καύση.	ρωτάει πάντα πολύ ξεχωριστές ερωτήσεις που προάγουν την εξέλιξη της μαθησιακής διαδικασίας (επίσταση εννοιών).
μην μπορεί να χρησιμοποιήσει το εποπτικό υλικό για να δομήσει τις νέες έννοιες.	χρησιμοποιεί με υπόδειξη το εποπτικό υλικό.	έχει εξοικειωθεί με το εποπτικό υλικό.	έχει εξοικειωθεί με το εποπτικό υλικό, αλλά μπορεί να εργαστεί και χωρίς αυτό (όταν είναι δυνατό).

Σημ.:

- Καμιά ως μέτρια επίδοση - Ανάγκη εκ νέου διδασκαλίας** (εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις, προτεινόμενες διδακτικές δραστηριότητες, χρήση πολυαισθητηριακής μεθόδου).
- Αρκετά καλή επίδοση - Ανάγκη μερικής επανορθωτικής διδασκαλίας** (εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις, προτεινόμενες διδακτικές δραστηριότητες, χρήση πολυαισθητηριακής μεθόδου).
Επισήμανση προσοχής σε ορισμένα μόνο στοιχεία στις έννοιες και δεξιότητες που διδάχτηκαν και εξάσκηση με εξατομικευμένου επιπέδου διδασκαλίας δραστηριότητες.
- Πολύ καλή επίδοση - Επισήμανση της προσοχής σε επιμέρους στοιχεία.**
- Αριστη επίδοση** - Παρότρυνση του μαθητή με υλικό ανάλογο του επιπέδου του.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΤΕΡΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΙΣ ΟΜΑΔΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

του μαθητή/της
Ημερομηνία

Κακώς με ή, π. ισχύει για μένα Κ [καθόλου] Α [λίγα] Π [πολύ]		Κακώς με ή, π. ισχύει για τα άλλα παιδιά της ομάδας μου Κ [καθόλου] Α [λίγα] Π [πολύ]	ΟΝΟΜΑ	ΟΝΟΜΑ	ΟΝΟΜΑ
Οργάνωθη στο ομάδα εργασία κτ χωρίς θέματα.	Κ Α Π	Οργάνωθη στο ομάδα εργασία κτ χωρίς θέματα.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Συνεργάστη μαζί φωνές κτ παρακαλώ.	Κ Α Π	Συνεργάστη μαζί φωνές κτ παρακαλώ.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Ο άλλος κατάλαβε όσα τους είχαμε.	Κ Α Π	Ο άλλος κατάλαβε όσα τους είχαμε.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Έκανε δουλειές κτ συμμετάσχε τε όλες των άλλων.	Κ Α Π	Έκανε δουλειές κτ συμμετάσχε τε όλες των άλλων.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Έκανε κριτική στις άλλες των άλλων χωρίς κτ τους πλάκα.	Κ Α Π	Έκανε κριτική στις άλλες των άλλων χωρίς κτ τους πλάκα.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Βρήκα πολλές διαφορετικές λύσεις	Κ Α Π	Βρήκα πολλές διαφορετικές λύσεις	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Ζήτησα βοήθεια από τα άλλα μέλη της ομάδας μου.	Κ Α Π	Ζήτησα βοήθεια από τα άλλα μέλη της ομάδας μου.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π
Βοήθησα τα άλλα μέλη της ομάδας μου.	Κ Α Π	Βοήθησα τα άλλα μέλη της ομάδας μου.	Κ Α Π	Κ Α Π	Κ Α Π

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 1ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (καρ. 1-6)
 Του μαθητή/ της μαθήτριάς
 Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Διαβάζει μεγάλους αριθμούς (ως 1 δισ.)				
Αναλέει φαινολογικά αριθμούς που ακούει ή διαβάζουν (δεκαδικό ανάστημα).				
Αναγνωρίζει την αξία θέσης ψηφίου (παιχνίδι με κάρτες ή άβακας).				
Γράφουν μεγάλους αριθμούς (με ψηφία και με μιακτή γραφή).				
Συγκρίνει και διατάσσει μεγάλους αριθμούς.				
Παραμβάλλει μεγάλους αριθμούς ανάμεσα σε άλλους και δείχνει στην αριθμογραμμή.				
Κάνει νοερούς υπολογισμούς με αριθμούς μέχρι το 1.000.000: · μισό – διπλάσιο, · X 10,100,1000, · βρίσκει έναν αριθμό ως άθροισμα ή διαφορά άλλων αριθμών).				
Υπολογίζει με εκτίμηση.				
Υπολογίζει με τοξίβεια. Με νοερούς υπολογισμούς, Με κάθετες πράξεις.				
Όταν λένει προβλήματα:				
Μοντελοποιεί · με ζωγραφική · με πίνακα · με οπτικό υλικό.				
Βρίσκει πολλές λύσεις.				
Επιλαμβάνει τη λύση με άλλη στρατηγική.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 2ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κεφ. 7-13)

Του μαθητή/ της μαθήτριας

Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Μετατρέπει δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα (γραφή, ανάγνωση, αθροιστική ανάλυση).				
Εξηγεί την ισοδυναμία δεκαδικών αριθμών που στο τέλος των δεκαδικών τους ψηφίων έχουν διαφορετικό αριθμό μηδενικών χρησιμοποιώντας τα δεκαδικά κλάσματα.				
Συγκρίνει, διατάσσει και παρεμβάλλει δεκαδικούς αριθμούς ή δεκαδικά κλάσματα και δείχνουν στην αριθμογραμμή.				
Κάνει νοερούς υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς και δεκαδικά κλάσματα.				
Στρογγυλοποιεί δεκαδικούς αριθμούς και δεκαδικά κλάσματα αναγνωρίζοντας το σφάλμα της εκτίμησης κάθε φορά.				
Εκτελεί τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού δεκαδικών και επαληθεύει με ιδιότητες του πολλαπλασιασμού.				
Πολλαπλασιάζει νοερά ένα δεκαδικό με 10, 100, 1000.				
Εκτελεί τον αλγόριθμο της διάρθρωσης ακέραιου με κέραιο με ηλίκιο δεκαδικό αριθμό.				
Διαιρεί νοερά ακέραιο ή δεκαδικό με 10, 100, 1000.				
Αναγνωρίζει τη μονάδα αναφοράς στο αποτέλεσμα μετρήσεων που εκφράζεται με δεκαδικό αριθμό ή δεκαδικό κλάσμα.				
Λύνει προβλήματα κάνοντας μια αρχική εκτίμηση και επαληθεύει τη λύση που βρήκε.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 3ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (σεφ. 14 - 21)
 Του μαθητή/ της μαθήτριας
 Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Κάνει νοερά πολλαπλασιασμούς με 10, 100, 1000 με διαιρέσεις με 10, 100, 1000				
Συνθέτει τη μονάδα: - με ίδιες ή διαφορετικές κλασματικές μονάδες, - με ομώνυμα κλάσματα, - με ετερόνυμα κλάσματα (ισοδύναμα).				
Συγκρίνει και διατάσσει κλάσματα: - με εκτίμηση, - με μετατροπή τους σε ισοδύναμα κλάσματα, δεκαδικά κλάσματα, - ή σε δεκαδικούς αριθμούς.				
Υπολογίζει νοερά με κλάσματα: - Προσθέτει κλάσματα, - Αφαιρεί κλάσματα, - Πολλαπλασιάζει ακέραιο με κλάσμα ή κλάσμα με ακέραιο, - Διαιρεί κλάσμα με ακέραιο.				
Απλοποιεί κλάσματα.				
Μετατρέπει μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα.				
Υπολογίζει νοερά με μεικτούς αριθμούς: - Προσθέτει, - Αφαιρεί, - Πολλαπλασιάζει ακέραιο με μεικτό ή μεικτό με ακέραιο, - Διαιρεί μεικτό με ακέραιο.				
Χρησιμοποιεί τη στρατηγική της αναγωγής στην κλασματική μονάδα σε προβλήματα. Βρίσκει το μέσο όρο.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 4ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κοφ. 22 - 29)

Του μαθητή/ της μαθήτριας

Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Μετατρέπει το μέρος μιας ποσότητας που είναι εκφρασμένο με ποσοστό με: δεκαδικό κλάσμα, δεκαδικό αριθμό, ισοδύναμο κλάσμα.				
Μετατρέπει ένα δεκαδικό αριθμό ή δεκαδικό κλάσμα σε ποσοστό.				
Συγκρίνει ποσότητες που εκφράζονται με ποσοστά: Όταν είναι ίδια η μονάδα αναφοράς, Όταν είναι διαφορετική η μονάδα αναφοράς.				
Βρίσκει την περίμετρο αλτών γεωμετρικών σχημάτων με ή χωρίς προϋποθέσεις.				
Βρίσκει το εμβαδόν γεωμετρικών σχημάτων με ή χωρίς προϋποθέσεις χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές: Αναλύοντας το γεωμετρικό σχήμα σε άλλα απλούστερα, Χρησιμοποιώντας τους τύπους.				
Πολλαπλασιάζει κλάσματα: Με τον τύπο, Με κατάλληλη αναπαράσταση.				
Υπολογίζει νοητά: Χρησιμοποιώντας τη γνώση για τα αντίστροφα κλάσματα, τη διαίρεση μέτρησης για τη διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων.				
Λύνει προβλήματα με αριθμούς σε διάφορες μορφές.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 5ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κεφ. 30 - 35)
 Του μαθητή/ της μαθήτριας
 Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Μετατρέπει με διαφορετικές στρατηγικές ένα αποτέλεσμα μέτρησης μήκους από μεγαλύτερη σε μικρότερη μονάδα μέτρησης μήκους.				
Μετατρέπει με διαφορετικές στρατηγικές ένα αποτέλεσμα μέτρησης μήκους από μικρότερη σε μεγαλύτερη μονάδα μέτρησης μήκους.				
Μπορεί να εξηγήσει πότε το αποτέλεσμα μιας μετατροπής μονάδας μήκους σε άλλη μονάδα μήκους είναι σωστή ή λάθος.				
Μετατρέπει με διαφορετικές στρατηγικές ένα αποτέλεσμα μέτρησης επιφάνειας από μεγαλύτερη σε μικρότερη μονάδα μέτρησης επιφάνειας.				
Διαιρεί ακέραιο με κλάσμα.				
Διαιρεί κλάσμα με κλάσμα.				
Λύνει προβλήματα γεωμετρίας όπου χρειάζεται να υπολογίσει επιφάνειες σε σύνθετα γεωμετρικά σχήματα.				
Χρησιμοποιεί διάφορες στρατηγικές διαχείρισης αριθμών για να λύσει σύνθετα προβλήματα.				
Επιληθεύει τη λύση που έδωσε σε ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας μια διαφορετική στρατηγική.				
Χρησιμοποιεί τον υπολογιστή τσίπης για να επαληθεύσει νοερούς υπολογισμούς.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 6ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κεφ. 34-40)
 Του μαθητή/ της μαθήτριας
 Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ος μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Βρίσκει τα πολλαπλάσια ενός αριθμού.				
Βρίσκει τους διαιρέτες ενός αριθμού.				
Βρίσκει νοερά: ·Αν ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 5 (κριτήρια διαιρετότητας του 5). ·Αν δε διαιρείται ακριβώς πόσο είναι το υπόλοιπο.				
Βρίσκει νοερά: ·Αν ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2 (κριτήρια διαιρετότητας του 2). ·Αν δε διαιρείται ακριβώς, πόσο είναι το υπόλοιπο.				
Βρίσκει νοερά: ·Αν ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 10 (κριτήρια διαιρετότητας του 10). ·Αν δε διαιρείται ακριβώς, πόσο είναι το υπόλοιπο.				
Βρίσκει τα κοινά πολλαπλάσια αριθμών.				
Βρίσκει το Ε.Κ.Π. αριθμών.				
Αναγνωρίζει την αναγκαιότητα μετατροπής ετερόνομων κλάσμάτων σε ομώνυμα μόνο στις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.				
Μετατρέπει ετερόνομα σε ομώνυμα κλάσματα χρησιμοποιώντας το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών ή κάνοντάς τα ισοδύναμα (αφού απλοποιήσει).				
Λύνει προβλήματα με διάφορες στρατηγικές διαχείρισης αριθμών.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 7ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κορ. 40-45)
 Του μαθητή/ της μαθήτριας
 Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Διακρίνει γωνίες σε σχέση με την ορθή.				
Σχεδιάζει γωνίες με προϋποθέσεις.				
Διακρίνει τα είδη των τριγώνων σε σχέση με τις γωνίες τους σε οξυγώνια, ορθογώνια, αμβλυγώνια.				
Μετράει τις γωνίες ενός τριγώνου.				
Υπολογίζει την τρίτη γωνία ενός τριγώνου αν γνωρίζουν τις άλλες δύο γωνίες.				
Φέρνει την απόσταση σημείου από ευθύγραμμο τμήμα.				
Χαράζει τα ύψη ορθογωνίου τριγώνου.				
Χαράζει τα ύψη ισοσκελούς τριγώνου.				
Χαράζει τα ύψη σκαληνού τριγώνου.				
Χαράζει τα ύψη αμβλυγώνιου τριγώνου.				
Κατασκευάζει γεωμετρικά σχήματα με προϋποθέσεις.				
Λύνει σύνθετα προβλήματα γεωμετρίας χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 8ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κορ. 46-50)

Του μαθητή/ της μαθήτριας

Ημερομηνία

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Αξιολογεί τις πληροφορίες ενός προβλήματος και τις συνδυάζει ώστε να βρει την ευκολότερη στρατηγική επίλυσης.				
Εξηγεί με σαφήνεια τον τρόπο σκέψης τους καθώς και την πορεία επίλυσης σε ένα πρόβλημα.				
Βρίσκει διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης ενός προβλήματος.				
Κρίνει τις πληροφορίες ενός προβλήματος και ελέγχει αν μπορεί να το λύσει ή όχι.				
Διορθώνει τα δεδομένα ενός προβλήματος και προτείνει τη λύση του.				
Λύνει σύνθετα προβλήματα, ακολουθώντας τα βήματα στην πορεία επίλυσης (αξιολόγηση και οργάνωση των πληροφοριών, αρχική εκτίμηση, στρατηγική επίλυσης, επαλήθευση).				
Λύνει προβλήματα με τη μορφή παιχνιδιών.				
Διενεργεί ομίχρωση και μεγέθυνση ενός απλού γεωμετρικού σχήματος σε τετραγωνισμένο χαρτί.				
Κατασκευάζει σύνθετα προβλήματα με προποθέσεις.				

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΦΥΛΛΟΥ 9ης ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (κωφ. 51-54)
 Του μαθητή/ της μαθήτριας.....
 Ημερομηνία.....

Γνωστικοί στόχοι	Χαμηλή ως μέτρια επίδοση	Αρκετά καλή επίδοση	Πολύ καλή επίδοση	Άριστη επίδοση
Μετατρέπεις το αποτέλεσμα μιας μέτρησης χρόνου από μια μονάδα σε άλλη μονάδα μέτρησης χρόνου μικρότερη ή μεγαλύτερη.				
Υπολογίζει με ακρίβεια τη χρονική διάρκεια μεταξύ δύο γεγονότων.				
Λύνει προβλήματα με σημειώσις αριθμούς που δείχνει χρόνο, εξηγώντας τους υπολογισμούς τους με διάφορες στρατηγικές.				
Αναγνωρίζει τον κύκλο, το μήκος του, το κέντρο, την ακτίνα και τη διάμετρό του.				
Χαράζει κύκλους με προϋποθέσεις.				
Υπολογίζει το μήκος κύκλου που δίνεται η ακτίνα ή η διάμετρος του.				
Αναγνωρίζει αριθμούς μεγαλύτερους από το 1 δια.				
Αναλύει φαινολογικά αριθμούς μεγαλύτερους από το 1 δια.				
Κατασκευάζει σύνθετα προβλήματα γεωμετρίας με προϋποθέσεις.				

Παρουσίαση του διδακτικού πακέτου των Μαθηματικών της Ε΄ Τάξης

ΒΙΒΛΙΟ ΜΑΘΗΤΗ (Β.Μ.)

1. Μαθηματικός τίτλος – Τίτλος σχετικός με την κεντρική δραστηριότητα

Στο πάνω μέρος κάθε κεφαλαίου υπάρχει ο αύξων αριθμός του, ο αριθμός της ενότητας στο οποίο εντάσσεται αυτό και ένας τίτλος με τη βασική μαθηματική έννοια την οποία διαπραγματεύεται. Το χρώμα δηλώνει τη βασική γνωστική περιοχή που αναπτύσσεται η έννοια (γαλάζιο για τους αριθμούς, μπλε για τους αριθμούς και τις πράξεις, κίτρινο για τη γεωμετρία, πορτοκαλί για τις μετρήσεις, κόκκινο για τη στατιστική, ροζ για το μοτίβο και πράσινο για το πρόβλημα).

Είναι στοιχεία-προκαταβολικοί οργανωτές που βοηθούν στην κατανόηση της δομής του βιβλίου γενικότερα και κάθε κεφαλαίου ειδικότερα από μαθητές και εκπαιδευτικούς.

Ακολουθεί ένας τίτλος (παιδικός) σχετικός με τη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Στόχος του είναι να εισάγει ομαλά τα παιδιά στο νέο κεφάλαιο-δραστηριότητα και να τους δώσει την ευκαιρία να συνδυάσουν μαθηματικές έννοιες με καταστάσεις της καθημερινής ζωής, αφού οι περισσότερες από τις δραστηριότητες-ανακαλύψεις είναι ρεαλιστικές.

2. Εισαγωγική ερώτηση

Η εισαγωγική ερώτηση, που έπεται του τίτλου, σε συνδυασμό με τη δραστηριότητα ελέγχου και τον τίτλο, λειτουργεί ως κίνητρο ένταξης των παιδιών στη διαδικασία που θα ακολουθήσει. Δίνει την ευκαιρία στα παιδιά να εκφραστούν με ελευθερία, και στον εκπαιδευτικό τη δυνατότητα να αναγνωρίσει τις προσωπικές αντιλήψεις τους, τις πιθανές λανθασμένες απόψεις τους, τις στάσεις τους απέναντι σε συγκεκριμένα θέματα. Ο εκπαιδευτικός δεν παρεμβαίνει να απαντήσει σωστά ή να διορθώσει τις λανθασμένες αντιλήψεις των παιδιών. Αυτές θα αλλάξουν μέσα από τον προβληματισμό που θα δημιουργήσει η δραστηριότητα-ανακάλυψη και οι εργασίες.

3. Δραστηριότητα– ανακάλυψη

Τις περισσότερες φορές βιωματικού χαρακτήρα, ομαδοσυνεργατικού τύπου, είναι η βασική δραστηριότητα μέσω της οποίας οι μαθητές ενεργοποιούνται στη διαδικασία της μάθησης. Τα παιδιά μελετούν τις οδηγίες ή το σενάριο και πράττουν: παρατηρούν, σχολιάζουν, κρίνουν, συγκρίνουν, μετρούν, υποθέτουν, υπολογίζουν, κατασκευάζουν, αναλύουν και συνθέτουν, λύνουν, επαληθεύουν, συμπεραίνουν, παρουσιάζουν, συνεργάζονται. Οικοδομούν με ενεργό τρόπο δηλαδή τη νέα γνώση.

4. Εργασίες

Πολλές φορές ακολουθούν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη μία ή δύο εργασίες. Η λειτουργία τους εξηγείται κάθε φορά αναλυτικά στο εγχειρίδιο του εκπαιδευτικού και εξαρτάται από το ρόλο τους στη διδακτική διαδικασία (εργασία ανακαλυπτική ή εφαρμογής, εμπέδωσης ή επέκτασης της νέας γνώσης).

5. Συμπέρασμα

Το κεφάλαιο κλείνει με το Συμπέρασμα, του οποίου ο ρόλος είναι πολύ σημαντικός. Το Συμπέρασμα –με την προσεκτική μελέτη του σε ατομική και ομαδική βάση– δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να επισημοποιήσουν τη νέα γνώση, να διαπιστώσουν τυχόν παρερμηνείες που δε φάνηκαν νωρίτερα, να αποσαφηνίσουν τυχόν αδιευκρίνιστα σημεία και να επικεντρώσουν για άλλη μια φορά στο βασικό στόχο του κεφαλαίου. Επιμένουμε τα παιδιά να μπορούν να δώσουν δικά τους παραδείγματα. Το Συμπέρασμα δεν το μαθαίνουν απέξω.

6. Επιμέρους στοιχεία

- Το ρολόι επάνω δεξιά στη δεύτερη σελίδα είναι ενδεικτικό του προτεινόμενου χρόνου διδασκαλίας.
- Σε αρκετά κεφάλαια υπάρχουν ηλεκτρονικές διευθύνσεις στις οποίες μπορούν να ανατρέξουν μαθητές και εκπαιδευτικοί για να βρουν κάποια ενδιαφέρουσα πληροφορία σχετική με την υπό εξέταση έννοια. Τονίζεται ότι ο ρόλος τους είναι υποστηρικτικός και δεν απαιτείται αναλυτική και εις βάθος προσέγγιση αυτών των στοιχείων.

- Στο κάτω μέρος της σελίδας αναγράφεται ο βασικός στόχος του μαθήματος, ο οποίος απευθύνεται κυρίως στον εκπαιδευτικό και στους γονείς.
- Στη δεύτερη σελίδα κάτω δεξιά, εμφανίζεται σε κύκλους ο χρωματικός κώδικας των γνωστικών περιοχών στις οποίες εντάσσονται ο βασικός στόχος, οι δευτερεύοντες στόχοι και τα πλαίσια των εργασιών του συγκεκριμένου κεφαλαίου.
- Στην αρχή κάθε περιόδου υπάρχει μια περίληψη των όσων τα παιδιά θα γνωρίσουν, θα κατασκευάσουν, θα ανακαλύψουν, θα παίξουν στις επόμενες 3 ενότητες (περίοδος). Τα παιχνίδια που υπάρχουν επίσης στη διπλανή σελίδα της περίληψης έχουν ιδιαίτερο ρόλο στη διαδικασία μάθησης. Δεν αποτελούν στοιχείο επιβράβευσης της καλής επίδοσης των μαθητών, αλλά είναι βασικό στοιχείο της διδασκαλίας μαθηματικών εννοιών, είτε λειτουργώντας ως δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης είτε επεκτατικά. Είναι σημαντικό να μπορούν τα παιδιά να μαθαίνουν με ευχάριστο τρόπο, παίζοντας. Μέσα από τα παιχνίδια, οι μαθητές μπορούν να ανακαλύψουν, να εφαρμόσουν και να εμπεδώσουν πολλές μαθηματικές έννοιες. Έχουν επίσης τη δυνατότητα να καλλιεργήσουν τις δεξιότητές τους αβίαστα, σε ένα κλίμα συνεργασίας και συναγωνισμού.
- Το Παράρτημα περιλαμβάνει τα απαραίτητα υλικά που θα χρησιμοποιήσουν τα παιδιά, αλλά και σπαζοκεφαλίες και παιχνίδια, που τα παιδιά μπορούν να ασχοληθούν στον ελεύθερο χρόνο τους χωρίς να είναι υποχρεωμένα να τα κάνουν στα πλαίσια ασκήσεων ή του μαθήματος.
- Ο φάκελος εργασιών παραμένει στην τάξη με τις εργασίες που κάνουν τα παιδιά.
- Τράπεζα εργασιών. Στην τράπεζα εργασιών δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να δημιουργήσουν το δικό τους μαθηματικό υλικό που μπορούν να το χρησιμοποιήσουν με πολλούς τρόπους στη διάρκεια της σχολικής χρονιάς (επαναληπτικά μαθήματα, παιχνίδια που ξαναπαίζουν, κατασκευές που χρησιμοποιούνται με πολλούς τρόπους σε ανάλογες προβληματικές καταστάσεις –π.χ., τάγκραμ, γεωμετρικά σχήματα για έννοια εμβαδού ή περιμέτρου κ.τλ.).

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει το υλικό που δημιούργησε η τάξη του και το χρησιμοποιεί ανάλογα και στην ίδια σχολική χρονιά αλλά και στις επόμενες χρονιές (παίρνει ιδέες, ελέγχει το επίπεδο που εξελίσσονται οι μαθητές από χρονιά σε χρονιά, παίρνει ιδέες για κατασκευή εργασιών κτλ.).

4 ΤΕΤΡΑΔΙΑ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΜΑΘΗΤΗ (Τ.Μ. α΄, β΄, γ΄ και δ΄ τεύχος)

Στο *Τετράδιο Εργασιών του Μαθητή* υπάρχουν εργασίες, προβλήματα και παιχνίδια. Οι εργασίες αυτές είναι διαβαθμισμένης δυσκολίας. Στόχος τους είναι η εφαρμογή, εμπέδωση και επέκταση της νέας γνώσης (αναλυτικά, βλέπε στο Εγχειρίδιο του Εκπαιδευτικού σε κάθε κεφάλαιο).

Ανάλογα με τις ιδιαίτερες ανάγκες των μαθητών, ο εκπαιδευτικός κρίνει επίσης ποιες από αυτές θα αναθέσει και σε ποιους, ποιες θα τροποποιήσει και ποιες θα επεκτείνει ή δε θα ζητήσει καθόλου να γίνουν. Επίσης πολλές από αυτές μπορούν να αποσπαστούν ή να επανεξεταστούν στα πλαίσια της διαθεματικής–διεπιστημονικής διδασκαλίας.

Το *Τετράδιο των Εργασιών* δε σκοπεύει μόνο στη χρήση του για εφαρμογή, εμπέδωση και επέκταση της νέας γνώσης, αλλά χρησιμοποιείται και για την έναρξη του μαθήματος στη δεύτερη διδακτική ώρα ενός κεφαλαίου. Επίσης δεν πιστεύουμε ότι πρέπει να δίνονται εργασίες από το *Τετράδιο Εργασιών* στο σπίτι για εξάσκηση, εκτός από ορισμένες περιπτώσεις (βλέπε «Φιλοσοφία του νέου υλικού»).

ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ (Β.Δ.)

Το Β.Δ. περιγράφει με αναλυτικό τρόπο πώς προτείνεται η διδασκαλία κάθε κεφαλαίου (μονόωρο ή δίωρο). Αποτελείται από 12 επιμέρους στοιχεία. Σε κάποια κεφάλαια δεν υπάρχουν όλα τα στοιχεία. Γι΄ αυτό έχουν παραλειφθεί.

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ CD-ROM Ε΄ - Στ΄ Τάξης

Το εκπαιδευτικό λογισμικό μπορεί να αξιοποιηθεί από τον εκπαιδευτικό για παρουσίαση αλλά και για εμπάθυνση εννοιών. Σχετικός πίνακας για την αξιοποίησή του υπάρχει στην σελίδα 7 του Β.Δ.

Αρ.κρφ.	ΒΙΩΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ (που απαιτούν χρήση εποπτικού υλικού)
2	Παιχνίδι με αριθμό-στόχο στον πίνακα.
3	Παιχνίδι με αριθμό-στόχο στον πίνακα. Εργασία με κάρτες - ψηφία και υπολογιστή τσίπης.
4	Παιχνίδι με κάρτες.
5	Εργασία με κάρτες - ψηφία και υπολογιστή τσίπης.
7	Χρησιμοποιούν τη μεζούρα για να δείξουν πόσο μήκος έχουν 10 εκ. Χρησιμοποιούν δοχεία για να δείξουν ποσότητες με κλάσματα.
8	Μετρούν το ύψος τους και καταγράφουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους. Μετρούν πόσα ποτήρια γεμίζει ένα μπουκάλι νερό. Χρησιμοποιούν τον κίβητο άβικα για να κάνουν ανταλλαγές: 1 μονάδα = 10 δεκατόμετρα και το αντίστροφο.
9	Μετρούν τις διαστάσεις μιας κόλλας Α4 ή του βιβλίου τους και καταγράφουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους.
10	Λύνουν πρόβλημα με ψεύτικα ευρώ.
11	Παιχνίδι με αριθμό-στόχο στον πίνακα - χρήση υπολογιστή τσίπης, ψεύτικων ευρώ και τετραγωνισμένου χαρτιού.
12	Λύνουν πρόβλημα χρησιμοποιώντας ψεύτικα ευρώ, κορδόνι και χάντρες. Χρησιμοποιούν το ανάστημα χάρτινου κίβητο (από το Παράρτημα).
16	Κόβουν και χαρτίζουν τα γεωμετρικά σχήματα (από το Παράρτημα).
17	Κόβουν κομμάτια κορδέλας ή σπάγκου, τα μετρούν με τη μεζούρα. Φτιάχνουν ψηφιδώλια με κόλλα Α4.
18	Λύνουν πρόβλημα με ψεύτικα ευρώ. επαληθεύουν με υπολογιστή τσίπης.
19	Παρατηρούν συσκευασίες προϊόντων όπου συγκρίνουν το βάρος και την τιμή.
20	Λύνουν πρόβλημα με ψεύτικα ευρώ. επαληθεύουν με υπολογιστή τσίπης.
21	Παρατηρούν έντυπο υλικό με έρωτες και γραφικές απεικονίσεις, αποτελέσματα που αφορούν το μέσο όρο.
22	Παρατηρούν συσκευασίες προϊόντων όπου αναγράφονται ποσοστά.
23	Λύνουν πρόβλημα σε τετραγωνισμένο χαρτί. Μιλούν συσκευασίες προϊόντων με πίνακα διατροφικής αξίας. Μετρούν το βάρος τους και υπολογίζουν πόσα καλά είναι νερό στο βάρος τους.
24	Φτιάχνουν περίγραμμα με σπάγκο σε κόλλα Α4 (τον κολλούν). Εργασία με χάρτινες λουριδιές (κορνίζες).
25	Κατασκευάζουν με κόλλα Α4 γεωμετρικά σχήματα. Χρησιμοποιούν το τόγκραμ.
26	Φτιάχνουν με το τόγκραμ γεωμετρικά σχήματα.
27	Κατασκευή ζώνης από χάρτινη λουράδα 1α όπως στη δραστηριότητα - ανακάλυψη.
28	Μετρούν αντικείμενα στην τάξη με μεζούρα και άλλες ίδιες μονάδες μήκους.
29	Λύνουν πρόβλημα με το τόγκραμ και εποπτικό υλικό (δοχεία, άμμος ή ζάχαρη).
30	Μετρούν το ύψος τους και συγκρίνουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους με εκείνη του κορ.8. Κόβουν από το παράρτημα το μετατροπέα μήκους και ανακαλύπτουν πώς λειτουργεί.
31	Μετρούν τις διαστάσεις της τάξης. Εργασία με ζυλάκια αριθμησης ή οδοντογλυφίδες.
32	Κατασκευή τετραγωνικού μέτρου με εφημερίδες, τετραγωνικού δεκατόμετρου με μιλιατρέ ή τετραγωνισμένο χαρτί (του 1 εκ). Κόβουν από το Παράρτημα το μετατροπέα επιφάνειας και ανακαλύπτουν πώς λειτουργεί.
33	Κόβουν από το Παράρτημα τα κομμάτια των χαρτιών, χρησιμοποιούν μιλιατρέ χαρτί για να τα κολλήσουν.
35	Παιχνίδι με αριθμό-στόχο στον πίνακα.
36	Παιχνίδι με μουσικά όργανα. Κατασκευή μοτίβου με χάντρες και κορδόνι.
41	Κατασκευή γωνιών με χαρτί Α4 ή χάρτινες λουράδες και διπλόκαρφα. Εργασία με ρολόι αναλογικό.
42	Κόβουν από το παράρτημα τα γεωμετρικά σχήματα. Χρησιμοποιούν το τόγκραμ.
43	Κόβουν από το παράρτημα τα γεωμετρικά σχήματα.
44	Χαρτοδιπλωτική.
49	Παιχνίδι ΝΙΜ.
53	Φτιάχνουν στο προαύλιο με σπάγκο και κλωδιά κύκλους και συμπληρώνουν τον πίνακα.

ΕΠΙΘΗΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΠΟΥ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ
(ΕΚΤΟΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΟΣ)

Κορ.3	Έντυπο υλικό όπου υπάρχουν πολύ μεγάλοι αριθμοί.
Κορ.6	Φωτογραφίες με πολλά αντικείμενα (μετρήσιμα, αλλά πάρα πολλά).
Κορ.8	Ποτηρόκιμα πλαστικά, μπουκάλια πλαστικά του 1 λίτρου, του $\frac{1}{2}$ και του $\frac{1}{3}$ λίτρου, μια σφαιρά 5 χιλιοστόλιτρων (κουταλάκι από φάρμακα), μικρό ραδιόφωνο.
Κορ.14	Έντυπο υλικό όπου υπάρχουν πολύ μεγάλοι αριθμοί.
Κορ.16	Λοιφίδες από χαρτόνι, αυτοθήκες, κάρτες (μια ή κόλλα Α4) με τα σύμβολα $>$, $<$, $=$ καθώς και με τη γραμμή του κλάσματος.
Κορ.21	Έντυπο υλικό με έρευνες (στατιστικά δεδομένα, γραφικές παραστάσεις).
Κορ.22	Αποδείξεις αγορών, συσκευασίας προϊόντων, έντυπο υλικό όπου αναγράφονται ποσοστά.
Κορ.24	Σπάγκος/ κορδέλα, λοιφίδες από χαρτόνι μήκους 1,20μ., 0,90μ., 0,50μ., δακτύλιορα ή συνδετήρες.
Κορ.27	Λοιφίδα από χαρτόνι 1 μ.
Κορ.28	Συκώλες πλαστικές, άμμος ή ζάχαρη ή όσπρια, βάρους 0,125 κ. και 2,5κ.
Κορ.29	3 δοχεία άδεια, ζάχαρη ή άμμος ή όσπρια, ένα δοχείο χωρητικότητας 1/2 κ. και ένα άλλο χωρητικότητας 1/5 κ.
Κορ.32	Εφημερίδες, ελαστικά.
Κορ.33	Χάρτινες συσκευασίες σε σχήμα κύβου, ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου Φωτοτυπία χαρτονομίσματος των 10 και 100 ευρώ.
Κορ.36	Χρονόμετρο ή ρολόι με δείκτη δευτερολέπτων. Μουσικά όργανα απλά: τόμπανο, τρίγωνο, κουτιά μεταλλικά ή ζώλινα που τα χτυπάμε με κουτάλα, μολύβι, με το χέρι κ.λ.π.), κουτιά μεταλλικά που έχουμε βάλει φακός ή άλλα όσπρια κ.λ.π.
Κορ.39	Λοιφίδες από χαρτόνι μήκους 30εκ.
Κορ.41	Χρωματιστές κόλλες Α4, δακτύλιορα, σφραγιστικό, λοιφίδες από χαρτόνι.
Κορ.42	Καλαμάκια.
Κορ.45	Καθρεφτάκι, διαφανές χαρτί.
Κορ.46	Διαφανές χαρτί.
Κορ.47	Έντυπο υλικό σχετικά με ελληνικά αεροδρόμια, έντυπο υλικό που δείχνει αεροπορική σύνδεση μεταξύ πόλεων της Ελλάδας.
Κορ.52	Υδρογείος σφαιρά, ιστοριογραμμή.
Κορ.55	Χάρτης ηλιακού συστήματος.

Προτεινόμενα σχέδια εργασίας

Τα σχέδια εργασίας μπορούν να ξεκινήσουν από την αρχή της χρονιάς και να λήξουν ανάλογα με τις έννοιες που αναπτύσσονται και τις δεξιότητες που αποκτούν τα παιδιά, τα κεφάλαια στο μάθημα των Μαθηματικών και άλλων μαθημάτων που μπορούμε να αξιοποιήσουμε. Τα παρακάτω προτεινόμενα σχέδια εργασίας μπορούν να διαρκέσουν με τον ανάλογο προγραμματισμό ολόκληρη τη χρονιά.

A. Ανακύκλωση - εξοικονόμηση ενέργειας

Περιγραφή: Χρήση διαφορετικών μορφών αριθμών σε προβλήματα καθημερινής ζωής, κατασκευή ερωτηματολογίου και διεξαγωγή έρευνας, κατασκευή παράστασης, σύνδεση των μαθηματικών με άλλους τομείς της σύγχρονης ζωής.

Σχετικά κεφάλαια: 12, 21, 22, 32, 38, 48.

Γνωστικές περιοχές των Μαθηματικών όπου αναφέρεται το σχέδιο εργασίας:

- Αριθμοί
- Αριθμοί και πράξεις
- Μετρήσεις – χρόνος, βάρος.
- Πρόβλημα (οργάνωση και διαχείριση πληροφοριών – χρήση πίνακα, κατασκευή γραφικής παράστασης, κατασκευή και επίλυση προβλήματος).

Διαθεματικότητα: Μαθηματικά, Αισθητική αγωγή, Γλώσσα (παραγωγή γραπτού λόγου, ανάγνωση), Λογοτεχνία, Τοπική ιστορία, Γεωγραφία, Πληροφορική, Αγωγή υγείας και καταναλωτή.

Υλικά και μέσα:

Για τον προβληματισμό και την ενημέρωση σχετικά:

1. Χάρτης γεωφυσικός και πολιτικός της Ελλάδας και παγκόσμιος άτλαντας (γεωφυσικός ή πολιτικός).
2. Ενημερωτικό υλικό οικολογικών οργανώσεων, δήμων που συμμετέχουν σε προγράμματα ανακύκλωσης.
3. Έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό σχετικά με τις πιο μολυσμένες περιοχές της χώρας μας (χωματερές, βιομηχανικές ζώνες κτλ.).
4. Βιβλία και περιοδικά οικολογικής ευαισθητοποίησης (π.χ., περιοδικό «Ερευνητές Ανακαλύπτω τον Κόσμο»).
5. Έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό σχετικά με την εξοικονόμηση ενέργειας, τις εναλλακτικές μορφές ενέργειας, τα αιολικά πάρκα στη χώρα μας.
6. Πληροφορίες και γραφικές παραστάσεις που δείχνουν τα σημαντικότερα οφέλη από την ανακύκλωση σε παγκόσμιο επίπεδο, καθώς και οι ανακαλύψεις και τα νέα προϊόντα με τη λογική της ανακύκλωσης.
7. Βιβλία λογοτεχνίας σχετικά με θέματα οικολογικής ευαισθητοποίησης και προβληματισμού.

Για την έρευνα:

Αρχικό ερωτηματολόγιο (σε κόλλα Α4) που δίνεται στην τάξη και τα παιδιά απαντούν χωρίς να γίνει διδασκαλία στο θέμα (καταγράφουν τις άτυπες γνώσεις τους) και περιλαμβάνει τις ερωτήσεις:

- Γνωρίζεις τι είναι η ανακύκλωση;
- Τι υλικά ανακυκλώνονται;
- Ποια από τα προϊόντα που χρησιμοποιείς μολύνουν το περιβάλλον;
- Ποια από τα προϊόντα που χρησιμοποιείς μπορούν να ανακυκλωθούν;
- Μπορείς να αναφέρεις ένα θετικό αποτέλεσμα της ανακύκλωσης;
- Μπορείς να αναφέρεις μια δυσκολία που μπορείς να συναντήσεις ακολουθώντας ένα πρόγραμμα ανακύκλωσης; Πώς μπορείς να το ξεπεράσεις;
- Θα ήθελες να μάθεις γιατί σε αφορά η ανακύκλωση;

Στο τέλος της διαδικασίας εκτέλεσης του σχεδίου εργασίας δίνεται ένα δεύτερο ερωτηματολόγιο (ώστε τα παιδιά να αντιληφθούν τη δική τους αλλαγή στις γνώσεις, στάσεις, συναισθήματα που σχετίζονται με το θέμα):

- Μπορείς να περιγράψεις με δυο λόγια τι είναι ανακύκλωση;
- Μπορείς να αναφέρεις 2-3 θετικά αποτελέσματα ενός προγράμματος ανακύκλωσης;
- Μπορείς να αναφέρεις 2-3 λόγους που οι άνθρωποι δε συμμετέχουν σε προγράμματα ανακύκλωσης;
- Αν μπορούσες να κάνεις μια διαφήμιση για την ανακύκλωση, πώς θα την έφτιαχνες;

Διαθεματικότητα

Στη Γλώσσα

Τα παιδιά γράφουν (ατομικά) έκθεση με θέμα: «Τι θα έλεγες σε ένα φίλο σου για να συμμετάσχει σε ένα πρόγραμμα ανακύκλωσης;»

Επίσης γράφουν κείμενα (σε ομάδες) προκειμένου να ενημερώσουν τη σχολική κοινότητα για την ανακύκλωση και τους προβληματισμούς τους για την οικολογική συνείδηση.

Στα Μαθηματικά

Φτιάχνουν σε χαρτόνι κανσόν μεγάλου μεγέθους (θα αναρτηθεί στην τάξη) πίνακες δεδομένων και γραφικές παραστάσεις που δείχνουν:

- α) τα οφέλη ενός προγράμματος ανακύκλωσης γυαλιού, χαρτιού, αλουμινίου, χρήσης αιολικής ενέργειας,
- β) το ποσοστό των χωρών σε παγκόσμιο επίπεδο (ή ευρωπαϊκό) που συμμετέχουν σε προγράμματα ανακύκλωσης.

Στην Αισθητική αγωγή

Κάνουν κολάζ με εικόνες (από έντυπο ή ηλεκτρονικό υλικό) από αιολικά πάρκα στη χώρα μας, προσπάθειες για αποκατάσταση του περιβάλλοντος που λειτουργούσε ως χωματερή (στη χώρα μας), κολάζ από προϊόντα ευρείας χρήσης που ανακυκλώνονται και δεν ανακυκλώνονται.

Επίσης κάνουν ζωγραφιές με ανακαλύψεις του σύγχρονου ανθρώπου για το μέλλον του πλανήτη (αυτοκίνητα που λειτουργούν με ηλιακή ενέργεια ή υδρογόνο, οικολογικά σπίτια κτλ.).

Στάδια εργασίας:

1. Συζήτηση με αφορμή το κεφάλαιο 32 όπως περιγράφεται στην εναλλακτική δραστηριότητα -ανακάλυψη. Μπορούμε να βρούμε αφορμή και από άλλα κεφάλαια στη Γλώσσα, στη Λογοτεχνία ή από την ημέρα εορτασμού του Περιβάλλοντος, από θέματα της επικαιρότητας κτλ.
2. Κατασκευή και συμπλήρωση αρχικού ερωτηματολογίου που φτιάχνουν τα παιδιά και το συμπληρώνουν συμμαθητές τους (και σε άλλες τάξεις –π.χ., του άλλου τμήματος της Ε΄ αν υπάρχει, ή άλλων τάξεων, π.χ. Δ΄ και Στ΄).
3. Αποδελτίωση των απαντήσεων του αρχικού ερωτηματολογίου και κατασκευή πίνακα και γραφικής παράστασης.
4. Συζήτηση στην τάξη για οργάνωση της εργασίας των ομάδων: θέμα εργασίας κάθε ομάδας, χρόνος ολοκλήρωσης και τρόπος παρουσίασης, (κείμενο, λεύκωμα από εικόνες και μικρό κείμενο, κολάζ, γραφικές παραστάσεις κτλ.).
5. Εύρεση πληροφοριών στο διαδίκτυο, σε βιβλία, περιοδικά, σε φυλλάδια ενημερωτικά, συνέντευξη από τον υπεύθυνο προγράμματος ανακύκλωσης στο Δήμο στην Κοινότητα κτλ.
6. Ανάγνωση λογοτεχνικών βιβλίων στην τάξη σχετικών με το θέμα.
7. Παρουσίαση άρθρων από εφημερίδες –σε έντυπη μορφή ή ηλεκτρονική– προβληματισμών και γεγονότων σχετικών με το θέμα.
8. Κατασκευή τελικού ερωτηματολογίου, συμπλήρωσή του από τα παιδιά στα οποία δόθηκε και το αρχικό ερωτηματολόγιο, και παρουσίαση των δεδομένων (απαντήσεις) προκειμένου να συνειδητοποιήσουν την αλλαγή που είχαν μετά την εργασία αυτή.

Τέλος, τα παιδιά εκθέτουν τα συμπεράσματα της δουλειάς τους με κείμενα, εικόνες, φωτογραφίες, ζωγραφιές σε ολόκληρη την τάξη ή σε ανάλογη εκδήλωση στο σχολείο.

B. Παραδοσιακά ήθη και έθιμα

Περιγραφή: Έρευνα και καταγραφή των εθίμων στην περιοχή τους, τον τρόπο που αναβιώνουν ακόμη και σήμερα, χρήση ημερολογίου, οργάνωση και διαχείριση δεδομένων, παρουσίαση των σταδίων κατασκευής ενός χαρταετού.

Σχετικά κεφάλαια: 33, 37.

Γνωστικές περιοχές των Μαθηματικών όπου αναφέρεται το σχέδιο εργασίας:

- Γεωμετρία (αναγνώριση και κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων).
- Αριθμοί και πράξεις.
- Μετρήσεις: μήκος, επιφάνεια.
- Πρόβλημα (οργάνωση και διαχείριση πληροφοριών – χρήση πίνακα, κατασκευή γραφικής παράστασης, κατασκευή και επίλυση προβλήματος).

Διαθεματικότητα: Μαθηματικά, Αισθητική αγωγή, Γλώσσα (παραγωγή γραπτού λόγου, ανάγνωση), Λογοτεχνία, Τοπική ιστορία, Γεωγραφία, Πληροφορική.

Υλικά και μέσα:

Για την έρευνα, ερωτηματολόγια που περιλαμβάνουν ερωτήσεις σχετικές με:

- Έχεις συμμετάσχει σε παραδοσιακές εκδηλώσεις, ήθη ή έθιμα της περιοχής σου;
- Ποια ημερομηνία γιορτάζουν τα έθιμα αυτά;
- Ποιο έθιμο ήταν;
- Μπορείς να το περιγράψεις με δυο λόγια;
- Θα ήθελες να ξαναγιορτάσεις και του χρόνου με παραδοσιακό τρόπο τη γιορτή αυτή;

Για τον προβληματισμό και την ενημέρωση σχετικά: έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό, ημερολόγιο ετήσιο τοίχου. Ειδικότερα:

- Έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό σχετικά με τα έθιμα της περιοχής καθώς και τις παραλλαγές τους σε άλλες περιοχές της χώρας μας.
- Έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό σχετικά με τη λαϊκή μας παράδοση.
- Βιβλία λογοτεχνίας σχετικά με λαϊκές παραδόσεις και έθιμα.
- Συνέντευξη από παππούδες και γιαγιάδες και καταγραφή των προσωπικών τους μαρτυριών πάνω στα έθιμα και στις παραδόσεις της εποχής τους.
- Συμπλήρωση ενός ημερολογίου με τα πιο γνωστά ήθη και έθιμα κατά τη διάρκεια μιας χρονιάς –π.χ., πέταγμα του χαρταετού την Καθαρή Δευτέρα, το κάψιμο του Ιούδα το βράδυ της Ανάστασης κτλ.

Για την κατασκευή χαρταετού ή άλλου παραδοσιακού παιχνιδιού

Υλικά: πηκίακα, χαρτί χρωματιστό, κουβάρι σπάγκου, ψαλίδι, καρφάκια, σφυρί, κόλλα.

Εκπαιδευτική επίσκεψη σε λαογραφικό μουσείο

Διαθεματικότητα:

Στη Γλώσσα

Τα παιδιά βρίσκουν και καταγράφουν πληροφορίες για παραδοσιακά έθιμα της περιοχής τους, αλλά και παραλλαγές τους σε άλλες περιοχές της Ελλάδας (δείχνουν στο χάρτη). Καταγράφουν τις ιστορίες που τους διηγούνται παππούδες ή γιαγιάδες σχετικά με το θέμα. Γράφουν (ατομικά) έκθεση με θέμα: «Περιγράφω και εξηγώ ποιο από τα παραδοσιακά έθιμα που γνώρισα μου έκανε πιο πολύ εντύπωση».

Επίσης γράφουν κείμενα (σε ομάδες) προκειμένου να ενημερώσουν τη σχολική κοινότητα για τη διατήρηση της πολιτιστικής κληρονομιάς της περιοχής (ήθη, έθιμα, παραδόσεις, παραμύθια, φαγητά, χοροί κτλ.).

Στα Μαθηματικά

Φτιάχνουν χαρταετό (σελ. 140-141 από το προτεινόμενο βιβλίο *Τα μαθηματικά και ο χαρταετός*, εκδ. Περί τεχνών).

Στην Αισθητική αγωγή

Κάνουν κολάζ με εικόνες (από έντυπο ή ηλεκτρονικό υλικό) ή ζωγραφιές τους σχετικές με τα έθιμα της περιοχής τους, εξηγώντας με λίγα λόγια στο κάτω μέρος της εικόνας το έθιμο.

Στη Γυμναστική: μαθαίνουν παραδοσιακούς χορούς.

Στη Λογοτεχνία: διαβάζουν βιβλία με παραδόσεις και έθιμα.

Στη Θεατρική αγωγή: δραματοποιούν παραδοσιακά έθιμα.

Στάδια εργασίας:

Συζήτηση με αφορμή το κεφάλαιο 33 (μπορούμε να βρούμε αφορμή και από άλλα κεφάλαια στη Γλώσσα, στη Λογοτεχνία ή από σχετικές γιορτές και εκδηλώσεις).

1. Συζήτηση στην τάξη για οργάνωση της εργασίας των ομάδων: θέμα εργασίας κάθε ομάδας, χρόνος ολοκλήρωσης και τρόπος παρουσίασης (κείμενο, λεύκωμα από εικόνες και μικρό κείμενο, κολάζ, χοροί κτλ.).
2. Εκπαιδευτική επίσκεψη σε λαογραφικό μουσείο, συνέντευξη από παππούδες ή γιαγιάδες.
3. Εύρεση πληροφοριών στο διαδίκτυο, σε βιβλία, περιοδικά, σε φυλλάδια ενημερωτικά, συνέντευξη.
4. Ανάγνωση λογοτεχνικών βιβλίων στην τάξη σχετικών με το θέμα.
5. Κατασκευή ερωτηματολογίου, συμπλήρωσή του από τα παιδιά και παρουσίαση των αποτελεσμάτων.
6. Κατασκευή χαρταετού, κολάζ, λευκώματος με τις εργασίες των παιδιών.
7. Δραματοποίηση εθίμων.
8. Παραδοσιακοί χοροί.

Τέλος, τα παιδιά εκθέτουν τα συμπεράσματα της δουλειάς τους με κείμενα, εικόνες, φωτογραφίες, ζωγραφιές σε ολόκληρη την τάξη και σε ανάλογη εκδήλωση στο σχολείο (χοροί, θέατρο).

Προτεινόμενη βιβλιογραφία:

1. «Μέθοδος project και προσχολική ηλικία, Μικροί εξερευνητές», εκδ. Μεταίχμιο
2. «Οδηγός για την εφαρμογή της ευέλικτης ζώνης» (βιβλίο για το δάσκαλο) ΥΠΕΠΘ, Αθήνα 2001
3. «Εξερευνώ την πόλη μου: Προτάσεις για διαθεματικά σχέδια εργασίας» εκδ. Καλειδοσκόπιο
4. «Τα μαθηματικά και ο χαρταετός: σύστημα εναλλακτικής διδασκαλίας μαθηματικών, μαθηματικά παιχνίδια», εκδ. Περί τεχνών.

Κεφάλαιο 1ο «Υπενθύμιση Δ΄ Τάξης»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Τα παιδιά θα πρέπει να μπορούν να ενεργοποιήσουν γνώσεις και δεξιότητες στη διερεύνηση προβληματικών καταστάσεων σχετικών με τις έννοιες που διδάχτηκαν στη Δ΄ Δημοτικού.

Αναλυτικά διερευνούμε αν οι μαθητές είναι ικανοί:

- ▶ Να διαχειρίζονται προβλήματα που επιδέχονται παραπάνω από μία λύση.
- ▶ Να διαχειρίζονται εξαψήφιους αριθμούς (σύγκριση, διάταξη, στρογγυλοποίηση, νοερόι υπολογισμοί).
- ▶ Να μπορούν να κρίνουν πότε ένας υπολογισμός είναι σωστός ή λανθασμένος και να εκτελούν σωστά οριζόντιους και κάθετους υπολογισμούς.
- ▶ Να αναγνωρίζουν τον άξονα συμμετρίας σε πολύγωνα.
- ▶ Να χαράζουν απλά γεωμετρικά σχήματα με προϋποθέσεις.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για την κατασκευή αριθμών.
- ▶ Να συνεργάζονται με τον διπλανό τους στην επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

Το κεφάλαιο αυτό δίνει τη δυνατότητα στον εκπαιδευτικό και στους ίδιους τους μαθητές να ελέγξουν τις γνώσεις τους και τις δεξιότητές τους στις γνωστικές περιοχές:

- ▶ Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις (μέχρι το 100.000).
- ▶ Γεωμετρία (πολύγωνα, συμμετρία).
- ▶ Μετρήσεις (ευρώ, επιφάνεια).
- ▶ Μοτίβα.
- ▶ Πρόβλημα (διαχείριση – ανάδειξη στρατηγικών).

Έλεγχος

Ζητάμε να βρουν με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να εκφράσουμε έναν αριθμό στην καθημερινή ζωή: κλάσμα, δεκαδικός, ακέραιος, με λέξεις, με ψηφία, με μονάδες μέτρησης ως αποτέλεσμα μιας πράξης κτλ.

Δίνουν παραδείγματα αριθμών που τα γράφουμε στον πίνακα. Δίνουμε στα παιδιά έντυπο υλικό που έχουμε φέρει (εφημερίδες, συσκευασίες, διαφημιστικά φυλλάδια κτλ.) και ζητάμε να φτιάξουν ένα απλό πρόβλημα με τους αριθμούς που βρήκαν στο έντυπο υλικό. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2 σε κόλλες Α4.

Διαβάζουν τα προβλήματα και προτείνουν λύση οι συμμαθητές τους ή οι ίδιοι.

Κρατάμε τα προβλήματα των παιδιών στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις (ευρώ), πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Τα κλάσματα, οι δεκαδικοί, τα πολύγωνα (κυρτά, μη κυρτά), ο κανόνας της στρογγυλοποίησης.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ρολόι τοίχου, έντυπο υλικό που έχουμε φέρει (εφημερίδες, συσκευασίες, διαφημιστικά φυλλάδια κτλ.), ψεύτικα ευρώ, τετραγωνισμένο χαρτί (ενός εκατοστού), άβακας, αριθμογραμμή, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση ε΄	Εργασία β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Στην αρχή γνωρίζουμε στα παιδιά το νέο τους βιβλίο και συζητάμε για το πώς θα εργαστούμε όλη τη χρονιά με αυτό και χωρίς αυτό (με εποπτικό υλικό, βιωματικές δραστηριότητες κ.ά.).

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν το πρόβλημα με τα αγόρια που παίζουν μπάσκετ. Το λένε με δικά τους λόγια εξηγώντας:

- τι ώρα έδειχνε το ρολόι πριν από ένα τέταρτο;
- τι σημαίνει «ένα δέκατο των αγοριών» της κατασκήνωσης;

Προτείνουν λύση και παρατηρούμε αν μπορούν να δείξουν στο ρολόι μια άλλη ώρα, π.χ. μία και τέταρτο, τέσσερις παρά τέταρτο κ.ά.

Επίσης ρωτάμε ποια θα ήταν η λύση του προβλήματος, αν τα αγόρια που παίζουν μπάσκετ ήταν το ένα εκατοστό των αγοριών της κατασκήνωσης. Μπορούμε να επεκταθούμε και σε άλλες κλασματικές μονάδες ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ κτλ.), τις οποίες τα παιδιά θα χειριστούν συνειρμικά.

Στο δεύτερο πρόβλημα με τους στόχους, τα παιδιά το διαβάζουν και περιγράφουν τους κανόνες του παιχνιδιού. Προτείνουν ένα παράδειγμα βαθμολόγησης με 6 βέλη. Αφήνουμε τα παιδιά να συνεργαστούν με το διπλανό τους και να προτείνουν λύση. Ανακοινώνει κάθε ζευγάρι τα αποτελέσματα της δουλειάς του και τον τρόπο που σκέφτηκε. Τα καταγράφουμε στον πίνακα.

Αφήνουμε τα παιδιά να εργαστούν στο τετράδιό τους (που χρησιμοποιούν κάθε φορά που η εργασία έχει το σήμα του φακέλου). Συζητάμε στην τάξη τις απαντήσεις των παιδιών.

Είναι σημαντικό να παρατηρούμε πώς εργάζονται τα παιδιά, αν έχουν άνεση με τα προβλήματα που τους δόθηκαν, αν μπορούν να συνεργαστούν χωρίς φωνές (μιλώντας ψιθυριστά), αν μπορούν να βρουν διαφορετικές λύσεις, αν μπορούν να εξηγήσουν τη σκέψη τους (πώς οδηγήθηκαν στη λύση που έδωσαν). Καταγράφουμε πιθανές αδυναμίες των παιδιών ώστε να προχωρήσουμε σε επανορθωτική διδασκαλία.

Αξιοποιούμε τα πιθανά λάθη προς όφελος όλων των παιδιών απενοχοποιώντας το λάθος και δείχνοντας πως κάθε σκέψη έχει ένα μέρος που μπορεί να αξιοποιηθεί και να μας οδηγήσει σε σωστό αποτέλεσμα.

Η πρώτη διδακτική ώρα τελειώνει με την εργασία β του Τ.Μ., όπου τα παιδιά επιχειρηματολογούν για τα λάθη που υπάρχουν στους υπολογισμούς:

- Το διπλάσιο του 3.500 είναι 7.000 όπως σε μικρότερους αριθμούς το διπλάσιο του **3, 5 είναι 7 και όχι 8.**
- Η αφαίρεση δεν μπορεί να δίνει περίπου 10.000 αλλά περίπου 13.000 **γιατί αφαιρούμε από 50 το 30 (δεν κάνουμε υπολογισμούς στις χιλιάδες).**
- 3×820 αντίστοιχα πρέπει να δίνει αποτέλεσμα περίπου 2.400 **όπως σε μικρότερους αριθμούς $3 \times 80 = 240$.**

Συζητάμε για τη **σημασία της εκτίμησης όταν κάνουμε υπολογισμούς** ώστε να ξέρουμε ποιο αποτέλεσμα περίπου περιμένουμε.

Με ανάλογο τρόπο τα παιδιά καλούνται να εργαστούν με υπολογισμούς που εμείς γράφουμε στον πίνακα:

π.χ., $5.006 - 34 = 498$ $3 \times 189 = 747$ $774 : 4 = 2225$

Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν σωστά κάθε υπολογισμό (όπου είναι εύκολο, πρώτα με νοερό υπολογισμό) και να επαληθεύσουν με κάθετη πράξη:

π.χ., $3 \times 189 =$

- $(3 \times 100) + (3 \times 80) + (3 \times 9)$
- $(3 \times 100) + 3 \times (90 - 1)$

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή - Εργασίες 3 του Β.Μ. και γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος

Εργασία δ του Τ.Μ. Βιωματικό: Δίνουμε σε κάθε ζευγάρι παιδιών 50 ευρώ σε κέρματα και χαρτονομίσματα. Ζητάμε να μας φτιάξουν το ποσό των 50 ευρώ με 3 διαφορετικούς τρόπους. Τα παιδιά ανακοινώνουν τις λύσεις που βρήκαν και στη συνέχεια εργάζονται στο πρόβλημα.

Εκτιμούν και επαληθεύουν με ευρώ και πράξεις. Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Το πρόβλημα δεν έχει μόνο μία λύση.

π.χ.: $(2 \times 15) + 12,50 + 5$ $7 \times 5 + 12,50$ κτλ.

Εργασία 1 του Β.Μ. Αν θέλουν τα παιδιά, ζωγραφίζουν το πρόβλημα ή χρησιμοποιούν εποπτικό υλικό (όσπρια, κυβάρια κ.ά.).

Αν παρατηρήσουν, μπορούν να λύσουν το πρόβλημα εύκολα (στην 1η γραμμή 1 κουτί, στη 2η γραμμή 2 κουτιά, στην 3η 3 κουτιά κτλ., άρα στην 5η 5 κουτιά, στην 9η 9 κουτιά). Μπορούν να χρησιμοποιήσουν πίνακα για να λύσουν το πρόβλημα οργανώνοντας τα δεδομένα τους.

Συζητάμε με τα παιδιά ποιες στρατηγικές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για να λύσουμε ένα πρόβλημα: ζωγραφική (δε ζωγραφίζουμε αλλά σκιτσάρουμε χωρίς λεπτομέρειες), οργάνωση των δεδομένων σε πίνακα, χρήση νοερών υπολογισμών (μισό, διπλάσιο, εκτίμηση) είναι μερικές από αυτές.

Εργασία 2 του Β.Μ. Αναδεικνύουμε στην τάξη τις διαφορετικές λύσεις των μαθητών. Συζητάμε για την έννοια της κάλυψης (εμβαδόν) με τυπικές ή άτυπες μονάδες μέτρησης. Έτσι το εμβαδόν του ορθογώνιου είναι 12 τ.εκ. γιατί κάθε τετραγωνάκι είναι 1 τ.εκ.

Εργασία 3 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει ατομικά ή ομαδικά με χρήση αριθμομηχανής.

Επειδή η χρήση αριθμομηχανής είναι στόχος του Α.Π.Σ., φροντίζουμε να έχουμε τουλάχιστον τόσες όσες είναι οι ομάδες που έχουμε στην τάξη.

Εργασία α του Τ.Μ. Θυμόμαστε πότε ένα σχήμα είναι συμμετρικό:

Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν ποιο από τα κεφαλαία γράμματα Α και Ν είναι συμμετρικό (έχει άξονα συμμετρίας). Δείχνουμε στον πίνακα. Χαράζουμε τον άξονα. Αφού θυμηθούν πώς φέρνουμε τον άξονα συμμετρίας, εργάζονται ατομικά. Συζητάμε στην τάξη τα αποτελέσματα της εργασίας τους.

Προτεινόμενη βιωματική προσέγγιση: Πάνω σε τετραγωνισμένο χαρτί αντιγράφουν σε μεγάλο μέγεθος τα αντίστοιχα σχήματα και τα κόβουν γύρω γύρω. Δοκιμάζουν αν διπλώνοντάς τα σε δύο μέρη ταυτίζονται τα δύο επιμέρους κομμάτια.

Για να φτιάξουν τα σχήματα μεγαλύτερα, σε τετραγωνισμένο χαρτί του 1 εκ. χαράζουν πλέγμα όπου κάθε «μεγάλο τετράγωνο» έχει εμβαδόν 3×3 μικρά τετράγωνα (έννοια της μεγέθυνσης).

Εργασία γ του Τ.Μ. Ζητάμε από τα παιδιά να εξηγήσουν με ποια στρατηγική συγκρίνουν δύο ακέραιους αριθμούς:

- ▷ Συγκρίνουν τον αριθμό των ψηφίων.
- ▷ Συγκρίνουν το ψηφίο που βρίσκεται πιο αριστερά σε κάθε αριθμό παρατηρώντας σε ποια τάξη ανήκει, π.χ. εκατοντάδες χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες κτλ.
- ▷ Αν στην ίδια τάξη εμφανίζεται το ίδιο ψηφίο, συγκρίνουν το αμέσως διπλανό κτλ.

Συζητάμε σε ποιον αριθμό μάς συμφέρει να τους στρογγυλοποιήσουμε ώστε να ελέγξουμε ποιοι από αυτούς δίνουν άθροισμα πιο κοντά στις 300.000. **Δε διδάσκουμε τον κανόνα της στρογγυλοποίησης.**

Δείχνουν (περίπου) στην αριθμογραμμή. Εξηγούν με ποια στρατηγική τοποθέτησαν το άθροισμα του ζεύγους των αριθμών.

Εργασία ε του Τ.Μ. Στη δραστηριότητα με το μαγικό τετράγωνο τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Επαληθεύουν με αριθμομηχανή. Νέα μαγικά τετράγωνα μπορούν να δημιουργηθούν εύκολα με τους ακόλουθους τρόπους:

- Πολλαπλασιάζοντας τους ήδη υπάρχοντες αριθμούς με τα πολλαπλάσια του 10 και διατηρώντας τη θέση τους ή «σβήνοντας» διαφορετικούς αριθμούς.
- Φτιάχνουμε ένα τετράγωνο 4 x 4 και τοποθετούμε τους αριθμούς από το 1 ως το 16 ξεκινώντας από τα αριστερά κάθε γραμμής. Γράφουμε μόνο τους αριθμούς που πέφτουν επάνω στις δύο διαγωνίους. Στη συνέχεια ξεκινάμε από το 16 προς το 1, γράφοντας στα κενά με τη σειρά τους αριθμούς που έχουν «περισσέψει»:

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

1	8	12	13
14	11	7	2
15	10	6	3
4	5	9	16

- Χρησιμοποιούμε ένα αρχαίο κινέζικο μαγικό τετράγωνο (LoShu):

4	9	2
3	5	7
8	1	6

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▷ Τα παιδιά μπορούν να φτιάξουν δικούς τους κανόνες για το πρόβλημα με τη σκοποβολή στη δραστηριότητα ανακάλυψη και να παίξτε σε ομάδες στον πίνακα.
- ▷ Μπορούμε να φτιάξουμε αριθμούς με προϋποθέσεις.

Παραδείγματα: Φτιάχνουμε αριθμό:

1ο παιχνίδι: Ο αριθμός που ψάχνουμε έχει 5 ψηφία, το ψηφίο των μονάδων είναι ίδιο με το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων και είναι άρτιος αριθμός.

2ο παιχνίδι: Ο αριθμός που ψάχνουμε είναι ο μεγαλύτερος εξαψήφιος περιττός αριθμός κτλ.

- ▷ Τα παιδιά μπορούν σε ζευγάρια να φτιάξουν το δικό τους μαγικό τετράγωνο 3 x 3 χωρίς το διαγώνιο άθροισμα.
- ▷ Στη Γεωμετρία, ζητάμε να **χαράξουν γεωμετρικά σχήματα σε τετραγωνισμένο χαρτί με συγκεκριμένες διαστάσεις**, π.χ. τετράγωνο με πλευρά 3 εκ., ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις 4 εκ. n μία πλευρά και 3 εκ. n άλλη, ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές 4 εκ. και 3 εκ.
- ▷ **Παίζουμε με τάγκραμ.** Φτιάχνουμε γεωμετρικά σχήματα όπως το τετράγωνο, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (λυμένα στον οδηγό του τάγκραμ).

Αν τα παιδιά δεν έχουν ξαναπαίξει τάγκραμ, δίνουμε την ευκαιρία να εργαστούν σε ομάδες των 2 και να φτιάξουν διάφορα σχέδια.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Οι ομαδοσυνεργατικές εργασίες μπορούν να γίνουν με παιδιά άλλων τάξεων. Μπορούν να μη γίνουν: το πρόβλημα με τη σκοποβολή, η εργασία 3 του Β.Μ., οι εργασίες δ και ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- ▶ Γλώσσα: κείμενα από άρθρα, εφημερίδες, περιοδικά, βιβλία, διαφημίσεις που περιέχουν αριθμούς και τη χρησιμότητά τους στη ζωή μας. Αριθμοί που συνδέονται με παράξενα ρεκόρ, εγκυκλοπαιδικές γνώσεις (πληθυσμοί, εκτάσεις, μετρήσεις κτλ.).
- ▶ Γεωγραφία: στατιστικά στοιχεία για τη χώρα μας σε σχέση με τις άλλες χώρες του κόσμου ή της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

Κεφάλαιο 2ο

«Υπενθύμιση – Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Να μπορούν οι μαθητές να εκφράζουν αριθμούς μέχρι και το 1.000.000 με διάφορους τρόπους.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αναγνωρίζουν έναν αριθμό σε όποια μορφή παρουσιάζεται (λέξεις – ψηφία, μεικτή γραφή).
- ▶ Να αναλύουν και να συνθέτουν (φωνολογικά ή αθροιστικά) αριθμούς μέχρι και το 1.000.000.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τον «άβακα»* για να γράψουν ή να διαβάσουν έναν αριθμό.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την εκτίμηση πριν κάνουν νοερούς υπολογισμούς.
- ▶ Να συγκρίνουν φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1.000.000.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να μπορούν να εκφράσουν με ψηφία και λέξεις μικρότερους αριθμούς και να τους τοποθετήσουν σε άβακα.
- ▶ Να μπορούν να αναγνωρίσουν την αξία θέσης κάθε ψηφίου σε πενταψήφιους αριθμούς.
- ▶ Να μπορούν να συγκρίνουν πενταψήφιους αριθμούς.
- ▶ Να αναλύουν σε δεκαδικό ανάπτυγμα έναν πενταψήφιο αριθμό:
π.χ. $58.976 = 50.000 + 8.000 + 900 + 70 + 6$.
- ▶ Να εκφράζουν έναν πενταψήφιο αριθμό ως άθροισμα, γινόμενο, διαφορά ή πηλίκο δύο άλλων.
- ▶ Να θυμηθούν τους αλγόριθμους των 4 πράξεων στους ακεραίους.
- ▶ Να συνθέτουν με τα ευρώ το 1.000 ή οποιονδήποτε άλλο τετραψήφιο αριθμό
- ▶ Να διαβάζουν γραφική παράσταση.

* Χρησιμοποιούμε τον όρο «άβακα» όταν αναφερόμαστε σ' ένα πίνακα οργανωμένο σε τριπλές οι οποίες βοηθούν να αναδείξουμε την αξία θέσης κάθε ψηφίου, όπως ακριβώς συμβαίνει στον κάθετο άβακα.

► Να συνεργάζονται με τον διπλανό τους σε μια δραστηριότητα.

Έλεγχος: Χωρίζουμε τα παιδιά σε ομάδες των 2. Γράφουμε στον πίνακα τον αριθμό-στόχο 50.000. Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν το 50.000 ως:

- άθροισμα δύο άλλων πενταψήφιων αριθμών,
- άθροισμα 4 άλλων αριθμών,
- διαφορά 2 άλλων αριθμών,
- γινόμενο 2 άλλων αριθμών,
- γινόμενο 3 άλλων αριθμών,
- πηλίκο 2 άλλων αριθμών.

Τα παιδιά εργάζονται σε κόλλες Α4 ή στο τετράδιό τους και προτείνουν λύσεις τις οποίες παρουσιάζουν και εμείς καταγράφουμε στον πίνακα. Συζητάμε για τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν, π.χ.:

- για το γινόμενο θα μπορούσαν να βρουν: $150 \times 100 \times 10$ ή $25 \times 200 \times 10$ κτλ. (μισό, διπλάσιο)
- για το πηλίκο θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν πάλι τη στρατηγική του μισού – διπλάσιου ως εξής: ($2 \times 50.000 = 100.000$) άρα $100.000 : 2$ επίσης με ανάλογο τρόπο θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν τα πολλαπλάσια του 50.000, π.χ. $150.000 : 3 = 50.000$.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις: (μάζα), πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Έννοια και χρήση διαγράμματος.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Άβακας, αριθμομηχανή.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία του Β.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν και απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Δεν επεμβαίνουμε, ούτε τα καθοδηγούμε να φτάσουν σε συμπέρασμα.

Διαβάζουν και περιγράφουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη (το σκίτσο «παίζει» με την έννοια του τόνου). Ζητάμε από τα παιδιά να φέρουν παραδείγματα μετρήσεων με μονάδες μέτρησης το γραμμάριο (π.χ., ένα φτερό ζυγίζει λίγα γραμμάρια), το κιλό (π.χ., ένα κιλό τυρί), ο τόνος (π.χ., ένα αυτοκίνητο ζυγίζει πάνω από 1 τόνο).

Απαντούν στο ερώτημα «Πόσα κιλά είναι χίλιοι τόνοι;» και επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.

Εξηγούν πρώτα προφορικά τα δεδομένα του πίνακα και στη συνέχεια τον συμπληρώνουν ατομικά ή ομαδικά.

Διαβάζουν το ραβδόγραμμα και απαντούν τα ερωτήματα που απαιτούν:

- εύρεση του είδους που ψαρεύτηκε σε μεγαλύτερη και μικρότερη ποσότητα στα ελληνικά νερά,
- συμπλήρωση με Σ ή Λ (σωστό ή λάθος).

Γράφουν τους αριθμούς που αντιστοιχούν σε κάθε είδος μέσα στον άβακα και επαληθεύουν τις προηγούμενες εκτιμήσεις τους.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Η πρώτη διδακτική ώρα τελειώνει με την εργασία του Β.Μ., την οποία μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε ως **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση** αν η τάξη μας είναι σε θέση να την κάνει χωρίς τη βοήθειά μας (τα παιδιά έχουν ευχέρεια σε νοερούς υπολογισμούς με εξαψήφιους).

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία β του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή της νέας γνώσης Εργασίες α, δ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ. Εμπέδωση – Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή δραστηριοτήτων – εργασιών

Έλεγχος: Τα παιδιά εργάζονται ατομικά σε φύλλα Α4. Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν τον αριθμό-στόχο 320.500 με:

- αθροίσματα 3 και των 4 όρων,
- διαφορά,
- γινόμενο 2 και 3 όρων,
- πηλίκο.

Συζητάμε στην τάξη για τις στρατηγικές που ακολούθησαν. Ζητάμε να επαληθεύσουν τους νοερούς υπολογισμούς με κάθετες πράξεις. Δείχνουν στον πίνακα.

Κρατάμε τις εργασίες των παιδιών για να τις μελετήσουμε.

Εργασία β του Τ.Μ. Σκοπός της εργασίας είναι, στο άθροισμα όρων διαφορετικής τάξης μεγέθους, να μπορούν τα παιδιά να υπολογίσουν κατ' εκτίμηση το αποτέλεσμα αγνοώντας κάποιους όρους του αθροίσματος οι οποίοι επηρεάζουν πολύ λίγο το αποτέλεσμα. Στον πρώτο αριθμό (αριστερά) μπορούν να αγνοήσουν το $5 + 100 + 1.000$, ενώ στο δεύτερο αριθμό τους $1 + 99 + 900$. Είναι πιθανό βέβαια να παρουσιαστούν κι άλλες στρατηγικές από τα παιδιά, π.χ. στο δεύτερο αριθμό οι τρεις πρώτοι αριθμοί κάνουν 1.000 και οι υπόλοιποι 999.000, άρα 1.000.000.

Στη συνέχεια βρίσκουν τη διαφορά μεταξύ εκτίμησης και ακριβούς υπολογισμού, και συζητάμε για το σφάλμα στην εκτίμηση.

Η εκτίμηση πάντα έχει σφάλμα. Όμως είναι μια στρατηγική που βοηθάει πολύ στους υπολογισμούς μας (ξέρουμε την τάξη μεγέθους του αριθμού που περιμένουμε). Δεν διδάσκουμε την έννοια της στρογγυλοποίησης (είναι στόχος άλλου κεφαλαίου).

Σκοπός μας δεν είναι να μάθουν τα παιδιά να κάνουν εκτιμήσεις με το λιγότερο δυνατό σφάλμα (αν έχουν να προσθέσουν 2 πενταψήφιους, το σφάλμα θα πρέπει να είναι λιγότερο από 10.000. Αν έχουν να προσθέσουν 2 εξαψήφιους, το σφάλμα θα πρέπει να είναι κάτω από 100.000).

Τα παιδιά θα πρέπει να καταφέρουν να αναπτύξουν πλούσιες στρατηγικές διαχείρισης αριθμών μέσα από δραστηριότητες σε διάφορα πλαίσια όπου τους ζητείται να κάνουν εκτίμηση. Δεν είναι στόχος μόνο ενός μαθήματος γιατί απαιτεί βαθιά κατανόηση του δεκαδικού συστήματος και της αθροιστικής ανάλυσης των αριθμών. Επίσης απαιτεί στρατηγικές διαχείρισης αριθμών που δεν τελειώνουν στους αλγόριθμους των 4 πράξεων.

Συζητάμε για τις στρατηγικές εκτίμησης του αποτελέσματος που πρότειναν τα παιδιά και εμείς καταγράψαμε στον πίνακα. Δίνουμε κι άλλα παραδείγματα στον πίνακα. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά και προτείνουν τις εκτιμήσεις τους εξηγώντας τις στρατηγικές τους. Κάθε φορά βρίσκουν τη διαφορά ανάμεσα στην εκτίμησή τους και στο ακριβές αποτέλεσμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Απαντούν στην ερώτηση «Πώς μπορούμε να γράψουμε στον άβακα τον αριθμό περίπου 1.000.000;». Θα πρέπει να δώσουν εκτιμήσεις πολύ κοντά στο εκατομμύριο, π.χ. 999.998, 999.999, 999.990, 990.000 κτλ. Δε δεχόμαστε αριθμούς πάνω από το εκατομμύριο.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά κάνουν ανάλυση του εκατομμυρίου με προϋποθέσεις.

Είναι πολύ σημαντικό να μπορούν να αναλύουν το 1.000.000 με βάση το 1.000 (δηλαδή χίλια χιλιάρκα).

$$1.000.000 = 2 \times \text{μισό εκατομμύριο ή} \\ 2 \times 500 \text{ χιλιάρκα ή χίλια χιλιάρκα.}$$

- 1η περίπτωση: το χιλιάρικο είναι: $(4 \times 200 \text{ ευρώ}) + (4 \times 50 \text{ ευρώ})$
άρα

$$1.000.000 = \\ \text{χίλιες φορές } \times 4 \times 200 \text{ ευρώ (ή } 4.000 \times 200 \text{ ευρώ)} \\ \text{συν χίλιες φορές } \times 4 \times 50 \text{ ευρώ (ή } 4.000 \times 50 \text{ ευρώ)}$$

- 2η περίπτωση: το χιλιάρικο είναι: $(2 \times 200 \text{ ευρώ}) + (12 \times 50 \text{ ευρώ})$
άρα

$$1.000.000 = \text{ χίλια χιλιάρκα ή} \\ \text{ χίλιες φορές } \times 2 \times 200 \text{ ευρώ (ή } 2.000 \times 200 \text{ ευρώ)} \\ \text{ συν χίλιες φορές } \times 12 \times 50 \text{ ευρώ (ή } 12.000 \times 50 \text{ ευρώ).}$$

- 3η περίπτωση: το χιλιάρικο είναι: $(3 \times 200 \text{ ευρώ}) + (8 \times 50 \text{ ευρώ})$
άρα

$$1.000.000 = \text{ χίλια χιλιάρκα ή} \\ \text{ χίλιες φορές } \times 3 \times 200 \text{ ευρώ ή } 3.000 \times 200 \text{ ευρώ} \\ \text{ συν χίλιες φορές } \times 8 \times 50 \text{ ευρώ ή } 8.000 \times 50 \text{ ευρώ.}$$

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά μπορούν να βρουν εύκολα τους αριθμούς αν γνωρίζουν την αξία θέσης κάθε ψηφίου (μπορούν να βάλουν τελείες για να διευκολυνθούν).

Αν τα ίδια τα παιδιά μπορούν να φτιάξουν αριθμούς με προϋποθέσεις (όσο απλές και αν είναι αυτές), έχουν κατακτήσει σε μεγάλο βαθμό την αξία θέσης ψηφίου.

Τα παιδιά εργάζονται σε φύλλα Α4. Παρουσιάζουν τα προβλήματα που έφτιαξαν στους συμμαθητές τους, οι οποίοι μπορούν και να προτείνουν λύση στον πίνακα. Κρατάμε τα προβλήματα των παιδιών στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

► Στόχος: Αξία θέσης ψηφίου.

Α) Δίνουμε (προφορικά) στην τάξη το εξής πρόβλημα:

«Η πόλη όπου μένει ο Λιονέλ στη Γαλλία έχει πληθυσμό 989.750 κατοίκους». Ζητάμε να σχηματίσουν τον αριθμό που τους είπαμε (ομαδική προσέγγιση) και να γράψουν στον πίνακα με διαφορετικούς τρόπους.

Συνεχίζουμε ως εξής: «Αν η Αλεξάνδρα ζει σε μια πόλη με μεγαλύτερο πληθυσμό από αυτή όπου ζει ο Λιονέλ, πόσους κατοίκους μπορεί να έχει η πόλη της;». Ζητάμε να βρουν και να περιγράψουν τρόπους να συγκρίνουν τους δύο πληθυσμούς.

Β) Χρησιμοποιούμε κάρτες (ή μισά φύλλα Α4) με ψηφία. Η δραστηριότητα γίνεται σε ομάδες των 4 παιδιών:

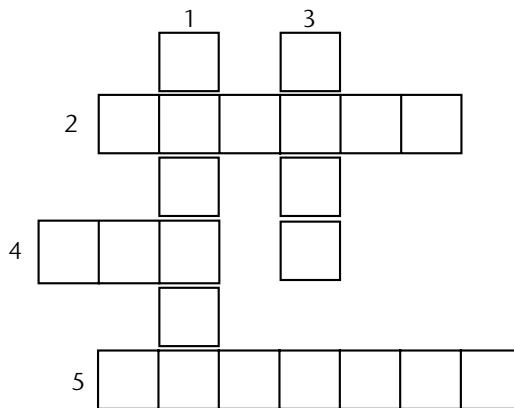
Το πρώτο παιδί λέει έναν αριθμό (μέχρι το 1.000.000). Το δεύτερο διαλέγει τις κάρτες που χρειάζεται. Το τρίτο βάζει τις κάρτες με τη σωστή σειρά για να τον σχηματίσει. Το τέταρτο χρησιμοποιεί τον άβακα για να ελέγξει αν ο αριθμός σχηματίστηκε σωστά.

► **Στόχος:** ανάλυση αριθμού σε γινόμενο άλλων. Χρησιμοποιούμε ψεύτικα ευρώ. Χρησιμοποιούμε κάρτες (ή μισά φύλλα A4) με ψηφία. Η δραστηριότητα γίνεται σε ομάδες των 4 παιδιών: Γράφουμε στον πίνακα έναν αριθμό-στόχο εκφρασμένο σε ευρώ, π.χ. 1.000, 10.000 ή 100.000 ευρώ. Τα παιδιά προσπαθούν να φτιάξουν το ποσό χρησιμοποιώντας ψεύτικα ευρώ.

Επειδή δεν υπάρχουν τόσα ψεύτικα χαρτονομίσματα, τα παιδιά θα αναγκαστούν να δείξουν με πολλαπλασιασμούς, π.χ.:

- για το χίλια, 5 x 200 ευρώ,
- για το 100.000, 500 x 200 ευρώ κτλ.

► Φτιάχνουμε αριθμόλεξα όπου περιγράφουμε τους αριθμούς. Παράδειγμα:



- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1. $10 \times \dots = 1.000.000$ | 2. $1.000.000 - 90.001 = \dots$ |
| 3. $9 \times 1.110 = \dots$ | 4. $4 \times \dots = 1.000$ |
| 5. $2 \times 500.000 = \dots$ | |

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α και ε του T.M.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Γλώσσα: κείμενα από άρθρα, εφημερίδες, περιοδικά, βιβλία, διαφημίσεις με αριθμούς και τη χρησιμότητα τους στη ζωή μας. Αριθμοί που συνδέονται με παράξενα ρεκόρ, εγκυκλοπαιδικές γνώσεις (πληθυσμοί, εκτάσεις, μετρήσεις κ.ά.)

Κεφάλαιο 3ο «Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000.000 (γνωριμία)»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να διαβάζουν και να εκφράζουν αριθμούς μέχρι το 1 δισεκατομμύριο με διάφορους τρόπους.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αναγνωρίζουν έναν αριθμό σε όποια μορφή παρουσιάζεται (λέξεις – ψηφία, μεικτή γραφή).
- ▶ Να αναλύουν και να συνθέτουν (με διάφορες στρατηγικές) αριθμούς μέχρι και το 1.000.000.000.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τον άβακα για να γράψουν ή να διαβάσουν έναν αριθμό.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να μπορούν να εκφράσουν με ψηφία και λέξεις μικρότερους αριθμούς και να τους τοποθετήσουν σε άβακα.
- ▶ Να μπορούν να αναγνωρίσουν την αξία θέσης κάθε ψηφίου σε εξαψήφιους αριθμούς.
- ▶ Να αναλύουν σε δεκαδικό ανάπτυγμα έναν εξαψήφιο αριθμό:
π.χ. $600.976 = 600.000 + 900 + 70 + 6$.
- ▶ Να εκφράζουν έναν τριψήφιο αριθμό ως άθροισμα, γινόμενο, διαφορά ή πηλίκο δύο άλλων αριθμών.
- ▶ Να συνεργάζονται με τον διπλανό τους σε μια δραστηριότητα.

Έλεγχος

Χωρίζουμε τα παιδιά σε ομάδες των 2. Γράφουμε στον πίνακα τον αριθμό-στόχο 134.500. Ζητάμε από τα παιδιά να τον βρουν ως:

- άθροισμα 2, 3 ή περισσότερων άλλων,
- διαφορά 2 άλλων αριθμών,
- γινόμενο 2 άλλων αριθμών,
- γινόμενο 3 άλλων αριθμών,
- πηλίκο 2 άλλων αριθμών.

Τα παιδιά εργάζονται σε κόλλες Α4 ή στο τετράδιό τους και προτείνουν λύσεις τις οποίες παρουσιάζουν και εμείς καταγράφουμε στον πίνακα. Συζητάμε για τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Σύγκριση, διάταξη, παρεμβολή αριθμών μέχρι το 1 δισ.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Έντυπο υλικό με μεγάλους αριθμούς (από στατιστική υπηρεσία, εγκυκλοπαίδειες κτλ.), άβακας, κάρτες με ψηφία.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης

Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ., 1, 2 του Β.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση Εργασίες γ, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, χωρίζουμε τα παιδιά σε ομάδες και τους μοιράζουμε υλικό (φωτοτυπία με κείμενα που έχουν μεγάλους αριθμούς, αποκόμματα από εφημερίδες, φυλλάδια ενημερωτικά κ.ά.). Παραδείγματα:

Μεγάλοι αριθμοί και ανθρώπινο σώμα.

- Στα πνευμόνια μας υπάρχουν 300 εκατ. κυψελίδες (σαν μικρά τσαμπιά που περιβάλλονται από ένα μικρό δίκτυο τριχοειδών αγγείων). Με τις κυψελίδες το οξυγόνο περνά στην κυκλοφορία του αίματος.
- Καθημερινά σε έναν ενήλικο άνθρωπο καταστρέφονται και αντικαθίστανται περίπου 250.000 ερυθρά αιμοσφαίρια ή το ένα εκατοστό του συνολικού αριθμού των αιμοσφαιρίων που έχει στον οργανισμό του (αίμα).
- Στο μάτι, στην περιοχή του αμφιβληστροειδούς, υπάρχουν 125 εκατ. κύτταρα.
- Κατά τη διάρκεια της ζωής του ένας άνθρωπος τρώει περίπου 30.000 κιλά τροφής.

Διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν φέρνοντας παραδείγματα.

Τα παιδιά δεν είναι εξοικειωμένα με τόσο μεγάλους αριθμούς που δεν μπορούν ούτε να ποσοποιήσουν ούτε να τους συνδέσουν με καθημερινά γεγονότα. Έτσι, σκοπός μας είναι να τους δώσουμε ερεθίσματα για την ύπαρξη των αριθμών αυτών γύρω μας (π.χ., στατιστικά δεδομένα σε πληθυσμούς, εκτάσεις, αποστάσεις κ.ά.). Το μάθημα μπορεί να λειτουργήσει και διαθεματικά με την Αγωγή υγείας: «Μαθαίνω το σώμα μου» και με τη Γεωγραφία.

Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και συζητάμε για τον απόδημο Ελληνισμό (διαθεματική προσέγγιση: η ιστορία της νεότερης Ελλάδας - μετανάστες, καθώς και της ελληνικής γλώσσας από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα).

Παρατηρούν τον πίνακα και βρίσκουν τους δύο διαφορετικούς τρόπους γραφής των αριθμών πάνω από το 1 εκατομμύριο. **Συζητάμε για ποιο λόγο η μεικτή γραφή φαίνεται πιο εύκολη (διαχειριζόμαστε τριψήφιους με μονάδα αναφοράς το 1 εκατομμύριο).**

Συζητάμε για την πιο διαδεδομένη γλώσσα από τις παραπάνω (η κινεζική μιλιέται από τους περισσότερους ανθρώπους στη Γη). Στη συνέχεια παρατηρούν ότι το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και στις άλλες γλώσσες. Αυτό συμβαίνει γιατί, λόγου χάρη, είχαν αποικίες (Πορτογαλία). Ο λόγος που στην ινδική γλώσσα συμβαίνει το αντίθετο είναι γιατί στην Ινδία υπάρχουν πολλές «γλώσσες»-διάλεκτοι και μόνο τα 391 εκατ. μιλούν τη γλώσσα χίντι.

Συμπληρώνουν τον άβακα με τους αριθμούς που δείχνουν πόσοι άνθρωποι μιλούν κάθε γλώσσα παγκοσμίως. Συγκρίνουν τους αριθμούς: μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει τα περισσότερα ψηφία. Συζητάμε για το 1 δισ.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Δεν επιμένουμε σε εμβάθυνση στη σύγκριση και στη διάταξη των αριθμών. **Αντίθετα επιμένουμε στη φωνολογική ανάλυση των αριθμών γιατί βοηθάει τα παιδιά να καταλάβουν ποια η αξία θέσης των ψηφίων σε ένα μεγάλο αριθμό. Τα παιδιά διευκολύνονται πολύ αν ταυτίσουμε τη φωνολογική ανάλυση ενός αριθμού με τη χρήση της τελείας (ανά 3 ψηφία, π.χ. 325 εκατομμύρια: θα βάλουμε στο 325 τελεία και στα επόμενα 3 ψηφία πάλι τελεία ώστε να μείνουν τα 3 ψηφία των μονάδων δεκάδων και εκατοντάδων στο τέλος).**

Εργασίες 1, 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει ομαδικά και μπορεί να παιχτεί ως παιχνίδι με

κάρτες με ψηφία. Τα παιδιά εργάζονται και δείχνουν στον πίνακα τα αποτελέσματα της εργασίας τους. Κάθε φορά ονομάζουν τον αριθμό που έφτιαξαν και εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Σημείωση: Στο τρίτο μέρος της άσκησης 1 ($100.000.000 < \dots < 101.000.000$) διατηρούμε την τριπλέτα των εκατομμυρίων, ζητάμε δηλαδή από τα παιδιά να συμπληρώσουν με τα ψηφία 2 και 3 τον αριθμό 100.

Εργασία γ του Τ.Μ. Μπορεί να παιχτεί στον πίνακα ως παιχνίδι. Τα παιδιά σε ομάδες βρίσκουν τους αριθμούς που λείπουν και εξηγούν τη στρατηγική που ακολούθησαν –π.χ., για να βρουν το μισό του 450 εκατ. ($2 \times \dots = 450$ εκατ.), αρκεί να βρουν το μισό του 450, στη συνέχεια μπορούν να υπολογίσουν εύκολα το $4 \times \dots = 450$ (το μισό του προηγούμενου αριθμού) κ.ά.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί επίσης να γίνει παιχνίδι. Τα παιδιά χωρισμένα σε ομάδες έχουν τις 10 κάρτες με τα ψηφία μπροστά τους και πρέπει να βρουν τους αριθμούς. Γίνεται συζήτηση στην τάξη καθώς τα παιδιά ανακοινώνουν τις λύσεις τους και εμείς γράφουμε στον πίνακα. Παρατηρούν ότι:

Στον αριθμό 75.149.000 οι αριθμοί που μπορούν να βρουν είναι:

75.149.023	75.149.032	75.149.320	75.149.026	75.149.036
75.148.963	75.148.962	κτλ.		

Κάθε φορά τα παιδιά βρίσκουν τη διαφορά από τον αριθμό-στόχο και προσπαθούν να καταλήξουν σε έναν κανόνα που θα τους βοηθήσει να προσεγγίσουν όσο γίνεται περισσότερο (να καλύψουν δηλαδή όσο γίνεται περισσότερα ψηφία με αυτά που έχει ο αριθμός στόχος, προτιμώντας τα ψηφία που βρίσκονται σε θέση με την μεγαλύτερη αξία) τον αριθμό-στόχο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Τα παιδιά σε ομάδες χρησιμοποιούν τον παγκόσμιο άτλαντα και καταγράφουν πληθυσμούς, εκτάσεις χωρών κτλ. και παρουσιάζουν στην τάξη 5 παραδείγματα όπου οι μεγάλοι αριθμοί χρησιμοποιούνται σε συγκεκριμένες μετρήσεις. Στη συνέχεια προσπαθούν με τη χρήση του άβακα να τους διαβάσουν, να τους συγκρίνουν ή να τους γράψουν.
- ▶ Τα παιδιά χωρισμένα σε ομάδες παίζουν παιχνίδι με κάρτες που έχουν τα 10 ψηφία. Ζητάμε από τα παιδιά να φτιάξουν αριθμούς με προϋποθέσεις. Για παράδειγμα: Βρίσκουμε έναν αριθμό που έχει 10 ψηφία. Τα ψηφία που χρησιμοποιούμε είναι μόνο το 1 και το 0. Ποιος από τους αριθμούς που μπορούμε να φτιάξουμε είναι ο πιο μεγάλος; Ο πιο μικρός; Πώς διαβάζουμε τον κάθε αριθμό; Δείχνουν σε άβακα κάθε φορά και χρησιμοποιούν τη μεικτή γραφή.
- ▶ Παραλλαγή του παιχνιδιού με τις κάρτες: τα παιδιά σε ομάδες, έχοντας τις κάρτες με τα ψηφία, φτιάχνουν το δεκαδικό ανάπτυγμα του αριθμού που γράφουμε στον πίνακα.
 Π.χ.: Γράφουμε στον πίνακα τον αριθμό 1.000.500 και τα παιδιά εξηγούν (προφορικά ή γραπτά σε φύλλα Α4) από ποιους αριθμούς αποτελείται (δεκαδικό ανάπτυγμα). Εξηγούν: 1.000.000 και 500.
 Γράφουμε στη συνέχεια τον αριθμό 5.000.500. Εξηγούν: 5.000.000 και 500.
 Στη συνέχεια γράφουμε τον αριθμό 15.500.500.
 Εξηγούν: 15.000.000 και 500.000 και 500 κτλ.
 Έτσι, σταδιακά τα παιδιά ανακαλύπτουν τους αριθμούς πάνω από το 1 εκατομμύριο ακούγοντας τους αριθμούς, και μπορούν να τους γράψουν πιο εύκολα (μεικτή γραφή).
- ▶ Αν η τάξη έχει άνεση στην ανάγνωση, γραφή και αθροιστική ανάλυση αριθμών, **η εργασία δ του Τ.Μ. μπορεί να είναι εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.**

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και δ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Αγωγή υγείας «Μαθαίνω το σώμα μου».
- Γεωγραφία: οι χώρες, οι πληθυσμοί.
- Ιστορία της Γης, ζώα του παρελθόντος. Πότε εμφανίστηκαν οι δεινόσαυροι, πότε δημιουργήθηκε η Γη, πότε εμφανίστηκε ζωή πάνω στη Γη κτλ.
- Η έκδοση (ηλεκτρονική και έντυπη) «Hellas in Numbers» της Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας Ελλάδας (www.statistics.gr).
- Οι εκδόσεις της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (<http://europa.eu.int>).

Κεφάλαιο 4ο «Αξία θέσης ψηφίου στους μεγάλους αριθμούς»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί να μπορούν να αναγνωρίζουν την αξία θέσης των ψηφίων σε μεγάλους αριθμούς και να τους συγκρίνουν.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να μπορούν να κάνουν διάταξη και παρεμβολή σε μεγάλους αριθμούς.
- ▶ Να αναλύουν μεγάλους αριθμούς όχι μόνο φωνολογικά, αλλά και ως γινόμενο αριθμών με το 10, 100, 1.000 ή αριθμών που το γινόμενό τους δίνει 10, 100, 1.000 κ.ά.
- ▶ Να μπορούν να κάνουν νοερούς υπολογισμούς με μεγάλους αριθμούς και να επαληθεύουν με την αριθμομηχανή.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναλύουν σε δεκαδικό ανάπτυγμα ένα μεγάλο αριθμό.
- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού (ιδίως $\times 10$, $\times 100$, $\times 1.000$) σε μικρότερους αριθμούς.
- ▶ Να μπορούν να βρίσκουν τους αριθμούς που είναι γύρω στην εκατοντάδα, χιλιάδα, εκατομμύριο: π.χ. $800 - 1$, $7.000 - 1$, $1.000.000 - 1$ κ.ά.
- ▶ Να συνεργάζονται με τον διπλανό τους σε μια δραστηριότητα.

Έλεγχος

Χωρίζουμε τα παιδιά σε ομάδες των 2. Ζητάμε από τα παιδιά να παίξουν το παιχνίδι που περιγράφεται στο βιβλίο τους αλλά με άλλους αριθμούς, π.χ. 300.500.

Παίζουμε μια δυο φορές το παιχνίδι για να το καταλάβουν, και στη συνέχεια παίζουμε το παιχνίδι με μεγαλύτερους αριθμούς (όχι του βιβλίου).

Τα παιδιά εργάζονται σε κόλλες Α4 ή στο τετράδιό τους και προτείνουν λύσεις τις οποίες παρουσιάζουν και εμείς καταγράφουμε στον πίνακα. Συζητάμε για τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις (ευρώ), πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Κάθετες πράξεις σε μεγάλους αριθμούς.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία:

Άβακας, κάρτες με ψηφία, ψεύτικα ευρώ.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ., 1 του Β.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά το παιχνίδι που παίζουν στην τάξη, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και καταλήγουν σε διάφορες στρατηγικές (από το όνομα: ακούμε την τάξη μεγέθους του αριθμού, τον αριθμό των ψηφίων, αν χρησιμοποιήσουμε τον άβακα κτλ.).

Εργάζονται στις εργασίες της δραστηριότητας ανακάλυψης και περιγράφουν τους αριθμούς που προτείνουν. Για τον αριθμό-στόχο 99.895.631 τα παιδιά διαβάζουν τον αριθμό και προτείνουν 2 λανθασμένους αριθμούς για την α΄ ομάδα και 2 σωστούς για τη β΄ ομάδα. **Καταγράφουμε στον πίνακα τους αριθμούς που προτείνουν τα παιδιά και ακούμε τη στρατηγική που ακολούθησαν κάθε φορά.** Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο και με τη δεύτερη εργασία της δραστηριότητας ανακάλυψης. **Ελέγχουμε αν τα παιδιά μπορούν να εφαρμόσουν και σε μεγαλύτερους αριθμούς ανάλογες στρατηγικές. Τα παιδιά καλούνται να διατάξουν τους αριθμούς που έχουμε γραμμένους πρώτα στον πίνακα και στη συνέχεια στο βιβλίο τους.**

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Τα παιδιά χρησιμοποιούν το όνομα του αριθμού για να ελέγξουν ποια γραφή αντιστοιχεί στη συμβολική έκφραση του αριθμού. Μπορούν γρήγορα να ελέγξουν συγκρίνοντας τη θέση των ψηφίων (φωνολογικά).

Η πρώτη διδακτική ώρα τελειώνει με την εργασία που ακολουθεί:

Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 και φτιάχνουν με το μυαλό τους ή καταγράφουν σε πρόχειρο τετράδιο ή κόλλες Α4 τους αριθμούς που τους ζητούνται.

Γράφουμε στον πίνακα έναν αριθμό, π.χ. 67.984.321. Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν τον αριθμό που είναι:

- 1 μονάδα περισσότερο (ή λιγότερο),
- 10 μονάδες περισσότερο (ή λιγότερο),
- 100 μονάδες περισσότερο (ή λιγότερο),
- 1.000.000 μονάδες περισσότερο (ή λιγότερο),
- 10.000.000 μονάδες περισσότερο (ή λιγότερο),
- Όποια ομάδα βρει σωστά τον αριθμό, παίρνει 1 βαθμό. Κερδίζει όποια ομάδα μετά από 10 αριθμούς-στόχους που βάλαμε έχει βρει τις περισσότερες σωστές απαντήσεις.

Αν τα παιδιά χειρίζονται με ευχέρεια τους αριθμούς, μπορούμε να παίξουμε στη συνέχεια την παραλλαγή: Δίνουμε έναν αριθμό, π.χ. 44.989.700, και ζητάμε να βρουν τον αριθμό που είναι:

- 10 εκατοντάδες περισσότερο (ή λιγότερο),
- 100 εκατοντάδες περισσότερο (ή λιγότερο),
- 1.000 χιλιάδες περισσότερο (ή λιγότερο) κ.ά.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία δ του Τ.Μ., Εφαρμογή – Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και συζητάμε στην τάξη αν δυσκολεύτηκαν, πού και γιατί. Αν υπάρχουν παιδιά που μπερδεύονται ακόμη, επιμένουμε να βάλουν τελείες, να χρησιμοποιήσουν τον άβακα ή να βάλουν πάνω από κάθε ψηφίο ενός μεγάλου αριθμού τις μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες κτλ. ή να χρησιμοποιήσουν τη μεικτή γραφή.

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά διαβάζουν την εργασία και τη λένε με δικά τους λόγια. Είναι σημαντικό να δώσουν από μόνα τους ένα δικό τους παράδειγμα αριθμού που βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς που ζητούνται. Στη συνέχεια εργάζονται ατομικά ή ομαδικά και παρουσιάζουν τους αριθμούς στον πίνακα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Εξηγούν γιατί απέκλεισαν τους υπόλοιπους αριθμούς.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά μπορούν να εργαστούν ατομικά ή ομαδικά με ή χωρίς ψεύτικα ευρώ. Τα παιδιά ανακοινώνουν τους αριθμούς που προέκυψαν από τον πρώτο πίνακα (πολλαπλασιασμοί με 10, 100, 1.000). **Στην συνέχεια εργάζονται ατομικά και ομαδικά και εξηγούν γιατί απέκλεισαν τους υπόλοιπους αριθμούς. Παρουσιάζουν τους αριθμούς στον πίνακα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Για παράδειγμα, γράφουμε στον πίνακα:**

$$\begin{array}{l}
 \times 10 \\
 412 \qquad \qquad \qquad 4120 = 10 \times 412 \\
 4120 \qquad \qquad \qquad 41.200 = 10 \times 4.120 \qquad \text{ή } 100 \times 412 \\
 41.200 \qquad \qquad \qquad 412.000 = 10 \times 41.200 \qquad \text{ή } 1.000 \times 412 \qquad \text{ή } 100 \times 4.120
 \end{array}$$

Μπορούμε να δώσουμε στα παιδιά έναν αριθμό, π.χ. 6.500, και να τους ζητήσουμε να μας τον εκφράσουν ως γινόμενο με το 10 και τα πολλαπλάσιά του (65×100 ή $65 \times 10 \times 10$). Μπορούμε επίσης να δώσουμε $47 \times 10 \times 10 \times 10$ και να ζητήσουμε να βρουν τον αριθμό που φτιάχνεται (47.000).

Εργαζόμαστε στον πίνακα ομαδικά φέρνοντας ανάλογα παραδείγματα. Ο πίνακας χωρίς ευρώ λειτουργεί ως εμπέδωση της γνώσης που ανακαλύφτηκε μέσα από τις προηγούμενες δραστηριότητες. Επαληθεύουν τα συμπεράσματά τους με την αριθμομηχανή (αν εργάζονται ατομικά). Συζητάμε όλοι μαζί για τα αποτελέσματα του δεύτερου πίνακα. Εξηγούν πώς εργάστηκαν.

Γράφουν στο βιβλίο τους τι κατάλαβαν ότι συμβαίνει σε έναν αριθμό όταν πολλαπλασιάζεται με το 10, 100, 10.000.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά μπορούν να αναλύσουν κάθε μεγάλο αριθμό που τους μπερδεύει σε γινόμενο του 10 ή να χρησιμοποιήσουν τη μεικτή γραφή. Ωστόσο η συγκεκριμένη εργασία οδηγεί στην ανάπτυξη στρατηγικών διαχείρισης ακέραιων αριθμών με πολύ καλή κατανόηση της αξίας ολόκληρου του αριθμού. **Θα μπορούσαμε να δείξουμε στα παιδιά την ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο άλλων οι οποίοι δεν είναι το 10, 100, 1.000 ή 2×5 , 2×50 κλπ. Αλλά:**

$$100 = 4 \times 25$$

$$1.000 = 4 \times 250$$

$$1.000 = 8 \times 125$$

Ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες να φτιάξουν έναν αριθμό, π.χ. 67.000.000, με γινόμενο π.χ. $67 \times 1.000 \times 1.000$ $67 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ κτλ. $67 \times 2 \times 50 \times 10.000$

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Πρώτα εκτιμούν και στη συνέχεια επαληθεύουν με την αριθμομηχανή. **Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε τις εκτιμήσεις του αποτελέσματος που δίνουν τα παιδιά: παιδιά που δεν έχουν κατανοήσει την αξία θέσης ψηφίων στους αριθμούς θα κάνουν εκτιμήσεις με πολύ μεγάλο σφάλμα. Σε αυτές τις περιπτώσεις κάνουμε επανορθωτική διδασκαλία: στηριζόμαστε στις λανθασμένες αντιλήψεις των παιδιών για να προκαλέσουμε γνωστικές συγκρούσεις και να τα οδηγήσουμε σε τροποποίηση των όσων πιστεύουν π.χ.+1 = 10.000.000. Αν τα παιδιά πουν 9.000.000, τότε τα ρωτάμε να βρουν:**

$9+1=$	$99+1=$	$999+1=$	$9.999+1$
10	$90+9+1$	$900+90+9+1$	$9.000+900+90+9+1$
	$90+(9+1)$	$900+(90+10)$	$9.000+900+(90+10)$
100	100	$900+100=1.000$	$9.000+1.000=10.000$

9.999.999+1

$9.000.000 + 900.000+90.000 + 9.000 + 900 + 99 + 1$

$9.000.000 + 900.000 + 90.000 + 10.000$

$9.000.000 + 1.000.000 = 10.000.000$

Διατάσσουν τους αριθμούς που βρήκαν πρώτα προφορικά (ώστε να ακούσουν τους αριθμούς) και στη συνέχεια γραπτά.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

► Σύνδεση με το μάθημα της Γεωγραφίας:

- Δίνουμε ή ζητάμε από τα παιδιά να μας πουν τον πληθυσμό της Ελλάδας που έχουν μάθει στρογγυλεμένο (11.000.000). Παίζουμε για λίγο το παιχνίδι του «λιγότερο» και του «περισσότερο» βρίσκοντας κάτι από την πραγματική ζωή, π.χ.: Ο αριθμός που εκφράζει τον πληθυσμό της Γαλλίας είναι μεγαλύτερος (από το 11.000.000), αφού είναι περίπου 58.000.000. Ο αριθμός που εκφράζει τον πληθυσμό της Κύπρου είναι μικρότερος, αφού είναι περίπου 1.000.000.
- Δίνουμε στοιχεία πληθυσμιακά από χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης και στη συνέχεια ζητάμε με νοερούς υπολογισμούς το συνολικό τους πληθυσμό, π.χ. αγγλόφωνες ή γαλλόφωνες χώρες κτλ.
- Μελετούν, διαπιστώνουν και συγκρίνουν την έκταση και τον πληθυσμό περιοχών της πατρίδας μας ή της Ευρώπης. Σύνδεση με το μάθημα της Περιβαλλοντικής αγωγής: ερευνούν την αναγκαιότητα ύπαρξης αποχετευτικού συστήματος, του βιολογικού καθαρισμού και τις επιπτώσεις της ρύπανσης θαλασσών και λιμνών από δραστηριότητες ανθρώπων.

- **Σύνδεση με το μάθημα της Κοινωνικής και Πολιτικής αγωγής:** Τα παιδιά μπορούν να επισκεφτούν τον ΟΤΑ της περιοχής τους και να ενημερωθούν για τα έργα υπό εκτέλεση ή υπό σχεδιασμό. Καταγράφουν το κόστος σε κάθε έργο (με ψηφία και μεικτή γραφή). Τα παρουσιάζουν σε σχέδιο εργασίας «Η περιοχή μου». Μπορούν επίσης να ψάξουν για ανάλογα στοιχεία σε ιστοσελίδες και σε στατιστικά στοιχεία της Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και α, β του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 5ο «Υπολογισμοί με μεγάλους αριθμούς»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να κάνουν νοερούς υπολογισμούς με μεγάλους αριθμούς (με εκτίμηση) και να τους επαληθεύουν με κάθετες πράξεις.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αναπτύσσουν στρατηγικές υπολογισμών, δίνοντας έμφαση στην αρχική εκτίμηση αποτελέσματος.
- ▶ Να συσχετίζουν τα αποτελέσματα των υπολογισμών τους με τις αρχικές τους εκτιμήσεις.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να μπορούν να αναγνωρίζουν την αξία θέσης των ψηφίων μεγάλων αριθμών και να τους συγκρίνουν.
- ▶ Να κάνουν εκτιμήσεις σε μικρότερους αριθμούς.
- ▶ Να μπορούν να αναγνωρίζουν τον κανόνα μιας αριθμητικής αλυσίδας και να την επεκτείνουν.
- ▶ Η έννοια του μισού – διπλάσιου, πολλαπλασιασμός με 10, 100, 1.000.
- ▶ Να επαληθεύουν τις κάθετες πράξεις με άλλες.
- ▶ Να συνεργάζονται με τον διπλανό τους.

Έλεγχος: Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Ζητάμε από τα παιδιά να υπολογίσουν με εκτίμηση: $589 + 341$. Τα παιδιά, αφού σκεφτούν (χωρίς να γράψουν), προτείνουν λύση. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Γράφουμε τις στρατηγικές στον πίνακα.

Πιθανές εκτιμήσεις είναι: $600+300$, $600+350$, $550+350$. Επειδή μια εκτίμηση δε δίνει το ακριβές αποτέλεσμα, κάθε παιδί κάνει την εκτίμηση που μπορεί και δείχνει έτσι **σε ποιο βαθμό χειρίζεται τους αριθμούς. Δεν μπορούμε να «μάθουμε» στα παιδιά την καλύτερη εκτίμηση μηχανικά (μόνο τον κανόνα της στρογγυλοποίησης που δίνεται αργότερα). Η εκτίμηση δεν ακολουθεί τους κανόνες της στρογγυλοποίησης δεν ακολουθεί δηλαδή κανόνες αυστηρά δομημένους.**

Βρίσκουμε τη διαφορά της εκτίμησης που έδωσαν τα παιδιά με τον ακριβή υπολογισμό (τα παιδιά δείχνουν στον πίνακα με κάθετη πράξη ή χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή). Δίνουμε στη συνέχεια τους αριθμούς $45.998.500 + 11.000.600$.

Τα παιδιά εργάζονται πάλι χωρίς μολύβι και χαρτί, ατομικά ή ομαδικά.

Πιθανές εκτιμήσεις είναι: $46.000.000 + 11.000.000$, $45.900.000+11.000.000$, $45.000.000 + 10.000.000$ κ.ά. Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο για την εύρεση του σφάλματος.

Δε διδάσκουμε τον κανόνα της στρογγυλοποίησης γιατί θα πρέπει να εξηγήσουμε κάθε φορά σε ποια τάξη μεγέθους στρογγυλοποιούμε. (Αν δεν μπορεί ένα παιδί να αναγνωρίσει την αξία θέσης του ψηφίου, δεν μπορεί να κάνει τέτοια στρογγυλοποίηση.)

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις: (ευρώ, επιφάνεια), μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ Μονάδες μέτρησης επιφάνειας.
- ▶ Μοτίβο.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Αριθμομηχανή, ψεύτικα ευρώ, κάρτες με ψηφία.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπατούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τις δραστηριότητες ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Εργάζονται στη δραστηριότητα ανακάλυψη και γράφουν καθένα με τη δική του εκτίμηση τους αριθμούς που δείχνουν τον προϋπολογισμό των έργων. Συζητάμε για τις εκτιμήσεις που έκαναν. Στη διαφωνία των πρωταγωνιστών παίρνουν θέση εξηγώντας τη σκέψη τους. Εργάζονται ατομικά και δείχνουν στον πίνακα τις κάθετες πράξεις που έκαναν. Συγκρίνουν με την αρχική τους εκτίμηση.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά αναγνωρίζουν τον κανόνα της αριθμητικής ακολουθίας. Τον περιγράφουν και γράφουν τους επόμενους όρους που ζητούνται.

Βρίσκουν κάθε φορά τη διαφορά (από την εκτίμηση αφαιρούμε τόσες μονάδες όσο είναι οι προσθετέοι). **Αναδεικνύεται η σημασία της εκτίμησης που πολλές φορές μπορεί να μας οδηγήσει και στον ακριβή υπολογισμό του αποτελέσματος.**

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά χωρίς χαρτί και μολύβι. Εξηγούν ποιους υπολογισμούς χρωμάτισαν κόκκινους και ποιους μπλε. Στη συνέχεια εξηγούν τους υπολογισμούς που έκαναν. Γράφουμε στον πίνακα τις στρατηγικές τους. Μπορούν να επαληθεύσουν στο τέλος την εργασία τους με κάθετες πράξεις.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπατούμενων γνώσεων Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία ε του Τ.Μ
Φάση ε΄	Εφαρμογή – Εμπέδωση Εργασίες 2, 3 του Β.Μ. και γ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία α του Τ.Μ. Κάθε παιδί εργάζεται ατομικά. Στο τέλος της εργασίας τα παιδιά παρουσιάζουν τον τρόπο που δούλεψαν. Στον πίνακα καταγράφουν στρατηγικές. Ελέγχουμε αν γνωρίζουν τον αλγόριθμο των κάθετων πράξεων.

Εργασία ε του Τ.Μ. Σκοπός της εργασίας είναι η βαθύτερη κατανόηση των αριθμών μέσα από υπολογισμούς που απαιτούν αναγνώριση της αξίας θέσης ψηφίου.

Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Στην πρώτη περίπτωση φτιάχνουν έναν 8ψήφιο αριθμό, π.χ. 16.789.432, και έναν μονοψήφιο. Οι συνδυασμοί παίζουν ρόλο μόνο όταν θα πρέπει να απαντήσουν στο συγκεκριμένο ερώτημα, π.χ.:

- ▶ Για το μεγαλύτερο άθροισμα θα πρέπει να πάρουν $98.765.432 + 1$.
- ▶ Για το μικρότερο άθροισμα πρέπει να πάρουν $1.234.567 + 0$.
- ▶ Για το μεγαλύτερο γινόμενο πρέπει να πάρουν $87.654.321 \times 9$.
- ▶ Για το μικρότερο γινόμενο πρέπει να πάρουν οποιονδήποτε οκταψήφιο αριθμό με το 0.

Μπορούμε να ζητήσουμε και τη μικρότερη και μεγαλύτερη διαφορά, π.χ.:

- Η μεγαλύτερη διαφορά είναι $98.765.432 - 0$.
- Η μικρότερη διαφορά είναι $10.234.567 - 9$.

Η δραστηριότητα αυτή είναι πάρα πολύ πλούσια διδακτικά και μπορεί να χρησιμοποιηθεί με παραλλαγές στους αριθμούς και στο τι ζητάμε κάθε φορά (εξαρτάται από τις ιδιαιτερότητες της τάξης μας).

Το δεύτερο ερώτημα της δραστηριότητας είναι πιο απαιτητικό αλλά και **πιο ενδιαφέρον**. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αριθμομηχανή αν μας ενδιαφέρει να ασχοληθούν τα παιδιά πρώτιστα με την ουσία της δραστηριότητας χωρίς να τα κουράζουμε σε πράξεις. Ωστόσο μπορούμε να αφιερώσουμε περισσότερο χρόνο και να ζητήσουμε από τα παιδιά να προτείνουν στρατηγικές και να εργαστούν με ή χωρίς αριθμομηχανή και να αναζητήσουν περισσότερες από μια λύσεις.

Έτσι:

- ▶ Για το μεγαλύτερο άθροισμα πρέπει να πάρουμε $9.876.542 + 31$ ή $9.876.531 + 42$. Δηλαδή τοποθετούμε όσο πιο αριστερά γίνεται τα μεγαλύτερα ψηφία.
- ▶ Για το μικρότερο άθροισμα πρέπει να πάρουμε $1.234.568 + 70$ ή $1.234.578 + 60$.
- ▶ Για το μεγαλύτερο γινόμενο πρέπει να πάρουμε $8.654.321 \times 97$.
- ▶ Για το μικρότερο γινόμενο πρέπει να πάρουμε $2.345.678 \times 10$.

Μπορούμε να ζητήσουμε και τη μικρότερη και μεγαλύτερη διαφορά, π.χ.:

- ▶ Η μεγαλύτερη διαφορά είναι $9.876.543 - 10$.
- ▶ Η μικρότερη διαφορά είναι $1.023.456 - 98$.

Τα παιδιά δεν μπορούν να φτάσουν στους σωστούς υπολογισμούς αμέσως. Ίσως χρειαστεί να αφιερώσουμε περισσότερο χρόνο για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα. Τα παιδιά καταλήγουν να φτιάχνουν τους αριθμούς με κριτήριο το πότε ένας αριθμός μεγαλώνει ή μικραίνει ανάλογα πώς είναι τοποθετημένα τα ψηφία του. Επίσης βρίσκουν πότε ένα άθροισμα δίνει το μεγαλύτερο δυνατό αποτέλεσμα (όταν οι μεγάλοι αριθμοί είναι τα ψηφία των εκατομμυρίων ή των δεκάδων χιλιάδων εκατομμυρίων) κτλ.

Εργασίες 2 και 3 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές που ακολούθησαν για να βρουν το μισό και διπλάσιο των αριθμών.

Παραδείγματος χάρη, με εκτίμηση:

α) $2.000.000 \times 2 = 4.000.000$

β) $1.845.000 = 1.845 \times 1.000$. Εργαζόμαστε στο 1.845

1.845×2 είναι περίπου 1.900×2 ή $19 \times 2 \times 100 = 3.800$, άρα περίπου 3.800.000

1.845×2 είναι περίπου $(1.800 \times 2) + (50 \times 2) = 3.700$, άρα περίπου 3.700.000

γ) το μισό του 1.480.000

$1.480.000 : 2$ είναι περίπου $1.500.000 : 2$ ή $(150 : 2) \times 10 \times 1.000$

ή $1.400 : 2$ ή $(140 : 2) \times 10 \times 1.000$

Εργασία γ του Τ.Μ. Συζητάμε στο τέλος αν το πρόβλημα μπορεί ναλυθεί χωρίς πράξεις στη δεύτερη περίπτωση (μισοί επιβάτες – διπλάσιο εισιτήριο = ίδια έσοδα).

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

Η εργασία ε του Τ.Μ.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στη Γεωγραφία: ο πληθυσμός σε νομούς και διαμερίσματα της χώρας, πόλεις.

Κεφάλαιο 6ο «Επίλυση προβλημάτων»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να αναπτύσσουν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης ενός προβλήματος και ελέγχου της ορθότητάς της.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αναγνωρίσουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα μέσα σε ένα πλήθος πληροφοριών.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την εκτίμηση ως στρατηγική επίλυσης προβλημάτων.
- ▶ Να μοντελοποιούν προβλήματα με ζωγραφική, πίνακα, εποπτικό υλικό.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αποκωδικοποιούν δεδομένα τα οποία παρουσιάζονται με μορφή εικόνας ή σχεδίου.
- ▶ Να αναπτύσσουν συνδυαστική σκέψη.
- ▶ Να αναγνωρίζουν τον κανόνα σε ένα μοτίβο και να τον επεκτείνουν.
- ▶ Να ζωγραφίζουν τα δεδομένα προκειμένου να οπτικοποιήσουν το πρόβλημα.
- ▶ Να διαβάζουν τα δεδομένα ενός πίνακα.
- ▶ Να συνεργάζονται με τον διπλανό τους για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το εξής πρόβλημα:

«Είχα 12 κέρματα του ευρώ. Πλήρωσα για έναν άτλαντα 12,50. Τι κέρματα μπορεί να έδωσα;»

Τα παιδιά μπορούν να εργαστούν και με ψεύτικα ευρώ, αν δυσκολεύονται, ή να τα ζωγραφίσουν.

Παρόμοιο πρόβλημα: «Πώς μπορώ να πληρώσω το ποσό των 1.455 ευρώ με τα λιγότερα χαρτονομίσματα; Με τα περισσότερα χαρτονομίσματα;»

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Άλλες μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους εκτός τις απλές 100 εκ. = 1 μ.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Διάφορα γεωμετρικά στερεά, ζυγός, ψεύτικα ευρώ, φωτογραφίες με πολλά αντικείμενα, πρόσωπα, ζώα κτλ.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν. Συζητάμε πώς η επαλήθευση της λύσης ενός προβλήματος μπορεί να αποτελέσει μια άλλη στρατηγική.

Διαβάζουν και εξηγούν ποιο είναι το ζητούμενο στο πρόβλημα με τις θέσεις στον κινηματογράφο. Μπορούν να δραματοποιήσουν το πρόβλημα και να καταγράψουν μερικές λύσεις και στη συνέχεια να τεθεί το ερώτημα πόσες και ποιές ακριβώς είναι όλες

οι λύσεις. Ως επέκταση μπορούμε να ρωτήσουμε: πόσοι διαφορετικοί τρόποι υπάρχουν αν άλλαζε θέση και η Γιάννα; (24).

Εργασία 1 του Β.Μ.

Αρχικά παρατηρούν το πρόβλημα και το περιγράφουν με λόγια. Στη συνέχεια συνδυάζουν τα δεδομένα των δύο ζυγίσεων (1, 2) και καταλήγουν στα συμπεράσματα για τα βάρη των στερεών.

Εκτιμούν τι στερεά πρέπει να προσθέσουν στις ζυγίσεις για να ισορροπήσει η ζυγαριά κάθε φορά.

Συζητάμε στην τάξη τις προτάσεις τους.

Υπάρχουν πολλές λύσεις:

- Στην 3η ζύγιση μπορούμε να προσθέσουμε ακόμη 1 κύβο και 1 κύλινδρο ή 2 κύβους ή 2 κυλίνδρους ή να αφαιρέσουμε 4 σφαίρες.
- Στην 4η ζύγιση μπορούμε να προσθέσουμε άλλες 3 σφαίρες και ένα κύβο ή να προσθέσουμε 1 σφαίρα ή να αφαιρέσουμε 1 σφαίρα και να προσθέσουμε έναν κύβο ή έναν κύλινδρο κτλ.

Ζητάμε από τα παιδιά να συμπληρώσουν στον παρακάτω πίνακα τον οποίο σχεδιάζουμε στον πίνακα (της τάξης), τους αριθμούς που δείχνουν τη σχέση των στερεών:

(1) κύβος ζυγίζει όσο	(1) κύλινδρος	ή (2) σφαίρες
(1) κύλινδρος ζυγίζει όσο	(1) κύβος	ή (2) σφαίρες
(1) σφαίρα ζυγίζει όσο	(μισός) κύβος	ή (μισός) κύλινδρος

Στη συνέχεια επαληθεύουν με τα δεδομένα του πίνακα τις λύσεις που έδωσαν. Γράφουμε όλους τους σωστούς συνδυασμούς στον πίνακα. Παιδιά που δυσκολεύονται να κατανοήσουν τη σχέση χωρίς ζύγιση, χρησιμοποιούν ζυγαριά και, αντί για στερεά, προϊόντα όπως καφέ, ζάχαρη, αλεύρι, ρύζι, βαμβάκι άμμο κτλ. (σε κλεισμένα, διαφανή σακουλάκια).

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2 και φτιάχνουν στο πρόχειρό τους ανάλογο πίνακα καθορίζοντας τη σχέση που θέλουν να έχουν τα στερεά της ζυγαριάς που θα ζωγραφίσουν. Στη συνέχεια σε φύλλο Α4 ζωγραφίζουν μια ζυγαριά με τρόπο που να είναι σπαζοκεφαλιά όπως στην εργασία 1 του Β.Μ. Δίνουν το πρόβλημά τους σε άλλη ομάδα να το λύσει. Στη συνέχεια ελέγχουν αν απάντησε σωστά. Όλα τα προβλήματα που έφτιαξαν τα παιδιά τα κρατάμε στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

Εργασία β του Τ.Μ. Η εκτίμηση παίζει ιδιαίτερο ρόλο. Ζητάμε να μας εξηγήσουν τον τρόπο που σκέφτηκαν για να απαντήσουν και να βρουν τη διαφορά ανάμεσα στην εκτίμησή τους και στο ακριβές αποτέλεσμα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή: Εργασία γ του Τ.Μ. Εμπέδωση: Εργασία ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος: Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορούν να εργαστούν ατομικά ή σε ομάδες με ή χωρίς ψεύτικα ευρώ. **Ζωγραφίζουν** και δείχνουν τους νοερούς υπολογισμούς: αφού 1 ευρώ = 10 x 10 λεπτά ή 5 x 20 λεπτά ή 2 x 50 λεπτά άρα

49 x 10 λεπτά (4,90 ευρώ) και 1 ευρώ ή 1 x 50 λεπτά: σύνολο 5,90 ή 5,40 ευρώ αντίστοιχα. Υπάρχουν πολλές λύσεις.

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά παρατηρούν ατομικά ή σε ομάδες να εξελίσσεται η «κίνηση» στο σχέδιο. Υπάρχει το πορτοκαλί τρίγωνο που κινείται από τα δεξιά προς τα αριστερά, και το μαύρο τραπέζιο που κινείται αντίστροφα. Αν κάποια παιδιά δεν παρατηρήσουν την “κίνηση”, μπορεί να προτείνουν λύσεις της μορφής: “στο τελευταίο σχήμα χρωματίζω μόνο ένα πορτοκαλί τρίγωνο και μόνο ένα μαύρο τραπέζιο”.

Εάν συνεχίσουμε ακόμη 2 φορές το σχέδιο, θα επανέλθουν και τα δύο χρωματισμένα σχήματα στην αρχική τους θέση. Ζητάμε από τα παιδιά να περιγράψουν πώς μετακινείται το κάθε χρωματισμένο σχήμα. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση** (ιδίως αν τα παιδιά δεν είναι εξοικειωμένα με γεωμετρικά μοτίβα ή ανάλογες εργασίες). Μπορούν να φτιάξουν σε φύλλο Α4 ένα απλό γεωμετρικό μοτίβο και να το δώσουν σε μια άλλη ομάδα να το συνεχίσει βρίσκοντας τους επόμενους όρους. Παράδειγμα:

- 4 όρους: $O \times O \times O \times O \times O \times O \times O$
- 7 όρους: $\Delta \Delta O \Delta \Delta O O \Delta \Delta O O O \Delta \Delta O O O O$ κτλ.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Πρόβλημα που απαιτεί συνδυαστική σκέψη και καταγραφή των δεδομένων. Αναδεικνύεται η χρήση πίνακα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά δοκιμάζουν να εργαστούν ατομικά ή ομαδικά. Παρουσιάζουν στην τάξη τα βήματα που έκαναν και τις στρατηγικές που ανακάλυψαν.

Οι διψήφιοι είναι 33+28.

Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τροποποιούμε την ερώτηση αν τα παιδιά δυσκολεύονται με μικρότερους αριθμούς. Αν πάλι τα παιδιά χειρίζονται εύκολα αριθμούς, μπορούμε να προτείνουμε μεγαλύτερους αριθμούς.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά σε ισοδύναμες ομάδες ή ατομικά. Το πρόβλημα λύνεται εύκολα **αν το ζωγραφίσουμε**. Αφού εργαστούν τα παιδιά και καταλήξουν σε λύση, δείχνουν στον πίνακα τη στρατηγική τους. Στη συνέχεια γίνεται συζήτηση στην τάξη και ζητάμε από τα παιδιά να εξηγήσουν τι τα δυσκόλεψε στη συγκεκριμένη εργασία.

4 ενήλικοι \times 8,50 ευρώ το εισιτήριο ή (2 ενήλικοι \times 17) και 1 + 2 παιδιά \times 6 ευρώ το εισιτήριο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▮ **Οι εργασίες 2 του Β.Μ. και ε του Τ.Μ.** όπως περιγράφονται.
- ▮ Δείχνουμε στους μαθητές μας μια φωτογραφία στην οποία φαίνεται πλήθος όμοιων προσώπων, ζώων ή πραγμάτων και ζητάμε να βρουν τρόπους να υπολογίσουν σύντομα πόσα βλέπουν στη φωτογραφία. Σημασία έχει η κατανομή των αντικειμένων στην εικόνα (να είναι όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη), έτσι ώστε **οι στρατηγικές που θα αναπτύξουν τα παιδιά να είναι:**
 - 1) «Μοιράζουν» την εικόνα σε 3, 4, 5, 10 κτλ. ίσα μέρη και να μετρούν πόσα περίπου αντικείμενα υπάρχουν σε καθένα από τα ίσα κομμένα κομμάτια. Στη συνέχεια πολλαπλασιάζουν με τον αριθμό των κομματιών που «μοίρασαν» την εικόνα.
 - 2) Βρίσκουν πόσα αντικείμενα περίπου είναι στη μισή εικόνα.
 - 3) Μοιράζουν την εικόνα σε τετράγωνα του 1 εκ. Υπολογίζουν πόσα αντικείμενα υπάρχουν μέσα σε κάθε τετράγωνο. Υπολογίζουν πόσες σειρές και πόσες στήλες από τετράγωνα υπάρχουν στην εικόνα και πολλαπλασιάζουν αντίστοιχα με τον αριθμό των αντικειμένων.
- ▮ Εικονοπρόβλημα. Σχεδιάζουμε στον πίνακα: $O + O + 84.980 = 135.020$. Ζητάμε να περιγράψουν τη συγκεκριμένη ισότητα. Συζητάμε για τα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος. Κάνουμε υποθέσεις με εκτίμηση (στρογγυλοποιημένους αριθμούς). Εργαζόμαστε ομαδικά και αναπτύσσουμε στρατηγικές επίλυσης.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, γ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 7ο «Δεκαδικά κλάσματα – δεκαδικοί αριθμοί»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να εκφράζουν έναν αριθμό με πολλές μορφές: ακέραιο, συμμιγίγ, δεκαδικό κλάσμα, δεκαδικό αριθμό, με διαίρεση.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διαβάζουν, να γράφουν και να διακρίνουν την αξία θέσης κάθε ψηφίου σε ένα δεκαδικό αριθμό χρησιμοποιώντας τα δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Να συσχετίζουν το δεκαδικό αριθμό και το δεκαδικό κλάσμα κάθε φορά με τη μονάδα αναφοράς.
- ▶ Να προσθέτουν δεκαδικά κλάσματα αφού τα μετατρέψουν (χωρίς τεχνική) σε ισοδύναμα δεκαδικά κλάσματα ή δεκαδικούς αριθμούς (οπότε, τα μηδενικά στο τέλος του δεκαδικού μέρους δεν αλλάζουν την αξία του δεκαδικού αριθμού).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Η έννοια του κλάσματος.
- ▶ Εύρεση της δεκαδικής κλασματικής μονάδας σε διαφορετική μονάδα αναφοράς.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να δείξουν στη μεζούρα τους 10 εκατοστόμετρα. Ρωτάμε τι μέρος του ενός μέτρου (100 εκατοστόμετρων) είναι το κάθε κομμάτι. Μπορούν να διπλώσουν τη μεζούρα τους σε δεκατόμετρα (10 δεκατόμετρα = 1 μέτρο).

Γράφουμε στον πίνακα 1 μ.: ... = 10 εκ. ή 1 δεκατόμετρο = 1:10 ή $\frac{1}{10}$ μ.

Συζητάμε για τον αριθμό $\frac{1}{10}$. Τι μπορεί να εκφράζει: στο 1 μέτρο (10 εκ.), στο 1 κιλό

(100 γραμμ.), στον 1 τόνο (100 κιλά), στο 1 χμ. (100 μ). Αν τα παιδιά δε θυμούνται τις μονάδες μέτρησης σε κάθε περίπτωση και τις υποδιαιρέσεις τους, τους τις υπενθυμίζουμε. **Δε διδάσκουμε μετατροπές στις μονάδες μέτρησης. Εστιάζουμε στην ανάγκη προσδιορισμού της μονάδας αναφοράς σε κάθε περίπτωση.**

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ Μονάδες μέτρησης, μήκους, μάζας, ευρώ και οι μετατροπές τους.
- ▶ Ισοδύναμα κλάσματα (ορισμός).
- ▶ Διαίρεση ακεραίου με ακέραιο που δίνει ηπλίο δεκαδικό αριθμό.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μεζούρα ή μέτρο σπαστό, τετραγωνισμένο χαρτί, ψεύτικα ευρώ, αριθμομηχανή, मिलιμετρέ χαρτί, όσπρια.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες 1, 2, του Β.Μ. και α του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα. Στη συνέχεια εργαζόμαστε με εποπτικό υλικό (όσπρια ή άλλο υλικό με διακριτές ποσότητες).

Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες. Κάθε ομάδα έχει από 20 όσπρια. Συζητάμε: Αν τα 20 όσπρια ήταν η μονάδα αναφοράς (το 1), πώς θα μοιράζαμε κάθε φορά όλα τα όσπρια σε 2, 10, 20 ίσα μέρη;

Καταγράφουν σε κόλλα Α4 ή στο πρόχειρό τους:

- Αν τη μοιράζαμε σε 2 ίσα μέρη, το καθένα θα είχε 10 όσπρια ή $\frac{1}{2}$ της ποσότητας που έχουμε ορίσει ως μονάδα, δηλαδή 10 όσπρια ή $2 \times \frac{1}{2} = 1$.
- Αν τη μοιράζαμε σε 10 ίσα μέρη, το καθένα θα είχε $\frac{1}{10}$ της ποσότητας που έχουμε ορίσει ως μονάδα, δηλαδή 2 όσπρια ή $10 \times \frac{1}{10} = 1$.

Ρωτάμε:

- Πόσα μισά φτιάχνουν 2 μονάδες;
 - Πόσα δέκατα φτιάχνουν: 2 μονάδες; 1 και μισή μονάδα;
- Τα παιδιά εξηγούν. Δείχνουμε στον πίνακα (ζωγραφίζουμε πόσα όσπρια είναι η μονάδα, το μισό, το 1 δέκατο). Εξηγούμε σε κάθε περίπτωση πόσα όσπρια φτιάχνουν κάθε φορά τη μισή, μιάμιση ή 2 μονάδες. Τα παιδιά εργάζονται στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης.

Παρατηρούμε αν ανακάλυψαν την ισότητα $\frac{6}{10} = \frac{60}{100}$. Συζητάμε στην τάξη αν εκφράζουν την ίδια ποσότητα.

Αν κάποια παιδιά χρωμάτισαν ανακατωμένα τα 7 τετράγωνα στο 1ο ερώτημα, πιθανόν να μην το ανακαλύψουν.

Συνεχίζουν στο 2ο ερώτημα. Αν κάποια παιδιά δε χρωμάτισουν τα 12 και τα 14 δέκατα με τρόπο ώστε να καλυφθεί πλήρως η πρώτη μονάδα, ίσως δεν ανακαλύψουν

εύκολα τη σχέση $\frac{12}{10} = 1$ και $\frac{2}{10} + \frac{14}{10} = 1$ και $\frac{4}{10}$.

Δεν επεμβαίνουμε αλλά αφήνουμε να φανούν διάφορες στρατηγικές (τα 2 δέκατα μπορούν να τα χρωμάτισουν ως 4 μισά).

Συζητάμε για το τι σημαίνει η έκφραση 1 και $\frac{2}{10}$ ή 1 και $\frac{20}{100}$, αν εκφράζεται η ίδια ποσότητα.

Στη συνέχεια ρωτάμε τι μπορούμε να συμπεράνουμε για τις ποσότητες που εκφράζουν τα κλάσματα:

$$\frac{70}{100} \text{ και } \frac{7}{10} \quad \frac{35}{10} \text{ και } \frac{350}{100}$$

Συζητάμε στην τάξη και τα παιδιά εξηγούν τη στρατηγική τους.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά έχουν ψεύτικα ευρώ για βοήθεια και απαντούν προφορικά και γραπτά.

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά βρίσκουν άλλα κλάσματα που να δείχνουν τη σχέση που έχουν τα κέρματα του ευρώ εκφρασμένη με δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς,

Παράδειγμα: το 1 πεντάλεπτο είναι το $\frac{1}{10}$ του πενήνταλέπτου.

Καταγράφουμε στον πίνακα τις προτάσεις των παιδιών.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2 και εξηγούν πρώτα:

- Γιατί η πράσινη και η κόκκινη επιφάνεια είναι ίσες.
- Πόσα δέκατα είναι όλη η επιφάνεια, πόσα εκατοστά είναι όλη η επιφάνεια.
- Πόσα δέκατα είναι όλη η λευκή επιφάνεια, πόσα εκατοστά είναι όλη η επιφάνεια.

Γράφουν ατομικά ή ομαδικά τις απαντήσεις τους στα ερωτήματα της εργασίας.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – Συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος: Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση** με ψεύτικα ευρώ και με περισσότερα ερωτήματα. Για παράδειγμα:

Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν με δεκαδικό κλάσμα και με δεκαδικό:

- τα 20 λεπτά του 1 ευρώ,
- τα 2 ευρώ και 20 λεπτά του ευρώ,
- τα 2 ευρώ και 22 λεπτά του ευρώ.

Γράφουν ατομικά σε κόλλες Α4 και συζητάμε τις στρατηγικές που ακολούθησαν για να βρουν τα κλάσματα και τους δεκαδικούς. Τις γράφουμε στον πίνακα.

Εργασία 3 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες. Αν υπάρχουν κάποια παιδιά που δυσκολεύονται, χρησιμοποιούν ψεύτικα ευρώ.

Συζητάμε για τις διάφορες μορφές που μπορούμε να εκφράσουμε έναν αριθμό. Ελέγχουν τη διαίρεση κάθε φορά με την αριθμομηχανή.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά ανακαλύπτουν πόσο είναι το στοιχείο που επαναλαμβάνεται:

$$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} \quad \text{ή} \quad \frac{100}{100} + \frac{10}{100} + \frac{1}{100} = \frac{111}{100} \quad \text{ή} \quad 1,11$$

Η συνολική του αξία είναι:

$$4 \times \frac{111}{100} = \frac{111}{100} + \frac{111}{100} + \frac{111}{100} + \frac{111}{100} = 4 \times 111 = 444 \text{ εκατοστά ή } \frac{444}{100}$$

$$\text{ή } 4 \times 1,11 = 1,11 + 1,11 + 1,11 + 1,11 = (1+1+1+1) + \left(\frac{11}{100} + \frac{11}{100} + \frac{11}{100} + \frac{11}{100} \right)$$

4 ολόκληρες μονάδες και 44 εκατοστά ή 4 και $\frac{14}{100}$ ή 4,44. Χρησιμοποιούν το υλικό από το παράρτημα για να φτιάξουν το δικό τους μοτίβο.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά διαβάζουν το πρόβλημα και το λένε με δικά τους λόγια.

Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Βρίσκουν νοερά τα ποσά των παιδιών,

$$\text{π.χ. } \frac{11}{100} = 11 \text{ ευρώ, } \frac{2}{10} + \frac{25}{100} = \frac{45}{100} \text{ ή } 45 \text{ ευρώ.}$$

Πιο πολλά χρήματα έχει η Θεοδώρα αφού ο Οδυσσεάς έχει $100 - 11 - 45 = 100 - 56 = 44$ ευρώ. Συζητάμε στην τάξη πώς σκέφτονται να το λύσουν. Δείχνουν στον πίνακα πώς προσθέτουν διαφορετικά δεκαδικά κλάσματα.

Συμπληρώνουν στη συνέχεια τον πίνακα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Συζητάμε στην τάξη το κλάσμα που

εκφράζει το μεγαλύτερο χρηματικό ποσό. Στην εργασία αναδεικνύεται η μονάδα αναφοράς. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση**.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Οι εργασίες 2 του Β.Μ. και β, δ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Τα παιδιά χρησιμοποιούν κάθετο άβακα (όπου 10 δέκατα φτιάχνουν 1 μονάδα ή 10 εκατοστά φτιάχνουν 1 δέκατο κτλ.) και δείχνουν δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς.
- ▶ Τα παιδιά είναι σε ομάδες των 2 ή των 4. Σχεδιάζουν σε χαρτί μιλιμετρέ ένα τετράγωνο με πλευρά 10 εκ. x 10 εκ. Ζητάμε να βρουν το $\frac{1}{100}$ της επιφάνειας του τετραγώνου. (Είναι το τετραγωνάκι με πλευρά 1 εκ.). Αν μονάδα είναι το τετράγωνο 10 x 10 εκ., δείχνουν: 2 μονάδες ή $\frac{100}{100} + \frac{100}{100}$, μιάμιση μονάδα ή $\frac{100}{100} + \frac{50}{100}$ κτλ.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες δ και ε του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 8ο «Δεκαδικοί αριθμοί – δεκαδικά κλάσματα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να εκφράζουν ένα δεκαδικό αριθμό με 3 δεκαδικά ψηφία με συμβολική γραφή, δεκαδικά κλάσματα, συμμιγείς αριθμούς και μεικτή γραφή (ψηφία και λέξεις).

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να συγκρίνουν δεκαδικούς αριθμούς (και δεκαδικά κλάσματα) και να διακρίνουν πότε τα μηδενικά στο δεκαδικό μέρος ενός δεκαδικού αριθμού αλλάζουν την αξία του.
- ▶ Να συγκρίνουν και να κάνουν νοερούς υπολογισμούς σε ετερόνυμα δεκαδικά κλάσματα, μετατρέποντάς τα (χωρίς τεχνική) σε ομώνυμα (ισοδύναμα).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Γραφή, ανάγνωση δεκαδικού αριθμού με 2 δεκαδικά ψηφία, δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Η μονάδα αναφοράς ($\frac{10}{10} = 1$, $\frac{100}{100} = 1$).
- ▶ Η χρήση του κάθετου άβακα.
- ▶ Η έννοια του λίτρου, της περιμέτρου, της αριθμητικής αλυσίδας.
- ▶ Ανάγνωση γραφικής παράστασης.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να μετρήσουν το ύψος τους σε ομάδες των 2. Χρησιμοποιούν τη μεζούρα ή το σπαστό μέτρο.

Σε κάθε ζευγάρι, το ένα παιδί στέκεται όρθιο στον τοίχο (ακουμπώντας στον τοίχο: φτέρνες, πλάτη, κεφάλι) και το άλλο παιδί σημειώνει με το μολύβι ένα σημάδι (το μολύβι να είναι κάθετο στον τοίχο, ακουμπάει στο κεφάλι του άλλου παιδιού). Στη συνέχεια από κοινού τα δύο παιδιά τεντώνουν τη μεζούρα, ξεκινούν να μετρούν (το 0 στο έδαφος)

ως το συνολικό ύψος μέχρι το σημαδάκι. Καταγράφουν στο πρόχειρό τους ή σε κόλλα Α4 τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους με δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς.

Αν κάποια παιδιά δεν κάνουν εκτίμηση στο συνολικό ύψος που μετρούν (π.χ. 1,48 μ. και μισό εκατοστόμετρο είναι περίπου 1,49 μ.), εξηγούμε ότι αυτό το μισό είναι 5 χιλιοστά του μέτρου ή μισό εκατοστόμετρο και γράφουμε στον πίνακα:

Μ (μέτρο)	10 δεκατόμετρα	100 εκατοστόμετρα	1.000 χιλιοστόμετρα
1 μ.=	$\frac{10}{10}$ μ.	$\frac{100}{100}$ μ.	$\frac{1.000}{1.000}$ μ.

$$1 \text{ εκ.} = 10 \text{ χιλ.} \text{ ή } \frac{1}{100} = 10 \times \frac{1}{1.000} .$$

Εναλλακτικά τα παιδιά μπορούν να μετρήσουν τις διαστάσεις των θρανίων τους ή της έδρας. **Δε διδάσκουμε μετατροπές στις μονάδες μέτρησης. Εστιάζουμε στην ανάγκη προσδιορισμού της μονάδας αναφοράς σε κάθε περίπτωση.**

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μετατροπές των μονάδων μέτρησης μήκους, όγκου.
- Κατασκευή γραφικής παράστασης.
- Σύγκριση, διάταξη, παρεμβολή δεκαδικών αριθμών.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μεζούρα ή μέτρο σπαστό, τετραγωνισμένο χαρτί, συσκευασίες του λίτρου, ποτηράκια πλαστικά, κουταλάκι του γλυκού, μπουκάλια από φάρμακα και μεζούρα μέτρησής τους, κάθετος άβακας, ραδιόφωνο.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα.

Τα παιδιά υπολογίζουν με τη διαφορά ή το συμπλήρωμα πόσο ψήλωσε ο Οδυσσεάς. Εξηγούν τη στρατηγική τους. Δείχνουμε στον πίνακα:

$$92 \text{ εκ.} - 48 \text{ εκ.} \text{ ή } \frac{92}{100} - \frac{48}{100} \text{ ή } 0,92 - 0,48$$

Για να απαντηθεί η ερώτηση που θέτει ο Οδυσσεάς στο σκίτσο “τώρα ψηλώνω τόσο γρήγορα;” μπορούμε να υπολογίσουμε την αύξηση για κάθε εξάμηνο ή συνολικά στα 2,5 χρόνια και να συγκρίνουμε με την αύξηση ύψους ανά έτος ενός εντεκάχρονου.

Εργασία 1 του Β.Μ. Βιωματική. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Τα παιδιά σε ομάδες παρατηρούν τη συσκευασία του 1 λίτρου (με νερό). Εκτιμούν: Πόσα ποτηράκια πλαστικά μπορούν να γεμίσουν; Στη συνέχεια μοιράζουν εξίσου το

νερό της συσκευασίας σε 10 ποτηράκια πλαστικά. Πόσα μικρόλιτρα θα περιέχει κάθε ποτήρι; Εξηγούν και γράφουμε στον πίνακα: $\frac{1}{10}$ του 1.000 ή $1.000 : 10 = 100$.

Παρατηρούν δηλαδή ότι: 1 λίτρο = 10 ποτήρια, 1 ποτήρι = $\frac{1}{10}$ του λίτρου

Στη συνέχεια λύνουν το πρόβλημα. Συνεργάζονται και εξηγούν στην τάξη.

► $24 \times \frac{1}{10}$ του λίτρου (24 x 1 ποτηράκι) ή $20 \times \frac{1}{10}$ του λίτρου = 2 λίτρα και $4 \times \frac{1}{10}$ του λίτρου = $\frac{4}{10}$ του λίτρου ή $2 \frac{4}{10}$ λίτρου ή 2,4 λίτρα.

► $24 \times 100 = 2.400$ μικρόλιτρα ή 2.000 (2 λίτρα) ή 400 ($\frac{4}{100}$ λίτρου)

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική**, για να αισθητοποιήσουν τα παιδιά με άλλο τρόπο το χιλιοστό του λίτρου. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά σε ομάδες των 2. Χρησιμοποιώντας τη μεζούρα από φάρμακα (5 μικρόλιτρα το κουταλάκι), τα παιδιά συγκρίνουν τη χωρητικότητα μιας κουταλιάς της σούπας και ενός κουταλιού του γλυκού και την εκφράζουν με δεκαδικό αριθμό και δεκαδικό κλάσμα.

Οι πληροφορίες που δίνονται για την ανακάλυψη των δεκαδικών αριθμών εντάσσονται σε μια γενικότερη ανάγκη πληροφόρησης στην ιστορία των μαθηματικών και τους πρωτεργάτες σε ανακαλύψεις και εφαρμογές στα μαθηματικά.

Δίνουμε την ευκαιρία στα παιδιά να ψάξουν στο διαδίκτυο και σε άλλες πηγές σε ανάλογα θέματα.

Εργασία β του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει **βιωματική και εναλλακτική διδακτική προσέγγιση (και για το επόμενο μάθημα)**. Στο ραδιόφωνο της τάξης τα παιδιά «καταγράφουν» σταθμούς.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και εξηγούν στην τάξη τη στρατηγική που ακολούθησαν για την εύρεση:

- Των διαφορετικών μορφών των αριθμών.

- Το συμπλήρωμα κάθε φορά προκειμένου να φτιάξουν: 1 μονάδα ($+\frac{85}{100}$), 7 μονάδες ($+\frac{875}{1.000}$), 2 μονάδες ($\frac{93}{100}$) και 9 μονάδες ($8\frac{37}{10}$).

Τα παιδιά βρίσκουν το συμπλήρωμα (στα $\frac{10}{10}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{1.000}{1.000}$) κάθε φορά με δεκαδικό κλάσμα αρχικά και μετά με δεκαδικό αριθμό. Γράφουμε στον πίνακα κάθε φορά τους νοερούς υπολογισμούς που έκαναν.

Στη διάταξη των αριθμών, ζητάμε να τους διατάξουν και με τις δύο μορφές: δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς.

Συζητάμε ποια στρατηγική χρησιμοποίησαν για τη σύγκριση και τη διάταξη (πρώτα συγκρίνουν ακέραιες μονάδες, στη συνέχεια δέκατα κ.ά.). **Δε διδάσκουμε σε βάθος την έννοια της σύγκρισης και της διάταξης.**

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση εργασία στ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να γράψουν σε κόλλα Α4 ή στο πρόχειρό τους με δεκαδικό κλάσμα και δεκαδικό αριθμό:

- ▶ 5 μονάδες και 2 δέκατα,
- ▶ 5 μονάδες και 2 εκατοστά,
- ▶ 5 μονάδες και 20 εκατοστά.

Στη συνέχεια βρίσκουν το συμπλήρωμα των αριθμών προκειμένου να έχουμε 6 μονάδες. Συζητάμε αν παρατηρούν ποιοι αριθμοί εκφράζουν την ίδια ποσότητα (5 μονάδες και 2 δέκατα, 5 μονάδες και 20 εκατοστά, αλλά και τα συμπληρώματά τους). Επαληθεύουν με εποπτικό υλικό.

Εργασία 3 του Β.Μ. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική, και να ακολουθήσει και επίσκεψη σε ταχυδρομείο.

Στον κάθετο άβακα απεικονίζεται το βάρος του δέματος. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2. Χρησιμοποιούν κάθετο άβακα αν χρειάζονται αισθητοποίηση της ανταλλαγής (10 δέκατα = 1, 100 εκατοστά = 1 κτλ.).

Επισημαίνουμε τη σημασία κάθε φορά της μονάδας αναφοράς. Εδώ είναι το κιλό (οπότε, το $\frac{1}{1.000}$ αντιστοιχεί στο γραμμάριο). Η γραφή μέσα στον άβακα βοηθάει πολύ τα παιδιά να συνειδητοποιήσουν την αξία θέσης των δεκαδικών ψηφίων, της υποδιαστολής, αλλά και τη σύνδεση των δεκαδικών με τα δεκαδικά κλάσματα.

Κάνουμε συζήτηση για την αναγκαιότητα όσον αφορά την ακρίβεια στις μετρήσεις: στην ιατρική, στην αρχιτεκτονική, στη ναυπηγική, στην αστρονομία, στο εμπόριο, στη φυσική, στη χημεία, στη φαρμακευτική, στην αστρονομία κτλ. Βρίσκουμε περισσότερες πληροφορίες στο διαδίκτυο.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά ανακαλύπτουν και διατυπώνουν «τον κανόνα»: Αν βάλουμε 0 στο τέλος των δεκαδικών ψηφίων ενός αριθμού, δεν αλλάζει η αξία του. Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν σε ομάδες: 2 παραδείγματα που ισχύει και 2 παραδείγματα που, αν τοποθετήσουν 0 πριν το τελευταίο δεκαδικό ψηφίο (που δεν είναι 0) ενός αριθμού, η αξία του αριθμού αλλάζει. Δείχνουν στον κάθετο άβακα. Εξηγούν στον πίνακα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά βρίσκουν τον αριθμό που δεν έχει την ίδια αξία με τους υπόλοιπους. Εξηγούν προφορικά στην τάξη. Γράφουμε στον πίνακα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται με το χάρακα ή χωρίς αυτόν. Η πλευρά κάθε τετραγώνου είναι 1,5 εκ. Το σχήμα μπορεί να είναι τετράγωνο με πλευρά 3 (2 x 1,5) ή ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (1,5 x 4,5) ή πολύγωνο μη κανονικό. Συζητάμε στην τάξη τις πιθανές λύσεις.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. **Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.** Η στρατηγική του πρωταγωνιστή είναι ένα βοηθητικό βήμα για την εκτίμηση με βάση το μισό και το διπλάσιο. **Δε διδάσκουμε τον πολλαπλασιασμό δεκαδικών με ακέραιο. Τα παιδιά μπορούν να συγκρίνουν με βάση τα 90 λεπτά του ευρώ που κοστίζει το 1 λίτρο.**

Αν κόστιζε 90 λεπτά το λίτρο, τα 10 λίτρα θα κόστιζαν 9 ευρώ και τα 20 θα κόστιζαν 18 ευρώ. Επειδή έδωσε λιγότερο από 18 ευρώ, θα πρέπει να αγόρασε λιγότερο από 90 λεπτά το λίτρο, άρα αγόρασε από το 2ο πρατήριο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

Οι εργασίες 1, 3 του Β.Μ. και β, ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 2, 3 του Β.Μ. και β, γ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Στο διαδίκτυο: βρίσκουν πληροφορίες για μαθηματικούς που έκαναν σημαντικές ανακαλύψεις στα μαθηματικά, Έλληνες αλλά και ξένους, για την Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, για τον αριθμό φ, για αριθμητικά συστήματα (δεκαδικό, εξηναδικό κ.ά.).
- Κάνουν σχέδιο εργασίας για έναν από τους συγκεκριμένους τομείς που τους ενδιαφέρει και ψάχνουν στο διαδίκτυο.

Κεφάλαιο 9ο «Αξία θέσης ψηφίων στους δεκαδικούς αριθμούς»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Τα παιδιά θα πρέπει να μπορούν να διακρίνουν τη σημασία καθενός από τα ψηφία ενός δεκαδικού αριθμού και να συγκρίνουν δεκαδικούς αριθμούς.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να δείχνουν στην αριθμογραμμή τους αριθμούς που σύγκριναν, ιδίως δεκαδικούς με ίδιο ακέραιο μέρος και διαφορετικό πλήθος δεκαδικών ψηφίων.
- ▶ Να παρεμβάλλουν δεκαδικούς ανάμεσα σε δεκαδικούς ή φυσικούς.
- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς σε δεκαδικούς αριθμούς και να λύνουν προβλήματα.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπατούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να δείχνουν στην αριθμογραμμή και στον άβακα φυσικούς αριθμούς και δεκαδικούς αριθμούς (το μισό = $\frac{5}{10}$, $\frac{50}{100}$ ή $\frac{500}{1.000}$).
- ▶ Να αναγνωρίζουν τις ακέραιες μονάδες που δείχνει ένας δεκαδικός αριθμός ή ένα δεκαδικό κλάσμα.
- ▶ Να χρησιμοποιούν σωστά τα σύμβολα της ανισότητας.
- ▶ Να διαβάζουν γραφική παράσταση.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να μετρήσουν με ακρίβεια το μήκος και το πλάτος του βιβλίου των μαθηματικών τους (ή μιας κόλλας Α4) και να συγκρίνουν τις διαστάσεις καταγράφοντάς τες στο πρόχειρό τους. Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους. Γράφουμε στον πίνακα τους 2 αριθμούς και ζητάμε να δείξουν στο χάρακα ή στη μεζούρα πού βρίσκονται αυτοί οι 2 αριθμοί (ανάμεσα σε ποιους ακέραιους).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μετατροπές των μονάδων μέτρησης μήκους, μάζας.
- Κατασκευή γραφικής παράστασης.
- Μέσος όρος.
- Πολλαπλασιασμός με δεκαδικούς αριθμούς.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μεζούρα ή μέτρο σπαστό, κάθετος άβακας, ψεύτικα ευρώ, συσκευασίες, ζυγαριά, θερμόμετρο τσίχου.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα.

Δείχνουν σε αριθμογραμμή που χαράζουμε στον πίνακα (χωρισμένη σε 10 ακέραια μέρη και σε μισά) τους αριθμούς 3,5, 3,1 και 3,8 κατά προσέγγιση. Συζητάμε στην τάξη ποια στρατηγική χρησιμοποίησαν για να τοποθετήσουν στην αριθμογραμμή κατά προσέγγιση τους 3 αριθμούς (3,5 βρίσκεται εξίσου από το 3 και το 4, το 3,1 είναι πολύ κοντά στο 3 ενώ το 3,8 είναι πολύ κοντά στο 4).

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική και εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά μετρούν μήκη, βάρη, και τα κατατάσσουν από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Καταγράφουν τα αποτελέσματα και τα δείχνουν στην αριθμογραμμή.

Η εργασία 1 του Β.Μ. επιδέχεται πολλές λύσεις. Αν κάποια παιδιά βρουν δεκαδικό με παραπάνω από 3 δεκαδικά ψηφία, **εξηγούμε τη διαμέριση** και δείχνουμε με το αντίστοιχο δεκαδικό κλάσμα, π.χ. ανάμεσα στο 1,6 και στο 1,65 υπάρχουν: 1,61, 1,601, 1,6001, 1,1611, 1,6005, 1,64, 1,641, 1,6498 κτλ. Χρησιμοποιούμε τη μεζούρα ή το μέτρο, το χάρακα, την αριθμογραμμή για να δείξουμε πώς γίνεται κάθε φορά η διαμέριση. **Σε μερικούς γνώμονες υπάρχει διπλή διαμέριση σε εκατοστόμετρα και ίντσες. Τα παιδιά δυσκολεύονται να δεχθούν τη δυνατότητα της συνεχούς διαμέρισης. Μπορούμε να εξηγήσουμε τα επιτεύγματα του ανθρώπου για διαμερίσεις που δεν είναι ορατές με το μάτι. Υπάρχουν οι μετρήσεις σε χιλιοστά του χιλιοστού κτλ. Μπορούμε να αναφέρουμε τη λειτουργία του μικροσκοπίου, της μεγέθυνσης και της σημασίας τους στη ζωή του ανθρώπου (ιατρική, νανοτεχνολογία κτλ.).**

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική εναλλακτική προσέγγιση: Τα παιδιά την προηγούμενη μέρα μετρούν τη θερμοκρασία μέσα κι έξω από την τάξη συγκεκριμένες ώρες, π.χ. 8.30 π.μ., 10.30 π.μ. και 1.30 μ.μ. Κάνουμε γράφημα και συζητάμε για την πιο κρύα ώρα και την πιο ζεστή και τη μεταξύ τους διαφορά θερμοκρασίας.

Δε διδάσκουμε τη μέση θερμοκρασία (μέσος όρος). Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν να βρουν τη διαφορά (με τη διαφορά ή το συμπλήρωμα).

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Λένε με δικά τους λόγια το πρόβλημα και εξηγούν πώς σκέφτηκαν να απαντήσουν. Υπάρχουν πολλές λύσεις.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες των 2. Εξηγούν ποιες πλάκες χρωμάτισαν μπλε, πράσινες και κίτρινες. Εξηγούν πώς εργάστηκαν (πώς έκαναν τη σύγκριση).

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα

Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β, γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία ε
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να γράψουν σε κόλλα Α4 ή στο πρόχειρό τους με δεκαδικό κλάσμα και δεκαδικό αριθμό:

- 2 μονάδες και 2 δέκατα,
 - 3 μονάδες και 20 εκατοστά.
- Στη συνέχεια βρίσκουν 5 αριθμούς που βρίσκονται ανάμεσα στους 2 αριθμούς που δώσαμε. Τους βάζουν στην αριθμογραμμή. Συζητάμε ποιους αριθμούς βρήκαν. Τους γράφουμε στον πίνακα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο κάθε φορά.

Εργασία 3 του Β.Μ. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2. Ζητάμε να μας πουν το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Ζητάμε να μας δώσουν ένα παράδειγμα για κάθε προϋπόθεση. Λόγου χάρη:

- Ανάμεσα στο 1,5 και στο 2,5 μπορεί να είναι το 1,7, 1,9, 2, 2,2, 2,15.
- Έχει 3 δεκαδικά ψηφία, π.χ. 1,700, 1,250, 2,001 κτλ.
- Είναι πολλαπλάσιο του 0,025 ή $\frac{25}{1.000}$ π.χ.: $\frac{50}{1.000}$, $\frac{100}{1.000}$, $\frac{150}{1.000}$, $\frac{250}{1.000}$ κτλ.

Υπάρχουν πολλές λύσεις, π.χ.: 2,250, 1,850, 1,900, 2,050 κτλ.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες των 2 ή των 4. Διαλέγουν κάθε φορά ένα είδος γραμματοσήμου και ελέγχουν πόσες φορές μπορούν να το αγοράσουν. **Μπορούμε να ρωτήσουμε για τα ρέστα κάθε φορά.**

Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική με πραγματικά γραμματόσημα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Εξηγούν προφορικά στην τάξη. Γράφουμε λόγου χάρη στον πίνακα τις στρατηγικές:

- $3 \times \frac{33}{100} < 1$ επειδή $3 \times 33 = 99$, άρα $3 \times \frac{33}{100} = \frac{99}{100}$ ή περίπου 1.
- $2 \times \frac{71}{100} < 2$ επειδή $2 \times 71 = 142$, άρα $2 \times \frac{71}{100} = \frac{142}{100}$ ή περίπου 1,5.
- $4 \times \frac{0.741}{1.000} < 3$ επειδή $4 \times 741 = (4 \times 700) + (4 \times 41) = 2.800 + 164 = 2.964$ ή $\frac{2.964}{1.000}$ ή σχεδόν 3.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες των 2. Εξηγούν στην τάξη πώς σκέφτηκαν: π.χ. 84,548 θα γίνει 48,584, οπότε από την ονομασία και μόνο καταλαβαίνουν ότι μικραίνει. Η διαφορά είναι $84 - 48$ και $\frac{584}{1.000} - \frac{548}{1.000}$. Ελέγχουν με την αριθμομηχανή.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. **Οι αριθμοί είναι:**

- π.χ.: 13,341 13,875
- π.χ.: 36,488 36,501
- 0,001
- 0,010
- 9,999
- 100,001
- 0,1

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Οι εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ. και β του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Φέρνουμε στην τάξη συσκευασίες από προϊόντα που δείχνουν το περιεχόμενο σε δεκαδικό αριθμό με μονάδα αναφοράς το κιλό και το λίτρο. Τα παιδιά εκφράζουν την αναγραφόμενη ποσότητα με δεκαδικό αριθμό και δεκαδικό κλάσμα. Συγκρίνουν τις ποσότητες που εκφράζονται στις συσκευασίες (η μεγαλύτερη συσκευασία εκφράζει μεγαλύτερη ποσότητα).

Παράδειγμα: 0,5 λίτρα > από 0,125 λίτρα ή $\frac{500}{1.000} \lambda > \frac{1.215}{1.000}$.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 2 του Β.Μ. και α, δ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στο διαδίκτυο βρίσκουν πληροφορίες για το μικροσκόπιο, ιούς, μικρόβια κ.ά. Συνδέουν τις πληροφορίες με το μάθημα Αγωγής υγείας.

Κεφάλαιο 10ο «Προβλήματα με δεκαδικούς»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να λύνουν προβλήματα με δεκαδικούς αριθμούς, σε διαφορετικά πλαίσια.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς σε δεκαδικούς αριθμούς με εκτίμηση χρησιμοποιώντας τα δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Να μπορούν να συνεχίζουν αριθμητικές αλυσίδες (με δεκαδικούς ή δεκαδικά κλάσματα).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αποκωδικοποιούν πληροφορίες που δίνονται με εικόνα.
- ▶ Να βρίσκουν τον κανόνα σε μια αριθμητική αλυσίδα και να την επεκτείνουν.
- ▶ Να υπολογίζουν με δεκαδικούς αριθμούς (πρόσθεση, αφαίρεση) και δεκαδικά κλάσματα (όχι τεχνικές).
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για να επαληθεύουν ή να βρίσκουν έναν υπολογισμό.
- ▶ Να γνωρίζουν ότι στο κανονικό πολύγωνο οι πλευρές είναι ίσες.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν, χρησιμοποιώντας ψεύτικα ευρώ, το παρακάτω πρόβλημα:

«Έχω 18,35 ευρώ. Πόσα ίδια προϊόντα μπορώ να αγοράσω κάθε φορά;

- περιοδικό που κοστίζει 3,5 ευρώ,
- κάλτσες που κοστίζουν 4,25 ευρώ.

Πόσα θα είναι τα ρέστα αν αγοράσω μόνο περιοδικά ή μόνο κάλτσες;»

Καταγράφουμε στον πίνακα τις απαντήσεις των παιδιών.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Η τεχνική του πολλαπλασιασμού σε δεκαδικούς αριθμούς και σε δεκαδικά κλάσματα (προσεγγίζουμε τον πολλαπλασιασμό ως διαδοχική πρόσθεση ίδιων όρων).

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα. Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 με ψεύτικα ευρώ. Προσπαθούν με δοκιμές να βρουν τους συνδυασμούς τους οποίους καταγράφουν στο πρόχειρό τους.

Εκτιμούν και εξηγούν πώς κατέληξαν στις εκτιμήσεις τους κάθε φορά. Καταγράφουμε στον πίνακα της τάξης τους γύρους, το κόστος και τα ρέστα κάθε φορά διαμορφώνοντας πίνακα. Παράδειγμα:

Συγκρουόμενα	Τρενάκι	Ρόδα
$1 \times 1,30 = 1,30$	$1 \times 1,70 = 1,70$	$1 \times 1,25 = 1,25$
$2 \times 1,30 = 2,60$	$2 \times 1,70 = 2,40$	$2 \times 1,25 = 2,50$
$4 \times 1,30 = 5,20$	$4 \times 1,70 = 4,80$	$4 \times 1,25 = 5,00$
		$8 \times 1,25 = 10,00$
3 γύροι $1,30+2,60=3,90$	3 γύροι $2,40+1,70=4,10$	$10 \times 1,25 = 12,50$
5 γύροι $1,30+5,20=6,50$	5 γύροι $4,80+1,70=6,50$	

- Ο Οδυσσέας με την αδερφή του, αν κάνουν 4 γύρους στα συγκρουόμενα και 4 στο τρενάκι, θα πάρουν ρέστα $11,80 - (5,20+4,80) = 11,80 - 10 = 1,80$ ευρώ.
Η Θεοδώρα, αν κάνει 10 γύρους στη ρόδα, θα πάρει ρέστα $13,50 - 12,50 = 1$ ευρώ.
Στη συνέχεια ασχολούνται με το δεύτερο ερώτημα που απαιτεί συνδυαστική σκέψη.
- Αν αγοράσουν ποπκόρν και αναψυκτικό που κοστίζουν $1,05+0,75=1,80$:
Ο Οδυσσέας και η αδερφή του θα πρέπει να πληρώσουν $1,80 \times 2=3,60$ ευρώ ο καθένας δηλαδή θα πρέπει να μην κάνουν 1 γύρο από το κάθε παιχνίδι γιατί $(1,30+1,70)+(1,30 + 1,70)+1,80 = 7,70$ ευρώ. Άρα μπορούν να πληρώσουν για αναψυκτικό και ποπ κορν $2 \times 3,60=7,20$ €.
Η Θεοδώρα θα πληρώσει 1,80 ευρώ για το ποπκόρν και το αναψυκτικό, άρα δε θα πρέπει να κάνει 1 γύρο γιατί $(1 \times 1,25) + 1 = 2,25$ ευρώ.

Τα παιδιά μπορεί να προτείνουν να κάνουν λιγότερους γύρους σε κάθε παιχνίδι (ώστε να τους περισσέψουν περισσότερα χρήματα για το ποπκόρν και το αναψυκτικό). Δεχόμαστε τις λύσεις σαν πιθανές. Η δυσκολία του προβλήματος έγκειται στην εύρεση του ανώτατου αριθμού γύρων στα προτεινόμενα παιχνίδια που μπορεί να κάνουν οι πρωταγωνιστές σε συνδυασμό με την αγορά των συγκεκριμένων προϊόντων.

Συζητάμε αν στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε αριθμομηχανή ή χαρτί και μολύβι για να κάνουμε ανάλογους υπολογισμούς. Συζητάμε τις στρατηγικές που μας διευκολύ-

νουν στους νοερούς υπολογισμούς: μισό, διπλάσιο. Φέρνουμε σαν παράδειγμα τον **πολλαπλασιασμό των αρχαίων Αιγυπτίων**:

Για να πολλαπλασιάσουν 11 φορές το 23, έβρισκαν το 2πλάσιο, το 4πλάσιο, το 8πλάσιο του 23. Παράδειγμα:

$$1 \times 23=23$$

$$2 \times 23=46$$

$$4 \times 23=92$$

$$8 \times 23=184. \text{ Επειδή το } 11=8+2+1, \text{ πρόσθεταν } 184+92+23=253.$$

Εργασία β του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά παίζον με τέτοιους υπολογισμούς είτε λύνοντας είτε φτιάχνοντάς τους. Αποφασίζουν πόσα επιμέρους σχήματα, σχέδια κτλ. θα έχει το μοτίβο τους και δίνουν σε κάθε σχήμα ή σχέδιο μια αριθμητική αξία σε δεκαδικό αριθμό (ή σε δεκαδικό κλάσμα). Δίνουν το μοτίβο που έφτιαξαν με τις συγκεκριμένες προϋποθέσεις να το «βρουν» οι συμμαθητές τους.

Η πρώτη διδακτική ώρα τελειώνει με ανάλογη εργασία που:

- Φτιάχνουν τα παιδιά σε ομάδες των 2 σε κόλλα Α4 και τη δίνουν να τη λύσουν οι συμμαθητές τους (άλλη ομάδα).

- Δίνουμε εμείς στα παιδιά σε ομάδες των 2 ή των 4 τα παρακάτω μοτίβα:

1) ΔΔΔΟΟΔΔΔΟΟΔΔΔΟΟΔΔΔΟΟ όπου ΔΔΔΟΟ = 1,5 ή 1.500/1.000.

Ζητάμε να βρουν: α) τη συνολική αριθμητική αξία του μοτίβου.

β) ποια μπορεί να είναι η αριθμητική αξία του Δ και του Ο.

2) ΔΔΟΟ<>ΟΔΔΟΟ<>ΔΔΟΟ<>ΔΔΟΟ<>

Ζητάμε να βρουν την αριθμητική αξία του μοτίβου αν:

α) Δ είναι ο μισός του 1,

β) Ο είναι ο διπλάσιος του 0,25,

γ) <> είναι ένας διψήφιος δεκαδικός αριθμός <1.

Στο δεύτερο μοτίβο τα παιδιά βρίσκουν διαφορετικές λύσεις (προσθέτουν τους αριθμούς 0,5 + 0, 50 +).

Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές των παιδιών και τις δείχνουμε στον πίνακα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, δ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία ζ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος:

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Ελέγχουμε αν έχουν άνεση να υπολογίζουν νοερά με τα δεκαδικά κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς. **Κάνουμε επανορθωτική διδασκαλία στην περίπτωση που δυσκολεύονται να μετατρέψουν τους**

δεκαδικούς σε δεκαδικά κλάσματα ή δεν μπορούν να μετατρέψουν τα $\frac{10}{10}$ σε $\frac{100}{100}$

ή σε $\frac{1.000}{1.000}$ ή να βρουν ότι $\frac{1.200}{1.000}=1$ μονάδα και $\frac{200}{1.000}$

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά σε ομάδες των 2 ή ατομικά εργάζονται. Κάνουν νοερούς υπολογισμούς με εκτίμηση και χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή τσέπης για να βρουν το αποτέλεσμα με ακρίβεια.

Στην εργασία αυτή δίνεται η έννοια της εκτίμησης και της ακρίβειας στον υπολογισμό με ένα διαισθητικό τρόπο:

- $\frac{9}{10} + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή με ακρίβεια $2 - \frac{11}{100} = \frac{189}{100} = 1,89$

η εκτίμηση είναι πολύ κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα

- $\frac{8}{10} + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή με ακρίβεια $2 - \frac{21}{100} = \frac{179}{100} = 1,79$

η εκτίμηση είναι αρκετά κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα

- $\frac{7}{10} + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή με ακρίβεια $2 - \frac{31}{100} = \frac{169}{100} = 1,69$

η εκτίμηση είναι κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα

- $\frac{6}{10} + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή με ακρίβεια $2 - \frac{41}{100} = \frac{159}{100} = 1,59$

η εκτίμηση δεν είναι τόσο κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα.

- $\frac{5}{10} + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή με ακρίβεια $2 - \frac{51}{100} = \frac{149}{100} = 1,49$

μπορούμε να κάνουμε όμως και την **εκτίμηση $0,5+1=1,5$** η οποία είναι πολύ κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα.

Στην πρώτη εκτίμηση ($1+1$) το αποτέλεσμα είναι **σχετικά μακριά από το ακριβές αποτέλεσμα, ενώ στη δεύτερη ($0,50+1$) πολύ κοντά.**

- $\frac{4}{10} + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή με ακρίβεια $2 - \frac{41}{100} = \frac{139}{100} = 1,39$

μπορούμε να κάνουμε όμως και την **εκτίμηση $0,5+1=1,5$** . Στην πρώτη εκτίμηση ($1+1$) το αποτέλεσμα είναι **μακριά από το ακριβές αποτέλεσμα, ενώ στη δεύτερη ($0,50+1$) πολύ κοντά.**

Στον 9ο όρο: $0,1 + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $1+1=2$ ή $2 - \frac{11}{100} = \frac{189}{100}$. Μπορούμε όμως να κάνουμε

την εκτίμηση $0,1 + \frac{99}{100}$ είναι περίπου: $0+1=1$ που είναι πιο κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα.

Τα παιδιά παρατηρούν ποια εκτίμηση μας διευκολύνει κάθε φορά: στην αρχή η εκτίμηση, όπως έγινε, ήταν πολύ κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα, η ίδια όμως εκτίμηση στον 6ο όρο είχε πολύ μεγάλο σφάλμα. Χρειάζεται επομένως να κάνουμε εκτίμηση διαλέγοντας κάθε φορά τον αριθμό που θα «στρογγυλέψουμε», ώστε να διευκολυνθούμε στους υπολογισμούς με το μικρότερο σφάλμα. **Δε διδάσκουμε τον κανόνα της στρογγυλοποίησης. Επισημαίνουμε τη σημασία της εκτίμησης στους υπολογισμούς και στις στρατηγικές εύρεσης αποτελεσμάτων νοερά με δεκαδικούς αριθμούς ή δεκαδικά κλάσματα.**

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Στην πρώτη αριθμητική αλυσίδα υπάρχει λάθος στον 4ο όρο και για να προταθούν οι επόμενοι όροι (1,271, 1,371, 1,471) πρέπει πρώτα να διορθωθεί ο 4ος όρος και από 1,810 να γίνει 1,071. Στην δεύτερη περίπτωση αν μετατραπεί η αξία του μήλου από $\frac{1}{10}$ σε $\frac{100}{1.000}$ κάθε στοιχείο του

μοπίβου έχει αξία $\frac{400}{1.000} + \frac{100}{1.000} = \frac{500}{1.000}$ ή 0,5 ή μισό. Άρα τα 5 στοιχεία έχουν αριθμητική αξία 2,5.

Η εύρεση του λάθους είναι πιο απαιτητική διαδικασία από την επίλυση ενός υπολογισμού γιατί **ενεργοποιεί το παιδί να πάρει κριτική στάση σε όσα του δίνονται. Παιδιά που δεν κατέχουν καλά τις γνώσεις και τις δεξιότητες που απαιτεί ένας υπολογισμός, μπερδεύονται και δυσκολεύονται σε ανάλογες εργασίες. Τέτοιες εργασίες βοηθούν τα παιδιά να «βγάλουν» τις δυσκολίες τους, να τις συνειδητοποιήσουν και να τις ξεπεράσουν (με τη δική μας επανορθωτική διδασκαλία).**

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2. Εκτιμούν προφορικά στην τάξη και επαληθεύουν με χαρτί και μολύβι. Οι στρατηγικές των παιδιών παρουσιάζονται στον πίνακα.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες των 2. Παρουσιάζουν το πρόβλημα με δικά τους λόγια π.χ., πρέπει να βρούμε την περίμετρο ενός τετραγώνου όταν η πλευρά του είναι $\frac{280}{100}$ μ. ή 2,80 μ. και ενός κανονικού πενταγώνου (όλες οι

πλευρές δηλαδή είναι ίσες) που η πλευρά του είναι $\frac{1.550}{1.000}$ μ. ή 1,550 μ. Τα παιδιά δείχνουν στον πίνακα πώς υπολόγισαν.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση αν τα παιδιά έχουν εξοικειωθεί με τους νοερούς υπολογισμούς. Τα παιδιά έχουν ξαναδεί από προηγούμενες τάξεις μαγικά τετράγωνα (δεν είναι απαραίτητο το άθροισμα διαγώνια).

Τα παιδιά μπορούν να παρατηρήσουν ότι στο πρώτο μαγικό τετράγωνο ο αριθμός οριζόντια και κάθετα είναι $1,5 = 10 \times 0,15$. Άρα, αν βρουν το ένα, βρίσκουν πολύ εύκολα και το άλλο!

Τα παιδιά μπορούν να φτιάξουν σε κόλλα Α4 τα δικά τους μαγικά τετράγωνα 3×3 . Τα λύνουν και στη συνέχεια τα δείχνουν στην τάξη. Κρατάμε τις εργασίες των παιδιών στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν για να λύσουν το πρόβλημα.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

❶ Οι εργασίες β, γ και ε του Τ.Μ. Η γ είναι παρόμοια με την εργασία του Β.Μ.

❷ Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν στην αρχή και να φτιάξουν στη συνέχεια προβλήματα με δεδομένα δεκαδικούς αριθμούς –λόγου χάρη με αγορές, με περίμετρο, με μετρήσεις κ.ά. Παραδείγματα:

- «Είχα στο πορτοφόλι μου 34,58 ευρώ και πλήρωσα για φρούτα στο μανάβη 12,90 ευρώ. Πόσα χρήματα μου έμειναν;»
- «Ο Μάκης είναι 1,46 μ. και ο αδερφός του είναι 0,35 μ. πιο ψηλός. Πόσο ύψος έχει ο αδερφός του;»
- «Η κυρία Μαρία παίρνει το λεωφορείο κάθε μέρα για τη δουλειά της. Πληρώνει το μισό εισιτήριο. Αν το κανονικό εισιτήριο είναι 0,70 και η κυρία Μαρία πληρώνει 2 εισιτήρια τη μέρα, πόσα χρήματα δίνει για τα εισιτήρια τις 5 μέρες που δουλεύει; Πόσα χρήματα πληρώνει το μήνα; (4 εβδομάδες)»
- «Αγοράσαμε μέλι προς 12 ευρώ το κιλό. Πόσα πληρώσαμε για: 1,5 κιλό; 2,5 κιλά; 10 κιλά;»
- «Αν το 1 κιλό τυρί κοστίζει 14,80 ευρώ, πόσο θα κοστίζουν: 0,500 κ. 0,100 κ., 0,250 κ.;»

Έμφαση δίνεται στις στρατηγικές διαχείρισης αριθμών, π.χ. εκτίμηση, διπλάσιο, μισό κτλ. Τα παιδιά διευκολύνονται αν εργάζονται με δεκαδικούς και δεκαδικά κλάσματα: ο υπολογισμός με δεκαδικούς επαληθεύεται από τον υπολογισμό με δεκαδικά κλάσματα και αντίστροφα.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ, δ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στη Γλώσσα ή στο μάθημα Αγωγής υγείας τα παιδιά κάνουν τιμοκαταλόγους με προϊόντα που μπορούν να τρώνε για δεκατιανό.

Συζητάμε για τη διατροφική αξία των προϊόντων, τα παιδιά συγκρίνουν τιμές, υπολογίζουν

πόσο χαρτζιλίκι χρειάζονται την εβδομάδα για να αγοράζουν ή να φτιάχνουν το δικό τους δεκαπιάνο (μπορεί να είναι φρούτο, γιαούρτι, τoστ με τυρί κτλ.).

Κεφάλαιο 11ο «Η έννοια της στρογγυλοποίησης»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Τα παιδιά να μπορούν να λύνουν προβλήματα με δεκαδικούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας τη στρατηγική της εκτίμησης.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς σε δεκαδικούς αριθμούς με εκτίμηση χρησιμοποιώντας τα δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Να μπορούν να βρύνουν ποια εκτίμηση έχει το μικρότερο βαθμό σφάλματος.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσ απαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Σύγκριση, παρεμβολή δεκαδικών.
- ▶ Να κάνουν εκτιμήσεις δεκαδικών στον κοντινότερο ακέραιο.
- ▶ Να αποκωδικοποιούν πληροφορίες που δίνονται με εικόνα.
- ▶ Να υπολογίζουν με δεκαδικούς αριθμούς (πρόσθεση, αφαίρεση) και δεκαδικά κλάσματα (όχι τεχνικές).
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για να επαληθεύουν ή να βρύνουν έναν υπολογισμό.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος:

Ζητάμε από τα παιδιά να βρύν 3 αριθμούς που να είναι πολύ κοντά στο 3,5. Βρύνουν πόση είναι η διαφορά για κάθε αριθμό που βρύναν. Δείχνουν στην αριθμογραμμή που φτιάχνουμε στον πίνακα τους αριθμούς που βρύναν.

Στη συνέχεια ζητάμε να βρύν άλλους 3 αριθμούς που επίσης είναι πολύ κοντά στο 3,5 αλλά έχουν περισσότερα δεκαδικά ψηφία. Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο και για τους επόμενους αριθμούς.

Στη συνέχεια δίνουμε το 3,5 σαν αριθμό-στόχο στον πίνακα και δείχνουμε με βέλη από ποιους αριθμούς μπορούμε να πάρουμε το 3,5 (οι αριθμοί που βρύναν τα παιδιά). Κάθε φορά γράφουμε το σφάλμα. Παράδειγμα:

(3,5)

Από το 3,51 με σφάλμα $\frac{1}{100}$

Από το 3,489 με σφάλμα $\frac{11}{1.000}$

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος:

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, γεωμετρία, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ Η τεχνική του πολλαπλασιασμού σε δεκαδικούς αριθμούς και σε δεκαδικά κλάσματα (προσεγγίζουμε τον πολλαπλασιασμό ως διαδοχική πρόσθεση ίδιων όρων).

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, τετραγωνισμένο χαρτί.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία 1 του Β.Μ., γ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα.

Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Έχουν μπροστά τους ψεύτικα ευρώ και χαρτί τετραγωνισμένο.

Διηγούνται με δικά τους λόγια τι έγινε στο εστιατόριο. Μπορεί να **δραματοποιηθεί η δραστηριότητα – ανακάλυψη**. Εκτιμούν τα ρέστα και βρίσκουν με ακρίβεια. Εκτιμούν το φιλοδώρημα και το βρίσκουν με ακρίβεια.

Δίνουν δικά τους παραδείγματα ανάλογα του παππού. Συζητάμε σε ποιες περιπτώσεις κάνουμε τέτοιες εκτιμήσεις (αγορές, μετρήσεις).

Εργάζονται στο ερώτημα για την τούρτα υπολογίζοντας με το μισό (17,80 το 1 κιλό, άρα το μισό είναι 8,90, οπότε το 1,5 κ. κοστίζει 17,80 + 8,90 ευρώ).

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εξηγούν κάθε φορά την εκτίμηση και το σφάλμα (στην πρώτη περίπτωση $\frac{3}{100}$, στη δεύτερη $\frac{7}{100}$, στην τρίτη $\frac{2}{100}$).

Τα παιδιά κάνουν ανάλογες εργασίες: τα ίδια λένε τον αριθμό και εξηγούν τη στρογγυλοποίηση στα δικά τους τετράγωνα (10 x 10) που έχουν σχεδιάσει στο τετραγωνισμένο χαρτί.

Εργασία γ του Τ.Μ. Αρχικά εκτιμούν και στη συνέχεια βρίσκουν με κάθετη πράξη το ακριβές άθροισμα. Επίσης με κάθετη αφαίρεση βρίσκουν τη διαφορά (σφάλμα).

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, δ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση Εργασία ζ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος:

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά ή ατομικά. Φτιάχνουμε τους στόχους στον πίνακα και καταγράφουμε τις απαντήσεις τους στις οποίες αναφέρουν το σφάλμα κάθε φορά.

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική. Βρίσκουν το «λάθος»: Το στυλό είναι πολύ ακριβό! Συζητάμε για την σημασία της αξιολόγησης των δεδομένων που μας δίνουν σ΄ ένα πρόβλημα. Στην καθημερινή ζωή δεν αρκεί η εκτίμηση. Προέχει η αξιολόγηση των πληροφοριών.

Εργασία β του Τ.Μ. Διαθεματική εργασία. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Συζητάμε γιατί η εκτίμηση άλλες φορές πρέπει να γίνεται «προς τα πάνω» και άλλες φορές «προς τα κάτω» ανάλογα. Δίνουμε ακόμη ένα παράδειγμα: «Έχω στο πορτοφόλι μου 24,60 ευρώ. Θέλω να βάλω βενζίνη. Μπορώ να ζητήσω να βάλουν 25 ευρώ;» Συζητάμε για τη σημασία της εκτίμησης στην αγωγή καταναλωτή (οργανώνω τις αγορές μου, συγκρίνω, αποφασίζω τι πρέπει να κάνω με τα συγκεκριμένα χρήματα που έχω και τις ανάγκες που πρέπει να καλύψω κάθε φορά).

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία δ του Τ.Μ. Στην εργασία αυτή ζητάμε από τα παιδιά να βρουν αρχικά πόσο περίπου η διαφορά και στη συνέχεια να βρουν πόσο μεγάλο είναι το σφάλμα: επειδή η μονάδα αναφοράς είναι το χιλιόμετρο, τα 0,002 χιλιόμετρα είναι 2 μέτρα και τα 0,008 χιλιόμετρα είναι 8 μέτρα. Επομένως το σφάλμα στο υπολογισμό είναι 6 μέτρα, πολύ μικρή απόσταση σε σχέση με τα 17 χιλιόμετρα που διανύθηκαν.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση (βιωματική) μαζί με την εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες. Εξηγούν κάθε φορά το σφάλμα της εκτίμησης και πώς η εκτίμηση τους οδήγησε στη γρήγορη επίλυση του προβλήματος.

Εργασία στ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Στον πίνακα γράφουμε τον αριθμό-στόχο 371,14. Τα παιδιά εξηγούν κάθε φορά το σφάλμα και συζητάμε σε ποιες περιπτώσεις θα κάναμε κάθε μια από τις 3 στρογγυλοποιήσεις, π.χ. την 1η και την 2η όταν θα θέλαμε σχετική ακρίβεια στη μέτρησή μας, ενώ στη 3η περίπτωση όταν θα θέλαμε σύντομο υπολογισμό χωρίς τόσο ανάγκη για ακρίβεια (χμ., κιλά, κ.ά.). Δίνουμε κι άλλα τέτοια παραδείγματα στον πίνακα.

Παραλλαγή:

Δίνουμε ανάλογους αριθμούς στον πίνακα. Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν κάθε φορά τον αριθμό από τον οποίο στρογγυλοποιήσαμε και φτάσαμε στον αριθμό-στόχο: με σφάλμα 1, 2 ή 3 δεκαδικά ψηφία.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

Οι εργασίες 1, 2 του Β.Μ. και ε, στ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και γ, ε, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Αγωγή καταναλωτή: σύγκριση τιμών ανά τεμάχιο σε συσκευασίες του 1 ή 2 τεμαχίων ή συσκευασίες με περισσότερο προϊόν ή προσφορές (+1 δώρο κ.ά.). Καταγράφουν σε πίνακα το προϊόν, την ποσότητα και την τιμή του 1 τεμαχίου στη συσκευασία του 1, 2 ή περισσότερων τεμαχίων.

Κεφάλαιο 12ο «Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να πολλαπλασιάζουν δεκαδικό αριθμό με δεκαδικό και φυσικό και να επαληθεύουν με διάφορους τρόπους.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να συμπληρώνουν ημιτελείς πράξεις και να διορθώνουν λανθασμένους αλγορίθμους.
- ▶ Να κάνουν πολλαπλασιασμούς δεκαδικού με δεκαδικό και να επαληθεύουν χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού (επιμερισμός ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση).
- ▶ Να πολλαπλασιάζουν ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000 κτλ.
- ▶ Να υπολογίζουν γινόμενα κάνοντας εκτίμηση.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς (πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού, διαίρεσης) με ακεραίους και συμμιγείς χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές.
- ▶ Να γνωρίζουν τον κάθετο πολλαπλασιασμό ακεραίων καθώς και τον πολλαπλασιασμό με 10, 100, 1.000 στους ακεραίους.
- ▶ Να υπολογίζουν προσεγγιστικά τη λύση ενός προβλήματος.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για να επαληθεύουν ή να βρίσκουν έναν υπολογισμό.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 και έχουν ψεύτικα ευρώ ή το σπαστό μέτρο μπροστά τους. Ζητάμε να γράψουν σε μια κόλλα Α4 ή στο πρόχειρό τους. Να βρουν:

- 1) «Αν ο Βασίλης βάζει 5,35 ευρώ κάθε εβδομάδα στον κουμπαρά του, μετά από 10 εβδομάδες τι ποσό θα έχει αποταμιεύσει;»
- 2) «Η Ελένη και οι φίλες της φτιάχνουν ένα διακοσμητικό κορδόνι για την παράσταση του σχολείου. Με 38 χάντρες φτιάχνουν κορδόνι μήκους 0,40 μ. Πόσο μήκος θα έχει το κορδόνι που φτιάχνουν αν χρησιμοποιήσουν 100 φορές 38 χάντρες όμοιες με τις πρώτες που χρησιμοποίησαν;»

Επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους με νοερούς υπολογισμούς και με το εποπτικό υλικό.

Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα. Παράδειγμα: $5,35 \times 10 = 53,5$ ευρώ: Κάθε ψηφίο του αριθμού 5,35 έγινε μεγαλύτερο 10 φορές γιατί η μονάδα έγινε δεκάδα, τα δέκατα έγιναν μονάδες κτλ.).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ο πολλαπλασιασμός με 0,1, 0,01, 0,001 κτλ.,
- διαίρεση δεκαδικών με 10, 100, 1.000 κτλ.,
- πολλαπλασιασμός κλασμάτων,
- η αναγωγή στη μονάδα ως τεχνική.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, μεζούρα ή μέτρο σπαστό, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα.

Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Διηγούνται με δικά τους λόγια την αγορά. Μπορεί να δραματοποιηθεί η δραστηριότητα – ανακάλυψη. Εκτιμούν το ποσό που πρέπει να πληρώσει ο παππούς και συμπληρώνουν Σ ή Λ στην εκτίμηση του ψαρά. Εργάζονται στην εύρεση του γινομένου $12,5 \times 0,80$ χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και με την αφαίρεση.

Τα παιδιά εργάζονται στο βιβλίο τους χωρίς να τους εξηγήσουμε πώς θα τοποθετήσουμε την υποδιαστολή στο τελικό αποτέλεσμα. Δείχνουμε στον πίνακα με τη βοήθεια των παιδιών τον κάθετο πολλαπλασιασμό (χωρίς να εξηγήσουμε πώς βάζουμε την υποδιαστολή). Παρακινούμε τα παιδιά να παρατηρήσουν πόσα είναι τα δεκαδικά ψηφία των αριθμών που πολλαπλασιάζουμε και πόσα δεκαδικά ψηφία έχει το αποτέλεσμα. Τα παιδιά διαβάζουν το Σαΐτα. Κάνουν ένα ακόμη παράδειγμα κάθετου πολλαπλασιασμού στον πίνακα. Παρατηρούν όλες τις στρατηγικές και τις εξηγούν.

Εργασία β του Τ.Μ. Συζητάμε στην τάξη για την εκτίμηση που κάνουμε πάντα πριν από έναν υπολογισμό. **Η εκτίμηση πάντα μας βοηθάει να ξέρουμε τι να περιμένουμε (την τάξη μεγέθους του αριθμού).**

Ελέγχουμε πρώτα τα γινόμενα. Είναι αναμενόμενα; Το πρώτο θα έπρεπε να είναι μικρότερο από 2,5 γιατί παίρνουμε το 2,5 λιγότερο από 1 φορά (δηλαδή το αποτέλεσμα δεν είναι όσο $1 \times 2,5$). Στη δεύτερη περίπτωση το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι κοντά στο 0,135 γιατί παίρνουμε το 0,135, 1 φορά και κάτι. Άρα, αρχίζουμε να ελέγχουμε τον τρόπο που έγιναν οι κάθετοι πολλαπλασιασμοί. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά στο βιβλίο τους (κάνουν τους κάθετους πολλαπλασιασμούς) και στη συνέχεια δείχνουν στον πίνακα πού βρήκαν το λάθος.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται με ή χωρίς ψεύτικα ευρώ ανάλογα αν έχουν ευχέρεια στους νοερούς υπολογισμούς με τους δεκαδικούς.

Αρχικά εκτιμούν και στη συνέχεια βρίσκουν με κάθετη πράξη το ακριβές αποτέλεσμα. Κάποια παιδιά μπορούν να εργαστούν νοερά (με το μισό και το διπλάσιο) και να βρουν αμέσως το ακριβές αποτέλεσμα ως εξής:

- 1 κιλό κοστίζει 3,40 ευρώ. Άρα, μισό κιλό κοστίζει 1,70 ευρώ.
- 2 κιλά κοστίζουν 6,80 ευρώ ($3,40 + 3,40$).
Άρα, 4 κιλά κοστίζουν 13,60 και 8 κιλά κοστίζουν 27,20 ευρώ.
- 10 κιλά = 8 κιλά + 2 κιλά ή $27,20 + 6,80 = 34$ ευρώ ή $(10 \times 3 = 30 \quad 10 \times 0,40 = 4,34 \text{ ευρώ})$.
- 9,5 κιλά = 10 κιλά – μισό κιλό ή $34 - 1,70 = 32,30$ ευρώ.

Αναδεικνύουμε όλες τις διαφορετικές στρατηγικές που βρίσκουν τα παιδιά και συζητάμε πώς μπορούμε να επαληθεύσουμε έναν κάθετο πολλαπλασιασμό.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία α του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες γ, ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος

Δίνουμε στα παιδιά να εργαστούν ατομικά με 3 κάθετους πολλαπλασιασμούς με δεκαδικούς αριθμούς που:

- ο ένας δεν είναι λυμένος μέχρι τέλους (καλούνται να τον συμπληρώσουν),
- οι άλλοι 2 είναι λάθος λυμένοι.

Ζητάμε από τα παιδιά να γράψουν αρχικά πόσο περιμένουν να είναι το σωστό αποτέλεσμα και στη συνέχεια να ασχοληθούν με τους κάθετους πολλαπλασιασμούς.

Παρατηρούμε αν τα παιδιά έχουν άνεση να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα, αν μπορούν να κάνουν σωστά τον πολλαπλασιασμό ανεξάρτητα με πόσα δεκαδικά ψηφία υπάρχουν στους αριθμούς, αν βάζουν σωστά την υποδιαστολή.

Συνήθως τα παιδιά μπερδεύονται αν έχουμε αριθμούς με μηδενικά στα δεκαδικά ψηφία, π.χ. $0,045 \times 1,006$, $3,40 \times 0,04$ κτλ.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται εύκολα με τον πολλαπλασιασμό του 10 (γνωστή διαδικασία σε μετρήσεις και παραδείγματα που μπορούν να επαληθεύσουν με εποπτικό υλικό). Ωστόσο οι πολλαπλασιασμοί με το 100 και το 1.000 μπορεί να τα δυσκολέψει. Ζητάμε να μας εξηγήσουν πώς σκέφτηκαν. **Αν έχουν εξοικειωθεί με αυτούς τους πολλαπλασιασμούς στους ακεραίους, μπορούν να οδηγηθούν στο σωστό αποτέλεσμα (μεγαλώνει αντίστοιχα 100 φορές και 1.000 φορές η αξία κάθε ψηφίου, δεκαδικού ή ακεραίου).**

Επαληθεύουν τα αποτελέσματα με την αριθμομηχανή. Δεν καταλήγουμε σε συμπέρασμα. Συνεχίζουν να εργάζονται με τους πολλαπλασιασμούς $\times 20$, $\times 200$, $\times 2.000$. **Ένας πολλαπλασιασμός $\times 20$ είναι ίδιος με τον πολλαπλασιασμό $\times 10$ και στη συνέχεια $\times 2$.** Τα παιδιά έχουν ασκηθεί σε ανάλογες στρατηγικές στους ακεραίους (1η ενότητα του βιβλίου). Επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.

Μετά τις παρατηρήσεις των παιδιών τα αφήνουμε να εργαστούν στην **εργασία 2 του Β.Μ.** Τα παιδιά δε φτάνει να βρουν με νοερούς υπολογισμούς ή με κάθετο πολλαπλασιασμό το αποτέλεσμα, αλλά πρέπει να **εξηγήσουν με ιδιότητες του πολλαπλασιασμού το αποτέλεσμα:**

- $7,5 \times 2 = (7 \times 2) + (0,5 \times 2)$ ή $(8 - 0,5) \times 2$.
- $7,5 \times 20 = 7,5 \times 2 \times 10$ δηλαδή το προηγούμενο αποτέλεσμα επί 10 ή $(7 \times 20) + (0,5 \times 20)$ ή $20 \times (8 - 0,5) = 20 \times 8 - (20 \times 0,50)$ ή $(10 \times 7,5) \times 2$.
- $7,5 \times 0,2 = (7,5 \times 2) \times 0,1$ που σημαίνει $15 \times 0,1$ ή $15 \times \frac{1}{10}$ ή $\frac{15}{10}$ ή 1,5.
- $7,5 \times 0,02 = (7,5 \times 2) \times 0,01$ που σημαίνει $15 \times 0,01$ ή $15 \times \frac{1}{100}$ ή $\frac{15}{100}$ ή 0,15.

Αν τα παιδιά παρατηρήσουν τα αποτελέσματα των πολλαπλασιασμών με 2 – 20 και 0,2 – 0,20 και προσπαθήσουν να βγάλουν συμπέρασμα, δεν τους διδάσκουμε την τεχνική $\times 0,1$ ή $\times 0,01$ αλλά απλά επιβεβαιώνουμε το γεγονός ότι ο αριθμός μικραίνει κατά 1 ή 2 δεκαδικά ψηφία αντίστοιχα και τους δίνουμε την ευκαιρία να δουν τι συμβαίνει και με άλλα παραδείγματα. Λόγου χάρη:

$$30 \times 0,3 \qquad 300 \times 0,30 \qquad 3 \times 0,03$$

Επαληθεύουν με κάθετη πράξη ή με την αριθμομηχανή. Καταλήγουν στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Συζητάμε στην τάξη την αρχική τους εκτίμηση καθώς και τα αποτελέσματα που βρήκαν. Ακούμε πώς εργάστηκαν.

Εργασίες γ, ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες. Παρουσιάζουν τις στρατηγικές τους στην τάξη και τις δείχνουν στον πίνακα. Ζητάμε να επαληθεύσουν τους υπολογισμούς τους με άλλο τρόπο.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Σκοπός της εργασίας είναι να μπορούν να σταθούν κριτικά στο αποτέλεσμα. Δε χρειάζεται να κάνουν πράξεις.

Παραλλαγή:

Δίνουμε ανάλογους αριθμούς στον πίνακα. Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν κάθε φορά τον αριθμό από τον οποίοτρογγυλοποιήσαμε και φτάσαμε στον αριθμό-στόχο: με σφάλμα, 1 δεκαδικό, 2 ή 3 δεκαδικά ψηφία.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▮ Χρησιμοποιούμε την αριθμομηχανή τσέπης για να βρούμε τους εξής πολλαπλασιασμούς:

$$2 \times 0,40 \qquad 20 \times 0,40 \qquad 0,2 \times 40 \qquad 0,2 \times 0,40$$

Ζητάμε από τα παιδιά να παρατηρήσουν τα αποτελέσματα. Συσχετίζουν τη θέση της υποδιαστολής με τον αριθμό των δεκαδικών ψηφίων των αριθμών. Στη συνέχεια δίνουμε να επαληθεύσουν πάλι με την αριθμομηχανή τις παρατηρήσεις τους εξετάζοντας τα αποτελέσματα των παρακάτω πολλαπλασιασμών:

$$3 \times 0,50 \quad 300 \times 0,50 \quad 0,03 \times 500 \quad 0,03 \times 0,05$$

Διαβάζουν τον Σαίττα. Δείχνουμε στον πίνακα πώς μπορούμε να κάνουμε τον κάθε πολλαπλασιασμό δεκαδικών με φυσικούς ή δεκαδικούς.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες γ, ε, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Αγωγή καταναλωτή: παρατηρούν συσκευασίες π.χ., με μπισκότα όπου δίνεται το βάρος του τεμαχίου (σε δεκαδικό) καθώς και το συνολικό βάρος του προϊόντος (αριθμός τεμαχίων \times βάρος ενός τεμαχίου) σε δεκαδικό αριθμό επίσης.

Κεφάλαιο 13ο «Διαίρεση ακεραίου με ακέραιο με πηλίκο δεκαδικό αριθμό»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να κάνουν διαιρέσεις ακεραίων με ακεραίους που δίνουν πηλίκο δεκαδικό αριθμό και να επαληθεύουν με πολλαπλασιασμό.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να κάνουν διαιρέσεις ακεραίου με ακέραιο με πηλίκο δεκαδικό αριθμό και να επαληθεύουν χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της διαίρεσης (επιμερισμός ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση).
- ▶ Να διαιρούν έναν ακέραιο με 10, 100, 1.000 κτλ. βρίσκοντας πηλίκο δεκαδικό αριθμό.
- ▶ Να λύνουν προβλήματα κάνοντας υπολογισμούς πρώτα με εκτίμηση και στη συνέχεια με ακρίβεια.
- ▶ Να συμπληρώνουν ημιτελείς πράξεις και να διορθώνουν λανθασμένους αλγόριθμους (διαίρεσης).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κάνουν πολλαπλασιασμό δεκαδικού με ακέραιο και δεκαδικό.
- ▶ Να γνωρίζουν την κάθετη διαίρεση ακεραίων καθώς και τη διαίρεση με 10, 100, 1.000 στους ακεραίους με πηλίκο ακέραιο αριθμό.
- ▶ Να υπολογίζουν προσεγγιστικά τη λύση ενός προβλήματος.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για να επαληθεύουν ή να βρίσκουν έναν υπολογισμό.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 ή των 4. Ζητάμε να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα:

«Στην εταιρεία τροφοδοσίας όπου δουλεύει η Αννεζίνα, στο αεροδρόμιο, κατά την πρωινή βάρδια τοποθέτησαν 58.250 μερίδες σε τρόλεϊ χωρητικότητας 125 μερίδων το καθένα. Πόσα τρόλεϊ φόρτωσαν;»

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Ο πολλαπλασιασμός με 0,1, 0,01, 0,001 κτλ.
- Διαίρεση δεκαδικών με 10, 100, 1.000 κτλ.
- Η αναγωγή στη μονάδα ως τεχνική.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, μεζούρα ή μέτρο σπαστό, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη (α, β)
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα.

Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Διηγούνται με δικά τους λόγια την αγορά. Μπορεί να δραματοποιηθεί η δραστηριότητα – ανακάλυψη. Εκτιμούν πόσο κοστίζει το μολύβι σε κάθε συσκευασία.

Επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους με ζωγραφική (σχεδιάζουν τα κέρματα, π.χ.: 4 x 1 ευρώ και 4 x 20 λεπτά και 4 x 5 λεπτά ή 8 πενντάλεπτα και 20 πεντάλεπτα κτλ.).

Μπορούν να επαληθεύσουν με την αριθμομηχανή τσέπης και τα ψεύτικα ευρώ.

Γράφουμε στον πίνακα την πρώτη κάθετη πράξη. Ζητάμε από τα παιδιά, διαβάζοντας τις οδηγίες από τη διαίρεση $5 : 4$, να περιγράψουν τον αλγόριθμο. Παρεμβαίνουμε όπου υπάρχουν παρανοήσεις.

Συζητάμε για τη διαδικασία της υποδιαστολής: πότε τη βάλουμε. Αφήνουμε τα παιδιά να εργαστούν μόνο τους στο βιβλίο τους σε ομάδες των 2 ή ατομικά για τη διαίρεση $6 : 5$.

Τα παιδιά εξηγούν κι εμείς γράφουμε ταυτόχρονα στον πίνακα τον αλγόριθμο όπως τον περιγράφουν τα παιδιά. Συζητάμε αν υπάρχουν δυσκολίες στην εκτέλεση ή στην κατανόηση, και επαληθεύουν με κάθετο πολλαπλασιασμό στον πίνακα. Τα παιδιά διορθώνουν στο βιβλίο τους αν έκαναν λάθος. Συζητάμε για τα λάθη που έκαναν (τα παιδιά εξηγούν πού μεπερδέυτηκαν).

Εργασία β του Τ.Μ. Συζητάμε στην τάξη για την εκτίμηση που κάνουμε πάντα πριν από έναν υπολογισμό. **Η εκτίμηση πάντα μας βοηθάει να ξέρουμε τι να περιμένουμε (την τάξη μεγέθους του αριθμού).**

Ελέγχουμε πρώτα το αποτέλεσμα των διαιρέσεων. Είναι αναμενόμενο; Το πρώτο θα έπρεπε να είναι μεγαλύτερο (περίπου 2.000). Αφού εξηγήσουν τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν για να κάνουν εκτίμηση του αποτελέσματος, τα παιδιά ελέγχουν την κάθετη διαίρεση και τη γράφουν σωστά δίπλα. Εξηγούν στον πίνακα το σωστό αλγόριθμο. Δίνουμε ακόμη 2 διαιρέσεις να βρουν τα παιδιά το λάθος, π.χ.: $40.325 : 5 = 8,65$ και $726.072 : 8 = 90.090$.

Τα παιδιά εργάζονται σε φύλλο Α4 ατομικά ή σε ομάδες των 2 και στη συνέχεια εξηγούν στην τάξη πώς εργάστηκαν. **Παρατηρούμε πού μπερδεύονται τα παιδιά, πού δυσκολεύονται (τις εργασίες που γίνονται στην τάξη σε κόλλες Α4 μπορούμε να τις πάρουμε, να τις μελετήσουμε και να αξιολογήσουμε τη διδασκαλία προκειμένου να κάνουμε τις κατάλληλες επανορθωτικές κινήσεις στη συνέχεια).**

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται με ή χωρίς μεζούρα ή μέτρο ανάλογα αν έχουν ευχέρεια στους νοερούς υπολογισμούς με τους δεκαδικούς, π.χ. $3,10 \mu. = 310 \text{ εκ.}$

Αρχικά ζητάμε να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα της διαίρεσης $310 : 75$. Στη συνέχεια εργάζονται ατομικά. Δείχνουν στον πίνακα πώς εργάστηκαν. Δίνουμε την ευκαιρία σε όλα τα παιδιά να παρουσιάσουν τις διαφορετικές στρατηγικές τους στη λύση του προβλήματος. Η διαίρεση είναι μια από αυτές.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη (ερώτημα γ) Εργασία του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες α, ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών. Έλεγχος

Δίνουμε στα παιδιά 3 διαιρέσεις για να εργαστούν ατομικά σε κόλλες Α4:

$$54 : 50$$

$$840 : 600$$

$$13.950 : 2.500$$

Ζητάμε από τα παιδιά να γράψουν αρχικά πόσο περιμένουν να είναι το σωστό αποτέλεσμα και στη συνέχεια να βρουν το ακριβές αποτέλεσμα και να επαληθεύσουν με όποιον τρόπο θέλουν.

Παρατηρούμε αν τα παιδιά έχουν άνεση να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα, αν μπορούν να κάνουν σωστά τον αλγόριθμο και να βάλουν σωστά την υποδιαστολή.

Ερώτημα β και γ της δραστηριότητας - ανακάλυψης. Τα παιδιά εργάζονται εύκολα με τη διαίρεση $9 : 10$ (συμπληρώνουν τον αλγόριθμο). Ωστόσο στο δεύτερο ερώτημα πολλά παιδιά μπορούν να εκτιμήσουν αρκετά κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα αν συσχετίσουν τις διαιρέσεις $9 : 10$ και $90 : 100$. Δε λέμε εμείς τον «κανόνα».

Η εργασία του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση με εποπτικό υλικό. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες και χρησιμοποιούν το πρόχειρό τους ή κόλλες Α4 για να επαληθεύσουν τις εκτιμήσεις τους. Συζητάμε στην τάξη για τις στρατηγικές που ακολούθησαν και ζητάμε να επαληθεύσουν το αποτέλεσμα με τις ιδιότητες των πράξεων (επιμερισμός της διαίρεσης ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση).

Επειδή η διαίρεση είναι πιο δύσκολη να κατανοηθεί από τα παιδιά, χρησιμοποιούμε τα

ψεύτικα ευρώ όπου $1 = 1 \text{ ευρώ}$, $\frac{1}{10} = 10 \text{ λεπτά}$ ή 1 δεκάλεπτο , $\frac{1}{100} = 1 \text{ λεπτό}$.

Παραδείγματα:

$$42 : 10 \text{ ή } 42 \text{ ευρώ} : 10 = (40 : 10) + (2 : 10) = 4 \text{ ευρώ και } 2 \text{ δεκάλεπτα ή } \frac{42}{10} \text{ ή } 4,20 \text{ ευρώ.}$$

$$42 : 20 \text{ ή } 42 \text{ ευρώ} : 20 = (42 : 10) : 2 \text{ ή το προηγούμενο αποτέλεσμα} : 2 \text{ ή } 2 : 2 = 2,10 \text{ ευρώ.}$$

$$42 : 100 \text{ ή } 42 \text{ ευρώ} : 100 = (42 : 10) : 10 = 4,2 : 10 = (4 : 10) + (0,2 : 10) \text{ ή}$$

$$\frac{4}{10} \text{ ή } 40 \text{ λεπτά και } \frac{2}{10} : 10 \text{ ή } 20 \text{ λεπτά} : 10 = 2 \text{ λεπτά ή } \frac{2}{100} \text{ ευρώ, άρα } 0,42 \text{ ευρώ.}$$

$$42 : 200 \text{ ή } 42 \text{ ευρώ} : 200 = (42 : 100) : 2 \text{ ή το προηγούμενο αποτέλεσμα} : 2 \text{ ή } 0,42 : 2 = 0,21.$$

$$42 : 1.000 \text{ ή } (42 : 100) : 10 = 0,42 : 10. \text{ Ζητάμε από τα παιδιά να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα. Επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.}$$

Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα των διαιρέσεων (:10, :100, :1.000). Παρατηρούν ότι αλλάζει η υποδιαστολή και ο αριθμός των δεκαδικών ψηφίων, **ο αριθμός μικραίνει και κάθε ψηφίο του αλλάζει τάξη (η δεκάδα γίνεται μονάδα, η μονάδα, δέκατο κτλ. όταν διαιρούμε με το 10)**. Αντίστοιχα συμπεράσματα βγάζουν για τη διαίρεση με το 100, 1.000. Πιθανόν τα παιδιά να αναρωτηθούν τι θα γίνει αν διαιρέσουμε έναν αριθμό με το 10.000 κτλ. Συζητάμε στην τάξη δίνοντας ένα συγκεκριμένο παράδειγμα.

Βγάζουν συμπέρασμα με δικά τους λόγια. Διαβάζουν το συμπέρασμα του βιβλίου και σε ομάδες τα αφήνουμε να εργαστούν στις **εργασίες α, γ του Τ.Μ.** Πρώτα συζητάμε στην τάξη τις εκτιμήσεις τους και πώς σκέφτηκαν.

Επαληθεύουν με κάθετη πράξη ή την αριθμομηχανή τσέπης. Δείχνουν στον πίνακα ή κάνουν διόρθωση μεταξύ τους.

Εργασίες δ, ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική, εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά μπορούν να δραματοποιήσουν τα προβλήματα και να σκεφτούν τρόπους να το λύσουν. Εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες. Παρουσιάζουν τις στρατηγικές τους στην τάξη και τις δείχνουν στον πίνακα. Ζητάμε να επαληθεύσουν τους υπολογισμούς τους με άλλο τρόπο. Συζητάμε για την ανάγκη στην καθημερινή ζωή για νοερούς υπολογισμούς τέτοιου είδους.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Σκοπός της εργασίας είναι να μπορούν να οργανώσουν τις πληροφορίες (τα $\frac{25}{100} = 0,25$ ή $\frac{1}{4}$ οπότε εργάζονται με γνωστούς αλγόριθμους).

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Η εργασία του Β.Μ. και ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- Χρησιμοποιούμε κάθετο άβακα ώστε να μπορούν να αντιληφθούν πώς 10 εκατοστά τα ανταλλάσσουμε με 1 δέκατο ή 1 δέκατο, αν το χωρίσουμε σε δέκα ίσα μέρη (1:10), παίρνουμε 10 φορές το 1 εκατοστό.

Κάνουμε λοιπόν τις διαιρέσεις: 2:10, 5:20=5:10:2, 62:100=62:10:10 κτλ. Στη συνέχεια δείχνουμε με την κάθετη πράξη.

Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε τα ψεύτικα ευρώ (δε βοηθάει όμως στη διαίρεση με το 1.000 γιατί δεν υπάρχει χιλιοστό του ευρώ) και το μέτρο (οπότε μπορούμε να δείξουμε τις διαιρέσεις με το 1.000).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες γ, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Δραματοποίηση αγορών. Παράδειγμα: Αν τα 1.000 γραμμάρια καφέ ή 1 κ. κοστίζουν 11,50 ευρώ, πόσο κοστίζουν τα 0,100 κ. ή τα 0,010 κ.;
- Αγωγή υγείας. Συζητάμε για την ημερήσια συνιστώμενη δόση σε βιταμίνες, ιχνοστοιχεία κτλ. και τις θερμίδες που έχουν.

Αν, λόγου χάρη, φάμε μια σοκολάτα υγείας 200 γραμμ., παίρνουμε 960 θερμίδες. Πόσες θερμίδες έχει το γραμμάριο ή η σοκολάτα υγείας;

Κεφάλαιο 14ο «Γρήγοροι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με 10, 100, 1.000»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί να χρησιμοποιούν το σύντομο πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση με 10, 100, 1.000 σε ακέραιο αριθμό και σε δεκαδικό.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διαχειρίζονται 8ψήφιους και 9ψήφιους αριθμούς ως δεκαδικούς και να χρησιμοποιούν τη στρογγυλοποίηση σε αυτούς αναγνωρίζοντας το βαθμό σφάλματος.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τον άβακα για τις επαληθεύσεις των υπολογισμών τους.
- ▶ Να ταυτίσουν ότι το $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1.000}$ ενός αριθμού είναι η διαίρεση του αριθμού αυτού με το 10, 100, 1.000.
- ▶ Να βρίσκουν το λάθος σε λανθασμένους υπολογισμούς.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας..

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να χρησιμοποιούν τα δεκαδικά κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς για να εκφράσουν τα αποτελέσματα μετρήσεων (κιλά, ευρώ, μέτρα, τόνος).
- ▶ Να μετατρέπουν ακέραιους σε δεκαδικούς αλλάζοντας τη μονάδα αναφοράς, και το αντίστροφο.
- ▶ Να γνωρίζουν τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.
- ▶ Να βρίσκουν το δεκαδικό ανάπτυγμα σε ακέραιους και δεκαδικούς αριθμούς (φωνολογική ανάλυση).
- ▶ Να στρογγυλοποιούν ακέραιους και δεκαδικούς.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος:

Γράφουμε στον πίνακα τον αριθμό 0,10 μ. Ρωτάμε τα παιδιά: Ποια είναι η μονάδα αναφοράς; (το μέτρο)

Στη συνέχεια ζητάμε να διαβάσουν τους αριθμούς: 0,10 ευρώ, 0,10 εκατομμύρια. Ποια είναι η μονάδα αναφοράς κάθε φορά; Εξηγούμε τι σημαίνουν κάθε φορά οι δεκαδικοί αριθμοί (10 εκ., 10 λεπτά του ευρώ, 100.000). Δείχνουμε στον πίνακα με άβακα:

Μονάδα	$\frac{1}{10}$ της μονάδας	
Μέτρο	10 εκ.	γιατί $10 \times 10 \text{ εκ.} = 100 \text{ εκ.}$
Ευρώ	10 λεπτά	γιατί $10 \times 10 \text{ λεπτά} = 1 \text{ ευρώ}$
Εκατομμύριο	100.000	γιατί $10 \times 100.000 = 1.000.000$

Μπορούμε να ξεκινήσουμε πρώτα με το 0,5 ή $\frac{5}{10}$ και στη συνέχεια με το 0,1 ή $\frac{1}{10}$

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος:

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μετατροπές μονάδων μάζας, μήκους.
- Ο πολλαπλασιασμός $\times 0,1$, $\times 0,01$, $\times 0,001$.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, άβακας, αριθμομηχανή τσέπης, έντυπα στα οποία αναγράφονται πολύ μεγάλοι αριθμοί.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα. Πιο εύκολο για τα παιδιά είναι ο πολλαπλασιασμός στους ακεραίους.

Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Διαβάζουν τις πληροφορίες για τα 25 κράτη της Ε.Ε. και απαντούν στους υπολογισμούς που καλούνται να κάνουν με κάθετο πολλαπλασιασμό (είτε μέσα είτε έξω από τον άβακα) και επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.

Παρατηρούν τους 2 πολλαπλασιασμούς και τα αποτελέσματα. Τα ρωτάμε αν μπορούν να εικάσουν τα αποτελέσματα των πολλαπλασιασμών $1.403.000 \times 10$ και $1,403 \text{ εκατ.} \times 10$. Χρησιμοποιούν για την επαλήθευση την αριθμομηχανή. Καταλήγουν με δικά τους λόγια σε συμπέρασμα (δεν καθοδηγούμε τα παιδιά, αντίθετα ζητάμε να είναι ακριβή σε όσα λένε και δίνουμε παραδείγματα στον πίνακα). Πιθανόν τα παιδιά να μην καταλήξουν στο σωστό συμπέρασμα. Κάθε φορά στο παράδειγμα που δίνουν επαληθεύουν με την αριθμομηχανή. Στο τέλος διαβάζουν τον Σαΐτα. Δίνουν 2 παραδείγματα δικά τους στον πίνακα (από τα παραδείγματα που δίνουν καταλαβαίνουμε τι έχουν κατανοήσει). Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο για το ερώτημα με τους ανέργους. Σημαντικό είναι να εξηγήσουν ότι το $\frac{1}{10}$ των 453.685.000 είναι το ίδιο με το $453.685.000 : 10$.

Τέλος, εργάζονται ατομικά για να απαντήσουν Σωστό ή Λάθος. Συζητάμε τις απαντήσεις τους και ακούμε γιατί μπερδεύτηκαν ή πού δυσκολεύτηκαν.

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά εκτιμούν προφορικά: στο πρώτο ερώτημα διαιρούν με 10 γιατί $100 \text{ γραμμ.} = \frac{1}{10}$ του κιλού, ενώ στο δεύτερο προσθέτουν το ποσό που βρήκαν στο ποσό που αντιστοιχεί στο 1 κιλό ($1.100 \text{ γραμμ.} = 1.000 \text{ γραμμ.} + 100 \text{ γραμμ.}$). Στη συνέχεια εργάζονται ατομικά. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν και δείχνουν στον πίνακα.

Εργασία β του Τ.Μ. Προσεγγίζουν την απάντηση σε κάθε ερώτημα και με πολλαπλασιασμό και με διαίρεση, π.χ.: $10 \times \dots = 200.000.000$ ή $200.000.000 : 10 = \dots$. Επαληθεύουμε με την αριθμομηχανή.

Εργασία γ του Τ.Μ. Εξηγούν στον πίνακα το λάθος. Δείχνουν το σωστό αποτέλεσμα. Αν τα παιδιά θελήσουν να διορθώσουν, όχι το αποτέλεσμα αλλά έναν από τους δύο αριθμούς που πολλαπλασιάζονται, δεχόμαστε την πρότασή τους.

Εργασία δ του Τ.Μ. Εξηγούν τη λύση που έδωσαν και τα λάθη που έκαναν. Επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης ή με κάθετη πράξη.

Εργασία ε του Τ.Μ. Δεν κάνουμε μετατροπές.

Εργασία στ του Τ.Μ. Πρώτα βρίσκουν τα γινόμενα και μετά αντιστοιχίζουν.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Χρησιμοποιούμε την αριθμομηχανή μαζί με τον άβακα: πληκτρολογούμε στον υπολογιστή τον αριθμό 12.500.000 και τον γράφουμε και στον άβακα. Στον υπολογιστή τον πολλαπλασιάζουμε αρχικά με το 10, μετά με το 100 και τέλος με το 1.000. Γρά-

φουμε τα αποτελέσματα στον άβακα. Συζητάμε τις παρατηρήσεις μας. Με τον ίδιο τρόπο πολλαπλασιάζουμε και με το 0,1 ή $\frac{1}{10}$ κτλ.

- ▶ Ζητάμε να λύσουν, χρησιμοποιώντας την αριθμομηχανή, το παρακάτω πρόβλημα: «Ένα εισιτήριο στο θέατρο κοστίζει περίπου 22,5 €. Πόσες ήταν οι συνολικές εισπράξεις του θεάτρου αν την τελευταία εβδομάδα παρακολούθησαν την παράσταση 1.000 θεατές; Αν στην κινηματογραφική περίοδο οι θεατές ήταν 10.000, πόσες θα ήταν οι συνολικές εισπράξεις;». Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, ε, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σύνδεση με το μάθημα των φυσικών επιστημών (διεπιστημονική προσέγγιση). Μελετάμε άλλες μορφές ζωής στον πλανήτη που παρουσιάζουν μεγάλες συγκεντρώσεις πληθυσμού: μικρά ψάρια που ζουν και μετακινούνται σε μεγάλα κοπάδια, έντομα που συγκεντρώνονται σε τεράστια σμήνη, μικρόβια κτλ. Γράφουμε τους ακεραίους ως δεκαδικούς. Φτιάχνουμε προβλήματα με τα δεδομένα που επιλέξαμε.

Κεφάλαιο 15ο «Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να ισοχροποιήσουν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως στρατηγικές διαχείρισης αριθμών και επίλυσης προβλημάτων.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να βρίσκουν πώς από το δεκαδικό μέρος μιας ποσότητας που μας είναι γνωστή μπορούμε να βρούμε ένα άλλο δεκαδικό μέρος της ίδιας ποσότητας ή όλη την ποσότητα.
- ▶ Να λύνουν προβλήματα κάνοντας υπολογισμούς πρώτα με εκτίμηση και στη συνέχεια με ακρίβεια.
- ▶ Να φτιάχνουν προβλήματα με προϋποθέσεις.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να περνούν από το δεκαδικό αριθμό στο δεκαδικό κλάσμα και αντίστροφα.
- ▶ Να υπολογίζουν προσεγγιστικά τη λύση ενός προβλήματος.
- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς και δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Να γνωρίζουν ότι 1 κιλό = 1.000 γραμμ. και 1 χμ. = 1.000 μ.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 ή των 4. Ζητάμε να λύσουν το εξής πρόβλημα:

«Στην εταιρεία τροφοδοσίας όπου δουλεύει ο Σταύρος, στο αεροδρόμιο, κατά την πρωινή βάρδια τοποθέτησαν 48.250 μερίδες σε τρόλεϊ χωρητικότητας 125 μερίδων το καθένα. Αν το απόγευμα οι μερίδες ήταν περισσότερες κατά το $\frac{1}{10}$ των πρωινών, πόσες μερίδες τοποθέτησαν το απόγευμα;»

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, μεζούρα ή μέτρο σπαστό, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία δ
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ε

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με δικά τους παραδείγματα.

Εργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4. Διηγούνται με δικά τους λόγια το πρόβλημα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Μπορεί να γίνει βιωματική με αληθινά γραμματόσημα ή άλλα αντικείμενα. Εργάζονται στη συνέχεια ατομικά στο βιβλίο τους.

Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές για να λυθεί το πρόβλημα:

▶ Από τα $\frac{4}{10}$ βρίσκουν το $\frac{1}{10}$. Στη συνέχεια τα $\frac{10}{10}$ (τη μονάδα) και τα

υπόλοιπα $\frac{6}{10}$ (με αφαίρεση).

▶ Από τα $\frac{4}{10}$ βρίσκουν με το διπλάσιο και το μισό τα $\frac{8}{10}$ και τα $\frac{2}{10}$ αντίστοιχα,

οπότε συνθέτουν τη μονάδα ($\frac{8}{10} + \frac{2}{10} = \frac{10}{10}$). Στη συνέχεια βρίσκουν τα $\frac{6}{10}$

που είναι 3 x το μισό των $\frac{4}{10}$. Δείχνουμε όλες τις στρατηγικές στον πίνακα.

Τα παιδιά διαβάζουν τον Σαΐτα.

Ζητάμε να συμπληρώσουν προφορικά το εξής πρόβλημα για να μπορέσουμε να το λύσουμε με αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα: Αν γνωρίζαμε ότι $\frac{3}{10}$ των χρη-

μάτων της Σοφίας είναι 15 ευρώ, πόσα είναι τα ; Συζητάμε στην τάξη για την κατασκευή και επίλυση του προβλήματος.

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά εκτιμούν προφορικά και στη συνέχεια εργάζονται ατομικά.

Εργασία 1 του Β.Μ. Εργάζονται σε ομάδες και κρίνουν τις σκέψεις των 2 πρωταγωνιστών.

Επισημαίνουμε ότι η σύγκριση μεταξύ 2 ποσοτήτων γίνεται εύκολα αν αυτές εκφράζονται με την ίδια μονάδα (π.χ. $\frac{1}{100}$ κ., $\frac{5}{100}$ κ., $\frac{1}{10}$ κ. κλπ.).

Εργάζονται με τον ίδιο τρόπο όπως στην προηγούμενη εργασία. Συζητάμε στην τάξη πώς σκέφτηκαν. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν και δείχνουν στον πίνακα για καλύτερη κατανόηση.

Εργασία γ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά

παρατηρούν την επιφάνεια που φαίνεται. Εκτιμούν το συνολικό εμβαδόν (κουτάκια) και το σχεδιάζουν στο πρόχειρό τους για να επαληθεύσουν. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν τετραγωνισμένο χαρτί ή αντικείμενα (π.χ., όσπρια). Μπορούμε να δώσουμε ανάλογες εργασίες για την προσέγγιση της αναγωγής στη μονάδα καθώς είναι πολύ εύκολο στα παιδιά να επαληθεύσουν με βιωματικό τρόπο τη μονάδα ή ένα άλλο μέρος της (που ζητείται).

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε φύλλο Α4 σε ομάδες των 2 και στη συνέχεια παρουσιάζουν το πρόβλημα που έφτιαξαν στην τάξη. **Παίρνουμε τα προβλήματα των παιδιών και αξιολογούμε τις δυσκολίες τους σε σχέση με την έννοια που διδάχτηκαν.**

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να αποτελέσει μέρος σχεδίου εργασίας με θέμα «**Η οικογένειά μου**». Επίσης μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση καθώς από την αρχή της χρονιάς στη διαδικασία οργάνωσης των σχεδίων εργασίας τα παιδιά μπορούν να φτιάξουν το γενεαλογικό τους δέντρο. Συζητάμε ποιες πληροφορίες στο πρόβλημα είναι «κρυμμένες» και πώς θα μπορούσαμε να επαληθεύσουμε τη λύση που δώσαμε.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Οι εργασίες γ, ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Τα παιδιά από την προηγούμενη τάξη έχουν ασχοληθεί με την αναγωγή στη μονάδα (σε ακεραίους). Αν τα παιδιά δεν μπορούν να χειριστούν τους ακεραίους, είναι προτιμότερο να τους δώσουμε την ευκαιρία να θυμηθούν την αναγωγή στη μονάδα με ένα πρόβλημα: «Αγόρασα μία συσκευασία με 3 κουτιά μπισκότα που κοστίζει 12 ευρώ. Πόσο κοστίζει το ένα κουτί μπισκότα; Τα 2 κουτιά μπισκότα;»

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορεί να μη γίνουν οι εργασίες β, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Δραματοποίηση αγορών: φτιάχνουν και λύνουν προβλήματα με αναγωγή στη μονάδα χρησιμοποιώντας διαφημιστικά φυλλάδια από καταστήματα.
- Αγωγή καταναλωτή: συγκρίνουν συσκευασίες που προσφέρουν δώρο ένα ή περισσότερα τεμάχια.

Κεφάλαιο 16ο «Κλασματικές μονάδες»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να διαχειρίζονται κλασματικές μονάδες, να τις συγκρίνουν και να τις διατάσσουν. Να συνθέτουν τη μονάδα αναφοράς με τη χρήση ομώνυμων και ετερόνυμων κλασματικών μονάδων.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να εκφράζουν με κλασματικές μονάδες το ένα από τα ίσα μέρη μιας οποιασδήποτε ποσότητας.
- ▶ Να συγκρίνουν και να διατάσσουν ετερόνυμες κλασματικές μονάδες που αναφέρονται στην ίδια μονάδα, π.χ.: $\frac{1}{2}$ του κιλού $>$ $\frac{1}{5}$ του κιλού.
- ▶ Να συνθέτουν την ακέραια μονάδα με τη χρήση των ομώνυμων ή ετερόνυμων κλασματικών μονάδων.

π.χ.: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$, $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1$.

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς με ομώνυμα κλάσματα (ο πολλαπλασιασμός ακεραίου με κλάσμα προσεγγίζεται ως διαδοχική πρόσθεση).
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναγνωρίζουν και να χειρίζονται βασικά γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να αναπαριστούν με σχέδιο ή εικόνα το κλασματικό μέρος μιας μονάδας χρησιμοποιώντας τα σύμβολα της ισότητας και ανισότητας <, =, >.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αριθμογραμμή.

Έλεγχος: Τα παιδιά από το παράρτημα φτιάχνουν χάρτινους κύβους. Ζητάμε να τους αναγνωρίσουν (ως κύβους). Ανοίγουμε τον κύβο στο πλήρες ανάπτυγμά του και ζητάμε να αναγνωρίσουν

το σχήμα των εδρών του. Τι μέρος του ανάπτυγματος είναι το κάθε τετράγωνο;

Απάντηση: $\frac{1}{6}$ Τα δύο τετράγωνα; ($\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$ κτλ). Γράφουμε στον πίνακα τις σχέσεις.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος:

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ Εύρεση εμβαδού διαφόρων σχημάτων.
- ▶ Μετατροπή ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα με την τεχνική του Ε.Κ.Π.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Αριθμογραμμή, γεωμετρικά σχήματα από το Παράρτημα, ψαλίδι, αριθμομηχανή τσέπης, ψεύτικα ευρώ, κάρτες με ψηφία αυγοθήκες, απλά σχέδια χωρίς χρώμα, τα οποία μπορούν να χωριστούν εύκολα σε ίσα μέρη είτε με χρωματισμό τους είτε κόβοντάς τα. (π.χ. ταινίες με κλασματικές μονάδες).

Επισημαίνουμε στους μαθητές ότι θα ξαναχρησιμοποιήσουμε τα γεωμετρικά σχήματα από το Παράρτημα, γι' αυτό και πρέπει να τα κρατήσουν στους φακέλους τους.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης.

Συχνά τα παιδιά θεωρούν μεγαλύτερη κλασματική μονάδα αυτή που έχει μεγαλύτερο παρονομαστή. Παρακινούμε τα παιδιά να δώσουν παραδείγματα.

Λόγου χάρη, στο πρόχειρό τους ή σε μια κόλλα Α4 φτιάχνουν ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 6 εκ. και δείχνουν το $\frac{1}{6}$ (1 εκ). Στη συνέχεια φτιάχνουν ένα άλλο ευθύγραμμο τμήμα μήκους

6 εκ. και δείχνουν το $\frac{1}{3}$ (2 εκ.). Συγκρίνουν τα ευθύγραμμο τμήματα που αντιστοιχούν

στο $\frac{1}{3}$ και $\frac{1}{6}$.

Μπορούν να δείξουν και με ψεύτικα ευρώ: Έχουν 6 λεπτά: δείχνουν κάθε φορά το $\frac{1}{3}$ και το $\frac{1}{6}$. Συγκρίνουν τα αντίστοιχα χρηματικά ποσά κτλ.

Στη συνέχεια, με τα γεωμετρικά σχήματα από το Παράρτημα, συγκρίνουν κάθε φορά τα γεωμετρικά σχήματα. Εμείς ακούμε τα συμπεράσματά τους και γράφουμε στον πίνακα:

Σχήμα	Σχέση με τα άλλα σχήματα	Φτιάχνουν τη μονάδα (εξαγώνο)
Εξαγώνο	2 x 1 τραπέζιο ή 3 x 1 πλάγιο παραλληλόγραμμο ή 6 x 1 τρίγωνο	1 εξαγώνο
Τραπέζιο ($\frac{1}{2}$ του εξαγώνου)	3 x 1 τρίγωνο ή 1 x τρίγωνο + 1 x πλάγιο παραλληλόγραμμο	2 τραπέζια
Πλάγιο παραλληλόγραμμο ($\frac{1}{3}$ του εξαγώνου)	2 x 1 τρίγωνο	3 παραλληλόγραμμα
Τρίγωνο ($\frac{1}{6}$ του εξαγώνου)	6 τρίγωνα ή 1 εξαγώνο 3 τρίγωνα ή 1 τραπέζιο 2 τρίγωνα ή 1 παρα/μμο	6 τρίγωνα

Τα παιδιά καταλήγουν στη σχέση των μονάδων μεταξύ τους και στον τρόπο που κατασκευάζουν τη μονάδα κάθε φορά.

Δείχνουν στην αριθμογραμμή τις κλασματικές μονάδες που αντιστοιχούν στα γεωμετρικά σχήματα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εκτιμούν ποιο από τα δύο κλάσματα είναι μεγαλύτερο και στη συνέχεια επαληθεύουν με τη ζωγραφική. Εξηγούν τη σχέση των 2 κλασμάτων. Ζητάμε να αναφέρουν δικά τους παραδείγματα κλασματικών μονάδων με σχέση μισό

- διπλάσιο: π.χ. $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ και $\frac{1}{10}$ (σχεδιάζουν αντίστοιχα σε τετραγωνισμένο χαρτί ορθογώνια παραλληλόγραμμα τα οποία χωρίζουν σε ίσα μέρη και χρωματίζουν το μέρος που αντιστοιχεί σε κάθε κλασματική μονάδα).

Εργασίες α, γ του Τ.Μ. Χρησιμοποιούν ψεύτικα ευρώ. **Μπορεί να γίνει παιχνίδι:** Ένα παιδί παίρνει νομίσματα κάποιας αξίας, π.χ. 15 ευρώ.

Γράφουμε στον πίνακα:

- 15 ευρώ = $\frac{1}{10}$ του συνολικού ποσού
- 15 ευρώ = $\frac{1}{2}$ του συνολικού ποσού
- 15 ευρώ = $\frac{1}{5}$ του συνολικού ποσού

- 15 ευρώ = $\frac{1}{1.000}$ του συνολικού ποσού

Ρωτάμε: Σε ποια περίπτωση το συνολικό ποσό είναι περισσότερο και γιατί; Τα παιδιά σε ομάδες βρίσκουν το συνολικό ποσό.

Τα παιδιά παρατηρούν ότι **αυτό που αλλάζει κάθε φορά είναι το συνολικό ποσό ή μονάδα αναφοράς. Άρα, για να συγκρίνουμε κλάσματα, πρέπει να έχουμε την ίδια μονάδα αναφοράς, δηλαδή $\frac{1}{10}$ των 10 ευρώ και $\frac{1}{5}$ των 10 ευρώ προκειμένου να δούμε ποιο είναι περισσότερο!**

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες ε, στ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ζ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία 1 του Β.Μ. Βιωματικό. Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 4. Καλούνται να φτιάξουν το στοιχείο του μοτίβου 1 μονάδα + $\frac{2}{3}$ της μονάδας (1 πλάγιο παραλληλόγραμμο) με τα γεωμετρικά σχήματα που έχουν από το Παράρτημα. Στη συνέχεια υπολογίζουν με κλάσματα τη χρωματισμένη επιφάνεια: 6 ολόκληρες μονάδες + $(12 \times \frac{1}{3}$ της μονάδας ή 4 μονάδες) = 10 ολόκληρες μονάδες. Δείχνουμε στον πίνακα τους υπολογισμούς των παιδιών. Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο για τον υπολογισμό ολόκληρης της επιφάνειας (23 ολόκληρες μονάδες και $\frac{1}{3}$ της μονάδας).

Εργασία 2 του Β.Μ. Κάθε παιδί εργάζεται ατομικά. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά, αφού χρωματίσουν το $\frac{1}{2}$ και το $\frac{1}{5}$ στις διαφορετικές μονάδες αναφοράς (σχήματα), δείχνουν στην αριθμογραμμή τα κλάσματα και με διαίρεση και με δεκαδικό (χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή τσέπης). Μια πολύ καλή στρατηγική στη σύγκριση κλασμάτων είναι να συγκρίνουν όχι το κλάσμα αλλά το συμπληρωματικό του (πόσο χρειαζόμαστε ακόμη για να φτιάξουμε τη μονάδα).

Παράδειγμα: $\frac{1}{4}$ και $\frac{1}{5}$. Τα $\frac{3}{4}$ είναι λιγότερα από τα $\frac{4}{5}$, άρα το $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$.

Ζωγραφίζουμε πάντα τις ποσότητες.

Εργασία ε του Τ.Μ. Βιωματικό. Με τις κάρτες των ψηφίων φτιάχνουν σε ομάδες τα κλάσματα που ζητούνται και τα συγκρίνουν. Εξηγούν πώς κατέληξαν στη συγκεκριμένη διάταξη. Επαληθεύουν τη διάταξη των κλασμάτων με εποπτικό υλικό (ψεύτικα ευρώ ή μετατρέποντας τα κλάσματα σε δεκαδικούς με την αριθμομηχανή ή με ζωγραφική).

Εργασία στ του Τ.Μ. Κατασκευάζουν τη μονάδα. Δείχνουμε στον πίνακα και την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό, π.χ. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$ ή $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ ή $3 \times \frac{1}{3} = 1$,

$\frac{8}{7} = \frac{7}{7} + \frac{1}{7}$ άρα $\frac{7}{7} + (\frac{1}{7} + \frac{6}{7}) = \frac{7}{7} + \frac{7}{7} = 1+1=2$. Τα παιδιά εξηγούν τους νοερούς

υπολογισμούς που κάνουν με τα κλάσματα. **Επισημαίνουμε ακόμη μια φορά ότι πρέπει να δείχνουν την ίδια διαμέριση (ομώνυμα) της ίδιας μονάδας.**

Μπορεί να γίνει βιωματικό.

Εργασία Ζ του Τ.Μ. Δίνεται βάρος στην εκτίμηση. Τα παιδιά δε χρειάζεται να κάνουν πράξεις με ισοδύναμα κλάσματα. Σημασία έχει η παρατήρηση και η ανάπτυξη στρατηγικών για την εκτίμηση

π.χ.: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} > \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ γιατί και στα 2 μέρη της ανισότητας υπάρχει το $\frac{1}{3}$, αλλά το $\frac{1}{2}$

είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{4}$.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Χρησιμοποιούμε κόλλες Α3 και κόλλες Α4 ($A4 = \frac{1}{2} A3$). Ενώνουμε 2 κόλλες Α4 για να σχηματίσουμε την Α3. Συζητάμε για τη σχέση αυτών των δύο και εκφραζόμαστε με κλασματικές μονάδες. Κόβουμε τη μία Α4 στη μέση ή σε τρία ίσα μέρη και συνεχίζουμε με ανάλογο τρόπο τη σύγκριση των επιμέρους κομματιών.
- ▶ Φέρνουμε αυγοθήκες 12 αυγών. Κόβουμε την αυγοθήκη στη μέση. Εκφράζουμε τα μέρη αυτά με κλάσματα. Το μισό το κόβουμε στη μέση και χρησιμοποιούμε και πάλι στην έκφρασή μας κλάσματα. Συνεχίζουμε ανάλογα. Συνθέτουμε την ακέραιη μονάδα (αυγοθήκη των 12 αυγών) με τα επιμέρους κομμάτια και εκφραζόμαστε με κλασματικές μονάδες.
- ▶ Σχεδιάζουμε στον πίνακα τετράγωνα και ρόμβους και, χαράζοντας με χρωματιστές κιμωλίες τις διαγώνιες, τα χωρίζουμε σε ίσα μέρη. Βρίσκουμε τη σχέση αυτών των μερών τους και την εκφράζουμε με τη βοήθεια των κλασματικών μονάδων.
- ▶ Περνάμε τις κλασματικές μονάδες και σε άλλα πλαίσια, π.χ. το $\frac{1}{7}$ της εβδομάδας (μία ημέρα) + το $\frac{1}{7}$ της εβδομάδας +..... = 1 εβδομάδα. Χρησιμοποιούμε το ξύλινο γαλλικό μέτρο χωρισμένο σε 10 ίσα μέρη. Κάθε μέρος είναι το $\frac{1}{10}$ της μονάδας αναφοράς. Τα $\frac{5}{10}$ είναι το μισό κτλ.
Εκφράζουμε τις υποδιαιρέσεις του χρησιμοποιώντας διαφορετικές (ισοδύναμες) κλασματικές μονάδες.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 2 του Β.Μ. και α, ε, η του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 17ο «Ισοδύναμα κλάσματα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να αναγνωρίζουν και να δημιουργούν ισοδύναμα κλάσματα με τη χρήση των γεωμετρικών μοντέλων και της τεχνικής του πολλαπλασιασμού ή της διαίρεσης αριθμητή και παρονομαστή με τον ίδιο αριθμό.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διακρίνουν τα ομώνυμα από τα ετερόνυμα κλάσματα.
- ▶ Να εκφράζουν την ίδια ποσότητα με ισοδύναμα κλάσματα.
- ▶ Να συγκρίνουν κλάσματα κάνοντάς τα ισοδύναμα.
- ▶ Να απλοποιούν κλάσματα πριν τα κάνουν ισοδύναμα για να τα συγκρίνουν ή να κάνουν υπολογισμούς με αυτά.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναπαριστούν με σχέδιο ή εικόνα το κλασματικό μέρος μιας μονάδας.
- ▶ Να μπορούν να συγκρίνουν και να διατάσσουν κλασματικές μονάδες που αναφέρονται στην ίδια μονάδα χρησιμοποιώντας τα σύμβολα της ισότητας και ανισότητας <, =, >.
- ▶ Να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων.
- ▶ Να μπορούν να ακολουθούν σύνθετες οδηγίες, οι οποίες δίνονται είτε λεκτικά είτε με σχέδια ή εικόνες.
- ▶ Να αναγνωρίζουν την ώρα ως μία από τις βασικές μονάδες μέτρησης του χρόνου και τη βασική της υποδιαίρεση, που είναι το λεπτό (1 ώρα = 60΄).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Ζητάμε από τους μαθητές να λύσουν το πρόβλημα:

«Έχω δύο κομμάτια κορδέλας. Το πρώτο έχει μήκος $\frac{2}{5}$ του μέτρου και το δεύτερο $\frac{40}{100}$

του μέτρου. Ποιο κομμάτι έχει μεγαλύτερο μήκος;» Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιούν το μέτρο για να το βρουν. Εξηγούν. Γράφουμε στον πίνακα τις στρατηγικές τους. Στο τέλος εξηγούμε με κλάσματα:

$\frac{1}{5}$ του μέτρου = 100 εκ. : 5 = 20 εκ., άρα $\frac{2}{5}$ του μέτρου = 2 x 20 εκ. = 40 εκ.

$\frac{1}{100}$ του μέτρου = 1 εκ., άρα $\frac{40}{100}$ του μέτρου = 40 εκ.

Τα παιδιά καταλήγουν στην αναγκαιότητα της σύγκρισης με ομώνυμα κλάσματα καθώς και στην παρατήρηση ότι δύο διαφορετικά κλάσματα μπορούν να εκφράζουν την ίδια ποσότητα.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- επιφάνεια,
- η χρήση του Ε.Κ.Π. για τη δημιουργία ομώνυμων κλασμάτων.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Κόλλες Α4, ρολόι τοίχου αναλογικό, μέτρο ή μεζούρα, αριθμομηχανή τσέπης, ξυλάκια αριθμησης ή οδοντογλυφίδες.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφορμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 3 του Β.Μ. και α του Τ.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες β, γ, δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με παραδείγματα.

Ξεκινάμε τη βιωματική προσέγγιση με δίπλωση της σελίδας Α4. Κάθε ερώτημα προσεγγίζεται αυτόνομα. Καταγράφουμε στον πίνακα τους υπολογισμούς των παιδιών:

$$\begin{array}{rcccl}
 & & 1 & & \\
 & \swarrow & & \searrow & \\
 \frac{1}{2} & & & & \frac{1}{2} \\
 & + & & + & \\
 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} & & & & \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\
 & + & & + & \\
 \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} & & & & \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \\
 & + & & + & \\
 & & & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{δνλ. } 1 = 2 \times \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{2} \\
 \text{δνλ. } 1 = 4 \times \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{4} \times 4 = \frac{4}{4} \\
 \text{δνλ. } 1 = 8 \times \frac{1}{8} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{8} \times 8 = \frac{8}{8}
 \end{array}$$

Αναδεικνύουμε την **αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού**, π.χ.

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \quad \frac{4}{2} \times 2 = 2 \times \frac{4}{2} = 4 \quad 4 \times \frac{2}{8} = \frac{2}{8} \times 4 = 1$$

Καταλήγουμε στις σχέσεις:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \quad \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8}$$

Τα παιδιά παρατηρούν πώς πηγαίνουμε κάθε φορά από το ένα κλάσμα στο άλλο (πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε με τον ίδιο αριθμό τους όρους του κλάσματος).

Η προσέγγιση αυτή μπορεί να γίνει στο εργαστήριο πληροφορικής με χρήση της αντίστοιχης δραστηριότητας του συνοδευτικού λογισμικού.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική.**

Τα παιδιά φτιάχνουν στο θρανίο τους με τα ξυλάκια αρίθμησης το πεντάγωνο και ελέγχουν τι μέρος της περιμέτρου είναι το $\frac{1}{5}$ και τα $\frac{2}{10}$.

Μπορούμε να εμπλουτίσουμε την εργασία (εναλλακτική προσέγγιση) με τη δημιουργία κι άλλων γεωμετρικών σχημάτων, όπως τετράγωνο (με πλευρά από 3 ή 4 ξυλάκια).

Εργασία 3 του Β.Μ. Τα παιδιά λένε τη διαδικασία με δικά τους λόγια. Επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες β, γ και δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2^{ης} διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία ε, Εμπέδωση Εργασία στ
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ζ

Περιγραφή εργασιών - Έλεγχος: Ξεκινάμε μικρή συζήτηση για το χρόνο που χρειαζόμαστε για να έρθουμε το πρωί από το σπίτι στο σχολείο. Καταγράφουμε μερικές από τις απαντήσεις στον πίνακα και ζητάμε να σχεδιάσουν ένα κύκλο που αντιπροσωπεύει το ρολόι. Χρησιμοποιούμε εκφράσεις όπως «μισή ώρα», «ένα τέταρτο» κτλ. Ζητάμε από τα παιδιά να εκφράσουν με ισοδύναμα κλάσματα:

Την 1 ώρα ($\frac{60}{60}$ αν η 1 ώρα είναι χωρισμένη σε 60 λεπτά, ή $\frac{1}{1}$ αν μονάδα αναφοράς

είναι η μία ώρα, $\frac{4}{4}$ αν η ώρα είναι χωρισμένη σε 4 τέταρτα, $\frac{2}{2}$ αν η ώρα είναι χωρισμένη σε 2 μισάωρα, $\frac{3}{3}$ αν η ώρα είναι χωρισμένη σε 3 εικοσάλεπτα κτλ.).

Τη μισή ώρα αντίστοιχα ($\frac{30}{60}$ ή $\frac{1}{2}$ ή $\frac{15}{30}$ κτλ.).

Το τέταρτο της ώρας αντίστοιχα ($\frac{15}{60}$ ή $\frac{1}{4}$ κτλ.).

Τα παιδιά εξηγούν πώς εκφράσανε με ισοδύναμα κλάσματα την ίδια χρονική διάρκεια, π.χ. $\frac{1}{2} = \frac{30}{60} = \frac{2}{4}$ κτλ.

Εργασίες 1, 2 του Β.Μ. Βιωματικές. Επειδή οι μονάδες μέτρησης είναι οικείες στα παιδιά, δεν επιμένουμε στην ανάδειξη των σχέσεων της ώρας με τη μισή ώρα, τέταρτο, τρία τέταρτα κτλ. ως διδασκαλία. Αν όμως τα παιδιά δε θυμούνται τις σχέσεις, τις γράφουμε στον πίνακα.

Δείχνουμε και στο αναλογικό ρολόι του τοίχου αντίστοιχα τη χρονική διάρκεια που γράψαμε στον πίνακα.

Στην πρώτη εργασία τα παιδιά, για να συγκρίνουν, θα κάνουν τα 2 κλάσματα ισοδύναμα ή ομώνυμα ή θα εργαστούν μετατρέποντας τα κλάσματα σε λεπτά της ώρας (αν παρατηρήσουν το ρολόι, θα διαπιστώσουν ότι η χρονική διάρκεια είναι ίδια).

Στη δεύτερη εργασία χρησιμοποιούν ψεύτικα ευρώ για να επαληθεύσουν. Καταλήγουμε στον Σαΐτα. **Μπορούμε να πούμε ότι ισοδύναμα είναι τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας ποσότητας.**

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά προσπαθούν να βρουν ποια κλάσματα είναι ισοδύναμα. Στην πρώτη περίπτωση βοηθάει ο παρονομαστής, στη δεύτερη ο αριθμητής.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά μετατρέπουν απλά δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς ώστε να θυμηθούν ότι εκφράζουν επίσης το ίδιο μέρος μιας ποσότητας (0,3=0,30).

Εργασία στ του Τ.Μ. Μετατρέπουν τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα ($2,16 = \frac{216}{100}$ ή $\frac{2.160}{1.000}$ ή $2 \frac{16}{10}$ κτλ.).

Εργασία ζ του Τ.Μ. Λύσεις είναι οι $\frac{2}{4} = 0,50$ $\frac{2}{8} = 0,25$ γιατί γίνεται εύκολα μετατροπή σε δεκαδικό κλάσμα με τα ισοδύναμα κλάσματα.

Αν κάποια παιδιά εργαστούν μόνο με την αριθμομηχανή και βρουν

$$\frac{2}{3} = 0,66 \quad \frac{2}{5} = 0,40 \quad \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,33 \quad \frac{2}{7} = 0,28 \quad \frac{2}{9} = 0,22,$$

το δεχόμαστε, όμως δε διδάσκουμε ούτε τη διαίρεση ακέραιου με ακέραιο με ηλίκο δεκαδικό ούτε τους περιοδικούς αριθμούς.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Η εργασία α του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.
- ▶ Δίνουμε έναν πίνακα των 80 τετραγώνων σε φωτοτυπία και ζητάμε από τα παιδιά να χρωματίσουν με κόκκινο το $\frac{1}{4}$ του πίνακα, με κίτρινο τα $\frac{3}{8}$ του πίνακα και να

αφήσουν τον υπόλοιπο λευκό. Χρησιμοποιούμε διαφορετικά κλάσματα για να εκφράσουμε τα διάφορα μέρη του πίνακα.

- ▶ Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα:
«Για ένα γλυκό χρειαστήκαμε $\frac{3}{4}$ του κιλού αλεύρι, $\frac{2}{5}$ του κιλού ζάχαρη και 280 γραμμ. αμύγδαλα. Από ποιο υλικό χρειαστήκαμε μεγαλύτερη ποσότητα;» Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν τη σχέση κιλού – γραμμαρίου καθώς και τα δεκαδικά κλάσματα για να το λύσουν. Εργαζόμαστε όπως στις εργασίες 1 και 2 του Β.Μ.
- ▶ Ζητάμε να βρουν με ποια ισοδύναμα κλάσματα μπορούμε να εκφράσουμε το μισό μίνα; (1 μίνας = 4 εβδομάδες).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, ε, ζ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 18ο «Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές να μπορούν να εκφράζουν οποιοδήποτε κλάσμα ως διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή και να βρίσκουν το ηπλίκo (δεκαδικό αριθμό).

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να μπορούν να εκτιμούν αν το ηπλίκo της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο της μονάδας.
- ▶ Να διαιρούν ακέραιο με ακέραιο και, όταν η διαίρεση είναι ατέρμονη, να γράφουν το ηπλίκo ως δεκαδικό αριθμό που θα προσεγγίσουν στα 3 πρώτα δεκαδικά ψηφία.
- ▶ Να εκτελούν τον αλγόριθμο της διαίρεσης βάζοντας σωστά την υποδιαστολή στο ηπλίκo.
- ▶ Να επαληθεύουν τη διαίρεση ($\Delta = \delta \times \eta$, αν είναι ατέρμονη, το η είναι κατά προσέγγιση).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να εκτελούν σωστά τον αλγόριθμο της διαίρεσης ακεραίου με ακέραιο με ηπλίκo δεκαδικό.
- ▶ Να εκτελούν τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού με δεκαδικό αριθμό.
- ▶ Να συγκρίνουν κλάσματα με διάφορες στρατηγικές (με εποπτικό υλικό, ζωγραφική, με σύγκριση σε σχέση με το μισό, το συμπλήρωμα της μονάδας, μετατρέποντάς τα σε ισοδύναμα κλάσματα).
- ▶ Να τοποθετούν κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς στην αριθμογραμμή.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 και έχουν μπροστά τους ψεύτικα ευρώ, μια κόλλα Α4 και μια αριθμομηχανή τσέπης.

Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το εξής πρόβλημα:

«Αν 3 παιδιά μοιραστούν εξίσου 2 ευρώ, πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί;»

Ζητάμε από τα παιδιά να εκτιμήσουν: Περισσότερο ή λιγότερο από 1 ευρώ; Αν τα παι-

διά βρουν ότι θα είναι λιγότερο από 1 ευρώ, τα ξαναρωτάμε: Περισσότερο ή λιγότερο από μισό ευρώ;

Τα παιδιά κάνουν τη διαίρεση (είναι γνωστή από το 13ο κεφ.), επαληθεύουν με τα ευρώ και την αριθμομηχανή και συγκρίνουν την εκτίμησή τους με το ακριβές αποτέλεσμα.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, αριθμομηχανή τσέπης, αριθμογραμμή.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με παραδείγματα, π.χ. $\frac{1}{3}$ του κιλού = 333 γραμμάρια περίπου, $\frac{1}{3}$ του μέτρου = 33 εκ. περίπου, $\frac{1}{3}$ των 60 λεπτών της ώρας = 20 λεπτά, $\frac{1}{3}$ του ευρώ = 33 λεπτά περίπου κτλ.

Εργάζονται στη δραστηριότητα-ανακάλυψη ομαδικά. Συζητούν τις απόψεις των πρωταγωνιστών. Εξηγούν πώς μπορούν να βρουν τη λύση. Διαβάζουν το συμπέρασμα του Σαΐτα. Δείχνουμε στον πίνακα με την κάθετη διαίρεση. Τα παιδιά περιγράφουν τον αλγόριθμο κι εμείς γράφουμε στον πίνακα 1-1 βήμα. Συζητάμε πότε βάζουμε την υποδιαστολή.

Εργασία του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική. Πρώτα εκτιμούν και στη συνέχεια εργάζονται ομαδικά και δείχνουν στον πίνακα τον τρόπο που εργάστηκαν.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά μπορούν να συγκρίνουν τα κομμάτια της πίτσας που έμειναν ή τα κομμάτια της πίτσας που έφαγαν τα παιδιά, ή μετατρέπουν τα κλάσματα σε δεκαδικά, σε δεκαδικούς αριθμούς ή ισοδύναμα ($\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$). Επαληθεύουν με διαίρεση.

Σκοπός της εργασίας είναι να χρησιμοποιούν τα γνωστικά εργαλεία που απέκτησαν για τα κλάσματα, σε απλές ή πιο σύνθετες προβληματικές καταστάσεις. Κάθε παιδί θα πρέπει να χρησιμοποιεί τουλάχιστον 3 στρατηγικές διαχείρισης αριθμών (κλάσματα, δεκαδικοί).

Εργασία β του Τ.Μ. Εκτιμούν και επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης. **Συζητάμε αν είναι πιο εύκολη η σύγκριση κλασμάτων μη δεκαδικών ή δεκαδικών αριθμών και καταλήγουμε πότε είναι εύκολη η διαίρεση αριθμητή προς παρονομαστή.**

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά θα πρέπει να απλοποιήσουν τα κλάσματα και στη συνέχεια να εκτιμήσουν:

$$\frac{8}{9} > \frac{4}{5} > \frac{3}{4} > \frac{7}{15}$$

Επαληθεύουν με τα συμπληρώματα: $\frac{1}{9} < \frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{8}{15}$, κάνοντας τη διαίρεση, κάνοντας τα κλάσματα ισοδύναμα (δεκαδικά) ή σχεδιάζοντας.

Παρατηρούν ποια διάταξη είναι πιο εύκολη (δεκαδικοί αριθμοί, δεκαδικά κλάσματα).

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, ομαδική.

Στο πρώτο $12 : 15$, το αποτέλεσμα δεν μπορεί να είναι 0,6 γιατί:

- Με ισοδύναμα:

$$A) \frac{12}{15} = \frac{120}{150} \text{ (κοντά στο 1)}$$

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{90}{150} \text{ (κοντά στο μισό)}$$

$$B) \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 0,8 \text{ και όχι } 0,6$$

- Με γινόμενο $0,6 \times 15 = 9,0$ και όχι 12

Στο δεύτερο $25 : 40$, το αποτέλεσμα δεν μπορεί να είναι 0,8 γιατί:

- Με ισοδύναμα:

$$A) 0,8 = \frac{8}{10} = \frac{32}{40} \text{ και όχι } \frac{25}{40}$$

$$B) \frac{25}{40} = \frac{5}{8} = \frac{625}{1.000} = 0,625 \text{ και όχι } 0,8$$

- Με γινόμενο $0,8 \times 40 = 32$ και όχι 25

Επαληθεύουν με διαίρεση.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Οι εργασίες α, δ του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.
- Ζητάμε από τα παιδιά να ντύσουν με λόγια τη διαίρεση $3 : 5$ ή το κλάσμα $\frac{3}{5}$.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, δ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 19ο «Στρατηγικές διαχείρισης αριθμών»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν αριθμούς με διαφορετικές συμβολικές μορφές και να τους χειρίζονται, κατανοώντας την ποσότητα που οι αριθμοί αυτοί εκφράζουν κάθε φορά χωρίς τη χρήση τεχνικών.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- Να μετατρέπουν ένα μεικτό κλάσμα σε απλό.
- Να μπορούν να κάνουν υπολογισμούς με μεικτά κλάσματα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των πράξεων, π.χ. επιμερισμός της διαίρεσης και του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση.

- ▶ Να διαιρούν ένα κλάσμα με ακέραιο αριθμό (διαιρώντας τον αριθμητή ή πολλαπλασιάζοντας τον παρονομαστή με τον ακέραιο).
- ▶ Να χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές υπολογισμών όταν λύνουν προβλήματα: αναγωγή στη μη δεκαδική κλασματική μονάδα, το μισό και το διπλάσιο.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων ή ετερόνυμων κλασμάτων και δεκαδικών.
- ▶ Να μετατρέπουν καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς και το αντίστροφο.
- ▶ Να γνωρίζουν τη σχέση κιλού και γραμμαρίου, ευρώ και των υποδιαιρέσεών του.
- ▶ Να διαβάζουν ραβδόγραμμα.
- ▶ Να κατανοούν και να χρησιμοποιούν τη μέθοδο της αναγωγής στην κλασματική μονάδα.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να εκφράσουν τα 750 γραμμ. με όσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν (π.χ. 0,750 κ., $\frac{750}{1.000}$ κ., $\frac{75}{10}$ κ., $\frac{3}{4}$ κ., 3 x 250 γραμμ., 3 x $\frac{1}{4}$ κ., 6 x $\frac{1}{8}$ κ., 6 x 125 γραμμ., 1κ - $\frac{1}{4}$ κ., $\frac{1}{2}$ κ.+ $\frac{1}{4}$ κ. 1,5κ : 2 κτλ.).

Στη συνέχεια ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το πρόβλημα: «Αν το $\frac{1}{2}$ του κιλού καρύδια κοστίζει 5,50 ευρώ, πόσο κοστίζουν τα $\frac{2}{10}$ του κιλού;»

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ Μετατροπή ετερόνυμων σε ομώνυμα με τη χρήση του Ε.Κ.Π.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, συσκευασίες του 1, 1,5 και 0,75 κιλών, κανάτα και πλαστικά ποτηράκια, συνταγές μαγειρικής.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με παραδείγματα. Παρατηρούν τις συσκευασίες τροφίμων ή απορρυπαντικών που έχουμε φέρει στην τάξη, και ζητάμε να μετατρέψουν τους αριθμούς που αναγράφονται με δεκαδική μορφή σε κλάσματα (απλά ή μεικτά) και σε γραμμάρια (ή ml). Αναγνωρίζουν κάθε φορά τι ποσότητα εκφράζει ο κάθε αριθμός, ποια είναι η μονάδα αναφοράς.

Συγκρίνουν συσκευασίες ίδιων προϊόντων (ποιο είναι πιο βαρύ, πιο ακριβό).

Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες στη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Εκφράζουν τις απόψεις τους. Παρατηρούν το ραβδόγραμμα: αν αποκωδικοποιήσουμε το ύψος κάθε στή-

λης του ραβδογράμματος (διαισθητική απεικόνιση της ποσότητας που εκφράζει ο αριθμός), θα βρουν τις σχέσεις:

- Η 1η συσκευασία=6 x 2η συσκευασία και το διπλάσιο της 3ης συσκευασίας.
- Η 3η συσκευασία είναι το μισό της 1ης και 3πλάσια της 2ης.

Έχοντας εκφράσει τις σχέσεις ως προς την ποσότητα κάθε συσκευασίας, μπορούν να συμπληρώσουν πόσο θα κόστιζε το 1,5 κιλό από την κάθε συσκευασία.

Καταλήγουμε ποια συσκευασία είναι οικονομικότερη.

Στη συνέχεια ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες να βρουν μια άλλη στρατηγική για να λύσουν το πρόβλημα. Παρουσιάζουν τις στρατηγικές τους προφορικά και τις γράφουμε στον πίνακα, π.χ.:

- συγκρίνουν τα 100 γραμμ. από κάθε συσκευασία,
- συγκρίνουν το μισό κιλό από κάθε συσκευασία,
- συγκρίνουν το 1 κιλό σε κάθε συσκευασία (εξηγούμε ότι συχνά, για να διευκολύνονται οι καταναλωτές, αναγράφεται συνήθως και η τιμή κιλού στη συσκευασία που αγοράζουμε).

Μπορούν ακόμη τα παιδιά να συγκρίνουν το 1,5 κιλό κάθε συσκευασίας χρησιμοποιώντας γραμμάρια, δεκαδικούς αριθμούς, μεικτά κλάσματα ή δεκαδικά κλάσματα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Εξηγούν ποιες χάντρες είναι οι πιο πολλές. Συμπληρώνουν τον πίνακα, αφού δοκιμάσουν διάφορες λύσεις.

- Βρίσκουν το $\frac{1}{9}$ και πολλαπλασιάζουν ανάλογα: $3 \times \frac{1}{9}$ για τις πράσινες.
- $4 \times \frac{1}{9}$ για τις μπλε.

Ζωγραφίζουν το βραχιόλι.

Ζητάμε να λύσουν σε κόλλα Α4 ανάλογο πρόβλημα: «Αν τα $\frac{2}{5}$ κ. γλυκό του κουταλιού κοστίζει 2,60 ευρώ, πόσο κοστίζει το $\frac{1}{2}$ κ. από το ίδιο γλυκό;»

Συζητάμε τις στρατηγικές που βρήκαν (**αναδεικνύουμε την αναγωγή στη μη δεκαδική κλασματική μονάδα**).

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Στην αρχή λένε με δικά τους λόγια το πρόβλημα. Απαντούν εξηγώντας τη στρατηγική τους. Δείχνουμε στον πίνακα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία δ του Τ.Μ. Εμπέδωση - επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών - Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες των 2 να φτιάξουν ένα πρόβλημα που λύνεται με αναγωγή στη μη δεκαδική κλασματική μονάδα. Τα παιδιά ανακοινώνουν στην τάξη το πρόβλημα που έφτιαξαν καθώς και τη λύση που πρότειναν.

Εργασίες 1, 2 του Β.Μ. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις. Τα παιδιά μπορούν να βρουν κι άλλες συνταγές και να δουλέψουν με τις δικές τους (παρλλαγή).

Εξηγούν πώς εργάστηκαν: με ζωγραφική, με κλάσματα (καταχρηστικά), με εκτίμηση.

Δείχνουμε στον πίνακα πώς εργαζόμαστε με μεικτά κλάσματα (επιμερισμός). **Εξηγούμε τη διαίρεση κλάσματος με ακέραιο (υπάρχουν 2 τρόποι):**

• Αν ο αριθμητής διαιρείται με τον ακεραίο, το νέο κλάσμα έχει τον ίδιο παρονομαστή αλλά το πηλίκο της διαίρεσης ως αριθμητή π.χ. $\frac{4}{5} : 2 = 4 : \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$.

• Αν δεν είναι εύκολη η διαίρεση του αριθμητή με τον ακεραίο (π.χ. $\frac{3}{5} : 2$), τότε πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή με τον ακεραίο και το νέο κλάσμα έχει τον ίδιο αριθμητή αλλά παρονομαστή το γινόμενο του παρονομαστή με τον ακεραίο

π.χ. $\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εξηγούν στον πίνακα με κλάσματα τι έκαναν, π.χ. το ολόκληρο είναι $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ ενώ το μισό του $\frac{2}{3}$ είναι $\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3}$ ή $\frac{2}{3} : 2 = \frac{2}{6}$.

Τα παιδιά εκφράζουν και με γεωμετρική απεικόνιση τους υπολογισμούς που έκαναν. Ανάλογες εργασίες μπορούμε να δώσουμε στα παιδιά να κάνουν σε τετραγωνισμένο χαρτί ή σε χαρτί με τελείες (1 εκ.). Επίσης ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες να φτιάξουν ανάλογα προβλήματα τα οποία κρατάμε στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

Εργασία δ του Τ.Μ. Πριν εργαστούν με το μολύβι, τα παιδιά εκτιμούν πού θα ζυγίζει λιγότερο ο Νικόλας. Εξηγούν τη στρατηγική που ακολούθησαν.

Εργασία ε του Τ.Μ. Εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Βιωματική

Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 4 και έχουν από 1 κανάτα και πλαστικά ποτηράκια.

Τα υλικά αυτά τα κρατάμε στην τάξη χωρίς να τα καταστρέψουμε γιατί θα τα ξαναχρησιμοποιήσουμε.

Τα παιδιά χρησιμοποιούν την κανάτα και τα πλαστικά ποτηράκια (με νερό, άμμο ή ζάχαρη) και δείχνουν τα δεδομένα του προβλήματος. Εξηγούν τις στρατηγικές τους για να βρουν το ζητούμενο. Μια πιθανή στρατηγική είναι η ακόλουθη:

Τα $\frac{3}{8} = 3$ ποτηράκια, άρα $\frac{3}{8} : 3$ ποτηράκια = $\frac{1}{8}$ της κανάτας σε κάθε ποτηράκι.

Η κανάτα = $\frac{8}{8}$ ή 8 ποτηράκια, άρα 1,5 κανάτα = $\frac{8}{8} + \frac{4}{8} = 12$ ποτηράκια.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις:

- ▶ Οι εργασίες 1, 2 του Β.Μ. και γ, ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Τα παιδιά καλούνται να βρουν τα λάθη σε υπολογισμούς με μεικτούς αριθμούς ή να ολοκληρώσουν μισοτελειωμένους υπολογισμούς. Λόγου χάριν:

$$\frac{7}{8} + (1 - \frac{1}{3}) = \frac{7}{8} + \frac{1}{3} = \frac{21}{24} + \frac{16}{24} = \frac{37}{24}$$

$$1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{8} - \frac{2}{4} = \dots$$

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και β, δ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 20ο «Διαχείριση αριθμών»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να εφαρμόζουν τις διαφορετικές στρατηγικές διαχείρισης αριθμών που γνωρίζουν σε διαφορετικές προβληματικές καταστάσεις.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να μπορούν να εκφράζουν την ίδια ποσότητα χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς, κλασματικούς και μεικτούς αριθμούς.
- ▶ Να μπορούν να συνθέτουν έναν αριθμό (ακέραιο, δεκαδικό ή κλάσμα) ως άθροισμα, διαφορά, γινόμενο, πηλίκο.
- ▶ Να μπορούν να συνεργαστούν σε ομάδες των 4.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Η πολύ καλή κατανόηση του δεκαδικού συστήματος.
- ▶ Να μετατρέπουν καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς, και το αντίστροφο.
- ▶ Να φτιάχνουν ισοδύναμα κλάσματα.
- ▶ Να απλοποιούν κλάσματα.
- ▶ Να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων κλασμάτων μεικτών αριθμών και δεκαδικών.
- ▶ Να πολλαπλασιάζουν και να διαιρούν κλάσμα με ακέραιο αριθμό.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος

Ζητάμε από τα παιδιά να εκφράσουν με όσες πιο πολλές συμβολικές μορφές μπορούν τον αριθμό 2 (π.χ. $2,0$, $\frac{4}{2}$, $2 \times \frac{1}{4}$, 1 και $\frac{1}{1}$, $2 \times 2 \times \frac{1}{2}$, $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}$, $1,5 + 0,5$

$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$, $\frac{10}{5}$). **Συζητάμε για τον τρόπο που σκέφτηκαν για να καταλήξουν σε κάθε μορφή που βρήκαν.**

Ρωτάμε τα παιδιά τότε μια ποσότητα είναι προτιμότερο να την εκφράσουμε με κλάσμα παρά με δεκαδικό αριθμό (π.χ. $\frac{1}{3}$ αντί $0,333333 \dots$. Δηλαδή, αν θέλω να μοιράσω 1 ευρώ σε 3 παιδιά, το $\frac{1}{3}$ εκφράζει καλύτερα από το $0,333 \dots$ δηλ. τα χρήματα που πήρε το κάθε παιδί).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ Μετατροπή ετερόνυμων σε ομώνυμα με τη χρήση του Ε.Κ.Π.
- ▶ Διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων

Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε, του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με παραδείγματα. Εργάζονται στη δραστηριότητα-ανακάλυψη σε ομάδες των 2. Κάνουν εκτιμήσεις και συζητούν πώς σκέφτηκαν να το λύσουν.

Εργάζονται και ανακοινώνουν στην τάξη τα ακριβή αποτελέσματα.

Εργασίες 1, 2 του Β.Μ. Μπορούν να γίνουν εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματικές. Πρώτα εκτιμούν και στη συνέχεια εργάζονται ομαδικά. Δείχνουν στον πίνακα τον τρόπο που εργάστηκαν.

Εργασία 3 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική ως παιχνίδι στην τάξη. Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες. Γράφουμε τους αριθμούς-στόχους στον πίνακα. Τα παιδιά σε συγκεκριμένο χρόνο βρίσκουν τους αριθμούς που λείπουν. Για κάθε σωστό αριθμό που βρίσκει κάθε ομάδα παίρνει 1 βαθμό. Κερδίζει η ομάδα που πήρε τους περισσότερους βαθμούς. **Όλα τα μέλη της ομάδας οφείλουν να βρουν εκ περιτροπής έναν αριθμό που λείπει από τον αριθμό-στόχο και να εξηγήσει πώς σκέφτηκε** (ώστε να μην παραγκωνιστούν οι αδύναμοι μαθητές και να επωφεληθούν όλοι από τη διαδικασία).

Στον πρώτο αριθμό-στόχο στη διαίρεση $\frac{20}{5} : \frac{\dots}{5} = 2$ **δε διδάσκουμε διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων!** Είτε το αντιμετωπίζουμε σαν να είχαμε $20 : \dots = 2$, άρα ο αριθμός $\frac{10}{5}$

είναι αυτός που ζητάμε. Εξηγούμε: Επειδή ο αριθμός που χωράει 2 φορές στο 20 είναι το 10, ανάλογα ο αριθμός που χωράει 2 φορές στα $\frac{20}{5}$ είναι τα $\frac{10}{5}$. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Ζωγραφίζουν σε αντίστοιχα παραλληλόγραμμα τα $2 \times \frac{18}{12}$ ή $2 \times (1 \frac{6}{12})$.

Εργασίες β, γ του Τ.Μ. Εργάζονται σε κόλλα Α4 ή στο πρόχειρό τους.

Εξηγούν γράφοντας στον πίνακα. Γίνεται συζήτηση για τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν (αναδεικνύουμε όσες ανακάλυψαν τα παιδιά). Τις γράφουμε στον πίνακα.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει, όπως και η εργασία 3 του Β.Μ., **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική** (παιχνίδι στην τάξη).

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες και εξηγούν δείχνοντας στον πίνακα τη στρατηγική τους.

Εργασία στ του Τ.Μ. Η δυσκολία είναι στις πολλές πληροφορίες. Παρακινούμε τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν πίνακα για να οργανώσουν τις πληροφορίες που δίνει το πρόβλημα. Το λένε με δικά τους λόγια. Μπορούν να το ζωγραφίσουν.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

▶ Οι εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ. και δ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, ε, στ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 21ο «Στατιστική - Μέσος όρος»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να λύνουν προβλήματα της καθημερινής ζωής όπου χρειάζεται να βρουν το μέσο όρο των δεδομένων.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να κατανοούν την αναγκαιότητα της εύρεσης και χρήσης του μέσου όρου όταν το πλήθος των μετρήσεων είναι πολύ μεγάλο.
- ▶ Να κατανοήσουν την αξία του μέσου όρου στη διατύπωση υποθέσεων.
- ▶ Να κατανοούν το μέσο όρο ως το πηλίκο της διαίρεσης του αθροίσματος αριθμών με το πλήθος αυτών.
- ▶ Να μετατρέπουν προφορικές ή γραπτές περιγραφές δεδομένων σε γραφικές, και αντίστροφα.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναγνωρίζουν και να αποκωδικοποιούν γραφήματα και πίνακες δεδομένων.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τους νοερούς υπολογισμούς για γρήγορη ή και αναλυτική εκτίμηση.
- ▶ Να μπορούν να διαιρούν φυσικούς ή δεκαδικούς με φυσικό αριθμό.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 4. Τους δίνουμε αποκόμματα από εφημερίδες ή περιοδικά ή από βιβλία τους, π.χ. το βιβλίο της γεωγραφίας, στα οποία υπάρχουν διαγράμματα. Ζητάμε να τα μελετήσουν και να εκφράσουν τις παρατηρήσεις τους γι' αυτά. Καταλήγουμε στην αναγκαιότητα των ερευνών για θέματα που μας απασχολούν καθημερινά, στην ευκολία ανάγνωσης των δεδομένων μέσα από γραφική παράσταση και στην ένδειξη του μέσου όρου που υπάρχει σε γραφικές παραστάσεις (π.χ., από την εφημερίδα, η μέση θερμοκρασία της ημέρας).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Αποκόμματα εφημερίδων, περιοδικών ή βιβλίων με στατιστικές ή άλλου είδους έρευνες παρουσιασμένες με τη μορφή διαγραμμάτων, πίνακας δεδομένων, θερμόμετρο τοίχου.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες γ, δ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν με παραδείγματα.

Η ερώτηση αφόρμησης περιέχει τη νέα γνώση, γι' αυτό και δεν περιμένουμε τα παιδιά να την εξηγήσουν αλλά μόνο να καταθέσουν τις προσωπικές τους εμπειρίες σχετικά με τον όρο αυτό, π.χ. σε βαθμολογία.

Ασχολούνται με το πρόβλημα της δραστηριότητας-ανακάλυψης σε ομάδες των 2. Λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Εξηγούν πόση ήταν η διαφορά της εκτίμησής τους από τον ακριβή υπολογισμό. Βρίσκουν το μέσο όρο. Ψάχνουν άλλους τρόπους για να βρουν το μέσο όρο, π.χ. διαιρούν τις εισπράξεις κάθε ημέρας με το 7 και στη συνέχεια αθροίζουν όλα τα πηλίκα. Δείχνουμε στον πίνακα τις στρατηγικές.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά σε ομάδες των 2 βρίσκουν τρόπους να υπολογίσουν τους υπόλοιπους αριθμούς. **Αναδεικνύουμε όλες τις διαφορετικές στρατηγικές στον πίνακα.** Λόγου χάρη:

- 5, 8, 11, 25, 22, 19, 15, 15 γιατί $5+25=30$, $8+22=30$, $11+19=30$, 15, 15
Μ.Ο.: $(30+30+30+15+15) : 8=15$.
- 5, 8, 11, 25, 22, 19, 30, 0 γιατί $5+25$, $8+22$, $11+19$, $30+0$
Μ.Ο.: $(30+30+30+30) : 8=15$.
- 5, 8, 11, 36, 30, 0, 30, 0 γιατί $5+8+11+36$, $30+0+30+0$
Μ.Ο.: $(60+30+30) : 8=15$ κτλ.

Τα παιδιά θα πρέπει να παρατηρήσουν ότι για κάθε ζευγάρι αριθμών το άθροισμα θα πρέπει να είναι 30 ή το άθροισμα 3 αριθμών θα πρέπει να είναι 45 ή μπορώ να πάρω όποιους αριθμούς θέλω, **αρκεί να έχουν συνολικό άθροισμα 120.**

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική.** Τα παιδιά σε προηγούμενο μάθημα ή στα πλαίσια ενός σχεδίου εργασίας καταγραφής των καιρικών αλλαγών κατά τη διάρκεια μιας εποχής, έχουν φτιάξει πίνακα με τιμές της θερμοκρασίας την ίδια ώρα κάθε μέρας (π.χ., στις 10 το πρωί). Τα δεδομένα του πίνακα με τις θερμοκρασίες τα παρουσιάζουν σε ραβδόγραμμα.

Ζητάμε λοιπόν να βρουν τη μέση θερμοκρασία της προηγούμενης εβδομάδας ή του προηγούμενου μήνα.

Τα παιδιά βρίσκουν και καταγράφουν σε πίνακα την ακριβή θερμοκρασία κάθε ημέρας και στη συνέχεια εργάζονται για την εύρεση της μέσης θερμοκρασίας.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Η σημασία του μέσου όρου στην καθημερινή ζωή: το βάρος ενός ενήλικου (για το ασανσέρ), το ύψος ενός ενήλικου (για την κατασκευή των καρεκλών, των κρεβατιών, των θέσεων στα αεροπλάνα, το ύψος των τσουλαπιών στην κουζίνα) κτλ.

Εργασία β του Τ.Μ. Μαζί με την εργασία 2 του Β.Μ. μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.** Τα παιδιά θα πρέπει να δείξουν με την κόκκινη γραμμή πού βρίσκεται ο μέσος όρος σε κάθε περίπτωση (στα Ιωάννινα στο 17,3 ενώ στη Λάρισα 16,5). Είναι σημαντικό να παρατηρήσουν ότι **η κόκκινη γραμμή είναι πάνω από την κατώτερη τιμή και κάτω από την ανώτερη.** Το πού όμως βρίσκεται ακριβώς εξαρτάται από το συνολικό άθροισμα των τιμών διά τον αριθμό των τιμών.

Διαβάζουν τις γραφικές παραστάσεις: σε ποια περίπτωση οι τιμές βρίσκονται κοντά, σε ποια περίπτωση οι τιμές έχουν μεγάλη διαφορά μεταξύ τους (στην πρώτη υπάρχει μεγαλύτερη διασπορά τιμών, αλλά επειδή είναι πολύ υψηλές κάποιες θερμοκρασίες, η μέση θερμοκρασία είναι υψηλή). Δεν αρκεί δηλαδή να βλέπουμε μόνο κάποιες τιμές σε μια γραφική παράσταση αλλά συνδυαστικά.

Εργασία γ του Τ.Μ. Η σημασία της πρόβλεψης είναι σημαντική σε πολλές δραστηριότητες της καθημερινής ζωής, για τον προγραμματισμό δραστηριοτήτων σε εθνικό ή παγκόσμιο επίπεδο κ.ά. Λόγου χάρη:

- Μείωση των δασικών εκτάσεων σε περιοχές της χώρας μας και οι συνέπειες στο οικοσύστημα.
- Αύξηση του συνόλου των αυτοκινήτων στη χώρα μας (αυτοκίνητα ανά κάτοικο στις μεγαλουπόλεις) και οι συνέπειες στην καθημερινότητα των πολιτών (μποτιλιάρισμα στους δρόμους, ατμοσφαιρική ρύπανση κτλ.).

- Αύξηση των εκπομπών αερίων από τις βιομηχανίες σε παγκόσμιο επίπεδο και οι συνέπειές της, όπως το φαινόμενο του θερμοκηπίου κτλ.

Εργασία δ του Τ.Μ. Η εργασία αυτή δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να κατανοήσουν ότι ο μέσος όρος έχει περιορισμένη σημασία ή μπορεί να αποτελεί και λανθασμένο κριτήριο όταν το πλήθος των μετρήσεων είναι μικρό ή σε ανάλογες περιπτώσεις.

Εργασία ε του Τ.Μ. Η εργασία αυτή προϋποθέτει τη γνώση και τη διαχείριση πολλαπλών αναπαραστάσεων (μορφών) των αριθμών. Τα παιδιά χρειάζεται να επιλέξουν και να μετατρέψουν τους αριθμούς σε κάθε σειρά σε μία κοινή μορφή που να τους επιτρέπει τον υπολογισμό του Μ.Ο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Ερευνούμε πόσες ώρες αφιέρωσε κάθε μέλος της ομάδας μας στην τηλεθέαση και πόσες στα ομαδικά παιχνίδια. Βρίσκουμε το μέσο όρο και των δύο αυτών περιπτώσεων και καταλήγουμε μετά από συζήτηση σε συμπεράσματα.

Αναδεικνύουμε τη σημασία του παιχνιδιού (ως μέσου διασκέδασης, επικοινωνίας, κοινωνικοποίησης). Μπορούμε να εντάξουμε τη δραστηριότητα αυτή σε σχέδιο εργασίας με θέμα «Το παιχνίδι άλλοτε και τώρα στη χώρα μας και σε άλλα μέρη του κόσμου». Τα παιδιά ρωτούν τους γονείς, τους γνωστούς τους για τα παιχνίδια που έπαιζαν, πού και πώς τα έπαιζαν, βρίσκουν πληροφορίες στο διαδίκτυο, επισκέπτονται μουσεία.

Επίσης θα μπορούσαμε να εστιάσουμε στην τηλεθέαση. Τα παιδιά καταγράφουν σε 1 εβδομάδα πόσες και ποιες ώρες βλέπουν τηλεόραση, τι εκπομπές παρακολουθούν, αν τρώνε ταυτόχρονα κάτι (καταναλωτική συνήθεια που ευθύνεται για την αύξηση της παχυσαρκίας), αν παρακολουθούν μόνα τους ή με παρέα τηλεόραση. Η δραστηριότητα μπορεί να ενταχτεί σε σχέδιο εργασίας «Η τηλεόραση στη ζωή μας». Τα παιδιά επιχειρηματολογούν για τα υπέρ και τα κατά της τηλεθέασης, κάνουν κατάλογο με τις εκπομπές που τους αρέσει να βλέπουν, για τη σήμανση των εκπομπών από το Ραδιοτηλεοπτικό Συμβούλιο, συζητούν για την τηλεοπτική βία, τις επιδράσεις της στον ψυχισμό και τις συνήθειές τους. Βρίσκουν στο διαδίκτυο πληροφορίες τις οποίες παρουσιάζουν στην τάξη.

- ▶ Οι εργασίες 2 του Β.Μ. και β του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Τα παιδιά μετρούν την αύξηση του ύψους των σπόρων που έχουν φυτέψει (π.χ., όσπρια). Κάνουν γράφημα που δείχνει την εβδομαδιαία αύξηση του ύψους των φυτών. Καταλήγουν σε συμπεράσματα για την αύξηση διαφορετικών φυτών. Βρίσκουν πληροφορίες (σε βιβλία, στο διαδίκτυο) για τις καλλιέργειες και τα κριτήρια επιλογής τους από τους αγρότες σε διαφορετικά μέρη ανάλογα με τις ανάγκες τους και τις ιδιαιτερότητες της περιοχής τους).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σχέδια εργασίας:

- «Το παιχνίδι άλλοτε και τώρα στη χώρα μας και σε άλλα μέρη του κόσμου».
- «Η τηλεόραση στη ζωή μας».

Κεφάλαιο 22ο «Έννοια του ποσοστού»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να γνωρίσουν την έννοια του ποσοστού στην καθημερινή ζωή και να εφαρμόζουν την γνώση αυτή στην επίλυση απλών προβλημάτων καθημερινής ζωής.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διαβάζουν και να γράφουν ποσότητες εκφρασμένες σε ποσοστά αναγνωρίζοντας κάθε φορά τη μονάδα αναφοράς.
- ▶ Να μπορούν να εκφράζουν με ποσοστό το μέρος μιας ποσότητας που γνωρίζουν.
- ▶ Να μετατρέπουν τα ποσοστά σε κλάσματα ή σε δεκαδικούς, και το αντίστροφο.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης δεκαδικών κλασμάτων.
- ▶ Να αναγνωρίζουν και να χειρίζονται δεκαδικούς αριθμούς ως συμβολικές εκφράσεις συγκεκριμένης ποσότητας (0,5 της φιάλης = 5 από τα 10 ίσα μέρη της φιάλης ή μισή φιάλη ή $\frac{1}{2}$ της φιάλης).
- ▶ Να μετατρέπουν δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα, και το αντίστροφο.
- ▶ Να μπορούν να συγκρίνουν και να διατάσσουν κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς.
- ▶ Να γνωρίζουν την έννοια των εκπτώσεων.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 ή των 4. Ζητάμε να λύσουν σε κόλλα Α4 το παρακάτω πρόβλημα:

«Στις εκπτώσεις η Άννα αγόρασε ένα ποδήλατο και πλήρωσε 75 ευρώ. Αν η αρχική τιμή ήταν 100 ευρώ, πόση ήταν η έκπτωση;»

Δείχνω με ακέραιο, κλάσμα, με δεκαδικό αριθμό την έκπτωση.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ▶ γράφημα,
- ▶ εύρεση εμβαδού,
- ▶ ανάλογα ποσά.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, αριθμομηχανή τσέπης, αριθμογραμμή, αποδείξεις αγορών, συσκευασίες προϊόντων και αποκόμματα με αναγραφόμενα ποσοστά, πίνακας.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία του Β.Μ. Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασίες δ, ε, στ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου δίνουμε στα παιδιά να παρατηρήσουν συσκευασίες ή αποδείξεις που έχουν ποσοστά. Συζητάμε αν έχουν δει πουθενά αλλού τη συμβολική γραφή % (εκπτώσεις, κάλυψη διατροφικών αναγκών μας με συγκεκριμένα τρόφιμα, ανάλυση ενός μείγματος σε συστατικά κ.ά.). Εξηγούμε στα παιδιά πώς διαβάζεται ένα ποσοστό χρησιμοποιώντας τα δεκαδικά κλάσματα: π.χ. 10% δείχνει ότι και το $\frac{10}{100}$.

Τα παιδιά διαβάζουν την εισαγωγική ερώτηση και συζητούν (δεν επεμβαίνουμε ώστε να καταλήξουν στο σωστό ορισμό).

Παρατηρούν στη συνέχεια τα δεδομένα του προβλήματος. Σε ομάδες των 2 ή των 4 εξηγούν:

- Πόση ήταν η έκπτωση στην αρχική τιμή (100 ευρώ).
- Με δεκαδικό κλάσμα και δεκαδικό αριθμό την έκπτωση.

Έπειτα βρίσκουν την τιμή του παιχνιδιού μετά την έκπτωση στο δεύτερο κατάστημα. Χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές, π.χ.: Αφού στα 100 η έκπτωση ήταν 20 ευρώ, στα 150 (= 100+50) η έκπτωση θα είναι 20 ευρώ και το μισό του 20, δηλαδή 20+10=30 ευρώ. Εκτιμούν από ποιο κατάστημα ο Παύλος θα προτιμήσει να αγοράσει το παιχνίδι. Βρίσκουν το 10% στα 150 και το 20% στα 150. Παρατηρούν ότι αυτό που δείχνει το ποσοστό κάθε φορά είναι σχετικό με τη μονάδα αναφοράς, αλλά η πιο συμφέρουσα αγορά, καθορίζεται τελικά από το κόστος της μηχανής και του παιχνιδιού συνολικά.

Τα παιδιά εξηγούν με δικά τους λόγια όσα λέει ο Σαΐτας.

Τέλος, εργάζονται στην εργασία με την έκπτωση στο παντελόνι, παρατηρώντας τις στρατηγικές των πρωταγωνιστών.

Τα παιδιά εξηγούν καθεμιά στρατηγική. Εμείς τις γράφουμε στον πίνακα. (Δε σβήνουμε τις στρατηγικές που γράψαμε στον πίνακα).

Ιδιαίτερη έμφαση δίνουμε στη στρατηγική με τη διπλή αριθμογραμμή: το ενδιαφέρον είναι η εμφάνιση της έκπτωσης σε κάθε 10 ευρώ. Τα παιδιά επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.

Μπορεί η συγκεκριμένη δραστηριότητα να δραματοποιηθεί: Τα παιδιά αγοράζουν προϊόντα από το μαγαζί της τάξης. Σε κάθε προϊόν υπάρχει η αρχική τιμή και η έκπτωση μόνο. Τις καρτέλες με την έκπτωση τις φτιάχνουν τα ίδια τα παιδιά. Ο ταμίας ελέγχει με την αριθμομηχανή τσέπης αν ο πελάτης υπολόγισε σωστά το ποσό που πρέπει να πληρώσει με την έκπτωση.

Οι πελάτες εξηγούν στην τάξη κάθε φορά πώς υπολόγισαν το ποσό της έκπτωσης καθώς και το ποσό που πρέπει να πληρώσουν.

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά και εφαρμόζουν τη στρατηγική που τα διευκολύνει για να λύσουν το πρόβλημα. Εξηγούν στον πίνακα. Μπορούν να δραματοποιήσουν την αγορά και να φέρουν κι άλλα παραδείγματα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορούμε να ζητήσουμε πόσο θα ήταν το ποσοστό αν τα παιδιά ήταν 150.

Εργασία β του Τ.Μ Τα παιδιά κάθε φορά εξηγούν πώς περνούν από τη μια συμβολική μορφή στην άλλη. Αν τα παιδιά δυσκολεύονται να περάσουν από τη μια συμβολική μορφή στην άλλη, μπορούμε να κάνουμε δικές μας ανάλογες εργασίες όπου θα συνδυάζεται η γεωμετρική απεικόνιση της ποσότητας με τις διάφορες συμβολικές μορφές αριθμών. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Εργασίες γ, δ, ε, στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες των 2. Εξηγούν πώς εργάστηκαν.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Η εργασία στο Β.Μ. και η εργασία β στο Τ.Μ.
- ▶ Μελετάμε συσκευασίες προϊόντων στις οποίες αναγράφονται ποσοστά. Προχωράμε σε ερμηνεία αυτών και υπολογίζουμε σε διπλάσιες, τριπλάσιες και μισές ποσότητες.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν η εργασία του Β.Μ. και οι εργασίες α και γ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στη **Γεωγραφία**: τα παιδιά βρίσκουν και αναλύουν τα δεδομένα που εκφράζονται με ποσοστά, π.χ. ποσοστό του πληθυσμού της Ελλάδας που ζει σε αστικά κέντρα, ποσοστό της πανίδας και της χλωρίδας που απειλείται με εξαφάνιση κ.ά.

Τα παιδιά κάνουν **σχέδια εργασίας** με θέμα τη σχέση του ανθρώπου με το φυσικό περιβάλλον: βρίσκουν πληροφορίες που τις εκφράζουν με ποσοστά και αφορούν την υπερεκμετάλλευση των φυσικών πόρων, τη δυνατότητα εκμετάλλευσης εναλλακτικών μορφών ενέργειας, το μέρος του παγκόσμιου πληθυσμού που δεν έχει πρόσβαση σε πόσιμο νερό, στην εκπαίδευση κ.ά.

Κεφάλαιο 23ο «Προβλήματα με ποσοστά»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διαχειρίζονται προβλήματα με διάφορες μορφές αριθμών.

Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να βρίσκουν νοερά το ποσοστό σε απλά προβλήματα.
- ▶ Να κατανοούν ότι το ποσοστό εκφράζει το μέρος μιας ποσότητας το οποίο προστίθεται (αύξηση) ή αφαιρείται (μείωση – έκπτωση) στην αρχική ποσότητα.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τις πληροφορίες που δίνονται με ποσοστό για να λύνουν προβλήματα σε διάφορα πλαίσια (μετρήσεις, γεωμετρία).
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσ απαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης δεκαδικών κλασμάτων και δεκαδικών αριθμών.
- ▶ Να κατανοούν την έννοια του ποσοστού ως το μέρος μιας ποσότητας.
- ▶ Να περνούν εύκολα από τη μορφή με το σύμβολο % σε μορφές δεκαδικών κλασμάτων και δεκαδικών αριθμών.

Έλεγχος: Δίνουμε στα παιδιά σε κόλλα Α4 ένα τετράγωνο (σε πλέγμα του 1 εκ.) με πλευρά 10 εκ. Ζητάμε να λύσουν το εξής πρόβλημα:

«Στο παρακάτω τετράγωνο χρωματίζουμε κόκκινο το 20% της επιφάνειας του τετραγώνου και πράσινο το $\frac{1}{10}$ της επιφάνειας που έμεινε λευκή. Τι ποσοστό της συνολικής επιφάνειας του τετραγώνου είναι χρωματισμένο;»

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ανάλογα ποσά,
- μεγέθυνση.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Πίνακας (δεδομένων-ζητούμενων), ψεύτικα ευρώ, συσκευασίες των αγαπημένων προϊόντων που φέρνουν τα παιδιά, ζυγαριά, μεζούρα.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες 2 του Β.Μ., α του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου δίνουμε στα παιδιά να παρατηρήσουν συσκευασίες προϊόντων όπου αναγράφεται ο πίνακας της διατροφικής αξίας του προϊόντος στα 100 γραμμ. αλλά και στη μερίδα –π.χ., 30 γραμμ. δημητριακών.

Το συγκεκριμένο μάθημα μπορεί να αποτελέσει μέρος του μαθήματος Αγωγή καταναλωτή – Αγωγή υγείας όπου τα παιδιά θα μάθουν για τη συνιστώμενη ημερήσια ποσότητα διατροφικών στοιχείων που πρέπει να περιλαμβάνει η διατροφή τους. Τα παιδιά βρίσκουν πληροφορίες για τις βιταμίνες, τα ιχνοστοιχεία, τις ομάδες τροφών, τη μεσογειακή δίαιτα, την υγιεινή διατροφή, την παχυσαρκία.

Σε φύλλο Α4 κολλούν την ετικέτα με τη διατροφική αξία του αγαπημένου τους προϊόντος. Αναλύουν τις πληροφορίες που αναγράφονται στην ετικέτα και συμπληρώνουν κάτω από την ετικέτα του πίνακα:

Συστατικά	%	‰

Κρίνουν αν το προϊόν που προτιμούν δίνει πολλές ή λίγες θερμίδες, αν τα διατροφικά του συστατικά είναι υγιεινά ή επεξεργασμένα.

Μαθαίνουν να εξηγούν τα συντηρητικά (Ε) και την ημερομηνία λήξης του προϊόντος. Συγκρίνουν παρόμοια προϊόντα (προϊόντα βιολογικής καλλιέργειας και μη βιολογικά προϊόντα) και συζητούν για τη διαφορά στην τιμή τους.

Τέλος, αναγνωρίζουν αν ένα προϊόν περιέχει μεταλλαγμένα ή όχι συστατικά. Συζητάμε και βρίσκουμε πληροφορίες για τη βιομηχανία των μεταλλαγμένων τροφών.

Τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και εξηγούν με δικά τους παραδείγματα (από τα αγαπημένα τους προϊόντα). Διαβάζουν το πρόβλημα της δραστηριότητας-ανακάλυψης και συζητούν τις απόψεις τους.

Για να επιχειρηματολογήσουν, πρέπει να λάβουν υπόψη τους πόσα γραμμάρια στην ίδια ποσότητα (π.χ., 10 γραμμ.) σε κάθε σοκολάτα, ζάχαρης υπάρχουν. Εργάζονται στο πρόχειρό τους ή σε κόλλα Α4.

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά συγκρίνουν με διάφορες στρατηγικές τις δύο συσκευασίες. Παράδειγμα:

- Στην 1η περίπτωση, στα 200 γραμμ. πορτοκαλάδας τα 100 γραμμ. είναι φρέσκος χυμός, δηλαδή τα $\frac{100}{200}$ ή $\frac{50}{100}$ ή 50%.

- Στη 2η περίπτωση είναι φυσικός χυμός αντίστοιχα: $\frac{200}{500}$ ή $\frac{400}{1.000}$ ή $\frac{40}{1.000}$ ή 40%.

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά εξηγούν τη σχέση $\frac{26}{100}$ και $\frac{260}{1.000}$.

($\frac{26}{100} = \frac{260}{1.000}$, άρα τα $\frac{26}{100}$ είναι 10 φορές περισσότερο από τα $\frac{26}{1.000}$). Η εργασία μπορεί

να είναι μέρος **σχεδίου εργασίας (Αγωγή υγείας – Αγωγή καταναλωτή)**.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση με δραματοποίηση**.

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Μπορεί να γίνει **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση** (βιωματική: κάθε παιδί ζυγίζεται, αν δε θυμάται το βάρος του, προκειμένου να βρει το ποσοστό νερού στο δικό του βάρος). Μπορεί να ενταχτεί στο μάθημα Αγωγή υγείας «**Μαθαίνω το σώμα μου**». Τα παιδιά βλέπουν βιντεοταινίες, βρίσκουν πληροφορίες σε βιβλία, στο διαδίκτυο για το σώμα τους: το αίμα τους (πόσο είναι, πώς λειτουργεί στον οργανισμό, τι πρέπει να κάνουμε σε ένα ατύχημα όπου αιμορραγούμε κτλ.), τα δόντια τους (πόσα είναι, ποια η σημασία τους για την υγεία του οργανισμού, πώς μπορούμε να τα διατηρούμε υγιή κτλ.).

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 3, 4 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία α του Β.Μ. Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Τα παιδιά λύνουν νοερά το εξής πρόβλημα: «Αν το 10% των παιδιών που μαθαίνουν χορό στο σχολείο της Μαρίνας είναι 5, πόσα είναι όλα τα παιδιά που μαθαίνουν χορό;»

Εργασίες 3 του Β.Μ. και α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται με ψεύτικα ευρώ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Εξηγούν προφορικά πώς εργάστηκαν. **Διευκολύνει επίσης πολύ στη μοντελοποίηση του προβλήματος η ζωγραφική.**

Εργασία 4 του Β.Μ. Τα παιδιά εξηγούν με δικά τους λόγια το πρόβλημα. Εκτιμούν πόση θα είναι η κάθε πλευρά του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου. Δείχνουν στον πίνακα τι σημαίνει αυξάνω το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος κατά 10%. Τα παιδιά ελέγχουν στη μεζούρα τους. Δίνουμε ακόμη ένα παράδειγμα μεγέθυνσης και τα παιδιά εργάζονται με τον ίδιο τρόπο στη μεζούρα τους. Στη συνέχεια εργάζονται ατομικά στο βιβλίο τους. Ζητάμε να βρουν την περίμετρο. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Εργασίες γ, δ, ε του Τ.Μ. Οι εργασίες μπορούν να γίνουν εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις ενταγμένες σε σχέδια εργασίας. Τα παιδιά μοντελοποιούν τα προβλήματα με ζωγραφική, πίνακα και λύνουν με διάφορες στρατηγικές. Λόγου χάριν:

► Στην εργασία γ:

αν στα 100 γραμμ. θαλασσινού νερού τα 4 είναι αλάτι. Δηλαδή:

- τα 4 γραμμ. αλάτι αντιστοιχούν σε 100 γραμμ. νερού, άρα για το κιλό (4 x 250) γραμμ. αλάτι αντιστοιχούν σε (100 x 250) γραμμ. νερού ή 25.000 γραμμ. νερού ή 25 κιλά νερού.

- τα 4 γραμμ. αλάτι αντιστοιχούν σε 100 γραμμ. νερού, άρα για τα 400 γραμμ. (4 x 100) γραμμ. αλάτι αντιστοιχούν σε (100 x 100) γραμμ. νερού ή 10.000 γραμμ. νερού ή 10 κιλά νερού.

► **Στην εργασία δ:** Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Οι 15 χάντρες $= \frac{30}{100}$, άρα το $\frac{10}{100}$ ή $\frac{1}{10}$ είναι 15 : 3=5 χάντρες, επομένως όλο το βραχιόλι ή $\frac{100}{100}$ ή $\frac{10}{10}$ είναι 5 x 10 = 50 χάντρες.

Εργασία ε του Τ.Μ. Το πρόβλημα λύνεται εύκολα αν μοντελοποιηθεί με πίνακα:

Σύνολο μαθητών	Έλληνες	Αλλοδαποί
100	60	40
50	30	20
150	90	60
200	110 (90+20)	90 (60+30)

Επειδή όμως ζητείται το ποσοστό %:

Στους 200 μαθητές οι 110 είναι Έλληνες ή $\frac{110}{200} = \frac{55}{100}$ ή 55%.
Άρα οι αλλοδαποί είναι το υπόλοιπο 45%.

Εργασία στ του Τ.Μ. Λύνεται εύκολα με εποπτικό υλικό. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Οι εργασίες 1, 3, 4 του Β.Μ. και α, δ, στ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες γ, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στο μάθημα Αγωγή υγείας, Αγωγή καταναλωτή, τα σχέδια εργασίας όπως περιγράφονται. Προτεινόμενη βιβλιογραφία: Αλευρίτου – Γουλιέλμου, Ελένη, «Τα πρόσθετα στα τρόφιμα», έκδοση Ε.Κ.ΠΟΙ.ΖΩ., Αθήνα, 2003.

Κεφάλαιο 24ο «Γεωμετρικά σχήματα - περίμετρος»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να υπολογίζουν την περίμετρο κανονικών και μη κανονικών πολυγώνων.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Να αναγνωρίζουν τα τρίγωνα, τετράγωνα, πλάγια και ορθογώνια παραλληλόγραμμα, τραπέζια και τα μη κανονικά τετράπλευρα, πεντάγωνα.
- Να αναγνωρίζουν τις πλευρές, κορυφές και γωνίες ως επιμέρους στοιχεία των σχημάτων.
- Να αναγνωρίζουν ισοπεριμετρικά σχήματα.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναγνωρίζουν (δισαισθητικά ή με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων ή πλέγματος) βασικά γεωμετρικά σχήματα (τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, πλάγιο παραλληλόγραμμο, τραπέζιο).
- ▶ Να χειρίζονται τον κανόνα (χάρακα) ως όργανο χάραξης και μέτρησης μήκους.
- ▶ Να γνωρίζουν την έννοια της περιμέτρου και της ορθής γωνίας.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες. Τους δίνουμε κομμάτια σπάγκου μήκους 1 μέτρου. Σε κόλλες A4 φτιάχνουν περίγραμμα χρησιμοποιώντας όσο γίνεται λιγότερο σπάγκο (κολλούν γύρω γύρω το σπάγκο, ώστε να δημιουργηθεί ένα είδος κορνίζας). Μετρούν πόσος σπάγκος τούς έμεινε. Γίνεται συζήτηση στην τάξη για τις διαφορές στα αποτελέσματα. Ρωτάμε αν με το κομμάτι που έμεινε μπορούμε να περιγράψουμε με ανάλογο τρόπο μικρότερη επιφάνεια π.χ. (κομμάτια από κόλλα A4). Τα παιδιά προτείνουν διάφορα γεωμετρικά σχήματα (δισαισθητική προσέγγιση).

Είναι πιθανό να σκεφτούν να μοιράσουν σε 4 ίσα κομμάτια το σπάγκο και να φτιάξουν ένα τετράγωνο με αντίστοιχου μήκους πλευρά (ή τρίγωνο κτλ.).

Δε διδάσκουμε την αντίστροφη διαδικασία.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- σμίκρυνση /μεγέθυνση,
- εύρεση εμβαδού,
- καθετότητα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Κομμάτια σπάγκου, *σχεδιασμένα γεωμετρικά σχήματα σε χαρτί* από το Παράρτημα του Β.Μ. (τετράγωνο, ισόπλευρο τρίγωνο, τραπέζιο, ρόμβος, πεντάγωνο, πλάγιο και ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, μη κυρτό πολύγωνο), χάρτινες λουριδές διαστάσεων 1,20 μ. 0,90 μ. και 0,50 μ., *μεζούρα ή μέτρο, διαφανές χαρτί.*

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα - ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης χρησιμοποιώντας παραδείγματα (σχήματα που ζωγραφίζουν, κομμάτια από κόλλες A4). Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και υπολογίζουν το μήκος της κορδέλας για τις φωλιές.

Εργασία 1 του Β.Μ. Εκτιμούν χωρίς να χαράξουν (3 κορυφές – τρίγωνο, 4 κορυφές – τετράπλευρο). Όταν φέρουν τα ευθύγραμμα τμήματα, αναγνωρίζουν στο 3ο σχήμα το πλάγιο παραλληλόγραμμο. Συζητάμε:

- Πότε ένα πολύγωνο είναι κανονικό;
- Ποια γεωμετρικά σχήματα γνωρίζουν με ορθές γωνίες;
- Ποια σχήματα έχουν ίσες πλευρές;

Τα παιδιά παρατηρούν τα αντίστοιχα γεωμετρικά σχήματα από το Παράρτημα του Βιβλίου και επιχειρηματολογούν.

Εργασία 2 του Β.Μ. Ζητάμε από τα παιδιά να ονομάσουν τα γεωμετρικά σχήματα που έφτιαξαν. Οι ήρωες αναφέρουν το είδος του σχήματος που καλούνται τα παιδιά να σχεδιάσουν. Αφού τελειώσουν, τοποθετούν γράμματα στις κορυφές και ονομάζουν ανάλογα κάθε σχήμα π.χ., ορθογώνιο παραλληλόγραμμο: ΑΒΓΔ.

Εργασία 3 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική. Χρησιμοποιούμε το σπάγκο όπως στη δραστηριότητα ελέγχου. Αυτή τη φορά διδάσκουμε την περίμετρο ως συνολικό μήκος που αποτελείται από επιμέρους ευθύγραμμα τμήματα (πλευρές του γεωμετρικού σχήματος). Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Εκτιμούν νοερά. Εξηγούν τις στρατηγικές τους.

Εργασία β του Τ.Μ. Δε συγκρίνουμε εμβαδά εκτός και αν τα παιδιά το αναφέρουν. **Δε διδάσκουμε τη σχέση πλευράς – εμβαδού στο τετράγωνο.**

Εργασία γ του Τ.Μ. Βιωματική. Εξετάζοντας τα ευθύγραμμα τμήματα με τη διακεκομμένη γραμμή, παρατηρούμε ότι είναι ίσα με τις πλευρές των ορθογωνίων (αν μετακινήσουμε τα ευθύγραμμα τμήματα, φτιάχνουμε τις πλευρές), άρα και τα 3 σχήματα έχουν την ίδια περίμετρο. Προτείνουμε στα παιδιά να αντιγράψουν τα σχήματα σε διαφανές χαρτί, να τα κόψουν και να το διαπιστώσουν και βιωματικά.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική με χάρτινες λουριδές στις διαστάσεις 1,20, 0,90 και 0,50 μέτρα. Τα παιδιά μπορούν να διαλέξουν:

- το μεγάλο πηκάκι των 1,20 μ. και το μικρό των 0,50 μ. Θα τους περισσέψουν 10 εκ. και θα πληρώσουν $1,50 + 0,80 = 2,30$ ευρώ.
- 2 πηκάκια των 0,90 μ., οπότε περισσεύουν 2×10 εκ. = 20 εκ. και θα πληρώσουν 2 ευρώ. Η πιο οικονομική λύση είναι η δεύτερη.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▷ Δίνουμε σε κάθε ομάδα καλαμάκια αναψυκτικών και ζητάμε από τα παιδιά να φτιάξουν με αυτά διάφορα γεωμετρικά σχήματα (τα κολούν σε φύλλο Α4). Τα αναγνωρίζουν, τα ονομάζουν και μετρούν την περίμετρό τους με τυπικές μονάδες μέτρησης (δεκ., εκ.).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και α, β του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- ▷ Η δραστηριότητα-ανακάλυψη μπορεί να αποσπαστεί και να ενταχθεί σε διαθεματική – διεπιστημονική προσέγγιση, είτε ως μέρος ενός σχεδίου εργασίας με οικολογικό περιεχόμενο είτε στο μάθημα των φυσικών επιστημών.
- ▷ Τα παιδιά κάνουν κολάζ με διάφορα γεωμετρικά σχήματα σε χαρτόνι (αντιγράφουν από τα γεωμετρικά σχήματα του Παραρτήματος ή φτιάχνουν δικά τους).
- ▷ Μια ομάδα χρησιμοποιεί μόνο ένα τρίγωνο το οποίο αναπαράγει πολλές φορές με τρόπο ώστε να εφάπτονται οι πλευρές των τριγώνων που σχεδιάζουν. Φτιάχνουν έτσι ένα γεωμετρικό μοτίβο το οποίο χρωματίζουν κατάλληλα. Υπολογίζουν την περίμετρο του τελικού σχήματος.

Μια άλλη ομάδα φτιάχνει με ανάλογο τρόπο γεωμετρικό μοτίβο με τραπέζιο ή κανονικό πολύγωνο.

Τα παιδιά παρατηρούν ότι το σχέδιο που φτιάχνουν δεν έχει περίμετρο ίση με τις επιμέρους περιμέτρους των γεωμετρικών σχημάτων που το αποτελούν (γιατί οι πλευρές εφάπτονται). Η περίμετρος του μοτίβου υπολογίζεται από τις εξωτερικές πλευρές μόνο των επιμέρους γεωμετρικών σχημάτων.

Κεφάλαιο 25ο «Ισοεμβαδικά σχήματα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διακρίνουν την έννοια του εμβαδού ενός γεωμετρικού σχήματος (απλού ή σύνθετου) υπό την έννοια της επιφάνειας που αυτό καλύπτει. Έτσι, διαφορετικά σχήματα μπορεί να έχουν το ίδιο εμβαδόν και σχήματα που δεν μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε το εμβαδόν τους μπορούμε να τα αναλύσουμε σε άλλα στα οποία μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα το εμβαδόν τους.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

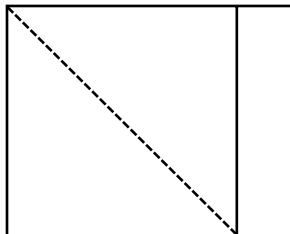
- ▶ Να μπορούν να αναλύουν σύνθετα γεωμετρικά σχήματα σε άλλα πιο απλά, και το αντίστροφο (παιχνίδια με τάγκραμ).
- ▶ Να κατανοούν την έννοια του εμβαδού ως κάλυψη επιφάνειας και να μπορούν να το υπολογίζουν χωρίς τους τύπους εύρεσής του, αλλά με τη χρήση διαγραμμισμένου ή τετραγωνισμένου χαρτιού και με σύγκρισή του με άλλα μικρότερα ή μεγαλύτερα σχήματα.
- ▶ Να διακρίνουν την περίμετρο από το εμβαδόν ενός σύνθετου ή απλού σχήματος καθώς επίσης και τις μονάδες που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση του καθενός (μ., εκ. κτλ για την περίμετρο, τ.εκ. ή άλλα σχήματα για το εμβαδόν).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπατούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναγνωρίζουν βασικά γεωμετρικά σχήματα (τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, πλάγιο παραλληλόγραμμο, τραπέζιο).
- ▶ Να χειρίζονται τον κανόνα (χάρακα) ως όργανο χάραξης και μέτρησης μήκους.
- ▶ Να κατανοούν την έννοια της περιμέτρου ως άθροισμα του μήκους των πλευρών ενός γεωμετρικού σχήματος.
- ▶ Να γνωρίζουν τη χρήση του τάγκραμ.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 ή των 4.

Ζητάμε από τις ομάδες να πάρουν μια κόλλα Α4 και να φτιάξουν με κατάλληλη δίπλωση ένα τετράγωνο. Κόβουν το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που περισσεύει. Παράδειγμα:



Το τετράγωνο αποτελείται από 2 ίσα μεταξύ τους τρίγωνα (φαίνεται και από την τσάκιση της κόλλας Α4).

Κάθε τρίγωνο έχει το μισό εμβαδόν του τετραγώνου. Αν διπλώσουμε κάθε τρίγωνο στη μέση (το τετράγωνο θα αποτελείται από 4 ίσα μεταξύ τους τρίγωνα), κάθε μικρό τρίγωνο θα έχει εμβαδόν ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τετραγώνου ή το $\frac{1}{2}$ του μεγάλου τριγώνου.

Στη συνέχεια τα παιδιά παίζουν με το τάγκραμ: χωρίζουν το τετράγωνο που σχηματίζουν όλα τα κομμάτια σε 2 ίσα τρίγωνα. Παρατηρούν το εμβαδόν των επιμέρους τριγώνων σε σχέση με το εμβαδόν του αρχικού τετραγώνου (ανάλογο με τα σχήματα από χαρτί).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- μονάδες επιφάνειας (μετατροπές),
- μεγέθυνση, σμίκρυνση,
- τύποι εύρεσης εμβαδού.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Τάγκραμ, χαρτί με πλέγμα ή τετραγωνισμένο, Ξυλάκια αριθμησης, χάρακες και μετροταινίες.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 3 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τις δραστηριότητες ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν φέρνοντας δικά τους παραδείγματα.

Απαντούν στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης.

Όλη η δραστηριότητα έχει βιωματικό χαρακτήρα. Εκτιμούν έχοντας υπ΄ όψιν α) το εμβαδόν μεγάλου τετραγώνου (100 κουτάκια). β) τις σχέσεις του εμβαδού των επιμέρους κομματιών του τετραγώνου (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) με το εμβαδόν του μεγάλου τετραγώνου. Συμπληρώνουν τον πίνακα. Επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους.

Τα παιδιά επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους (σωστό ή λάθος) βιωματικά με το τάγκραμ. Ανακαλύπτουν δηλαδή το εμβαδόν σύνθετων γεωμετρικών σχημάτων με υπολογισμό του εμβαδού των επιμέρους σχημάτων και των σχέσεών τους.

Τελειώνοντας σ΄ αυτή τη δραστηριότητα, τα παιδιά θα πρέπει να έχουν ανακαλύψει:

- Ποια σχέση έχει το εμβαδόν κάθε κομματιού του τάγκραμ με το εμβαδόν των υπόλοιπων κομματιών.
- Την έννοια των ισοεμβαδικών σχημάτων.
- Τη σχέση του μικρού τετραγώνου και των 2 μικρών τριγώνων.
- Τη σχέση των 2 μικρών τριγώνων με το μεγάλο τρίγωνο που συνθέτουν.
- Την ανάλυση ενός κανονικού τραπεζίου στα επιμέρους σχήματα (τετράγωνο και 2 ίσα τρίγωνα).

Εργασία 3 του Β.Μ. Παρατηρούν από ποια σχήματα είναι φτιαγμένο το αρχικό σχήμα (μόνο τρίγωνα ή τρίγωνα και πλάγια παραλληλόγραμμα): ίδιο εμβαδόν έχει το γ. Η εργασία αυτή στηρίζεται στην προτεινόμενη δραστηριότητα του προηγούμενου κεφαλαίου (φτιάχνουμε σύνθετα σχήματα ή γεωμετρικά μοτίβα) με απλή επανάληψη ενός σχήματος. Τα παιδιά μπορούν να εργαστούν με παραλλαγή της εργασίας αυτής για να κατανοήσουν τα ισοεμβαδικά σχήματα, τα σύνθετα γεωμετρικά σχήματα, την ανάλυση ενός σύνθετου σχήματος σε απλούστερα, τα γεωμετρικά μοτίβα, την έννοια της περιμέτρου.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και εξηγούν, λόγου χάρη, ότι:

- Φτιάχνουμε το τετράγωνο με 2 τρίγωνα.
- Φτιάχνουμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με 2 τετράγωνα ή με 4 τρίγωνα.

Όσον αφορά τον υπολογισμό του εμβαδού κάθε σχήματος:

- Υπολογίζουν το εμβαδόν του τετραγώνου (μετρούν τα κουτάκια).
- Διαιρούν το εμβαδόν του τετραγώνου διά 2 για να βρουν του τριγώνου.
- Διπλασιάζουν το εμβαδόν του τετραγώνου για να βρουν το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου.

Εργασία β του Τ.Μ. Βιωματική. Τα παιδιά σε ομάδες των 2 συνθέτουν το τραπέζιο φτιάχνοντας το τετράγωνο με τα κομμάτια του ενός τάγκραμ και στη συνέχεια προσθέτουν αριστερά και δεξιά τα 2 μεγάλα ορθογώνια τρίγωνα (που φτιάχνουν με τα κομμάτια του 2ου τάγκραμ). Ως επέκταση ζητάμε να μας φτιάξουν ένα μη κανονικό πολύγωνο, ισοεμβαδικό (υπάρχουν πολλές λύσεις).

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες γ του Τ.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία 1 του Β.Μ. Εφαρμογή - Εμπέδωση Εργασία δ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά εκτιμούν πόσο εμβαδόν θα έχει κάθε παραλληλόγραμμο. Επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους χαράζοντας τα ορθογώνια παραλληλόγραμμο και χρωματίζουν την επιφάνεια που καλύπτουν. Βρίσκουν τη σχέση που έχει το εμβαδόν κάθε παραλληλόγραμμου με το εμβαδόν των άλλων δύο.

Εργασία γ του Τ.Μ. Παρατηρούν το σχήμα. Το αναλύουν σε επιμέρους (1 ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και 4 τρίγωνα ή 4 τετράγωνα και 4 τρίγωνα ή 1 παραλληλόγραμμο και 2 μεγάλα τρίγωνα). Τα παιδιά σχεδιάζουν ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (οι διαστάσεις μπορεί να είναι: 2×3 ή 3×2 ή 6×1).

Στο δεύτερο ερώτημα της εργασίας πάλι υπάρχουν πολλές λύσεις.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία 1 του Β.Μ. Βιωματική. Μπορεί να γίνει εναλλακτική βιωματική προσέγγιση.

Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες με το τάγκραμ. Αφού φτιάξουν τα σχήματα, τα τοποθετούν πάνω σε μιλιμετρέ χαρτί για να υπολογίσουν το εμβαδόν τους σε τ.εκ. Θυμίζουμε πάλι στα παιδιά ότι 1 τετράγωνο με πλευρά 1 εκ. στο μιλιμετρέ χαρτί (είναι ευδιάκριτο) είναι 1 τ.εκ. Δεν διδάσκουμε μετατροπές μονάδων μέτρησης επιφανειών.

Υπάρχουν πολλές στρατηγικές:

- Υπολογίζουν το εμβαδόν 1 μεγάλου τριγώνου από το τάγκραμ και το πολλαπλασιάζουν $\times 8$ για να βρουν το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου. Ωστόσο και τα 3 σχήματα που φτιάχνουν είναι ισοεμβαδικά (χρησιμοποιούν όλα τα κομμάτια από τα 2 τάγκραμ κάθε φορά), άρα δε χρειάζεται να υπολογίσουν κάθε φορά το εμβαδόν.
- Φτιάχνουν σε κάθε γεωμετρικό σχήμα το περίγραμμο ακουμπώντας τις πλευρές τους στις έντονες κόκκινες γραμμές του μιλιμετρέ χαρτιού ώστε να μετρούν εύκολα τα τετράγωνα (τ. εκ.).
- Υπολογίζουν το εμβαδόν του τετραγώνου που φτιάχνουν τα κομμάτια από το ένα τάγκραμ σε μιλιμετρέ χαρτί (όπως προηγουμένως περιγράφεται) και, διπλασιάζοντας, βρίσκουν το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου κτλ.

Εργασία δ του Τ.Μ. Για την περίμετρο: Αντί να προσθέσουν τις επιμέρους πλευρές (όπου $AM=2εκ.$ και $MH=2,5 εκ.$), μπορούν να παρατηρήσουν ότι αν η AM μετακινηθεί δίπλα στην $MΘ$ (προς τα πάνω) και η MH δίπλα στην $ΛΚ$ (προς τα αριστερά) σχηματίζεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με ίση περίμετρο.

Για το εμβαδόν: Αν παρατηρήσουν ότι το πολύγωνο ΚΛΜΗΘΙ μπορεί να χωριστεί σε ένα τετράγωνο με πλευρά ΑΚ και σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές ΘΙ και ΘΗ, μπορούν να υπολογίσουν πιο εύκολα το συνολικό εμβαδόν. Μπορούν επίσης να μετρήσουν 1-1 όλα τα τετραγωνάκια. (κάθε τετραγωνάκι = 1 τ.εκ.).

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

▮ Η εργασία 1 του Β.Μ. όπως περιγράφεται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 2 του Β.Μ. και β, δ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 26ο «Εμβαδόν τετραγώνου, ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, ορθογώνιου τριγώνου»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να υπολογίζουν τα εμβαδά του τετραγώνου, του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και του ορθογώνιου τριγώνου με χρήση τύπων.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▮ Να εφαρμόζουν τη γνώση για τα ισοεμβαδικά σχήματα σε προβλήματα.
- ▮ Να ανακαλύψουν τη σχέση του εμβαδού τυχαίου ορθογώνιου τριγώνου και ορθογώνιου παραλληλόγραμμου.
- ▮ Να βρίσκουν νοερά το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογώνιου παραλληλόγραμμου ή τυχαίου τριγώνου, αν γνωρίζουν τις διαστάσεις τους.
- ▮ Να βρίσκουν τις διαστάσεις ενός τετραγώνου αν γνωρίζουν το εμβαδόν του.
- ▮ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσ απαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▮ Μπορούν να υπολογίζουν το εμβαδόν χρωματισμένης επιφάνειας σε πλέγμα.
- ▮ Μπορούν να αναγνωρίζουν διαφορετικά γεωμετρικά σχήματα και τις ιδιότητές τους.
- ▮ Μπορούν να διαχειριστούν σύνθετα σχήματα αναλύοντας και συνθέτοντάς τα.
- ▮ Μπορούν να διαχειριστούν τα σχήματα του τάγκραμ.
- ▮ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες των 4. Κάθε παιδί έχει το δικό του τάγκραμ. Ζητάμε από κάθε ομάδα με κομμάτια από 2 τάγκραμ να φτιάξει ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Ζητάμε στη συνέχεια:

- Να υπολογίσουν το εμβαδόν του.
- Να υπολογίσουν πόσο θα είναι το τετράγωνο που αποτελείται από 2 τέτοια ορθογώνια τρίγωνα.

Τα παιδιά, για να φτιάξουν το τετράγωνο, χρειάζεται να χρησιμοποιήσουν όλα τα κομμάτια από τα 4 τάγκραμ.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- μεγέθυνση - σμίκρυνση,
- μονάδες μέτρησης επιφάνειας (μετατροπές).

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μιλιμετρέ ή τετραγωνισμένο χαρτί, τάγκραμ, χάρακας/γνώμονας, κόλλα χαρτιού μεγέθους Α4.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν φέρνοντας δικά τους παραδείγματα.

Εργάζονται στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Στα 3 σχήματα η συνολική επιφάνεια είναι η ίδια και η χρωματισμένη είναι ίδια. Τα παιδιά εφαρμόζουν τη γνώση για τα ισομετρικά σχήματα, διακρίνοντας έτσι το σχήμα από το εμβαδόν που αυτό καλύπτει.

Συζητάμε για τις στρατηγικές που ακολούθησαν για να χρωματίσουν τις επιφάνειες π.χ., για το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο μπορεί να χρησιμοποιήσουν 2 x 4 τετραγώνια ή 16 x 0,50 τετραγώνια ή 8 μισά τετραγώνια που έχουν σχήμα ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και όχι τριγώνου).

Διαβάζουν τον Σαΐτα. Συζητούν, εκτιμούν και επαληθεύουν με το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (στο πλέγμα). Τα σχήματα μπορεί να είναι τρίγωνο ή παραλληλόγραμμο ή τετράγωνο στη 2η περίπτωση ή πολύγωνο. Τα παιδιά καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το διπλάσιο εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και αναγνωρίζουν το τετράγωνο ως ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που όλες οι πλευρές τους είναι ίσες. Συζητάμε στην τάξη την ερώτηση του Μίλτου.

Εργασία 1 του Β.Μ. Από το τετραγωνισμένο χαρτί αναγνωρίζουν το εμβαδόν ενός τετραγώνου (και ορθογώνιου παραλληλόγραμμου) ως το γινόμενο του μήκους των πλευρών ενώ το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου ως το μισό του εμβαδού του παραλληλόγραμμου στο οποίο εγγράφεται.

Εργασία 2 του Τ.Μ. Βιωματική. Επαληθεύουν τους νοερούς υπολογισμούς τους σε μιλιμετρέ χαρτί ή τετραγωνισμένο χαρτί του ενός εκατοστόμετρου (σχεδιάζουν). Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία β του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία γ του Τ.Μ. Εφαρμογή - Εμπέδωση Εργασίες δ, ε του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά με μια κόλλα Α4 και το χάρακά τους. Ωστόσο υπάρχουν πολλές στρατηγικές:

- Να μετρήσουν το μήκος των πλευρών της κόλλας και να τις πολλαπλασιάσουν.
- Να διπλώσουν την κόλλα κατάλληλα ώστε να σχηματιστεί ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Κατόπιν θα βρουν τα εμβαδά τους (μετρώντας τα μήκη των πλευρών ή τοποθετώντας τα σε μιλιμετρέ χαρτί) και θα τα προσθέσουν.
- Να διπλώσουν την κόλλα σε ίσα μέρη (2, 4, 8) και να υπολογίσουν το εμβαδόν του ενός (μετρώντας τα μήκη των πλευρών ή τοποθετώντας τα σε μιλιμετρέ χαρτί) και στη συνέχεια να πολλαπλασιάσουν με τον αριθμό των επιμέρους σχημάτων. Σε τέτοιες στρατηγικές όπως η τελευταία, τα παιδιά θα βρουν διαφορά στα αποτελέσματα των μετρήσεών τους.

Κάνουμε συζήτηση για τη δυνατότητα ακρίβειας στις μετρήσεις. Σε ποια επαγγέλματα οι μετρήσεις ακριβείας είναι σημαντικές;

Δραστηριότητα-ανακάλυψη. Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες. Κάνουν εκτιμήσεις για τις διαστάσεις κάθε σχήματος κάνοντας δοκιμές. Εξηγούν στην τάξη πώς σκέφτηκαν. Επαληθεύουν χαράζοντας τα γεωμετρικά σχήματα. Υπάρχουν πολλές λύσεις για το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το ορθογώνιο τρίγωνο.

Εργασίες γ, δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εξηγούν τις στρατηγικές τους και επαληθεύουν χαράζοντας το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο στην εργασία γ και κάνοντας τους υπολογισμούς στην εργασία δ.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εργασία αξιολόγησης του μαθήματος.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Ζητάμε να υπολογίσουν την παράπλευρη επιφάνεια ενός κύβου, ενός ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου (ή μιας χάρτινης συσκευασίας αγαπημένου προϊόντος όπως τα δημητριακά). **Χρησιμοποιούν πάντα εποπτικό υλικό.**
- ▶ Ζητάμε να λύσουν προβλήματα όπου χρειάζεται να υπολογίσουν τη συνολική επιφάνεια, π.χ. πόση επιφάνεια καλύπτει ένα κομμάτι φαρδιάς κορδέλας, ενός σελιδοδείκτη (σχήμα ορθογωνίου παραλληλόγραμμου).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες γ, δ, ε του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 27ο «Πολλαπλασιασμός κλασμάτων – αντίστροφοι αριθμοί»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αποδώσουν, με γεωμετρική αναπαράσταση και την τεχνική, τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αντιληφθούν ότι ο πολλαπλασιασμός δύο αριθμών δε δίνει πάντα γινόμενο μεγαλύτερο από τους αριθμούς.
- ▶ Να αναγνωρίζουν τα αντίστροφα κλάσματα.
- ▶ Να μπορούν να εκτελούν –αντί για διαίρεση κλάσματος με ακέραιο (διαίρεση μερισμού)– πολλαπλασιασμό με τον αντίστροφο του ακεραίου. Παράδειγμα: αντί για $\frac{5}{6} : 3$ μπορούμε να κάνουμε $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$)
- ▶ Να μπορούν να λύνουν προβλήματα όπου χρειάζεται να βρουν το μέρος μιας ποσότητας εκτός από την αναγωγή στην κλασματική μονάδα και με πολλαπλασιασμό (π.χ. το $\frac{1}{4}$ των $\frac{2}{3} = \left(\frac{1}{4} \text{ του } \frac{1}{3} \right) \times 2$, δηλαδή το $\frac{1}{12} \times 2 = \frac{2}{12}$ ή $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να εκτελούν νοερούς υπολογισμούς (πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων, πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλάσματος με ακέραιο), αλλά και να τους χρησιμοποιούν ως μέθοδο εκτίμησης.

- ▶ Να μετατρέπουν καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς, και το αντίστροφο.
- ▶ Να απλοποιούν κλάσματα.
- ▶ Να ακολουθούν σειρά σύνθετων οδηγιών.

Έλεγχος: Γράφουμε στον πίνακα τα κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ και ζητάμε να βρουν:

Το $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ του κιλού, του μέτρου, του ευρώ.

Γράφουμε τις σχέσεις που βρίσκουν τα παιδιά χρησιμοποιώντας άλλοτε τη λέξη «του» (π.χ. το $\frac{1}{2}$ του 100) και άλλοτε το σύμβολο του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης (π.χ. $\frac{1}{2} \times 100$ ή $100 : 2$).

Ρωτάμε τα παιδιά πώς μπορούμε κάθε φορά να συμβολίσουμε τη μονάδα με: πολλαπλασιασμό ($2 \times$ το μισό ή $2 \times \frac{1}{2}$, 4 φορές το ένα τέταρτο ή $4 \times \frac{1}{4}$ κτλ.) και αντίστοιχα με διαίρεση – πολλαπλασιασμό ($1 : 1$ ή $\frac{1}{1}$ ή 1×1 , $2 : 2$ ή $\frac{2}{2}$ ή $2 \times \frac{1}{2}$ κτλ.).

Δε σβήνουμε από τον πίνακα τις απαντήσεις των παιδιών (θα χρησιμοποιηθούν για την ερώτηση αφόρμησης).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- εμβαδόν

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, γεωμετρικά σχέδια χωρισμένα κάθε φορά σε διαφορετικά ίσα μέρη (ταινίες με κλασματικές μονάδες από το Παράρτημα), κόλλες Α4, χαρτόνια, ψαλίδια, χάρακες.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Μερική επισημοποίηση της νέας γνώσης (Σαΐτας)
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία α του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν φέρνοντας δικά τους παραδείγματα (παρατηρούν στον πίνακα όσα γράψαμε).

Εξηγούν το πρόβλημα της δραστηριότητας-ανακάλυψης με δικά τους λόγια καθώς και τις στρατηγικές των πρωταγωνιστών. Συζητούν πώς θα χρωματίσουν τη ζώνη κάθε φορά.

Συζητάμε για το γινόμενο 2 αριθμών (πότε είναι μικρότερο από τους αριθμούς που πολλαπλασιάζουμε).

Γίνεται συζήτηση για τα «στερεότυπα» του τι σημαίνει πολλαπλασιασμός, διαίρεση, και φέρνουμε τα εξής δύο παραδείγματα:

- **1ο στερεότυπο:** Όταν πολλαπλασιάζουμε 2 αριθμούς, το γινόμενο είναι μεγαλύτερο από τους αριθμούς.
Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα:
«Ένα παιδί έχει 20 κέρματα των 20 λεπτών. Πόσα ευρώ έχει;»
- **2ο στερεότυπο:** Όταν διαιρούμε 2 αριθμούς το πηλίκο είναι μικρότερος αριθμός.
Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το εξής πρόβλημα:
«Έχουμε 5 σοκολάτες. Θα τις μοιραστούν εξίσου μια παρέα παιδιών.

Καθένα από τα παιδιά θα πάρει το $\frac{1}{4}$ της σοκολάτας.

Οι 5 σοκολάτες σε πόσα παιδιά θα μοιραστούν;» (20 παιδιά)

Εκφράζουμε τους αριθμούς με κλάσματα ή δεκαδικούς προκειμένου να αντιληφθούν τα παιδιά ότι το γινόμενο δύο αριθμών είναι μικρότερο επειδή ένας από τους δύο είναι μικρότερος από τη μονάδα.

Επίσης το πηλίκο δύο αριθμών είναι μεγαλύτερος αριθμός αν ένας από τους δύο είναι μικρότερος από τη μονάδα.

Εργασία 1 του Β.Μ. Εξηγούμε τον πολλαπλασιασμό $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ με αντίστοιχη γεωμετρική

απεικόνιση στον πίνακα. Εξηγούμε ότι το **δεύτερο κλάσμα δείχνει σε πόσα ίσα μέρη είναι χωρισμένη η μονάδα και σε ποιο κομμάτι της θα εργαστούμε.**

Στη συνέχεια τα παιδιά σε ομάδες των δύο εργάζονται και εξηγούν τα βήματα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα του Σαΐτα.

Εργασία α του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά. Εξηγούν την εκτίμησή τους και ελέγχουν με τη ζωγραφική. Εάν τα παιδιά δε θυμούνται τα βήματα, δίνουμε ακόμη ένα παράδειγμα στον πίνακα. Ζητάμε από τα παιδιά να δείξουν στον πίνακα ανάλογους πολλαπλασιασμούς εξηγώντας τα βήματα που κάνουν.

Τα παιδιά παρατηρούν ότι, πολλαπλασιάζοντας 2 κλάσματα, ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα στο αποτέλεσμα του γινομένου, αν και σε κάθε περίπτωση η γεωμετρική απεικόνιση είναι διαφορετική (διαφορετική πραγματικότητα). Και στη μία όμως περίπτωση και στην άλλη, έχουμε τον ίδιο συνολικό αριθμό από χρωματισμένα κουτάκια. Συσχετίζουμε το συγκεκριμένο παράδειγμα με ένα αντίστοιχο στους φυσικούς αριθμούς:

Μια πολυκατοικία έχει 5 ορόφους και 3 διαμερίσματα σε κάθε όροφο (συνολικά έχει 15 διαμερίσματα).

Μια άλλη πολυκατοικία έχει 3 ορόφους με 5 διαμερίσματα σε κάθε όροφο (συνολικά 15 διαμερίσματα).

Εκφράζουν το γινόμενο που βρήκαν στην εργασία α με δεκαδικό αριθμό.

Η πρώτη διδακτική ώρα τελειώνει δίνοντας στα παιδιά τετραγωνισμένο χαρτί. Τα παιδιά

εργάζονται ατομικά. Δείχνουν τους πολλαπλασιασμούς $\frac{2}{4} \times \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \times \frac{2}{4}$.

Παίρνουμε (ως συνήθως) τις απαντήσεις των παιδιών για να αξιολογήσουμε την διδασκαλία και να προγραμματίσουμε κατάλληλα την επόμενη διδακτική ώρα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία β του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες γ, δ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.
Φάση στ	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά με εποπτικό υλικό (Παράρτημα). Εξηγούν στην τάξη πώς εργάστηκαν.

Μπορούμε να ζητήσουμε από τα παιδιά να δείξουν στον πίνακα έναν πολλαπλασιασμό

π.χ. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ (Σχεδιάζουν και εξηγούν τι σημαίνει ο πολλαπλασιασμός).

Συζητάμε αν υπάρχουν ακόμη πράγματα που τα μεπερδεύουν στη διαδικασία.

Εργασία 2 του Β.Μ. Συζητάμε στην τάξη ποιοι είναι οι αντίστροφοι αριθμοί των αριθμών:

$125, \frac{125}{250}, \frac{7}{35}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1.000}$ καθώς και με ποια στρατηγική τούς βρίσκουμε.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα του Σαΐτα και στο γενικό συμπέρασμα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Χρησιμοποιούν τον υπολογιστή τσέπης μόνο για επαλήθευση.

Συζητάμε στην τάξη για τους νοερούς υπολογισμούς που έκαναν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Νοερά πρέπει να απλοποιήσουν τα κλάσματα και να κάνουν τους πολλαπλασιασμούς ή να παρατηρήσουν ότι, όταν τα κλάσματα είναι μικρότερα από τη μονάδα, το γινόμενο είναι μικρότερο της μονάδας. Για να συνειδητοποιήσουν τη στρατηγική αυτή, εκφράζουν τα αποτελέσματα και με δεκαδικό αριθμό.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική. Είναι ένα πρόβλημα στο οποίο εμφανίζεται ο πολλαπλασιασμός κλασμάτων σε μια πραγματικότητα (μέτρηση μήκους) η οποία επιτρέπει κατανόηση της διαδικασίας του γινομένου με δυνατότητα επαλήθευσης του με τη μετατροπή κάθε κλάσματος σε εκατοστόμετρα.

Μπορεί να λυθεί με τις εξής στρατηγικές:

- Αφού απλοποιήσουν το $\frac{3}{6}$ σε $\frac{1}{2}$, βρίσκουν το $\frac{1}{2}$ των 4 μέτρων = 2 μ. Στη συνέχεια, τα $\frac{9}{10}$ των 2 μέτρων είναι 1,80μ.

- Μετατρέπουν τα μέτρα σε εκατοστόμετρα και υπολογίζουν με ανάλογο τρόπο σε εκατοστόμετρα.

- Εφαρμόζουν πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές των παιδιών: κάθε παιδί δείχνει στον πίνακα τη στρατηγική του και την εξηγεί.

Σε ένα πρόβλημα επαληθεύουμε τη λύση που δώσαμε χρησιμοποιώντας μια άλλη στρατηγική.

Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται με:

- αναγωγή στη μονάδα,

- με πολλαπλασιασμό κλασμάτων,

Αναδεικνύουμε και τις 2 στρατηγικές.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Βιωματική προσέγγιση: Δίνουμε σε μια τετραμελή ομάδα 24 €. Ζητάμε να τα μοιράσουν μεταξύ τους σε ίσα μέρη. Ορίζουμε το μέρος των χρημάτων που έχει ο καθένας ($\frac{1}{4}$). Ζητάμε από τα παιδιά να δώσουν το μισό ($\frac{1}{2}$) από το μέρος των χρημάτων που έχουν σε κάποιο άλλο παιδί. Ορίζουμε το μέρος των συνολικών χρημάτων που έχουν τώρα τα παιδιά: έχουν το $\frac{1}{8}$ ή αλλιώς το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

ή $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8}$. Καταγράφουμε στον πίνακα τις ενέργειες που κάναμε και τις μοντελοποιούμε με τρόπο ανάλογο της δραστηριότητας-ανακάλυψης.

- Ζητάμε να βρεθεί ο αριθμός του οποίου το $\frac{1}{2}$ των $\frac{3}{4}$ είναι 120. Συζητάμε τρόπους που μπορούμε να προσεγγίσουμε τη λύση του προβλήματος.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, γ, στ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 28ο «Διαίρεση μέτρησης σε ομώνυμα κλάσματα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αποδώσουν με γεωμετρική αναπαράσταση τη διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων και να την εκτελούν ως διαίρεση μέτρησης (πόσες φορές χωράει...) διαιρώντας τους αριθμητές.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να παρατηρήσουν ότι στη διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων υπολογίζουμε πόσες φορές χωράει ο αριθμητής διαιρέτης στον αριθμητή διαιρέτο.
- ▶ Να ισχυροποιήσουν τη διαίρεση και τον πολλαπλασιασμό ως αντίστροφες διαδικασίες που συνυπάρχουν χρησιμοποιώντας διαφορετικές μορφές αριθμών (ακέραιοι, δεκαδικοί, κλάσματα).
- ▶ Να εφαρμόζουν τη διαίρεση μέτρησης κλασμάτων σε προβλήματα με διαφορετικές μετρήσεις: μήκος, χρόνος, ευρώ, μάζα.
- ▶ Να διαχειρίζονται γεωμετρικές απεικονίσεις προκειμένου να δείχνουν με μοντέλο τη διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσ απαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναπαριστούν με σχέδιο ή εικόνα το κλασματικό μέρος μιας μονάδας.
- ▶ Να μπορούν να ακολουθούν σύνθετες οδηγίες, οι οποίες δίνονται είτε λεκτικά είτε με σχέδια ή εικόνες.
- ▶ Να μετατρέπουν ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα χωρίς την τεχνική του Ε.Κ.Π.
- ▶ Να μετατρέπουν δεκαδικούς σε κλάσματα, και το αντίστροφο.
- ▶ Να γνωρίζουν τη σχέση του μέτρου με το εκατοστόμετρο, του χιλιόμετρου με το μέτρο, της ώρας με τα λεπτά, του ευρώ με τα λεπτά και του κιλού με το γραμμάριο.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά σε ομάδες των 2 μετρούν με τη μεζούρα τους το μήκος του θρανίου τους και το καταγράφουν σε μια κόλλα Α4. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε αντικείμενα με διαφορετικό μήκος, π.χ. ένα μολύβι μήκους 18 εκ., ένα κορδόνι μήκους 20 εκ., ένα συνδετήρα μήκους 5 εκ. κτλ.

Τα παιδιά συμπληρώνουν τον πίνακα (που φτιάχνουμε στον πίνακα της τάξης).

αντικείμενα	Μήκος σε εκ.	Μήκος σε δεκαδικό αριθμό	Μήκος σε κλάσμα
θρανίο	120 εκ.	1,20 μ.	$\frac{120}{100}$ μ.
μολύβι	20 εκ.	0,20 μ.	$\frac{20}{100}$ μ.
συνδετήρας	5 εκ.	0,05 μ.	$\frac{5}{100}$ μ.

Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν:

- Πόσα ίδια μολύβια θα χρησιμοποιούσαμε για να φτιάξουμε το μήκος του θρανίου αν τα τοποθετούσαμε το ένα δίπλα στο άλλο κατά μήκος;
- Πόσους ίδιους συνδετήρες θα χρησιμοποιούσαμε για να φτιάξουμε το μήκος του θρανίου αν τα τοποθετούσαμε το ένα δίπλα στο άλλο κατά μήκος;

Τα παιδιά εξηγούν τις στρατηγικές τους, π.χ. μετρούν πόσες φορές «χωράει το μολύβι στο θρανίο», κάνουν πολλαπλασιασμό $6 \times 20 \text{ εκ.} = 120 \text{ εκ.}$ ή διαίρεση $120 \text{ εκ.} : 20 \text{ εκ.} = 6$ φορές.

Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές στον πίνακα παρουσιάζοντας και τις 3 συμβολικές μορφές των αριθμών, δηλαδή εκτός από τους ακέραιους δείχνουμε: $6 \times 0,20 \text{ μ.} = 1,20 \text{ μ.}$

$$1,20 \text{ μ.} : 0,20 \text{ μ.} = 6, \quad \frac{20}{100} \times 6 = \frac{120}{100}$$

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- τεχνική διαίρεσης δεκαδικού με δεκαδικό,
- μετατροπή ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα χωρίς την τεχνική του Ε.Κ.Π.,
- μέτρηση επιφάνειας,
- χωρητικότητα δοχείου,
- μετατροπές μονάδων μέτρησης μάζας, μήκους, χρόνου.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μεζούρα, χάρακας, αριθμογραμμή, πίνακας δεδομένων, ψεύτικα ευρώ, αναλογικό ρολόι τσίχου, ζυγαριά και σακούλες με άμμο, ζάχαρη, όσπρια με βάρος 0,125 γραμμ. και 2,5 κ.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2,3, 4, 5 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες γ, δ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης και στη συνέχεια συζητούν το πρόβλημα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Το λένε με δικά τους λόγια και εκτιμούν νοερά πόσες σανίδες θα πάρουν (παρατηρούν την αριθμογραμμή). Εξηγούν με λόγια πώς υπολογίζουμε πόσες μικρές σανίδες φτιάχνουμε με μια σανίδα των 2,40 μ. Συμπληρώνουν τον πίνακα και συζητάμε για τη διαίρεση των κλασμάτων στη δεύτερη στήλη: **εξηγούν με λόγια τι σημαίνει κάθε φορά η διαίρεση.**

Εργασία του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση (με τη μεζούρα, το ρολόι και τη ζυγαριά). Εργάζονται σε ομάδες των 2. Συζητάμε στην τάξη τις λύσεις που προτείνουν. Στη συνέχεια εργάζονται στο βιβλίο τους και στο πρόχειρο τετράδιό τους (ή κόλλα Α4).

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εκτιμούν νοερά. Επαληθεύουν λύνοντας στο βιβλίο τους. Εξηγούν τις στρατηγικές τους. Μετατρέπουν σε δεκαδικά κλάσματα και κάνουν «διαίρεση» με τους αριθμητές όπως στους ακέραιους.

Εργασία γ του Τ.Μ. Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές:

- Να μετατρέψουν τα κλάσματα και τους δεκαδικούς σε γραμμάρια και να κάνουν απλή διαίρεση ακεραίων.
- Να εργαστούν με κλάσματα: $1,8 \text{ κ.} = \frac{18}{10} \text{ κ.}$ και $\frac{1}{5} \text{ κ.} = \frac{2}{10} \text{ κ.}$ και να κάνουν διαίρεση.
- Να μετατρέψουν το $\frac{1}{5}$ σε δεκαδικό και να κάνουν διαίρεση δεκαδικών (όπως στην εργασία β).

Αναδεικνύουμε όλες τις στρατηγικές.

Εργασία δ του Τ.Μ. Στόχος της άσκησης είναι η εμπέδωση της διαίρεσης και του πολλαπλασιασμού ως αντίστροφες πράξεις καθώς και η διαχείριση μιας ποσότητας είτε με τη δεκαδική μορφή είτε με την κλασματική μορφή.

Εργασία ε του Τ.Μ. Στην εργασία αυτή τα παιδιά καλούνται να εργαστούν **ανά στήλες**. Στο επίκεντρο της εργασίας είναι η διαίρεση με γνωστό το πηλίκο (ή, αν το δούμε από άλλη οπτική γωνία, το πολλαπλάσιο). Αυτή η συσχέτιση μπορεί να οδηγήσει στην ισχυροποίηση της κατανόησης του γεγονότος ότι η διαίρεση και ο πολλαπλασιασμός είναι αντίστροφες διαδικασίες που συνυπάρχουν.

Στην πρώτη στήλη δηλαδή αρκεί να πάρω δυο αριθμούς τέτοιους, ώστε ο πρώτος να είναι διπλάσιος από το δεύτερο, οπότε το πηλίκο τους θα είναι 2 (στη δεύτερη στήλη τριπλάσιος, στην τρίτη στήλη πενταπλάσιος, αντίστοιχα).

Στην τέταρτη στήλη αρκεί να πάρω δυο αριθμούς τέτοιους, ώστε ο πρώτος αριθμός να είναι υποδιπλάσιος από το δεύτερο ή, διαφορετικά, ο δεύτερος να είναι διπλάσιος από τον πρώτο. Σε αυτό το σημείο επιπλέον μπορούμε να συσχετίσουμε την πρώτη με την τέταρτη στήλη: αν αντιστρέψω το διαιρέτη με το διαιρετέο στην πρώτη στήλη, το αποτέλεσμα αντί για 2 θα είναι $\frac{1}{2}$ (μισό) και στην τέταρτη στήλη αντίστοιχα

αν αντιστρέψω το διαιρέτη με το διαιρετέο, το αποτέλεσμα αντί για $\frac{1}{2}$ (μισό) θα είναι 2.

Οποιαδήποτε πρόταση των παιδιών για διαιρέτη και διαιρετέο (ακέραιοι, δεκαδικοί, κλάσματα ή συνδυασμός τους) είναι αποδεκτή, αρκεί κάθε φορά το πηλίκο που προκύπτει να είναι σωστό. Δεν επιμένουμε στην ορολογία διαιρέτη, διαιρετέο και πηλίκο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Βιωματική: Δίνουμε σε κάθε ομάδα ένα κομμάτι σπάγκου μήκους 90 εκ. και ένα μήκους 30 εκ. Ζητάμε να τα μετρήσουν με τη βοήθεια της μεζούρας και να καταγράψουν το μήκος τους με κλάσματα. «Πόσα μικρά κομμάτια σπάγκου χωράνε στο μεγάλο κομμάτι σπάγκου;» Υπολογίζουν νοερά, μετρούν, επαληθεύουν και καταγράφουν τις ενέργειές τους με «μαθηματικό» τρόπο (αριθμοί και πράξεις). Συνεχίζουμε με ένα πιο μικρό κομμάτι των 15 εκ. Καταγράφουμε στον πίνακα τις διαιρέσεις και συζητάμε.
- Ζητάμε να υπολογίσουν τη διαίρεση $\frac{2}{3} : \frac{4}{12}$. Δείχνουμε με λουρίδες χωρισμένες αρχικά σε τρίτα και δωδέκατα. Μετατρέπουμε τη λουρίδα με τα τρίτα χωρίζοντας αρχικά με μια οριζόντια γραμμή στη μέση (από τρίτα σε έκτα) και μετά με κάθετες γραμμές στη μέση κάθε έκτου (από έκτα σε δωδέκατα).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β και γ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 29ο «Σύνθετα προβλήματα - Επαλήθευση»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να επαληθεύουν τη λύση που βρήκαν σε ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας μια άλλη στρατηγική.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να μπορούν να χρησιμοποιούν την αρχική εκτίμηση που έκαναν ως διαδικασία ελέγχου της ορθότητας της λύσης που βρήκαν.
- ▶ Να μπορούν να βρίσκουν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης σε ένα πρόβλημα.
- ▶ Να μπορούν να παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους με σαφήνεια τη λύση που βρήκαν (στρατηγική και αποτέλεσμα) σε ένα πρόβλημα.
- ▶ Να κάνουν δοκιμές και επαληθεύσεις.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να ξεχωρίζουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος.
- ▶ Να χρησιμοποιούν ευρετικές στρατηγικές επίλυσης προβλήματος όπως: μοντελοποιώ με σχέδιο, με πίνακα, κάνοντας αρχική εκτίμηση.
- ▶ Να εξηγούν πώς σκέφτηκαν και τι τους δυσκόλεψε.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Δίνουμε σε κόλλες Α4 το τρίγωνο του Πασκάλ. Ζητάμε να το παρατηρήσουν και να συμπληρώσουν τους αριθμούς που λείπουν. Γράφουν τη στρατηγική που ακολούθησαν. Συζητάμε στην τάξη τις στρατηγικές τους (δείχνουμε στον πίνακα).

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \\
 & & & & & 1 & 2 & 1 \\
 & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
 & & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
 & & & & & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1
 \end{array}$$

Ζητάμε να βρουν τους αριθμούς στην επόμενη γραμμή. Εξηγούν τη στρατηγική που ακολούθησαν.

Επαληθεύουν τους αριθμούς που έβαλαν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Τάγκραμ, μεζούρα ή μέτρο, ψεύτικα ευρώ, δοχεία και ζάχαρη όπως περιγράφονται στην εργασία ε.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική προσέγγιση

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες των 2 να φτιάξουν με τα κομμάτια από το τάγκραμ το γεωμετρικό σχήμα που ζητάει το πρόβλημα.

Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Επιμένουμε στη διαδικασία της επαλήθευσης: τα παιδιά, έχοντας λύσει το πρόβλημα, ξεκινάνε να περιγράφουν τη διαδικασία:

Υπάρχουν πολλές λύσεις (μη κυρτό πολύγωνο, κυρτό πολύγωνο, ορθογώνιο τρίγωνο, τετράγωνο, τραπέζιο, πλάγιο παραλληλόγραμμο). Ζητάμε να υπολογίσουν το εμβαδόν του αρχικού σχήματος. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Συζητάμε στην τάξη πώς μπορούμε να υπολογίσουμε με ακρίβεια το εμβαδόν του αρχικού σχήματος (μετρούν τις διαστάσεις του μικρού τριγώνου και πολλαπλασιάζουν το εμβαδόν του $\times 4$). **Επισημαίνουμε ότι όλα τα σχήματα που δημιούργησαν τα παιδιά με τα 4 τρίγωνα είναι ισοεμβαδικά.**

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες και προσεγγίζουν το πρόβλημα με νοερούς υπολογισμούς. Εφαρμόζουν τη γνώση της έννοιας του μέσου όρου. Υπάρχουν πολλές λύσεις. Αναδεικνύουμε στον πίνακα τις στρατηγικές των παιδιών.

Εργασία 3 του Β.Μ. Λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια και μπορούν να το προσεγγίσουν βιωματικά (με κομμάτια κορδέλας ή σπάγκου). Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές στον πίνακα. Μπορούν εκτός από δεκαδικούς αριθμούς να χρησιμοποιήσουν ακέραιους (εκ.) και δεκαδικά κλάσματα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Κάνουν αρχική εκτίμηση και στη συνέχεια υπολογίζουν νοερά 3,5 γύρους. Επαληθεύουν με πρόσθεση, αφαίρεση, μισό - διπλάσιο, πολλαπλασιασμό, διαίρεση.

Εργασία β του Τ.Μ. Εργάζονται με παρόμοιο τρόπο.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία ε του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία γ Εμπέδωση Εργασία δ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία 1 του Β.Μ. Κάθε φορά εξηγούν πώς έφτιαξαν το σχήμα που ζητείται. **Παροτρύνουμε τα παιδιά να περιγράφουν με απλές, σαφείς προτάσεις τι έκαναν.** Ως επαλήθευση, μια ομάδα παιδιών δίνει τις οδηγίες και οι υπόλοιπες ομάδες ακολουθούν τις οδηγίες για να φτιάξουν το σχήμα. Αν οι οδηγίες δεν είναι σαφείς, τα υπόλοιπα παιδιά δε θα καταφέρουν να φτιάξουν το σχήμα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Δραστηριότητα-Ανακάλυψη. Βιωματική. Σε ομάδες των 4, τα παιδιά εργάζονται με τα αντίστοιχα υλικά. Ένα παιδί από κάθε ομάδα καταγράφει τις δοκιμές των υπόλοιπων μελών της ομάδας του. Όποια ομάδα τα καταφέρει δίνει προφορικά τις οδηγίες (που έγραψε στο πρόχειρο ή στην κόλλα Α4) στα υπόλοιπα παιδιά, ώστε να λύσουν όλες οι ομάδες το πρόβλημα.

Λύση:

- Υπολογίζουν νοερά: $\frac{9}{10} : 3 = \frac{3}{10}$ θα βάλουν σε κάθε δοχείο.
- Παίρνουν το μεγάλο δοχείο ($\frac{9}{10}$ κ.) και γεμίζουν το δοχείο του $\frac{1}{2}$ κ. ($\frac{5}{10}$ κ.).
- Στη συνέχεια με το δοχείο των $\frac{5}{10}$ κ. γεμίζουμε το δοχείο που χωράει $\frac{2}{10}$ κ., άρα στο δοχείο των $\frac{5}{10}$ κ. έχουν μείνει: $\frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$. Αδειάζουμε τη συγκεκριμένη ποσότητα

των $\frac{3}{10}$ κ. στο δοχείο «α»

- Ξαναγεμίζουμε το δοχείο του $\frac{1}{2}$ κ. ($\frac{5}{10}$ κ.) και, συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο, γεμίζουμε τα δοχεία «β» και «γ».

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εκτιμούν νοερά (10 κ.=20 ευρώ, άρα 1 κ.=2 ευρώ, επομένως τα 3 κιλά = 6 ευρώ) και υπολογίζουν με ακρίβεια με διάφορες στρατηγικές. Παρουσιάζουν τις στρατηγικές τους στην τάξη (τις καταγράφουμε στον πίνακα). Λόγου χάρι:

- Με αναγωγή στη μονάδα: Το 1 κιλό 21,60 : 10=2,16 ευρώ, άρα τα 2,5 κιλά 2,16 x 2,5 = 5,40 ευρώ.
- Με μισό – διπλάσιο: Αφού τα 10 κ. κοστίζουν 21,60 ευρώ, τα 5 κ. κοστίζουν 21,60 : 2 = 10,80 ευρώ και τα 2,5 κ. κοστίζουν 10,80 : 2 = 5,40 ευρώ.
- Αφού 10 : 4 = 2,5, τότε τα 2,5 κ. κοστίζουν 21,60 : 4 = 5,40 ευρώ.

Συζητάμε στην τάξη για τη σημασία εύρεσης διαφορετικών στρατηγικών (επαλήθευση της λύσης του προβλήματος).

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά λένε με δικά τους λόγια το πρόβλημα και εκτιμούν νοερά. Στη συνέχεια βρίσκουν με ακρίβεια με όποια στρατηγική θέλουν. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές στον πίνακα ώστε να μπορέσουν να χρησιμοποιήσουν μια στρατηγική διαφορετική από τη δική τους για να επαληθεύσουν τη λύση που έδωσαν (στην περίπτωση που βρήκαν μία μόνο στρατηγική).

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Βιωματική: Δίνουμε σε κάθε ομάδα 2 άδεια μπουκάλια νερού: του ενός και του ενάμισι λίτρου χωρητικότητας αντίστοιχα. Πώς θα γεμίσουμε μία λεκάνη με 2 λίτρα νερό χρησιμοποιώντας τα 2 μπουκάλια;

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, δ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 30ο «Μονάδες μέτρησης μήκους: μετατροπές (α)»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν και να διαχειρίζονται τις συνήθεις μονάδες μέτρησης μήκους κάνοντας μετατροπές από μεγαλύτερες σε μικρότερες μονάδες μέτρησης προκειμένου να συγκρίνουν ή να υπολογίσουν αποστάσεις.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Να διενεργούν μετρήσεις μικρών και να εκφράζουν τα αποτελέσματα με διαφορετικές μονάδες μέτρησης.
- Να χρησιμοποιούν όλες τις συμβολικές μορφές των αριθμών που εκφράζουν μήκη: δεκαδικούς αριθμούς, δεκαδικά κλάσματα, συμμιγείς αριθμούς, ακέραιους αριθμούς.
- Να επιλέγουν τη σωστή υποδιαίρεση ή μεγάλη μονάδα μέτρησης μήκους, όταν θέλουν να εκφράσουν μήκη στην καθημερινή ζωή.

- ▶ Να κατανοήσουν ότι η συμβολική γραφή των μετρήσεων μήκους απαιτεί τη γραφή της μονάδας αναφοράς (άλλο 3,5 χμ. και άλλο 3,5 δεκ.).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να διενεργούν μετρήσεις με μέτρο, μεζούρα, χάρακα με εκτίμηση και με ακρίβεια.
- ▶ Να αποκωδικοποιούν δεδομένα τα οποία παρουσιάζονται με μορφή σχεδιαγράμματος.
- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς και δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Να υπολογίζουν την περίμετρο ενός γεωμετρικού σχήματος.

Έλεγχος: Τα παιδιά σε ομάδες των 2 ή των 4 μετρούν το ύψος τους με μέτρο ή μεζούρα όπως έκαναν στο κεφάλαιο 8 (δεκαδικά κλάσματα - δεκαδικοί αριθμοί). Καταγράφουν τα αποτελέσματα σε μια κόλλα Α4.

Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων που είχαν κάνει τα παιδιά με τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου μαθήματος. Παρατηρούν αν και πόσο άλλαξε το ύψος τους. Εκφράζουμε τη διαφορά με δεκαδικό κλάσμα και δεκαδικό αριθμό. Συζητάμε στην τάξη ποια μονάδα χρησιμοποιήσαμε για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των 2 μετρήσεων κάθε φορά (εκ. ή μ.). Αναγνωρίζουν τη σημασία της έκφρασης μιας απόστασης με την ίδια μονάδα για να μπορεί να γίνει εύκολα η σύγκριση.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- ο πολλαπλασιασμός $\times 0,1$, $\times 0,01$, $\times 0,001$.
- σημειόγραμμα.
- σμίκρυνση.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μεζούρα, μέτρο, ξυλάκια αριθμησης, χάρακας, χάρτινος μετατροπέας (από το Παράρτημα).

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν πόσο μήκος έχει το 1,5 εκ. Μπορούν να δείξουν στο χάρακά τους την απόσταση. Συζητάμε για την αναγκαιότητα ανακάλυψης εργαλείων για ακριβείς μετρήσεις. Το μάθημα μπορεί να αποτελεί μέρος ενός σχεδίου εργασίας με θέμα «Οι μετρήσεις από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα: μονάδες μέτρησης στην αρχαιότητα – πρακτικές μονάδες μέτρησης, ανάπτυξη της τεχνολογίας και η συνακόλουθη ανάπτυξη των άλλων επιστημών».

Τα παιδιά διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και απαντούν στα ερωτήματα.

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Καταγράφουμε στον πίνακα κάποιες μετρήσεις. Ζητάμε από τα παιδιά να συγκρίνουν τα

αποτελέσματα. Επειδή κάποια παιδιά δε θα έχουν εκφράσει με την ίδια μορφή τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους σε σχέση με τα άλλα παιδιά, ζητάμε από τα παιδιά να εκφράσουν τα αποτελέσματα στην ίδια μορφή π.χ., σε εκ. ή σε μ., με δεκαδικούς ή δεκαδικά κλάσματα ή συμμιγείς.

Διαβάζουν τον Σαΐτα. Κάνουν στο πρόχειρό τους (κι εμείς στον πίνακα) τις μετατροπές:

$$1 \mu. = 10 \delta\epsilon\kappa. \text{ ή } 100 \epsilon\kappa. \text{ ή } 1.000 \chi\iota\lambda.$$

$$1 \delta\epsilon\kappa. = 1 \mu. : 10 \text{ ή } 100 \epsilon\kappa. : 10 = 10 \epsilon\kappa.$$

$$1 \delta\epsilon\kappa. = 1 \mu. : 10 \text{ ή } 1.000 \chi\iota\lambda. : 10 = 100 \chi\iota\lambda.$$

$$1 \epsilon\kappa. = 1 \mu. : 100 \text{ ή } 1.000 \chi\iota\lambda. : 10 = 10 \chi\iota\lambda.$$

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική. Χρησιμοποιούμε το μέτρο, τη μεζούρα ή το μετατροπέα για τα πολύ μεγάλα μήκη. Εξηγούν πώς εργάστηκαν.

Εργασία 3 του Β.Μ. Δεν υπάρχει αναλογία στις αποστάσεις του προβλήματος και στην πραγματικότητα. Τα παιδιά μπορούν να εκφράσουν τα μήκη με διαφορετικές μορφές αριθμών. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές τους.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Συζητάμε στην τάξη για τις σκέψεις των πρωταγωνιστών (πού έκαναν λάθος).

Εργασία β του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Γράφουν τη στρατηγική τους στο βιβλίο, αλλά την εξηγούν και στην τάξη (ή στον πίνακα).

Εργασία γ του Τ.Μ. Σκοπός της εργασίας είναι η αναγνώριση πιθανών λαθεμένων αντιλήψεων που υπάρχουν στα παιδιά στο άθροισμα δεκαδικών αριθμών που αφορούν μια μέτρηση και η επαλήθευση μπορεί να γίνει ως εργασία σε ομάδες.

Αν τα παιδιά προσεγγίσουν τους υπολογισμούς με δεκαδικά κλάσματα ή συμμιγείς, έχουν καλύτερη αισθητοποίηση της ποσότητας που εκφράζεται κάθε φορά και επομένως μπορούν να καταλάβουν τα λάθη που έχουν κάνει.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μετατρέπουν τους δεκαδικούς σε δεκαδικά κλάσματα για να βρουν την ποσότητα που εκφράζεται, και στη συνέχεια να κάνουν τις μετατροπές. Παράδειγμα:

$$\bullet 0,003 \chi\mu. = \frac{3}{1.000} \chi\mu. = 3 \times \frac{1}{1.000} \chi\mu. = 3 \times 1 \mu. = 3 \mu.$$

$$\bullet 38,5 \text{ χιλιάδες } \chi\mu. = (38 \frac{5}{10} \chi\mu.) \times 1.000 = 38.000 \chi\mu. + \frac{5.000}{10} \chi\mu. = 38 \text{ εκατομμύρια } \mu. + 500 \chi\mu. = 38.000.000 + 500.000\mu. = 38.500.000 \mu.$$

$$\bullet 0,3 \mu. = \frac{3}{10} \mu. = 3 \times \frac{1}{10} \mu. = 3 \times 1 \delta\epsilon\kappa. = 3 \times \frac{10}{100} \mu. = \frac{30}{100} \mu. = 30 \epsilon\kappa.$$

$$\frac{35}{10} \mu. = 3 \mu. \frac{5}{10} \mu. = 300 \epsilon\kappa. \text{ μισό μέτρο} = 300 \epsilon\kappa. + 50 \epsilon\kappa. = 350 \epsilon\kappa.$$

$$\bullet 0,26 \mu. = \frac{26}{100} \mu. = 26 \epsilon\kappa.$$

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

► Τα παιδιά μετρούν διάφορα μήκη στην τάξη και καταγράφουν σε άβακα τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους.

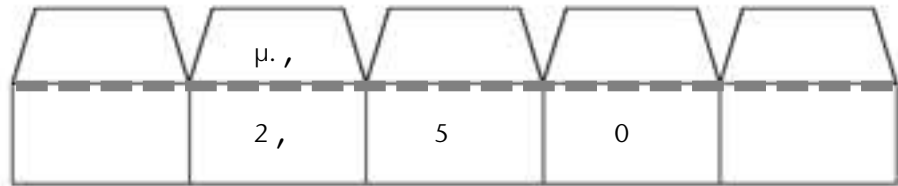
1 χμ. = 1.000 μ.	100 μ.	10 μ.	Μονάδα 1μ. (μέτρο)	$\frac{1}{10}$ (δέκατο)	$\frac{1}{100}$ (εκατοστό)	$\frac{1}{1.000}$ (χιλιοστό)

Οι μονάδες μέτρησης μήκους εντάσσονται στο δεκαδικό σύστημα γραφής των αριθμών και ακολουθούν τους ίδιους κανόνες γραφής: σε κάθε υποδιαίρεση μπορούμε να έχουμε από 0 έως 9 μονάδες, γιατί, αν συμπληρώσουμε 10 από αυτές τις μονάδες, τότε έχουμε μία μονάδα από την αμέσως μεγαλύτερη μονάδα ή υποδιαίρεση. Δηλαδή στη στήλη των εκατοστόμετρων μπορούμε να γράψουμε από 0 έως 9, γιατί, αν συμπληρώσουμε 10 εκ., τότε έχουμε 1 δεκ. Άρα, μπορούμε να γράψουμε μόνο ένα ψηφίο στο κουτάκι των δεκ., των εκ. και των χιλ. Αντίθετα στα μέτρα μπορούμε να γράψουμε από 0 έως 999, αφού χρειαζόμαστε 1.000 μ. για να έχουμε 1 χμ., δηλαδή μπορούμε να γράψουμε μέχρι τρία ψηφία.

Λόγου χάρη, αν το μήκος του πίνακα είναι 2,50 μ. ή 2 μ. $\frac{50}{100}$ γράφουμε στον άβακα:

1 χμ. = 1.000 μ.	100 μ.	10 μ.	Μονάδα 1 μ. (μέτρο)	$\frac{1}{10}$ (δέκατο)	$\frac{1}{100}$ (εκατοστό)	$\frac{1}{1.000}$ (χιλιοστό)
			2,	5	0	

- Φτιάνουμε το μετατροπέα του μήκους (από το Παράρτημα) και δείχνουμε (όπως και στον άβακα) αποτελέσματα μετρήσεων μήκους, π.χ.: 2,50 μέτρα.



Για να ελέγξουμε τη μετατροπή των μέτρων σε δεκατόμετρα ή εκ. ή χιλ. στο μετατροπέα, κάνουμε τα εξής:

Αν θέλουμε να το διαβάσουμε ως εκατοστόμετρα, διπλώνουμε προς τα πίσω τις ενδείξεις αυτές που δε χρειαζόμαστε (χμ., μ., δεκ., χιλ.) και διαβάζουμε ό,τι μας δείχνει ο μετατροπέας: 250 εκ. Αν θέλουμε να το διαβάσουμε ως δεκατόμετρα, διπλώνουμε τις ενδείξεις αυτές που δε χρειαζόμαστε (χμ., μ., εκ., χιλ.) και διαβάζουμε ό,τι μας δείχνει ο μετατροπέας: 25 δεκ. Αν θέλουμε να το διαβάσουμε ως χιλιοστόμετρα, γράφουμε 0 στο κουτάκι των χιλ. (αφού δεν υπήρχε τίποτα εκεί), διπλώνουμε τις ενδείξεις αυτές που δε χρειαζόμαστε (χμ., μ., δεκ., εκ.) και διαβάζουμε ό,τι μας δείχνει ο μετατροπέας: 2.500 χιλ.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 3 του Β.Μ. και α, δ και γ (η μισή) του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Δ Στην ευέλικτη ζώνη κάνουμε σχέδιο εργασίας με θέμα: «Οι μετρήσεις από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα: μονάδες μέτρησης στην αρχαιότητα – πρακτικές μονάδες μέτρησης, ανάπτυξη της τεχνολογίας και η συνακόλουθη ανάπτυξη των άλλων επισημών».
- Δ Σε πρόγραμμα Αγωγής υγείας μαθαίνουμε για την ανάπτυξη και το πόσο σημαντικό είναι να κάνουμε σωστή διατροφή, άσκηση, να κοιμόμαστε κτλ. Συζητάμε για τις κοινές ανάγκες αλλά και για τις ατομικές διαφορές και το σεβασμό στη διαφορετικότητα του άλλου.

- ▶ Τα παιδιά δημιουργούν τον ατομικό φάκελο εξέλιξης, τον οποίο διατηρούν καθ' όλη τη διάρκεια του έτους και τον ενημερώνουν σε τακτά χρονικά διαστήματα. Μέσα σε αυτό το φάκελο καταγράφονται μεταξύ άλλων το ύψος και το βάρος του καθενός.
- ▶ Στο μάθημα των φυσικών επιστημών. Τα παιδιά δημιουργούν, μετρούν και καταγράφουν καθημερινά την εξέλιξη των φυτών που φύτεψαν τα ίδια: τα φυτά είναι τοποθετημένα σε διαφορετικές περιοχές (κοντά ή μακριά από το φως του ήλιου) και μεγαλώνουν με διαφορετικές συνθήκες (συχνό – αραιό πότισμα κτλ.).
- ▶ Σύνδεση με το μάθημα της Θεατρικής αγωγής – θεατρικού παιχνιδιού: Διαβάζουμε αποσπάσματα από λογοτεχνικό βιβλίο με χαμένους θησαυρούς. Ακολουθεί δραματοποίηση με εμπλουτισμό της ιστορίας που διαβάσαμε. Οι ομάδες ετοιμάζουν χάρτες με περιγραφή του μέρους που είναι κρυμμένος ο θησαυρός με τις αποστάσεις εκφρασμένες με τυπικές και άτυπες μονάδες μέτρησης μήκους.

Κεφάλαιο 31ο «Μονάδες μέτρησης μήκους: μετατροπές (β)»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να συνδέσουν το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης με τις μετρήσεις μήκους και τη συμβολική γραφή τους, και να κάνουν μετατροπές.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να κατανοήσουν ότι η συμβολική γραφή μετρήσεων μήκους αλλάζει όταν αλλάζει η μονάδα αναφοράς (ο αριθμός μεγαλώνει κατά 10, 100, 1.000 κτλ. φορές ή μικραίνει αντίστοιχα).
- ▶ Να μπορούν να χρησιμοποιούν τον άβακα για να επαληθεύουν τις μετατροπές στις μονάδες μέτρησης μήκους (μεταφορά των ψηφίων και της υποδιαστολής σε διαφορετική θέση, ανάλογα με τη μονάδα αναφοράς).
- ▶ Να λύνουν προβλήματα με μετατροπές των μονάδων μέτρησης μήκους.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να αναλύουν φωνολογικά τους αριθμούς και να τους τοποθετούν στον άβακα.
- ▶ Να αναγνωρίζουν το μέτρο ως βασική μονάδα μέτρησης μήκους και τις υποδιαιρέσεις του, καθώς και το χιλιόμετρο ως μεγάλη μονάδα μέτρησης απόστασης.
- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς πολλαπλασιασμού και διαίρεσης με το 10, 100 και 1.000 σε ακεραίους αριθμούς.
- ▶ Να αναγνωρίζουν τη μονάδα αναφοράς σε ένα δεκαδικό αριθμό η οποία μπορεί να εκφράζει κάθε φορά και άλλη ποσότητα (π.χ., 1,2 μ., 1,2 χμ.).
- ▶ Να μετατρέπουν μια μονάδα μέτρησης μήκους σε άλλες μικρότερες.

Έλεγχος: Εργασία δ του Τ.Μ. Ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες να χρησιμοποιήσουν τη μετροταινία ή τη μεζούρα τους για να μετρήσουν το μήκος κάθε τοίχου της τάξης. Τα παιδιά καταγράφουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους σε κόλλα Α4 και τα ανακοινώνουν στην τάξη. Τα αποτελέσματα εκφράζονται σε: μέτρα, εκατοστά, με δεκαδικό αριθμό και δεκαδικό κλάσμα.

Μετατρέπουν (γράφουν στον πίνακα) τα προηγούμενα αποτελέσματα σε χιλιοστά (γνωστή διαδικασία) αλλά και σε χμ. (δεν έχει διδαχτεί). Ακούμε τις προτάσεις των παι-

διών, δεν παρεμβαίνουμε στη συζήτηση (ποια μετατροπή είναι σωστή). Δε σβήνουμε τις μετατροπές από τον πίνακα γιατί θα χρησιμοποιηθούν για την ερώτηση αφόρμησης.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Μετροταινία και ξύλινο γαλλικό μέτρο χωρισμένο σε δέκατα, κάρτες με ψηφία, μετατροπέας μήκους (από το Παράρτημα, βλ. κεφ. 30), χάρτης γεωφυσικός της Ελλάδας ή της Ευρώπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες δ και ε του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Τα παροτρύνουμε να χρησιμοποιήσουν το μετατροπέα (η χρήση του περιγράφεται στο κεφ. 30). Καταλήγουμε στην αναγκαιότητα επαλήθευσης των μετατροπών που κάνουμε.

Τα παιδιά διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και εκτιμούν. Βρίσκουν στο γεωφυσικό χάρτη της Ελλάδας το συγκεκριμένο ύψος και επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους. Διαβάζουν τον άβακα. Παρατηρούν ότι κάθε φορά η υποδιαστολή αλλάζει θέση. Επαληθεύουν τις εκτιμήσεις τους και με το μετατροπέα μήκους. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά με τον ίδιο τρόπο για το βαθύτερο σημείο της θάλασσας.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά ή ατομικά. Εξηγούν στην τάξη τι κατάλαβαν. Δείχνουν στον πίνακα. Συζητάμε ποιος τρόπος τα διευκολύνει και ποιος τα δυσκολεύει (συνήθως είναι ο πολλαπλασιασμός με 0,1, 0,001 Επιμένουμε στην κατανοήση: τι σημαίνει π.χ. $0,1 \times 1.000$ ή $\frac{1}{10}$ του 1.000).

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική στον πίνακα ως παιχνίδι. Τα παιδιά σε ομάδες βρίσκουν ό,τι λείπει στον αριθμό στόχο. Βαθμό παίρνει η ομάδα που όχι μόνο βρήκε αλλά και εξήγησε τον τρόπο που έκανε τη μετατροπή.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα. Δίνουμε παραδείγματα που απαιτούν διαίρεση με 10, 100, 1.000 ή πολλαπλασιασμό με 0,1, 0,01, 0,001.

Εργασία α του Τ.Μ. Η εργασία μπορεί να ενταχθεί σε μάθημα γνωριμίας των παιδιών με το γεωφυσικό περιβάλλον (αναφορά στα ελληνικά δεδομένα όπως: τις καλλιέργειες στα νησιά, σε περιοχές χωρίς εύφορα εδάφη όπως η μέσα Μάνη, σπάνια είδη όπως το κρι κρι στην Κρήτη κτλ.).

Εργασία β του Τ.Μ. Μπορεί να αποτελέσει συνέχεια της εργασίας 2 του Β.Μ.(Βιωματική). Τα παιδιά επαληθεύουν με το μετατροπέα μήκους.

Εργασία γ του Τ.Μ. Σκοπός της εργασίας είναι η αναγνώριση της μονάδας αναφοράς και η ανακάλυψη ότι δεν μπορούν να βρουν τη διαφορά δύο αποστάσεων αν δεν τις μετατρέψουν σε κοινή μονάδα μέτρησης μήκους. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Βρίσκουν τη διαφορά με κάθετη αφαίρεση στον πίνακα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν δικά τους γεωμετρικά σχήματα (από το Παράρτημα), τα

οποία επαναλαμβάνουν όσες φορές θέλουν. Τις εργασίες τους τα παιδιά τις κάνουν σε κόλλα Α4 ή σε μιλιμετρέ χαρτί και τις κρατάμε στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

Εργασία στ του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Η εργασία ε του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.
- ▶ Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν πού χρειάζεται στην καθημερινή μας ζωή να κάνουμε μετατροπές σε μονάδες μέτρησης μήκους (ποια επαγγέλματα κτλ.).
- ▶ Φτιάχνουμε προβλήματα. Παραδείγματος χάρη:
«Θέλουμε να βάλουμε περίφραξη σε ένα κτήμα που έχει 4 πλευρές μήκους 0,75 χμ., 0,980 χμ., 1,2 χμ. και 1,4 χμ. Κάθε 2 μέτρα βάζουμε πασσάλους. Πόσοι πάσσαλοι θα χρειαστούν συνολικά για να περιφράξουμε το κτήμα;»

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, δ, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά:

- ▶ Κάνουμε σχέδιο εργασίας με θέμα «Η σχέση του φυσικού περιβάλλοντος με τα επαγγέλματα και τις ασχολίες των κατοίκων της χώρας μας». Τα παιδιά διαλέγουν περιοχές όπως τα νησιά του Αιγαίου, η Ήπειρος, η ορεινή Αρκαδία, η νότια Κρήτη κτλ.

Κεφάλαιο 32ο «Μονάδες μέτρησης επιφάνειας: μετατροπές»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να συνδέσουν τη διαδικασία μέτρησης του εμβαδού μιας επιφάνειας με τις μονάδες μέτρησης επιφάνειας και να παρατηρήσουν ότι μια επιφάνεια δε χρειάζεται να έχει σχήμα τετραγώνου για να έχει εμβαδόν 1 τ.μ.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να κατασκευάσουν το τετραγωνικό μέτρο και το τετραγωνικό δεκατόμετρο ώστε να αισθητοποιήσουν τις διαστάσεις τους.
- ▶ Να διαφοροποιήσουν το τετραγωνικό μέτρο από το μέτρο.
- ▶ Να διενεργούν μετατροπές ανάμεσα σε μονάδες μέτρησης επιφάνειας.
- ▶ Να μπορούν να επιλέξουν την κατάλληλη μονάδα ανάλογα με την επιφάνεια που θέλουν να μετρήσουν.
- ▶ Να επιλύουν προβλήματα καθημερινής ζωής που σχετίζονται με κάλυψη επιφάνειας.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να γνωρίζουν τις μετατροπές ανάμεσα σε μονάδες μέτρησης μήκους.
- ▶ Να γνωρίζουν την έννοια της κάλυψης
- ▶ Να μπορούν να υπολογίζουν το εμβαδόν ορθογώνιου παραλληλόγραμμου.
- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς σε δεκαδικούς (πολλαπλασιασμός με 10, 100, 1.000 και 0,1, 0,01, 0,001).
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να παρατηρήσουν το τετράγωνο που φτιάχνουμε στον πίνακα με πλευρά 1 μ. Ζητάμε να βρουν μέσα στην τάξη επιφάνειες ισομβαδικές (όχι κατ' ανάγκη με τη μορφή τετραγώνου) και να τις καταγράψουν. Εξηγούν πώς εκτίμησαν το εμβαδόν της επιφάνειας που πρότειναν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Εφημερίδες, διαφημιστικά φυλλάδια, ψαλίδι, σελοτέιπ, *χάρακας/γνώμονας, χάρτινος μετατροπέας του τετραγωνικού μέτρου (Παράρτημα), τετράγωνο (10 εκ x 10 εκ) με 100 κουτάκια (Παράρτημα), δεκατόμετρο (Παράρτημα).*

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, στ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Στη συνέχεια κατασκευάζουν με εφημερίδα και με χαρτόνι τετραγωνικά μέτρα, και με χαρτόνι και κόλλες Α4 (όπως εξηγείται στο Β.Μ.) τετραγωνικά δεκατόμετρα. Μπορούν οι μισές ομάδες να φτιάξουν τετραγωνικά μέτρα και οι άλλες μισές τετραγωνικά δεκατόμετρα. Κόβουν το δεκατόμετρο και το τετραγωνικό δεκατόμετρο επίσης από το Παράρτημα. Ελέγχουν τις κατασκευές τους.

Συμπληρώνουν τα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης και συζητάμε για τις προτάσεις που είναι λάθος. Λόγου χάρη:

1 τ.μ. καλύπτει την επιφάνεια της παλάμης μου.

1 τ.δεκ. καλύπτει την επιφάνεια της γόμας, του βιβλίου των μαθηματικών.

1 τ.εκ. καλύπτει την επιφάνεια του τετραδίου των μαθηματικών, της παλάμης μου.

Τα παιδιά αισθητοποιούν κάθε φορά την επιφάνεια δείχνοντας πόσο περίπου είναι το 1 τ.εκ. ή 1 τ.δεκ. κτλ.

Εκτιμούν και στη συνέχεια επαληθεύουν με το εποπτικό υλικό πόσα τ.δεκ. αντιστοιχούν σε 1 τ.μ.

Σχολιάζουν τις απόψεις των πρωταγωνιστών και εξηγούν τις μετατροπές (δείχνουν στον πίνακα) και το γεγονός ότι η ακρίβεια σε μια μέτρηση είναι συσχετισμένη με τις υποδιαιρέσεις της μονάδας.

Εργάζονται με τον ίδιο τρόπο για το τ.χμ. Επαληθεύουν με τον άβακα ή το μετατροπέα επιφάνειας τις μετατροπές τους.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα. Εξηγούμε στον πίνακα τις μετατροπές στις μονάδες μήκους και επιφάνειας. Παραδείγματος χάρη:

$$1 \mu. = 100 \text{ εκ.} \qquad \text{ή } 1 \text{ εκ.} = \frac{1}{100} \mu. = 0,01 \mu.$$

$$1 \text{ τ.μ.} = 1 \mu. \times 1 \mu. = 100 \text{ εκ.} \times 100 \text{ εκ.} = 10.000 \text{ τ.εκ.} \quad \text{ή } 1 \text{ τ.εκ.} = \frac{1}{10.000} \text{ τ.μ.} = 0,0001 \text{ τ.μ.}$$

Εργασία α του Τ.Μ. Μοντελοποιούν και εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία β του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά σε κόλλες Α4. Τα παιδιά εξηγούν στη συνέχεια πώς εργάστηκαν. Αναδεικνύουμε διαφορετικές στρατηγικές για το 2ο ερώτημα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία ε του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Μοντελοποιούν με ζωγραφική. Εξηγούν στον πίνακα πώς εργάστηκαν.

Εργασία στ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Σκοπός της εργασίας είναι τα παιδιά να αναγνωρίσουν την ανάγκη χρήσης στρατηγικών για υπολογισμό μη κανονικής επιφάνειας (εκτίμηση) ή την ανάγκη χρήσης μιας μονάδας μέτρησης επιφάνειας όσο το δυνατόν πιο μικρής, προκειμένου να επιτευχθεί ακρίβεια στη μέτρηση. Δεν είναι βέβαια απαραίτητο να οδηγηθούμε στο τετραγωνικό χιλιοστό. Μια στρατηγική είναι η διαμέριση κάθε τετραγωνικού εκατοστού σε 2 ή 4 ίσα τετράγωνα, 2 ή 4 ίσα τρίγωνα.

Η **έννοια της εκτίμησης** αναδεικνύεται με προσέγγιση της επιφάνειας με τις εξής στρατηγικές:

- «Είναι σίγουρα μικρότερη από ... και συγχρόνως μεγαλύτερη από ...» (14 τ.εκ. και 7 τ.εκ. αντίστοιχα).
- Αν μετρήσουμε τα τ.εκ. που καλύπτονται πλήρως ή σχεδόν πλήρως και στη συνέχεια χωρίσουμε τα τ.εκ. τα οποία καλύπτονται εν μέρει, στη μέση, θα έχουμε 7 ολόκληρα και 4 μισά περίπου, δηλαδή 9 τ.εκ. συνολικά.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Η εργασία στ του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.
- Ζητάμε από τα παιδιά να φέρουν χάρτινες συσκευασίες προϊόντων. Τις ανοίγουν με ψαλίδι στις ραφές και καλούνται να υπολογίσουν τη συνολική επιφάνειά τους. Συζητάμε για την ανακύκλωση και τη χρήση πρώτων υλών στην κατασκευή συσκευασιών (πόσο χαρτί χρειάζεται για την κατασκευή μιας συσκευασίας). Η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να αποτελέσει μέρος **σχεδίου εργασίας με θέμα την ανακύκλωση και την εξοικονόμηση ενέργειας**. Τα παιδιά εργάζονται στο μάθημα της περιβαλλοντικής αγωγής και στο μάθημα των φυσικών επιστημών. Τα παιδιά θα ερευνήσουν τις ήπιες μορφές ενέργειας, θα κάνουν μετρήσεις και υπολογισμούς και θα καταρτίσουν πίνακες, θα βρουν πληροφορίες στο διαδίκτυο για την εξοικονόμηση ενέργειας στη χώρα μας, ποιοι δήμοι έχουν προγράμματα ανακύκλωσης, ζωγραφίζουν και κάνουν λίστες με προϊόντα που ανακυκλώνονται.
- Η διδακτική προσέγγιση των εννοιών του κεφαλαίου μπορεί εναλλακτικά να γίνει με κατασκευή εξαρχής του τετραγωνικού μέτρου και τη διενέργεια μετρήσεων στην τάξη με τη χρήση του, καθώς και με χρήση του απλού μέτρου, ώστε να γίνει η αντιπαραβολή του μήκους, της επιφάνειας και των αντίστοιχων μονάδων μέτρησης. Ζητώντας να μετρηθεί η επιφάνεια ενός θρανίου ή ενός τετραδίου, θα προκύψει η ανάγκη για την ύπαρξη υποδιαίρεσεων του τετραγωνικού μέτρου. Αντίστοιχα, αν ζητηθεί η μέτρηση του προαύλιου ή άλλης μεγαλύτερης επιφάνειας, θα προκύψει η ανάγκη για τα πολλαπλάσια της μονάδας μέτρησης. Για τον έλεγχο στις μετατροπές των μονάδων μέτρησης ενδείκνυται η χρήση του μετατροπέα (Παράρτημα).
- Ζητάμε από τους μαθητές να μετρήσουν την επιφάνεια της σχολικής αίθουσας ή μιας άλλης επιφάνειας με όποιον τρόπο θέλουν.
- Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν στην καθημερινή τους ζωή μια επιφάνεια που έχει εμβαδόν μικρότερο από 1 τ.μ. και μεγαλύτερο από μισό τ.μ.
- Να συλλέξουν πληροφορίες για μονάδες μέτρησης επιφάνειας μεγαλύτερες από το τετραγωνικό μέτρο (πολλαπλάσια) και τη σχέση τους με αυτό.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, γ, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά:

Σχέδιο εργασίας «Ανακύκλωση», όπως αναφέρεται στις εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις.

Κεφάλαιο 33ο «Προβλήματα γεωμετρίας (α)»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αναλύουν ένα γεωμετρικό σχήμα, να διατυπώνουν υποθέσεις για τα επιμέρους στοιχεία του και να επαληθεύουν με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

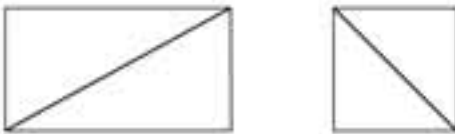
- ▶ Να αναπτύσσουν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων εύρεσης εμβαδού.
- ▶ Να λύνουν προβλήματα που απαιτούν υπολογισμό του εμβαδού και μετατροπές μονάδων μέτρησης επιφάνειας.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

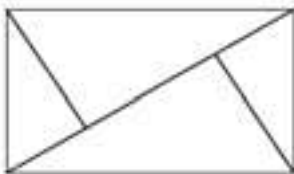
- ▶ Να βρίσκουν το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, ορθογώνιου τριγώνου (τύποι).
- ▶ Να κάνουν μετατροπές στις μονάδες μέτρησης επιφάνειας.
- ▶ Να μοντελοποιούν προβλήματα και να επαληθεύουν την αρχική τους εκτίμηση.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Δίνουμε σε κόλλα Α4 το παρακάτω πρόβλημα:

«Στα παρακάτω δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα έχουμε φέρει τις διαγωνίους.



»Μπορείτε να εκτιμήσετε το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος;



»Αν οι διαστάσεις του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου είναι 4 εκ. x 3 εκ. και η πλευρά του τετραγώνου είναι 1,5 εκ., μπορείτε να υπολογίσετε με ακρίβεια το εμβαδόν του παραπάνω σχήματος;»

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Ο τύπος εύρεσης εμβαδού τραπεζίου.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Τα γεωμετρικά σχήματα των χαρταετών (από το Παράρτημα), χάρακας, γνώμονας, κόλλα, μιλιμετρέ χαρτί, χάρτινες συσκευασίες σε σχήμα κύβου, ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου ή γεωμετρικά στερεά, τα καρτονομίσματα (από το Παράρτημα).

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Διαβάζουν τις απόψεις των πρωταγωνιστών και εκτιμούν τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα κομμάτια κάθε χαρταετού. Στη συνέχεια κόβουν και ανασυνθέτουν τα κομμάτια των 2 χαρταετών στο μιλιμετρέ χαρτί. Τα κολλούν και απαντούν στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης.

Εργασία του Β.Μ. Μοντελοποιούν και εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Υπολογίζουν με διάφορες στρατηγικές:

- Ως ανασύνθεση δύο ορθογωνίων (μικρό με διαστάσεις 1 εκ. x 2 εκ., και μεγάλο με διαστάσεις 4 εκ. x 2 εκ.).
- Βρίσκουν το εμβαδόν του ενός ορθογώνιου τριγώνου το οποίο διπλασιάζουν, και στη συνέχεια το εμβαδόν του μεγάλου ορθογώνιου με διαστάσεις 4 εκ. x 2 εκ.
- Ανασυνθέτουν το σχήμα σε ένα μεγάλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις 5 εκ. x 2 εκ.

Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές δείχνοντας στον πίνακα. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασίες α, β, του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα - Ανακάλυψη Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες γ, ε Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εξηγούν με ποια στρατηγική βρήκαν το εμβαδόν. Αναδεικνύουμε όλες τις στρατηγικές.

Εργασία γ του Τ.Μ. Ζητάμε από τα παιδιά να εκτιμήσουν χωρίς να κάνουν υπολογισμούς, και να επαληθεύσουν στη συνέχεια με διάφορες στρατηγικές.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά βιωματικά. Εξηγούν τις μετατροπές. Συζητάμε για το μέγεθος των καρτονομισμάτων: δεν έχουν όλα τις ίδιες διαστάσεις. Η συγκεκριμένη εργασία μπορεί να αποτελέσει μέρος ενός **σχεδίου εργασίας με θέμα την ιστορία των καρτονομισμάτων** που κυκλοφορούν στη χώρα μας (από την αρχαιότητα ως σήμερα). Τα παιδιά μπορούν να επισκεφτούν το Μουσείο Νομισμάτων, να βρουν πληροφορίες στο διαδίκτυο ή σε άλλες πηγές για τη σημασία των νομισμάτων στην εξέλιξη του εμπορίου, αλλά και για τη σχέση τους με την ιστορία.

Εργασία στ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Χρησιμοποιούμε και άλλα γεωμετρικά στερεά, π.χ. ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Συνδέουμε την εργασία με την καθημερινή ζωή (πόσο χαρτί περιτυλίγματος θα χρειαστούμε). Γενικεύουν στην εύρεση της επιφάνειας του κύβου.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

Οι εργασίες δ και στ όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορεί να μη γίνει η εργασία α του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Το σχέδιο εργασίας που περιγράφεται στην εργασία δ.
(<http://www.culture.gr/2/21/214/21401m/g21401m.html>)

Κεφάλαιο 34ο «Διαίρεση ακεραίου και κλάσματος με κλάσμα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διαχειριστούν προβλήματα που μπορούν να λυθούν με διαίρεση ακεραίου ή κλάσματος με κλάσμα, χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές, ανάμεσα σε αυτές και τον αλγόριθμο της διαίρεσης.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διαιρούν ακέραιο ή κλάσμα με κλάσμα, με αντιστροφή του κλάσματος και πολλαπλασιασμό.
- ▶ Να παρατηρήσουν ότι, αν διαιρέσουμε ένα κλάσμα με τον εαυτό του, βρίσκουμε τη μονάδα.
- ▶ Να μετατρέπουν το ηπλίκιο μιας διαίρεσης ακεραίου με κλάσμα ή κλάσματος με κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και ποσοστό.
- ▶ Να διακρίνουν τη διαφορά της διαίρεσης από τον πολλαπλασιασμό κλάσματος με κλάσμα (στη διαίρεση το ηπλίκιο είναι μεγαλύτερο από τα κλάσματα που διαιρούνται, ενώ στον πολλαπλασιασμό μικρότερο).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να συνθέτουν τη μονάδα με πρόσθεση ή πολλαπλασιασμό κλασματικών μονάδων και κλασματικών αριθμών.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.
- ▶ Να εξηγούν λεκτικά τι σημαίνει πολλαπλασιασμός κλασμάτων (διαίρεση μέτρησης).
- ▶ Να γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης μήκους και επιφάνειας και τις μετατροπές τους.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν σε κόλλες Α4 το παρακάτω πρόβλημα:

«Ένα παρτέρι έχει μήκος $\frac{3}{4}$ μ. Το πλάτος του είναι το $\frac{1}{5}$ του μήκους του. Πόσο είναι το εμβαδόν του; Μπορούν να το λύσουν με διάφορες στρατηγικές: μετατροπή των $\frac{3}{4}$ σε εκ., σε δεκαδικά κλάσματα, σε δεκαδικούς αριθμούς.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος:

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χάρakas, γνώμονας, κόλλα A4 και ψαλίδι.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ Εμπέδωση Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Οι λανθασμένες αντιλήψεις των παιδιών δε διορθώνονται αλλά καταγράφονται στον πίνακα από εμάς για να συνειδητοποιήσουν τα παιδιά για ποιο λόγο κάνουν λάθος.

Τα παιδιά διαβάζουν τη δραστηριότητα ανακάλυψη και εξηγούν με δικά τους λόγια τις 2 στρατηγικές των πρωταγωνιστών (η πρώτη είναι γνωστή από το κεφάλαιο 19, η δεύτερη είναι με την αναγωγή στη μονάδα).

Διαβάζουν και συζητούν όσα λέει ο Σαΐτας.

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Τα παιδιά εξηγούν τις σκέψεις των πρωταγωνιστών και παρατηρούν τις αρχικές τους αντιλήψεις που είναι καταγεγραμμένες στον πίνακα. Κάνουν με την τεχνική τη διαίρεση

$$\frac{3}{2} : \frac{3}{8} \text{ .Συζητάμε για τα λάθη που έκαναν.}$$

Εργασία 2 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική. Κάνουν τη διαίρεση και δείχνουν με δεκαδικό αριθμό και ποσοστό.

Εργασία 3 του Β.Μ. Συζητάμε πώς μπορεί ένα τριγωνικό κομμάτι να έχει εμβαδόν $\frac{2}{3}$ του τ.μ. (ελέγχουμε αν έχουν κατανοήσει τη διαφορά ενός σχήματος με το εμβαδόν του). Ζητάμε να μοντελοποιήσουν-εκτιμήσουν πόσα είναι τα κομμάτια του χαρταετού. Υπολογίζουν με ακρίβεια με διάφορες στρατηγικές π.χ., μετατρέπουν τα κλάσματα σε δεκαδικούς ή σε τ. εκ. και κάνουν διαίρεση ακεραίων.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εξηγούν με ποια στρατηγική εργάστηκαν. Αναδεικνύουμε όλες τις στρατηγικές (ανάλογες με το πρόβλημα ελέγχου ή την εργασία 2 του Β.Μ.).

Εργασία γ του Τ.Μ. Στεκόμαστε στην περίπτωση διαίρεσης ενός κλάσματος με τον εαυτό του (πόσες φορές χωράει στον εαυτό του). Εξηγούν με την τεχνική γιατί κάνει 1. Μετατρέπουν το πηλίκο σε δεκαδικό και ποσοστό. Παρατηρούν ότι, όταν διαιρούμε ένα κλάσμα με τον εαυτό του, το πηλίκο είναι 100% ή 1 φορά.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Συζητάμε τη διαφορετική εξήγηση ενός πολλαπλασιασμού από μια διαίρεση κλασμάτων. Παρατηρούν πότε το αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με το στερεότυπο για το αποτέλεσμα μιας διαίρεσης ή ενός πολλαπλασιασμού (βλ. κεφ. 27).

Δίνουν κι άλλα παραδείγματα για κάθε περίπτωση.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά πρώτα εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Οι εργασίες 1, 2 του Β.Μ. και δ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Βιωματικό: Δίνουμε σε κάθε ομάδα μια χάρτινη λουρίδα μήκους 60 εκ. Εκφράζουμε το μήκος της με κλάσμα ($\frac{6}{10}$ μ. ή $\frac{3}{5}$ μ.). Ζητάμε από μια ομάδα να τη χωρίσει σε 3 ίσα μέρη με διαίρεση ($\frac{3}{5} : 3$) και από την άλλη ομάδα να βρει το $\frac{1}{3}$ της λουρίδας. Συζητούν τα αποτελέσματα των ενεργειών τους και εκφράζουν τα μεγέθη που βρήκαν με κλάσματα.

Κόβουν ένα κομμάτι από μια άλλη λουρίδα με μήκος 15 εκ. ($\frac{15}{100}$) και δοκιμάζουν να δουν πόσες φορές χωράει στη λουρίδα των $\frac{3}{5}$ μ., δηλαδή $\frac{3}{5} : \frac{15}{100} = 4$ φορές. Δοκιμάζουν να υπολογίσουν:

- Με τα ομώνυμα κλάσματα $\frac{3}{5} : \frac{15}{100}$ ή $\frac{60}{100} : \frac{15}{100} = 4$.
- Μπορούν να εξηγήσουν το συγκεκριμένο αποτέλεσμα μετατρέποντας σε εκ. το κάθε κομμάτι της λουρίδας, δηλ. 60 εκ.: 15 εκ. = 4 φορές.
- Με την τεχνική της αντιστροφής του δεύτερου κλάσματος: $\frac{3}{5} : \frac{15}{100} = \frac{3}{5} = \frac{100}{15} = 4$ φορές.

Σχολιάζουμε τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ, ε του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 35ο «Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διαχειριστούν προβλήματα που λύνονται με πολλές στρατηγικές ενεργοποιώντας και σταθεροποιώντας γνώσεις που αφορούν την έννοια του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, αλλά και της σχέσης που τις συνδέει (αντίστροφες πράξεις).

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να οργανώνουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα ενός προβλήματος μετά από προσεκτική ανάγνωσή τους ώστε να επιλέξουν την καταλληλότερη στρατηγική επίλυσής του.
- ▶ Να φτιάχνουν προβλήματα με προϋποθέσεις.
- ▶ Να επιλέγουν διαφορετικές στρατηγικές για την επίλυση του ίδιου προβλήματος και να κάνουν επαλήθευση της λύσης που βρήκαν μέσα από αυτές τις διαφορετικές στρατηγικές.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την εκτίμηση ως στρατηγική επίλυσης ενός προβλήματος.
- ▶ Να χρησιμοποιούν στους υπολογισμούς τους τον επιμερισμό του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ως προς την πρόσθεση και ως προς την αφαίρεση.
- ▶ Να γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης χρόνου και τις σχέσεις τους.
- ▶ Να γνωρίζουν τα χαρτονομίσματα του ευρώ και τις σχέσεις τους.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος:

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μετατροπές στις μονάδες μέτρησης χρόνου.

Έλεγχος: Παιζουμε στην τάξη το παιχνίδι με τον αριθμό-στόχο. Τα παιδιά χωρισμένα σε ομάδες καλούνται να βρουν τον αριθμό-στόχο με: πολλαπλασιασμό ή διαίρεση.

π.χ. Ο αριθμός 8,50 μπορεί να φτιαχτεί εκτός των άλλων ως εξής:

$$2 \times 4,25 \quad \text{ή} \quad 4 \times 2,125$$

$$17,00 : 2 \quad \text{ή} \quad 34,00 : 4$$

Τα παιδιά παρατηρούν:

- Στον πολλαπλασιασμό μπορούν να έχουν το ίδιο αποτέλεσμα αν διπλασιάσουμε τον έναν όρο και να υποδιπλασιάσουμε τον άλλο. Παράδειγμα: $16 \times 1,25 = 8 \times 2,5 = 4 \times 5 = 20$.
- Στη διαίρεση, για να έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα, αν διπλασιάσουμε το διαιρετέο, πρέπει να διπλασιάσουμε και το διαιρέτη. Παράδειγμα: $2 : 5 = 4 : 10 = 40 : 100$ ή $0,40$.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ψεύτικα ευρώ, ημερολόγιο τοίχου.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3, 4, 5
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ, Εμπέδωση Εργασία δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης.

Αφού ασχοληθούμε με τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Εργάζονται ομαδικά. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και λύνουν τα επιμέρους προβλήματα. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Γίνεται συζήτηση στην τάξη και αναδεικνύουμε τις στρατηγικές των παιδιών.

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση ή ως εργασία ελέγχου για την έναρξη του μαθήματος (καταγράφουμε στον πίνακα τις προσηθιες των παιδιών να βρουν με πολλαπλασιασμό και διαίρεση το ποσό των 5 ευρώ).

Εργασία 2 του Β.Μ. Δίνουν και δικά τους παραδείγματα.

Εργασία 3 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλα προϊόντα με πραγματικές τιμές (δραματοποίηση αγορών). Τα παιδιά εξηγούν με ποια στρατηγική έκαναν την εκτίμησή τους. Υπολογίζουν με διάφορους τρόπους, π.χ. για το πρώτο ερώτημα:

- $5,70 : 3$.
- $(5:3) + (0,70:3)$.
- 3×2 ευρώ = 6 ευρώ, άρα λιγότερο από 2 ευρώ. Επειδή $6 - 5,70 = 0,30$, άρα τα 3 λίτρα κοστίζουν 30 λεπτά λιγότερο, δηλαδή 10 λεπτά λιγότερο από τα 2 ευρώ το κάθε μπουκάλι ή 2 ευρώ - 10 λεπτά = 1,90 ευρώ το μπουκάλι.
- Αν κόστιζαν 1 ευρώ, δηλαδή $3 \times 1 = 3$ ευρώ. Τέλος, $5,70 - 3 = 2,70$ ευρώ που περισσεύουν. Άρα κάθε λίτρο κοστίζει: 1 ευρώ και $(2,70 : 3)$, δηλαδή 1 ευρώ + 90 λ. = 1,90 ευρώ.

Εργασία 4 του Β.Μ. Εργαζόμαστε με ανάλογο τρόπο δίνοντας έμφαση στις στρατηγικές εκτίμησης αρχικά, και υπολογισμού με ακρίβεια στη συνέχεια. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές των παιδιών.

Απαντούν τα ερωτήματα με τη σειρά.

Εργασία 5 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Δίνουμε τα εξής δεδομένα στα παιδιά:

- 4,5 κιλά μέλι,
- 10,80 ευρώ το κιλό το μέλι,
- 35 ευρώ.

Ζητάμε από τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν όποια από τα δεδομένα χρειάζονται για να φτιάξουν και να λύσουν ένα πρόβλημα.

Στη συνέχεια με τα ίδια δεδομένα φτιάχνουν ένα άλλο πρόβλημα που λύνεται με την αντίστροφη πράξη (π.χ., αν το πρώτο πρόβλημα το έλυσαν με πολλαπλασιασμό, το δεύτερο να το λύσουν με διαίρεση). Κάποια παιδιά ίσως φτιάξουν το **αντίστροφο πρόβλημα**. Δεν κάνουμε διδασκαλία για τα αντίστροφα προβλήματα (ύλη της Δ΄ Τάξης), αλλά εστιάζουμε στη δομή του προβλήματος, στην οργάνωση των δεδομένων ώστε να πληρούνται οι προϋποθέσεις που δόθηκαν.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Εξηγούν με ποια στρατηγική εργάστηκαν. Αναδεικνύουμε όλες τις στρατηγικές. Η επαλήθευση γίνεται με την αντίστροφη πράξη. Λόγου χάριν:

α) $150 : 12,5 = 300 : 25 = 600 : 50 = 12$, δηλαδή 12 εισιτήρια.

Επαλήθευση: $12 \times 12,5 = 6 \times 25 = 3 \times 50 = 150$.

β) $150 : 22,50$. Επειδή με κάθε πενντάρικο αγοράζουμε 2 εισιτήρια και έχουμε ρέστα 5 ευρώ, με 3 πενντάρικα αγοράζουμε 6 εισιτήρια και έχουμε ρέστα 15 ευρώ.

Επαλήθευση: $(2 \times 22,50) + 5 = 45 + 5 = 50$ κτλ.

Εργασία β του Τ.Μ. Τα παιδιά υπολογίζουν με εκτίμηση την ηλικία τους σε χρόνια και εβδομάδες.

Εργασία γ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Το πρόβλημα είναι διαφορετικό για κάθε τάξη (διαφορετικός αριθμός των παιδιών στην ομάδα). Τα παιδιά πρέπει να παρατηρήσουν ότι ο αριθμός των μπισκότων θα πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του αριθμού των μαθητών της ομάδας. Ο πρώτος τέτοιος αριθμός που είναι πολλαπλάσιο του 10 είναι ο κατάλληλος. Παραδείγμα:

- Αν τα παιδιά της ομάδας είναι 6, 12, 18, 24, 30. Άρα 30. Επειδή τα 30 μπισκότα είναι 3 κουτιά, δηλ. κάθε παιδί θα φάει 5 μπισκότα, αφού $6 \times 5 = 30$.

Τα παιδιά εξηγούν τη στρατηγική τους. Αναδεικνύουμε όλες τις στρατηγικές στον πίνακα. Επαληθεύουμε κάθε φορά.

Εργασία δ του Τ.Μ. Βιωματική εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Πρώτα εκτιμούν και στη συνέχεια υπολογίζουν με ακρίβεια. Γράφουν τους πιθανούς συνδυασμούς σε κόλλα Α4 την οποία και παίρνουμε για να αξιολογήσουμε.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▮ Οι εργασίες 1, 3, 5 του Β.Μ. και γ, δ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1, 2, 5 του Β.Μ. και β, δ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 36ο « Διαιρέτες και πολλαπλάσια»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να λύνουν προβλήματα που απαιτούν τη διαχείριση αριθμών με πολλαπλάσια και διαιρέτες.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▮ Να αναλύουν αριθμούς σε γινόμενο παραγόντων χρησιμοποιώντας δεντροδιάγραμμα, διαίρεση, προπαίδεια.
- ▮ Να διακρίνουν τις έννοιες διαιρέτης ενός αριθμού και πολλαπλάσιο ενός αριθμού.
- ▮ Να βρίσκουν τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών.
- ▮ Να χρησιμοποιούν διαφορετικά μοντέλα (αριθμογραμμή, πίνακας, αντιστοίχιση, προπαίδεια), για να βρίσκουν πολλαπλάσια και κοινά πολλαπλάσια.
- ▮ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▮ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.
- ▮ Να κατανοούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως αντίστροφες πράξεις.

Έλεγχος: Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες. Δίνουμε κόλλες Α4 για να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα:

«Η Ζωή και η Δάφνη έχουν 250 γραμματόσημα. Θέλουν να τα μοιράσουν σε καρτέλες και ναβάλουν ίδιο αριθμό γραμματοσήμων σε καθεμία. Ποιες από τις παρακάτω καρτέλες μπορούν να αγοράσουν ώστε να μην περισσεύει ή να μη λείπει κανένα; Καρτέλες: των 20, των 10, των 25, των 40».

Τα παιδιά εξηγούν τη στρατηγική τους και επαληθεύουν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μετατροπές μονάδων μέτρησης χρόνου: ώρες, λεπτά, δευτερόλεπτα.
- Ε.Κ.Π.
- Κριτήρια διαιρετότητας.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χρονόμετρο ή ρολόι που μετράει δευτερόλεπτα, αριθμογραμμή, πίνακας δεδομένων, κορδόνι με χάντρες, ξυλάκια αρίθμησης

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων

Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Μερική επισημοποίηση της νέας γνώσης (Σαΐτας)
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία γ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματικό

Τα παιδιά κάνουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη σε προηγούμενη ώρα (πιθανή συνδιδασκαλία με το δάσκαλο της μουσικής). Αν δεν υπάρχουν τα μουσικά όργανα που προτείνονται στο βιβλίο, μπορούν να αντικατασταθούν από αυτοσχέδια:

- ▶ Άδεια κουτιά ξύλινα ή μεταλλικά (τα χτυπάμε με το χέρι ή ένα ξυλαράκι ή μολύβι).
- ▶ Φακές μέσα σε ένα κουτί (το αναποδογυρίζουμε παράγεται ο ήχος της βροχής).
- ▶ Παλαμάκια.
- ▶ Τρίγωνα (για τα κάλαντα) κτλ.

Παίζουν το παιχνίδι για να το καταλάβουν δυο τρεις φορές. Για κάθε μουσικό όργανο ένα παιδί μετράει το χρόνο και δίνει το σήμα. Έτσι, και τα τρία μουσικά όργανα θα ακουστούν σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Συμπληρώνουν στην αριθμογραμμή πότε ακούστηκαν και τα 3 μουσικά όργανα. Παρατηρούν τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 3, 6, 9.

Επισημαίνουμε ότι ο όρος Ε.Κ.Π. και η εύρεσή του με σύντομο τρόπο αποτελεί στόχο του κεφαλαίου 38.

Διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν.

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική ως συμπλήρωμα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο.

Τα παιδιά διαβάζουν τον Σαΐτα. Το μάθημα μπορεί να αποτελέσει μέρος σχεδίου εργασίας με θέμα «Μουσική και Μαθηματικά».

Εργασία γ του Τ.Μ. Μπορούν να λύσουν το πρόβλημα με αριθμογραμμή ή πίνακα. Υποθέτουμε ότι ο ρυθμός μεταφοράς των σπόρων είναι σταθερός για κάθε μυρμήγκι.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες β του Τ.Μ. και 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή της νέας γνώσης Εργασία 3 του Β.Μ. και α του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση – Επέκταση Εργασία δ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματικό

Έλεγχος: Τα παιδιά έχουν ξυλάκια αριθμησης μπροστά τους. Ζητάμε να φτιάξουν 1 τρίγωνο (3 ξυλάκια) και 1 τετράγωνο (4 ξυλάκια). Ζητάμε να βρουν ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από ξυλάκια έτσι ώστε να μπορούμε να φτιάξουμε είτε τρίγωνα είτε τετράγωνα χωρίς να περισσέψει κανένα ξυλάκι.

Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Δείχνουν στην αριθμογραμμή.

Εργασία β του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Βιωματικό (Τα παιδιά εργάζονται με εποπτικό υλικό ή ζωγραφίζουν σε κόλλα Α4.) Εκτιμούν και στη συνέχεια επαληθεύουν με την κατασκευή ή ζωγραφική. Συμπληρώνουν τους πίνακες. Φτιάχνουν το δικό τους κομπολόι.

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Υπολογίζουν με νοερούς υπολογισμούς. Παραδείγματος χάριν:

- Το 36 στο 72 χωράει 2. Επειδή $720 = 72 \times 10$ ή $(2 \times 36) \times 10$ ή $36 \times (2 \times 10)$ ή το 36 χωράει 20 φορές στο 720.

- Το 18 χωράει στο 720, διπλάσιες φορές από το 36 γιατί είναι $2 \times 18 = 36$, δηλαδή κάθε κουτί των 36 χωράει τόσα κουλούρια όσα 2 κουτιά των 18.
- Το 4 χωράει στο 720, 180 φορές γιατί κάθε κουτί των 36 κουλουριών χωράει τόσα κουλούρια όσα 9 κουτιά των 4 μπισκότων ή $20 \times 9 = 180$.

Συμπληρώνουν το δεντροδιάγραμμα και τον πίνακα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία 3 του Β.Μ. Μοντελοποιούν με αριθμογραμμή ή πίνακα. Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Μπορούν και να δραματοποιήσουν στην αυλή του σχολείου.

Εργασία α του Τ.Μ. Εξηγούν με πολλαπλασιασμό και διαίρεση πώς υπολόγισαν (νοεροί υπολογισμοί). Λόγου χάρι:

Δεν μπορεί να είναι του 100 γιατί το $720 : 100 = 70$ και υπόλοιπο 20.

Δεν μπορεί να είναι του 1.000 γιατί $720 : 1.000 = 0$ και υπόλοιπο 720.

Δεν μπορεί να είναι του 10.000 και του 1.000.000 αντίστοιχα με την ίδια λογική.

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται με τη μέθοδο της δοκιμής:

Τα πολλαπλάσια του 8 που είναι μεγαλύτερα από το 60 και μικρότερα από το 100 είναι 64, 72, 80, 88, 96.

Από αυτά βρίσκουμε ποια διαιρούνται με το 6 και αφήνουν υπόλοιπο 4.

$64 : 6 = 10$ και υπόλοιπο 4

$72 : 6 = 12$

$80 : 6 = 13$ και υπόλοιπο 2

$88 : 6 = 14$ και υπόλοιπο 4

$96 : 6 = 16$

Από το 64 και το 88 ελέγχουμε ποια διαιρούνται με το 7 και δίνουν υπόλοιπο 4.

$64 : 7 = 9$ και υπόλοιπο 1

$88 : 7 = 12$ και υπόλοιπο 4. Άρα, ο αριθμός είναι το 88.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Οι εργασίες 1 του Β.Μ. και β του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- Βιωματική: Τα παιδιά έχουν μεζούρα. Ζητάμε να βάλουν χρωματιστούς συνδετήρες τριών χρωμάτων. Βάζουν έναν κόκκινο συνδετήρα κάθε 4 εκ., έναν μπλε κάθε 6 εκ. και έναν πράσινο κάθε 10 εκ. Πόσους κόκκινους, μπλε, πράσινους συνδετήρες θα χρησιμοποιήσουμε μέχρι τα 75 εκατοστά μετρα; Σε ποιους αριθμούς «πέφτει» ο ένας συνδετήρας πάνω στον άλλο; Καταγράφουμε σε πίνακα ή σε αριθμογραμμή.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1, 3 του Β.Μ. και γ, δ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σχέδιο εργασίας με θέμα «Τα μαθηματικά και η μουσική». Τα παιδιά βρίσκουν πληροφορίες για τον Πυθαγόρα και τη σχέση των μαθηματικών με τη μουσική (δέυτερα, τέταρτα, όγδοα κτλ.).

Κεφάλαιο 37ο «Κριτήρια διαιρετότητας του 2, του 5 και του 10»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν νοερά να βρίσκουν πότε ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2, 5, 10, πότε αφήνει υπόλοιπο 1 όταν

διαιρείται με το 2, τότε αφήνει υπόλοιπο 1, 2, 3, 4 όταν διαιρείται με το 5, και τότε αφήνει υπόλοιπο 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 όταν διαιρείται με το 10.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διακρίνουν τις έννοιες διαιρέτης ενός αριθμού και πολλαπλάσιο ενός αριθμού.
- ▶ Να κατανοήσουν τα κριτήρια διαιρετότητας του 2 (άρτιοι αριθμοί), του 5 (όσοι τελειώνουν σε 5 ή 0) και του 10 (όσοι τελειώνουν σε 0).
- ▶ Να χρησιμοποιούν κριτήρια διαιρετότητας για να λύνουν απλά προβλήματα καθημερινότητας.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τον τύπο της ευκλείδειας διαίρεσης ($\Delta = \pi \cdot \delta + \upsilon$) για επαλήθευση.
- ▶ Να χειρίζονται τον πίνακα του πολλαπλασιασμού.
- ▶ Να κατανοούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως αντίστροφες πράξεις.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Δίνουμε στα παιδιά κόλλες Α4. Ζητάμε να βρουν 1 αριθμό μικρότερο του 50 και μεγαλύτερο του 20 που:

- Α) διαιρείται με το 2,
- Β) διαιρείται με το 5,
- Γ) διαιρείται με το 10,
- Δ) διαιρείται και με το 2, 5, 10.

Συζητάμε στην τάξη τη στρατηγική που ακολούθησαν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος:

Αριθμοί και πράξεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Τα κριτήρια διαιρετότητας άλλων αριθμών.
- Ο τύπος της ευκλείδειας διαίρεσης.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Πίνακας πολλαπλασιασμού, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επιστημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ, δ Εμπέδωση Εργασίες ε, στ του Τ.Μ.
Φάση στ	Εμπέδωση – Επέκταση Εργασίες ζ, η του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Ξεκινάμε με τη δραστηριότητα ελέγχου. Κατόπιν τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Εργάζονται ομαδικά. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και συμπληρώνουν τις στρατηγικές των πρωταγωνιστών.

Τους ζητάμε να δώσουν ένα παράδειγμα μιας διαίρεσης που αφήνει υπόλοιπο, λόγω χάρη: $13 : 2 = 6$ και υπόλοιπο 1. Παρατηρούν τη σχέση του υπολοίπου (1) με το πλήρο (2). Γιατί είναι το υπόλοιπο μικρότερο; Συζητάμε: μπορούμε να γενικεύσουμε και να βρούμε με τον ίδιο τρόπο τα πιθανά υπόλοιπα διαιρέσεων αριθμών με το 5;

Εργάζονται με τον αριθμό 11.555. Βρίσκουν ότι διαιρείται ακριβώς με το 5 ($10.000:5=2.000$, $1.000:5=200$, $500:5=100$, $55:5=11$) όχι όμως με το 2.

Εξηγούν τι υπόλοιπο μπορεί να αφήνει η διαίρεση του 11.555 με το 10, 100, 1.000.

Γράφουμε στον πίνακα τις απαντήσεις των παιδιών.

Εργασία 1 του Β.Μ. Παρατηρούν το συλλογισμό και τον συνεχίζουν. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Μετά από συζήτηση στην τάξη καταλήγουμε στα λόγια του Σαίτα.

Μπορούμε να κάνουμε αντίστοιχα συμπεράσματα για το 2 και το 10.

Εργασία 2 του Β.Μ. Εξηγούν πώς συμπληρώνουν τον πίνακα κάθε φορά.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Εργασία β του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν (π.χ. αν ήταν 2, θα χωρούσε ακόμη μία φορά. Αν ήταν 3, θα χωρούσε ακόμη 1 φορά και το υπόλοιπο θα ήταν 1. Δίνουν παράδειγμα σε μονοψήφιους ή διψήφιους αριθμούς). Μπορεί να ακολουθήσει την εργασία 1 του Β.Μ.

Εργασία γ του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει παιχνίδι στην τάξη, εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες και εξηγούν πώς σκέφτηκαν, π.χ.: μέχρι το 10 το 2 έχει πιο πολλά πολλαπλάσια γιατί τα βήματα που κάνουμε είναι πιο μικρά από τα βήματα με το 5 ή το 10. Ανάλογα σκεφτόμαστε για το 100, 1.000, 100.000, 1.000.000.

Εργασία ε του Τ.Μ. Φτιάχνουμε κάθε φορά αριθμογραμμή στον πίνακα ώστε να δουν τα παιδιά τους αριθμούς που ψάχνουν.

Εργασία στ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση στον πίνακα. Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες. Έχουν την αριθμομηχανή τσέπης και προσπαθούν να καταλήξουν στον αριθμό που ζητείται (το 5).

Εργασία ζ του Τ.Μ. Λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Μοντελοποιούν με δεντροδιάγραμμα, πίνακα, ζωγραφική (δε σχεδιάζουν 450 φυτά, αλλά στις σειρές που φτιάχνουν βάζουν τους αριθμούς των φυτών που θα φυτέψει ο γεωργός).

Υπάρχουν πολλοί τρόποι να λυθεί το πρόβλημα. Παραδείγματα:

- 3 σειρές από 150 φυτά, σε κάθε σειρά, οπότε θα φυτέψει 50 από κάθε είδος.
- 50 σειρές από 90 φυτά, οπότε θα φυτέψει 30 από κάθε είδος.
- 10 σειρές από 45 φυτά, οπότε θα φυτέψει 15 φυτά από κάθε είδος.

Εργασία η του Τ.Μ. Μπορεί να αποτελέσει συνέχεια της εργασίας δ του Τ.Μ. Κάνουν δοκιμές: 1×96 , 2×48 , 3×32 , 4×24 , 6×10 , 8×12 .

Από τους αριθμούς αυτούς που είχαν γινόμενο 96, αυτοί που έχουν άθροισμα 28 είναι οι: 4, 24. Ελέγχουν αν το πηλίκο τους είναι 6.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▮ Οι εργασίες α, δ, στ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▮ Χρησιμοποιούμε τους πίνακες πολλαπλασιασμού από το Παράρτημα. Τα παιδιά χρωματίζουν με διαφορετικό χρώμα τα πολλαπλάσια του 2, του 5 και του 10.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, γ, δ, ζ, η του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 38ο «Κοινά Πολλαπλάσια, Ε.Κ.Π.»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να λύνουν προβλήματα που απαιτούν την εύρεση κοινών πολλαπλασίων ή το Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να βρίσκουν τα κοινά πολλαπλάσια χρησιμοποιώντας την προπαίδια, την αριθμογραμμή, τον πίνακα πολλαπλασίων, τον υπολογισμό με αφητηρία το μεγαλύτερο από τους δοθέντες αριθμούς.
- ▶ Να χρησιμοποιούν την έννοια της διαιρετότητας στον έλεγχο του Ε.Κ.Π. ή των Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.
- ▶ Να κατανοούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως αντίστροφες πράξεις.
- ▶ Να μπορούν να βρίσκουν τα πολλαπλάσια ενός ή περισσότερων αριθμών και να σχηματίζουν πίνακα πολλαπλασίων.
- ▶ Να μπορούν να συμπληρώνουν την αριθμογραμμή και να αναγνωρίζουν ελλείψεις αριθμητικές ακολουθίες.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά σε κόλλες Α4 ή στο πρόχειρό τους συνεχίζουν τις αριθμητικές ακολουθίες που γράφουμε στον πίνακα. Οι ακολουθίες είναι πολλαπλάσια αριθμών π.χ.: Να βρεθούν οι επόμενοι 5 όροι σε κάθε αριθμητική αλυσίδα:

- 14, 21, 28, ...
- 21, 24, 27, ...
- 16, 20, 24, ...

Εξηγούν πώς βρήκαν τους επόμενους όρους σε κάθε αριθμητική ακολουθία (κανόνας).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μετατροπή ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα με τη χρήση του Ε.Κ.Π.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Πολιτικός χάρτης της Ελλάδας, αριθμογραμμή, πίνακας δεδομένων, ρολόι, ετήσιο ημερολόγιο.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ, δ, Εμπέδωση Εργασίες ε, στ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ζ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Δείχνουμε στο χάρτη την Εγνατία οδό και εξηγούμε με λίγα λόγια την ιστορία (οι ρωμαϊκές οδοί στη Βαλκανική χερσόνησο, ο ρόλος τους στην ανάπτυξη της Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας, η σημασία του εμπορίου στην ανακάλυψη ενός κράτους).

Πάνω στην «οδό» σημειώνουν τις στάσεις που ζητούνται. Χρησιμοποιούν άλλο χρώμα ή σημάδι για κάθε είδος στάσης (ΣΕΑ, χώρο στάθμευσης, τηλεφωνικός θάλαμος). Συζητάμε για τη χρησιμότητα των συγκεκριμένων στάσεων σε μια εθνική οδό. Εκτιμούν τότε 2 διαφορετικές στάσεις θα συμπέσουν (στο ίδιο χιλιόμετρο). Συμπληρώνουν τον πίνακα και κυκλώνουν τα χιλιόμετρα όπου θα συνυπάρχουν και οι 3 διαφορετικές στάσεις. Τα επόμενα ερωτήματα για την οικογένεια του Γιάννη αποτελούν εμπέδωση της έννοιας των κοινών πολλαπλασίων. Διαβάζουν τον Σαΐτα.

Τα παιδιά καλούνται να δώσουν παράδειγμα Ε.Κ.Π. χρησιμοποιώντας τις 3 αριθμητικές αλυσίδες που συμπλήρωσαν κατά την δραστηριότητα ελέγχου. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Βρίσκουν πολλαπλάσια του 2, του 5 και του 10. Τα παροτρύνουμε να παρατηρήσουν τι συμβαίνει με τα πολλαπλάσια του 10 (όσοι αριθμοί είναι πολλαπλάσια του 10 είναι και του 2 και του 5). Συζητάμε αν ισχύει για άλλους αριθμούς το ίδιο πράγμα, δηλαδή τα πολλαπλάσια ενός μεγάλου αριθμού αν είναι ταυτόχρονα πολλαπλάσια και άλλων μικρότερων. Φέρνουμε παράδειγμα: τους αριθμούς 3, 4, 12 ή τους αριθμούς 3, 16, 20.

Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες στο πρόχειρό τους ή σε κόλλα Α4 και δείχνουν στον πίνακα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία γ του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Αναλύουν τον αριθμό 60 σε γινόμενο παραγόντων και βρίσκουν ποιοι αριθμοί μπορούν να έχουν Ε.Κ.Π. το 60.

Λόγου χάρη: 1×60 , 2×30 , 3×20 , 4×15 , 5×12 , άρα Ε.Κ.Π. (15, 4, 12).

Με ανάλογο τρόπο εργάζονται για το Ε.Κ.Π. που είναι μικρότερο του 50, π.χ. το 45:

1×45 , 3×15 , 5×9 , άρα Ε.Κ.Π. (3, 15, 9) είναι το 45.

Υπάρχουν πολλές διαφορετικές λύσεις. Τις αποδεχόμαστε αρκεί να εξηγήσουν τα παιδιά πώς σκέφτηκαν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Αν ο αριθμός των παιδιών το επιτρέπει, γίνεται βιωματική στο προαύλιο του σχολείου. Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εποπτικό υλικό (ξυλάκια αριθμησης, όσπρια, καπάκια κτλ.). Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Εξηγούν αν συμφωνούν ή όχι με την άποψη της Θεοδώρας (με 3 τετράδες ή 4 τριάδες τα παιδιά είναι 12, οπότε είναι 2 εξάδες ενώ το 18 δεν είναι πολλαπλάσιο του 4).

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Υπολογίζουν νοερά. Αν δυσκολεύονται, δείχνουμε στο ρολόι της τάξης τις αναχωρήσεις κάθε λεωφορείου. Τα παιδιά καταγράφουν σε πίνακα τις αναχωρήσεις και στη συνέχεια κυκλώνουν τις κοινές ώρες αναχώρησης.

Εργασία στ του Τ.Μ. Αν χρησιμοποιηθεί η αριθμογραμμή, προτεινόμενη διαμέριση ανά 250. Αλλιώς, χρησιμοποιούμε δεντροδιάγραμμα του 7.500 ή πίνακα.

Εργασία ζ του Τ.Μ. Είναι μια εργασία περισσότερο παιχνιδι-γρίφος για την εφαρμογή της έννοιας του Ε.Κ.Π. σε κλάσματα. Οι μαθητές θα προσεγγίσουν διαισθητικά το Ε.Κ.Π. σε μετατροπές κλασμάτων από ετερόνυμα σε ομώνυμα, το οποίο αποτελεί στόχο του επόμενου κεφαλαίου.

Έτσι: Ε.Κ.Π. (5, 4, 10) = 20, άρα το $5 \times 4 = 20$ ή ο κοινός παρονομαστής είναι τετραπλάσιος από τον παρονομαστή του κλάσματος $\frac{2}{5}$ κτλ.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Οι εργασίες δ, ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Δίνουμε τα παρακάτω προβλήματα στα παιδιά:
 - 1) «Ο Στέφανος τον Ιανουάριο πλήρωσε τους λογαριασμούς της ΔΕΗ, του ΟΤΕ και της Εταιρείας Ύδρευσης. Αν ο λογαριασμός του ΟΤΕ και της ΔΕΗ έρχονται κάθε δύο μήνες και ο λογαριασμός της Εταιρείας Ύδρευσης κάθε τρεις μήνες: Πόσες φορές αυτό το χρόνο θα πληρώσει ΟΤΕ και ΔΕΗ; Πόσες φορές αυτό το χρόνο θα πληρώσει και τους τρεις λογαριασμούς μαζί;»
 - 2) «Σε ένα πάτγουορκ (κάλυμμα ραμμένο από διαφορετικά κομμάτια υφάσματος) των 96 κομματιών για κάθε 8 κομμάτια λευκού υφάσματος ράβουμε 6 κομμάτια κόκκινου και 4 κομμάτια πράσινου υφάσματος. Πόσα κομμάτια από κάθε είδος θα έχει το πάτγουορκ;»

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ, στ, ζ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στο μάθημα της Ιστορίας και της Γεωγραφίας τα παιδιά βρίσκουν πληροφορίες για την Εγνατία οδό και τη σημασία της άλλοτε (ρωμαϊκή εποχή) και τώρα.

Κεφάλαιο 39ο «Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να συγκρίνουν, να προσθέτουν και να αφαιρούν ετερώνυμα κλάσματα, μετατρέποντάς τα σε ομώνυμα με χρήση ή οποιουδήποτε Κ.Π. των παρονομαστών τους ή του Ε.Κ.Π.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διακρίνουν σε ποιες πράξεις κλασμάτων είναι απαραίτητη η μετατροπή των ετερώνυμων σε ομώνυμα (πρόσθεση και αφαίρεση) και τότε όχι (στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση).
- ▶ Να μετατρέπουν ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές: Ε.Κ.Π., Κοινά Πολλαπλάσια των παρονομαστών, ισοδύναμα κλάσματα, μετατροπή σε δεκαδικούς, σε δεκαδικά κλάσματα.
- ▶ Να χρησιμοποιούν το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών για τη δημιουργία ισοδύναμων ομώνυμων κλασμάτων με τους μικρότερους δυνατούς όρους.
- ▶ Να παρατηρήσουν ότι μερικές φορές είναι πιο εύκολο να συγκρίνουν ποσότητες που εκφράζονται με ομώνυμα κλάσματα παρά με τους αντίστοιχους δεκαδικούς αριθμούς.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να βρίσκουν τα πολλαπλάσια ενός ή περισσότερων αριθμών.
- ▶ Να βρίσκουν τα Κ.Π. και το Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών.

- ▶ Να κατανοούν την έννοια των ισοδύναμων κλασμάτων και να χρησιμοποιούν με ευχέρεια τη συμβολική έκφραση ποσότητας με διαφορετικά ισοδύναμα κλάσματα.
- ▶ Να μετατρέπουν κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα στο πρόχειρό τους ή σε κόλλες Α4:

«Το σχολείο της Μαρίζας έχει 300 παιδιά. Τα 120 είναι αγόρια. Με ποια κλάσματα μπορούμε να εκφράσουμε το μέρος των παιδιών του σχολείου που είναι αγόρια και το μέρος των παιδιών που είναι κορίτσια; Δίνουμε όλες τις πιθανές απαντήσεις».

Τα παιδιά καλούνται να απλοποιήσουν τα κλάσματα $\frac{120}{300}$ και $\frac{180}{300}$ και να βρουν άλλα ισοδύναμα. Γράφουμε τις στρατηγικές των παιδιών και δεν τις σβήνουμε προκειμένου να γίνει συζήτηση (ερώτηση αφόρμησης).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, στατιστική, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Γράφημα (πίτα).

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χάρακας, λουρίδες από χαρτόνι μήκους 30 εκ.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών - Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματικό

Ύστερα από τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης. Στον πίνακα τα παιδιά παρατηρούν τους κλασματικούς αριθμούς που εκφράζουν

το μέρος των αγοριών και των κοριτσιών στο σχολείο της Μαρίζας ($\frac{120}{300}$ και $\frac{180}{300}$).

Παρατηρούν: $\frac{120}{300} = \frac{12}{30} = \frac{4}{10} = 0,4$ ή 40% ή $\frac{2}{5}$

$\frac{180}{300} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ ή $\frac{6}{10}$ ή 60% ή 0,6

Γράφουμε στον πίνακα $\frac{120}{300} + \frac{3}{5} =$. Ζητάμε από τα παιδιά να υπολογίσουν το άθροισμα.

Συζητάμε τις στρατηγικές τους και στη συνέχεια διαβάζουν και απαντούν την ερώτηση αφόρμησης.

Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και λένε με δικά τους λόγια το πρόβλημα. Παρατηρούν τα κλάσματα που εκφράζουν τα αποτελέσματα της έρευνας. Απλοποιούν τα 3 κλάσματα και συνεχίζουν με τα ερωτήματα. Εκτιμούν (διαισθητική προσέγγιση μέσα από το γράφημα).

Διαβάζουν τις σκέψεις των πρωταγωνιστών και τις συμπληρώνουν.

Παρατηρούν ότι πολλές φορές, πριν προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε ετερόνυμα κλάσμα-τα κρίνουμε αν χρειάζεται να τα απλοποιήσουμε, να τα μετατρέψουμε σε ισοδύναμα, σε δεκαδικά (ή δεκαδικούς αριθμούς ή ποσοστά), να βρούμε ένα κοινό πολλαπλάσιο ή το Ε.Κ.Π. Σκοπός του κεφαλαίου είναι να παρατηρήσουν τα παιδιά ότι μπορούν να χρησιμοποιήσουν την πιο αποτελεσματική στρατηγική για να διαχειριστούν ετερόνυμα κλάσματα ανάλογα με τα δεδομένα του προβλήματος. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Προτείνουν διαφορετικές στρατηγικές:

- Βρίσκουν το $\frac{1}{12}$ του 960 (80) και στη συνέχεια το $\frac{3}{10}$ του 960 (3×96). Αφαιρούν τα κομμάτια που έφτιαξαν από τα συνολικά κομμάτια
- Μετατρέπουν τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{10}$ σε ομώνυμα και βρίσκουν τι μέρος των συνολικών κομματιών αντιστοιχούν στα $\frac{23}{60}$ (368). Αφαιρούν τα κομμάτια που έφτιαξαν από τα συνολικά κομμάτια και υπολογίζουν έτσι ότι τα $\frac{37}{60}$ του παζι που είναι 532 κομμάτια, μένουν για να ολοκληρωθούν την 3η εβδομάδα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις Ενδεικτικές δραστηριότητες

Φάση α΄ Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία δ του Τ.Μ.

Φάση γ΄ Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία ζ του Τ.Μ.

Φάση ε΄ Εφαρμογή της νέας γνώσης Εργασία α, γ του Τ.Μ. Εμπέδωση Εργασίες ε, στ του Τ.Μ.

Έλεγχος: Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά σε φύλλα Α4 ή στο πρόχειρο. Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Γράφουμε στον πίνακα τις στρατηγικές. Κάνουμε ανάλυση λαθών και επανορθωτική διδασκαλία. Όταν τα ίδια τα παιδιά μπορούν να εξηγήσουν τα λάθη, δεν παρεμβαίνουμε. Όλα τα παιδιά συμμετέχουν στην ανάλυση των λαθών.

Δραστηριότητα-ανακάλυψη: Εργασία ζ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά σε φύλλα Α4. Προσεγγίζουν το πρόβλημα με ζωγραφική ή με διαχείριση κλασμάτων (προσθέτουν $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$). Καταλήγουν ότι αν η πίτσα είναι 1, τα παιδιά ήταν 3, αν οι πίτσες ήταν 2 τα παιδιά ήταν 6 κτλ.

Εργασία α του Τ.Μ. Βιωματική. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά κόβουν απλές λουρίδες (ίσες ανά δύο μεταξύ τους) και τις χωρίζουν σε 2, σε 5 ίσα μέρη (όπως και στο Τ.Μ.). Τα παιδιά εργάζονται με τουλάχιστον 2 στρατηγικές (π.χ. μετατρέπουν σε ομώνυμα ή σε δεκαδικούς).

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Εξηγούν τις στρατηγικές τους στον πίνακα.
Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2. Μπορούν αρχικά να διατάξουν τα κλάσματα από κάθε σάκο. Κάνουν επιλογές και τις επαληθεύουν με την ανάλογη πράξη μετατρέποντας τα ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα. Οι στρατηγικές μπορεί να είναι διαφορετικές.

Εργασία στ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική δραστηριότητα ελέγχου της 2ης διδακτικής ώρας. Τα παιδιά εργάζονται σε μισά φύλλα Α4 τα οποία κρατάμε στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης και προτείνουν τις λύσεις τους στον πίνακα.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις:

- ▷ Οι εργασίες α, ε και στ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, γ, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σχέδιο εργασίας: Τα παιδιά βρίσκουν πληροφορίες για τα αριθμητικά συστήματα στην ιστορία της ανθρωπότητας. (Το δεκαδικό και πώς ανακαλύφθηκε, το εξηνταδικό κτλ.). Ανακαλύπτουν τη σημασία των κλασμάτων στις μετρήσεις κατά την αρχαιότητα. Επίσης συζητάμε για το πότε ανακαλύφθηκαν οι δεκαδικοί αριθμοί και γιατί στην καθημερινή ζωή οι υπολογισμοί (αριθμομηχανή τσέπης κτλ.) δε γίνονται με κλάσματα αλλά με δεκαδικούς αριθμούς.

Κεφάλαιο 4ο «Διαχείριση πληροφορίας – Σύνθετα προβλήματα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να λύνουν σύνθετα προβλήματα χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Να μπορούν να ξεχωρίζουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος και να τα συνδυάζουν με τρόπο ώστε να βρίσκουν τα ενδιαμέσα ερωτήματα που υποβοηθούν την πορεία προς τη λύση.
- Να μπορούν να προσεγγίζουν τη λύση ενός προβλήματος με περίπλοκα αριθμητικά δεδομένα, αντικαθιστώντας τους αριθμούς με άλλους πιο μικρούς, προκειμένου να καταλήξουν στην πορεία της λύσης του προβλήματος.
- Να χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές επίλυσης ενός προβλήματος προκειμένου να επαληθεύουν τη λύση που έδωσαν χρησιμοποιώντας μια άλλη στρατηγική.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- Να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για την αξία θέσης ψηφίου σε ένα φυσικό αριθμό.
- Να κάνουν νοερούς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές, π.χ. μισό - διπλάσιο, αναγωγή στη μονάδα, ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλάσια, διαιρέτες και κριτήρια διαιρετότητας.
- Να αναγνωρίζουν τον κανόνα σε μια αριθμητική αλυσίδα.
- Να βρίσκουν το μέσο όρο.
- Να αποκωδικοποιούν πληροφορίες από εικόνα.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος:

Ζητάμε από τα παιδιά σε ομάδες να βρουν έναν αριθμό που:

- Έχει 6 ψηφία από τα οποία τα 3 είναι δεκαδικά.
- Το ψηφίο των μονάδων είναι το 0 και των χιλιοστών το 5.
- Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των δεκάδων.
- Το ψηφίο των δεκάδων είναι το μισό από το ψηφίο των εκατοστών.
- Όλα τα ψηφία είναι διαφορετικά μεταξύ τους.

Γράφουμε στον πίνακα τις λύσεις που πρότειναν τα παιδιά.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Μονάδες μέτρησης όγκου.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία.

Άδεια μπουκάλια για νερό του 1 λίτρου και πλαστικά ποτηράκια, *κάθετος άβακας*, αριθμομηχανή τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και συζητούν. Δίνουν παραδείγματα από τη δραστηριότητα ελέγχου: ποια δεδομένα ήταν «κρυφά» (τα ψηφία που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για δέκατα και εκατοστά ή για δεκάδες και εκατοντάδες, επειδή έχουν σχέση μισού – διπλάσιου, είναι: 1,2 ή 2,4 ή 3,6 ή 4,8. Δεν μπορούν όμως να συνυπάρχουν τα ζευγάρια 1,2 και 2,4, καθώς και 2,4 και 4,8 επειδή τα ψηφία του αριθμού είναι όλα διαφορετικά μεταξύ τους).

Διαβάζουν το πρόβλημα στη δραστηριότητα-ανακάλυψη και εργάζονται σε ομάδες των 4. Ζητάμε να εξηγήσουν το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Εξηγούν προφορικά τα δεδομένα και τα ζητούμενα (καταγράφουμε στον πίνακα τις προτάσεις τους). Συζητάμε με ποιον τρόπο μπορούμε να καταλάβουμε την πορεία της λύσης σε ένα πρόβλημα.

Ζητάμε να διηγηθούν το πρόβλημα πάλι, αλλά χρησιμοποιώντας ακέραιους αριθμούς μέχρι το 10. Παράδειγμα: «Στη γιορτή του σχολείου τα παιδιά παίρνουν μέρος σε δραστηριότητες: πρόγραμμα για το περιβάλλον 3 παιδιά, για το θέατρο 2 παιδιά και για τον αθλητισμό 3 παιδιά. Πόσα παιδιά συμμετείχαν στο πρόγραμμα των καλλιτεχνικών;»

Συζητάμε για τη χρησιμότητα της στρατηγικής να αντικαθιστούμε τα αριθμητικά δεδομένα ενός προβλήματος με άλλα πιο μικρά:

- Αναγνωρίζουμε τη δομή του προβλήματος.
- Αναγνωρίζουμε την πορεία επίλυσης του προβλήματος.
- Αναγνωρίζουμε τον τρόπο επαλήθευσης του προβλήματος.
- Μπορούμε να φτιάξουμε πρόβλημα με ανάλογη δομή.

Συζητάμε στη συνέχεια ποιες στρατηγικές επίλυσης τους φαίνονται πιο εύκολες και ποιες πιο μπερδεμένες. Τα παιδιά εργάζονται στο βιβλίο τους με τις στρατηγικές που τους διευκολύνουν. Τις παρουσιάζουν στην τάξη. Αναδεικνύουμε στον πίνακα τις στρατηγικές των παιδιών. Κάθε ομάδα ελέγχει και καταγράφει μια διαφορετική στρατηγική από τη δική της ως τρόπο επαλήθευσης της λύσης που έδωσε (αν δεν έχει βρει δεύτερη στρατηγική).

Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική με κάθετο άβακα. Τα παιδιά εξηγούν το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Τους ζητάμε να διηγηθούν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας έναν πολύ μικρότερο αριθμό, π.χ.: 2. Συζητάμε τις στρατηγικές των παιδιών. Η επίλυση είναι απλή αν εξηγήσουν τότε το $\frac{1}{5}$ ($\frac{2}{10}$) της μονάδας γίνεται ολόκληρη μονάδα:

$5 \times \frac{1}{5}$. Με τον ίδιο τρόπο, αν το $\frac{1}{5}$ το πάρουμε 50 φορές θα έχουμε 1 δεκάδα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Επαληθεύουν με την αριθμομηχανή τσέπης.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 4 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία 3 του Β.Μ. και α, γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση Εργασία δ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών

Έλεγχος: Εργασία 2 του Β.Μ. Ζητάμε από τα παιδιά να διηγηθούν με δικά τους λόγια το πρόβλημα. Αν τα παιδιά δε γνωρίζουν για την αριθμηση των σπιτιών στους δρόμους τα ενημερώνουμε (διαθεματική προσέγγιση: τα μαθηματικά στη ζωή μας, επαγγέλματα που απαιτούν γνώσεις μαθηματικών κτλ.).

Τα παιδιά εργάζονται. Αν η αριθμηση ξεκινάει από το 118, θα τελειώνει στο 166. Τα σπίτια θα είναι συνολικά $166 - 118 = 49 (+1)$. Αν η αριθμηση ξεκινάει από το 117, θα τελειώνει στο 166. Θα μπορούσε όμως να ξεκινάει η αριθμηση από κάποιο άλλο αριθμό (π.χ. 121) γιατί συνήθως τα σπίτια που βρίσκονται απέναντι δεν έχουν ακριβώς τον επόμενο αριθμό. Ο συνολικός αριθμός των σπιτιών όμως δεν αλλάζει.

Εργασία 4 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική, εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι μέσα στην τάξη. Αρχικά τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι ξεκινώντας από το 1. Καταγράφουμε στον πίνακα τις λύσεις των παιδιών (τα παιδιά παίζουν όλα μαζί, σπκώνοντας το χέρι τους για να μιλήσουν). Στη συνέχεια χωρίζουμε τα παιδιά σε ομάδες και τα αφήνουμε να παίζουν το παιχνίδι σημειώνοντας τους αριθμούς που υπολόγισαν παίζοντας εκ περιτροπής (συνολικά διπλασιάζουν 12 φορές διαδοχικά ξεκινώντας από τον αρχικό αριθμό). Παράδειγμα: Αν το πρώτο παιδί πει 1, το δεύτερο παιδί θα πει $1 \times 2 = 2$. Στη συνέχεια τα επόμενα παιδιά θα πουν: $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $8 \times 2 = 16$, $16 \times 2 = 32$, $32 \times 2 = 64$, $64 \times 2 = 128$, $128 \times 2 = 256$, $256 \times 2 = 512$, $512 \times 2 = 1.024$. Το δωδέκατο παιδί θα πει $1.024 \times 2 = 2.048$. Αν δεν πάρουν τον αριθμό 1 αλλά τον αριθμό 9, θα φτάσουν στο μεγαλύτερο αριθμό που μπορούν με αυτό τον τρόπο. Τα παιδιά μπορεί να εκτιμήσουν αρχικά, πολλαπλασιάζοντας το προηγούμενο αποτέλεσμα με το 9:

- Το αποτέλεσμα θα είναι 9×4.096 υπολογίζοντας $9 = 9 \times 1$.
- Το αποτέλεσμα θα είναι $(10 \times 4.096) - (1 \times 4.096)$ γιατί το $9 = (10 - 1)$.

Ελέγχουν:

- Ο πρώτος αριθμός θα είναι 9 και μετά $9 \times 2 = 18$, $18 \times 2 = 36$, $36 \times 2 = 72$, $72 \times 2 = 144$, $144 \times 2 = 288$, $288 \times 2 = 576$, $576 \times 2 = 1.152$ μέχρι το δωδέκατο παιδί να φτάσει στο 18.432 ή
- $9 \times 2 = (10 - 1) \times 2 = 20 - 2 = 18$, $18 \times 2 = (20 - 2) \times 2 = 40 - 4 = 36$, $36 \times 2 = (40 - 4) \times 2 = 80 - 8$ μέχρι το δωδέκατο παιδί να φτάσει στο 18.432

Στο δεύτερο ερώτημα, για να βρουν το μεγαλύτερο αποτέλεσμα με ανάλογο τρόπο, θα πρέπει να ξεκινήσουν με το 99, δηλαδή να πολλαπλασιάσουν το αρχικό αποτέλεσμα με το 99.

Ελέγχουν την εκτίμησή τους $99 \times 2 = (100 - 1) \times 2 = 200 - 2 = 198$, $198 \times 2 = (200 - 2) \times 2 = 400 - 4 = 396$, $396 \times 2 = (400 - 4) \times 2 = 800 - 8 = 792$, $792 \times 2 = (800 - 8) \times 2 = 1.600 - 16 = 1.584$, $1.584 \times 2 = (1.600 - 16) \times 2 = 3.200 - 32 = 3.168$, $3.168 \times 2 = (3.200 - 32) \times 2 = 6.400 - 64 = 6.336$, $6.336 \times 2 = (6.400 - 64) \times 2 = 12.800 - 128 = 12.672$, $12.672 \times 2 = (12.800 - 128) \times 2 = 25.600 - 256 = 25.344$, $25.344 \times 2 = (25.600 - 256) \times 2 = 51.200 - 512 = 50.688$ κ.ο.κ.

Καταγράφουμε στον πίνακα τους πολλαπλασιασμούς που κάνουν τα παιδιά.

Τα παιδιά χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή τσέπης. Σκοπός της εργασίας είναι να αντιληφθούν την πιθανή διαφορά της αρχικής τους εκτίμησης με το αποτέλεσμα. Συζητάμε: ποιοί αριθμοί προκύπτουν αν: α) ξεκινήσουμε από το 9 β) ξεκινήσουμε από το 99.

Εργασία 3 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Πρέπει κατ' αρχήν να αναγνωρίσουν ότι ο αριθμός 12.600.500 είναι πολλαπλάσιο του 500. Χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή τσέπης για να επαληθεύουν τους υπολογισμούς τους. Λόγου χάρη:

- Με 1 ψηφίο: 5,2 (κριτήρια διαιρετότητας).
- Με 2 ψηφία: 10, 20, 50 (διαιρούν το 500, άρα και τους υπόλοιπους αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 500).
- Με 3 ψηφία: 100, 250, 500 (διαιρούν το 500, άρα και όλους τους άλλους που είναι πολλαπλάσια του 500).

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική.

Τα παιδιά σε ομάδες των 4 ή ατομικά (αν είναι λίγα τα παιδιά) εργάζονται με το εποπτικό υλικό: Στα 5 πλαστικά ποτηράκια μοιράζουν εξίσου τα $\frac{975}{1.000}$ του λίτρου

(μπορούμε να μετρήσουμε τα $\frac{25}{1.000}$ του λίτρου με κουταλάκι από φάρμακα ($\frac{5}{1.000}$ του

λίτρου είναι ένα κουταλάκι). Σε κάθε ποτήρι βάλουμε $975 : 5 = \frac{195}{1.000}$ του λίτρου.

Επαναλαμβάνουν με 10 ποτηράκια. Η ποσότητα είναι η μισή σε κάθε ποτήρι, δηλ.

$975 : 10 = \frac{97,5}{1.000}$ του λίτρου σε κάθε ποτήρι. Επαληθεύουν με πολλαπλασιασμό.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και εκτιμούν. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Αν ελέγξουν πόσοι ρόμβοι είναι χρωματισμένοι σε κάθε περίπτωση σε σχέση με το σύνολο των ρόμβων που υπάρχουν γρήγορα μπορούν να καταλήξουν διαισθητικά στο συμπέρασμα ότι πιο πολλά χρωματιστά πλακάκια υπάρχουν στη δεύτερη επιφάνεια.

Αν τα παιδιά εργαστούν με κλάσματα: $\frac{10}{22}$ (10 στα 22 πλακάκια είναι χρωματισμένα) και

αντίστοιχα $\frac{8}{14}$ (8 στα 14 πλακάκια είναι χρωματισμένα). Αναδεικνύουμε τη σημασία της μονάδας αναφοράς.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή σε ομάδες των 2. Πρέπει να παρατηρήσουν ότι το κλάσμα δείχνει το χρωματισμένο μέρος της συνολικής επιφάνειας κάθε φορά. Άρα, πρέπει να ανακαλύψουν

τον κανόνα που κρύβεται στην αριθμητική αλυσίδα: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{14}$ δηλαδή:

- 1 λευκό - 1 χρωματισμένο
- (1+2) 3 λευκά - 2 χρωματισμένα
- (1+2+3) 6 λευκά - 3 χρωματισμένα
- (1+2+3+4) 10 λευκά - 4 χρωματισμένα
- (1+2+3+4+5) 15 λευκά - 5 χρωματισμένα

Τα παιδιά εκτιμούν σε ποιο κλάσμα μπορούν να φτάσουν αν συνεχίσουν με τον ίδιο τρόπο.

Επαληθεύουν με ζωγραφική.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Οι εργασίες 1, 4 του Β.Μ. και α, δ του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- Τα παιδιά φτιάχνουν σε κόλλες Α4 προβλήματα ανάλογα με αυτά που συναντούν στο κεφάλαιο και προτείνουν τη λύση τους. Παίρνουμε το πρόβλημα που πρότεινε κάθε ομάδα και το δίνουμε σε άλλες ομάδες να το λύσει. Στο τέλος, για κάθε πρόβλημα, αναδεικνύουμε στον πίνακα τις λύσεις που πρότειναν οι ομάδες. Γίνεται συζήτηση στην τάξη για τις στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων και τον τρόπο επαλήθευσής τους. Κρατάμε τα προβλήματα των παιδιών στην τράπεζα προβλημάτων της τάξης.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 2 του Β.Μ., α, γ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

• Σχέδιο εργασίας: «Τα μαθηματικά στην καθημερινή ζωή: Ποια επαγγέλματα χρειάζονται μαθηματικές γνώσεις, πού χρησιμοποιούμε τα μαθηματικά, τους αριθμούς, τα μοτίβα, τη συμμετρία κτλ. στην καθημερινότητα».

Τα παιδιά αναγνωρίζουν τους αριθμούς στις διευθύνσεις των σπιτιών, στον αριθμό τηλεφώνου, στις πινακίδες των αυτοκινήτων, στις σημάσεις των εθνικών οδών, σε σήματα της τροχαίας, σε τιμές προϊόντων, στην ώρα, στα δρομολόγια μεταφορικών μέσων, στον υπολογισμό των εξόδων σε μια οικογένεια, στον προϋπολογισμό κρατικών έργων, στους φόρους κτλ.

Βρίσκουν πληροφορίες από έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό. Παρουσιάζουν επαγγέλματα που απαιτούν μαθηματικές γνώσεις, π.χ.: γιατρός, αρχιτέκτονας, μάγειρας, αρχαιολόγος κτλ.

• Στη Γλώσσα και στη λογοτεχνία διαβάζουν σχετικά κείμενα. Έρχονται σε επαφή με επαγγελματίες, τους παίρνουν συνέντευξη, συζητούν για το μαθηματικό αλφαριθμητικό και τη σημασία του στη μελλοντική τους ζωή.

Κεφάλαιο 41ο «Είδη γωνιών»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διακρίνουν τα είδη των γωνιών, να συγκρίνουν και να φτιάχνουν γωνίες.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Να μην ταυτίζουν τη γωνία με τις πλευρές της ή την κορυφή, αλλά με το «άνοιγμα».
- Να συγκρίνουν τις γωνίες ως προς την ορθή με χρήση του γνώμονα και του μοιρογμωνίου.
- Να χρησιμοποιούν το μοιρογμωνίο για να μετρούν και να φτιάχνουν γωνίες.
- Να ονομάζουν γωνίες χρησιμοποιώντας τα μικρά γράμματα της αλφαβήτας και να χρησιμοποιούν σωστά την ορολογία που αφορά τις γωνίες.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- Να γνωρίζουν την έννοια της γωνίας (κορυφή, πλευρές) και να αναγνωρίζουν γωνίες σε πολύγωνα.

- ▶ Να διακρίνουν την ορθή γωνία σε γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να χρησιμοποιούν το γνώμονα για τον έλεγχο ή την κατασκευή ορθής γωνίας.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Δίνουμε στα παιδιά μιλιμετρέ χαρτί. Με το χάρακα ή το γνώμονα σε ομάδες των 2, φτιάχνουν μία τεθλασμένη γραμμή με 4 κορυφές.

Ζητάμε να χρωματίσουν τις γωνίες και να βρουν αν έχουν φτιάξει γωνίες μικρότερες ή μεγαλύτερες από την ορθή. Συζητάμε στην τάξη για την έννοια της γωνίας. **Δε διδάσκουμε τα είδη των γωνιών σε αυτή τη φάση.** (γνωρίζουν την ορθή από τη Δ΄ Τάξη). Παίρνουμε τις κόλλες των παιδιών. Παρατηρούμε αν έχουν αναγνωρίσει όλες τις γωνίες (κυρτές και μη κυρτές).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Μονάδες μέτρησης χρόνου και οι μετατροπές τους.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Κόλλες Α4 (άσπρες ή χρωματιστές), σπαστό μέτρο, λουρίδες από χαρτόνι και διπλό-καρφα, γνώμονας, μοιρογνωμόνιο, συρραπτικό, ρολόι τοίχου.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν και απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Προσεγγίζουν την απάντηση διαισθητικά. Φτιάχνουν σε ομάδες (των 2 ή των 4) μια βεντάλια με χαρτί (μπορεί να έχει φτιάξει κάθε παιδί τη δική του σε προηγούμενη ώρα: διπλώνουμε κατά μήκος ή κατά πλάτος μία κόλλα Α4 σε ίσα παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα και στη συνέχεια διπλώνουμε στη μέση ώστε να σχηματιστεί μια βεντάλια. Με το συρραπτικό ενώνουμε τα 2 επιμέρους μέρη της βεντάλιας κατά μήκος και σταθεροποιείται το άνοιγμά της).

Τα παιδιά μπορούν να συγκρίνουν τις βεντάλιες τους μεταξύ τους ή με εκείνες των πρωταγωνιστών, όπως αυτές παρουσιάζονται στη δραστηριότητα-ανακάλυψη.

Συζητάμε ποιες βεντάλιες έχουν μεγαλύτερο άνοιγμα ή σχηματίζουν μεγαλύτερη γωνία.

Δεν αυξομειώνουμε το άνοιγμα κάθε βεντάλιας προκειμένου να τις μετρήσουμε (ανάλογα με τις διπλώσεις, το άνοιγμα είναι συγκεκριμένο).

Συζητάμε για την έννοια της γωνίας. Τα παιδιά ενώνουν βεντάλιες για να φτιάξουν έναν κύκλο: έχουν φτιάξει γωνία με άνοιγμα 360 μοίρες. Ενώνουν βεντάλιες για να φτιάξουν γωνία 180 μοίρες, 90 μοίρες, γωνία μεγαλύτερη της ορθής, μικρότερη της ορθής. Δείχνουμε αντίστοιχα με το μοιρογνωμόνιο (το βάζουμε πάνω από τις γωνίες που φτιάχνουν τα παιδιά και βλέπουν τις μοίρες). **Για τη γωνία των 360 μοιρών τα παιδιά χρησιμοποιούν 2 μοιρογνωμόνια.**

Τα παιδιά χρωματίζουν τις γωνίες στη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Αναγνωρίζουν ανάλογες γωνίες σε αντικείμενα στην τάξη. **Δείχνουμε σε όλα τα παιδιά τη χρήση του μοι-**

ρογωνομνίου στον πίνακα με το αντίστοιχο μοιρογωνμόνιο της τάξης. Ελέγχουν με το μοιρογωνμόνιο τις γωνίες που εκτίμησαν ως αμβλείες ή οξείες.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες των 2. Ελέγχουμε τις προσπάθειές τους. Φτιάχνουν τη γωνία με άνοιγμα 135 μοίρες σε κόλλα Α4. Ζητάμε από τα παιδιά να περιγράψουν τον τρόπο που την κατασκεύασαν.

Εργασία 2 του Β.Μ. Σκοπός της εργασίας είναι να διακρίνουν τα παιδιά τη γωνία ως μέρος του επιπέδου. Συγκρίνουν τις δύο γωνίες μετρώντας με το μοιρογωνμόνιο.

Στην κόλλα Α4 που έφτιαξαν τη γωνία των 135 μοιρών, τους ζητάμε να φτιάξουν δύο ορθές γωνίες με τέτοιο τρόπο ώστε οι πλευρές της μιας να είναι διπλάσιες από τις πλευρές της άλλης. Συγκρίνουν τις γωνίες. Συζητάμε στην τάξη για τα ευρήματά τους.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασίες α, β, γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και εξηγούν στην τάξη τα αποτελέσματα της εργασίας τους. **Ελέγχουμε αν όλα τα παιδιά ξέρουν να χρησιμοποιούν το μοιρογωνμόνιο για να μετρούν γωνίες.**

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά πειραματίζονται με το ρολόι του τοίχου σε ομάδες ή ζωγραφίζοντας σε χαρτί. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία σε πολλές θέσεις, π.χ.: 1 και 20, 2 και 25, 3 και μισή. **Δε διδάσκουμε την ώρα και τις μετατροπές των μονάδων μέτρησης χρόνου. Στόχος της εργασίας είναι να βρουν μερικές θέσεις των δεικτών του ρολογιού που σχηματίζουν ορθή γωνία, στα πλαίσια αναγνώρισης των γωνιών στην καθημερινή ζωή.**

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. **Σκοπός της εργασίας είναι η αναγνώριση γωνιών σε σύνθετο σχήμα.** Συζητάμε στην τάξη για τις γωνίες που είναι μεγαλύτερες από την ορθή και μικρότερες από την ορθή. Εξηγούν πώς εκτίμησαν και αν επαληθεύτηκαν οι εκτιμήσεις τους. Τις ονομάζουν.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Οι εργασίες δ, ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- Χρησιμοποιούμε σπαστό μέτρο για να φτιάξουμε γωνίες.
- Χρησιμοποιούμε χάρτινες λουρίδες που είναι ενωμένες με διπλόκαρφα. Τα παιδιά αναγνωρίζουν γωνίες ανοιγοκλείνοντας το άνοιγμα που δημιουργούν οι 2 λουρίδες. Τις μετρούν με το γνώμονα και το μοιρογωνμόνιο.
- Ως δραστηριότητα ελέγχου: Ζητάμε από τους μαθητές να δείξουν διαφορετικές γωνίες μέσα στην αίθουσα και να προσπαθήσουν να δώσουν έναν ορισμό. Δίνεται έμφαση στο ότι γωνία δε θεωρείται η κορυφή, αλλά το άνοιγμα δύο ημιευθειών με κοινή κορυφή, καθώς επίσης και στο ότι, εκτός από την «εσωτερική», υπάρχει και η «εξωτερική» γωνία.

Αφού αποσαφηνιστεί η έννοια της γωνίας, ζητάμε από τους μαθητές να ονομάσουν διαφορετικά είδη γωνιών και να τα ορίσουν (σε σχέση με την ορθή) και, στη συνέχεια, να σχεδιάσουν μία ορθή, μία οξεία και μία αμβλεία σε τετραγωνισμένο χαρτί. Η ορθή είναι απαραίτητο να οριστεί ως η γωνία που σχηματίζεται από δύο ημιευθείες κάθετες μεταξύ τους και να σχεδιαστεί στο τετραγωνισμένο χαρτί με χρήση του γνώμονα και όχι του χάρακα, ώστε να προετοιμαστούν οι μαθητές για τη σωστή τοποθέτηση του γνώμονα στις διαδικασίες ελέγχου γωνιών που θα ακολουθήσουν.

- Τα παιδιά αναγνωρίζουν γωνίες σε γεωμετρικά σχήματα, στα γράμματα της αλφαβήτας, σε αντικείμενα στην τάξη.
- Τα παιδιά δείχνουν με το σώμα τους γωνίες (διαθεματική δραστηριότητα με τη γυμναστική: σκύβουν, διπλώνουν τον αγκώνα τους, το γόνατό τους κτλ.).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, ε, του T.M.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σχέδιο εργασίας «Η γεωμετρία στην τέχνη: οι γωνίες, τα γεωμετρικά σχήματα και οι τετλασμένες γραμμές σε αντικείμενα καθημερινότητας από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα».

Κεφάλαιο 42ο «Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διακρίνουν τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να χρησιμοποιούν τη σωστή ορολογία που αφορά τα τρίγωνα ως προς τις γωνίες τους.
- ▶ Να γνωρίζουν τα είδη γωνιών που περιέχονται σε κάθε διαφορετικό είδος τριγώνου.
- ▶ Να γνωρίζουν ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180 μοίρες και να εφαρμόζουν τη γνώση αυτή σε προβλήματα.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσ απαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Η έννοια της γωνίας.
- ▶ Να διακρίνουν τα είδη γωνιών.
- ▶ Να μετρούν και να συγκρίνουν γωνίες με το μοιρογνωμόνιο.
- ▶ Να χρησιμοποιούν το τάγκραμ.

Έλεγχος: Δίνουμε στα παιδιά μία κόλλα A4 ή εργάζονται στο πρόχειρό τους. Χαράζουν μία ορθή γωνία. Φροντίζουμε να υπενθυμίσουμε πώς χαράζουμε κάθετες ημιευθείες με τη χρήση του γνώμονα και το χάρακα, αν τα παιδιά δυσκολεύονται. Στη συνέχεια φτιάχνουν ένα τρίγωνο που έχει ως μια από τις 3 γωνίες του τη γωνία που έφτιαξαν. Μετρούν με το μοιρογνωμόνιο και καταγράφουν τις άλλες 2 γωνίες του τριγώνου. Συζητάμε στην τάξη για τα αποτελέσματα της εργασίας τους.

4. Διαφορετικά πλαίσια που αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Ισοσκελή τρίγωνα, ισόπλευρα τρίγωνα, σκαληνά τρίγωνα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Κόλλες A4, ψαλίδι, χάρακας/γνώμονας, μοιρογνωμόνιο, χρωματιστά μολύβια, τάγκραμ, γεωμετρικά σχήματα (από το Παράρτημα).

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσ απαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε του T.M.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του T.M.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματικό

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν και απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Τα παιδιά κόβουν, σε ομάδες των 2 ή των 4, την κόλλα Α4 όπως περιγράφεται, καθώς και το τραπέζιο (από το Παράρτημα) με τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε ομάδα να έχει τα 4 τρίγωνα. (Αν υπάρχει η δυνατότητα, σε προηγούμενη ώρα κάθε παιδί να έχει κόψει τα σχήματα, ώστε να τα έχει μπροστά του.)

Συνεργάζονται και απαντούν στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Συγκρίνουν τα τρίγωνα βάζοντας το ένα ακριβώς πάνω στο άλλο. Συζητάμε για τα αποτελέσματα της εργασίας τους. Συμπληρώνουν τους 2 πίνακες.

Τα παιδιά καλούνται να δώσουν διαισθητικά τον ορισμό του αμβλυγώνιου, ορθογώνιου και οξυγώνιου τριγώνου. Απαντούν στη συνέχεια στην ερώτηση αφόρμησης: Γιατί ένα τρίγωνο δεν μπορεί να έχει 2 ορθές ή 2 αμβλείες γωνίες; Συμπληρώνουν την εργασία του Σαΐτα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και εξηγούν στην τάξη τα αποτελέσματα της εργασίας τους. Βρίσκουν χωρίς μοιρογνωμόνιο πόση είναι η τρίτη γωνία σε κάθε τρίγωνο εφαρμόζοντας το συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. Ελέγχουμε αν όλα τα παιδιά έχουν ευχέρεια στη μέτρηση γωνιών και αν μπορούν να εφαρμόσουν τη γνώση του συμπεράσματος. Αντί να μετρήσουν τις άλλες 2 γωνίες κάθε τριγώνου, μετρούν 1 γωνία και αφαιρούν από το 180 τις 2 γωνίες για να βρουν την 3η.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εκτιμούν και στη συνέχεια επαληθεύουν χαράζοντας τα τρίγωνα και μετρώντας με το μοιρογνωμόνιο τις γωνίες.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, βιωματική. Κόβουν από μία σελίδα Α4 ένα τετράγωνο (με τον τρόπο της δίπλωσης που γνωρίζουν). Διπλώνουν στη μέση το τετράγωνο ώστε να σχηματιστούν τα δύο τρίγωνα όπως στο σχήμα.

Τα παιδιά μπορούν να βρουν διάφορες στρατηγικές για να υπολογίσουν τις γωνίες. Λόγω χάρη, η διαγώνιος του τετραγώνου το χωρίζει σε 2 ίσα τρίγωνα (δισαισθητική προσέγγιση από συμμετρία), οπότε βρίσκουν τις γωνίες του ενός τριγώνου –π.χ., βρίσκουν τη γωνία που λείπει στο ένα τρίγωνο αφαιρώντας από τις 180 μοίρες την ορθή και τη γωνία 45 μοιρών.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

Τα παιδιά συνθέτουν το τρίγωνο. Εκτιμούν το είδος του τριγώνου.

Επαληθεύουν την εκτίμησή τους: μπορούν να χαράξουν το περίγραμμα του τριγώνου σε χαρτί και να χρησιμοποιήσουν το μοιρογνωμόνιο. Δισαισθητικά τα δύο μεγάλα τρίγωνα που αποτελούν το ορθογώνιο τρίγωνο (το πολύχρωμο και το κόκκινο) είναι όμοια. Πρόκειται για ισοσκελή ορθογώνια, άρα μπορούν να υπολογίσουν τις επιμέρους γωνίες τους και τις γωνίες του μεγάλου τριγώνου.



Εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά και εκτιμούν υπολογίζοντας με το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου και στη συνέχεια επαληθεύουν με το μοιρογνωμόνιο. Δείχνουμε τις στρατηγικές των παιδιών στον πίνακα.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Οι εργασίες δ, ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Η διδακτική προσέγγιση των εννοιών του κεφαλαίου μπορεί εναλλακτικά να γίνει μέσα από την κατασκευή γωνιών. Αναθέτουμε σε τρεις μαθητές να κατασκευάσουν στον πίνακα μία ορθή, μία οξεία και μία αμβλεία γωνία. Στη συνέχεια, φέρνουμε 3 ευθύγραμμα μμήματα, ώστε να σχηματιστούν τρία τρίγωνα. Μετρούν και καταγράφουν πόσες μοίρες είναι κάθε γωνία. Παρατηρούμε και συζητάμε τις διαφορές και τις ομοιότητες των τριγώνων.
- ▶ Χαρακτηρίζουμε τα τρίγωνα που περιλαμβάνονται στα κομμάτια του τάγκραμ. Μετράμε τη γωνία κάθε τριγώνου με το μοιρογνωμόνιο.
- ▶ Υπολογίζουμε το άθροισμα γωνιών σε κανονικά πολύγωνα (π.χ. πεντάγωνα, εξαγωνα κτλ.) χωρίζοντάς τα στα τρίγωνα που τα αποτελούν.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ, στ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 43ο «Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διακρίνουν τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές τους.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να χρησιμοποιούν τη σωστή ορολογία που αφορά τα τρίγωνα ως προς τις πλευρές τους.
- ▶ Να αναλύουν ένα σύνθετο σχήμα σε επιμέρους χρησιμοποιώντας τρίγωνα.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να φέρνουν τη διαγώνιο σε γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να μετρούν γωνίες με το μοιρογνωμόνιο.
- ▶ Να διακρίνουν τα τρίγωνα σε είδη με κριτήριο τις γωνίες τους.

Έλεγχος: Τα παιδιά, σε ομάδες των 2, συγκρίνουν τις πλευρές των τριγώνων από την κόλλα Α4 του προηγούμενου κεφαλαίου (2 ορθογώνια τρίγωνα όχι ισοσκελή). Τα ονομάζουμε. Τα παιδιά μετρούν τις πλευρές και τις γωνίες τους. Καταγράφουμε στον πίνακα τις μετρήσεις των παιδιών.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Ιδιότητες πολυγώνων.
- Τρίγωνοι αριθμοί.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Κόλλες χαρτιού μεγέθους Α4, ψαλίδια, *χάρακας/γνώμονας, μοιρογνωμόνιο* - χρωματιστά μολύβια, καλαμάκια, *τα τρίγωνα* από την κόλλα Α4 του προηγούμενου κεφαλαίου, γεωμετρικά σχήματα από το Παράρτημα.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματικό

Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες των 2 ή των 4, και με τις κόλλες Α4 και το ρόμβο από το Παράρτημα φτιάχνουν τα τρίγωνα όπως δείχνει το βιβλίο τους. Κάθε ομάδα θα πρέπει να έχει τα 4 τρίγωνα. (Αν υπάρχει η δυνατότητα, σε προηγούμενη ώρα κάθε παιδί να έχει κόψει τα σχήματα και να τα έχει μπροστά του.)

Ονομάζουμε κάθε τρίγωνο.

Α. Τα παιδιά μετρούν τις πλευρές καθενός από τα δύο ορθογώνια τρίγωνα. Καταγράφουμε στον πίνακα τις μετρήσεις των παιδιών (κάτω από τις προηγούμενες μετρήσεις της δραστηριότητας ελέγχου).

Διαβάζουν και απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Γίνεται συζήτηση στην τάξη (τα παιδιά απαντούν διαισθητικά).

Εκτιμούν πόσες μοίρες θα πρέπει να είναι οι γωνίες Β και Γ. Μετρούν με το μοιρογνωμόνιο. Καταγράφουμε στον πίνακα τα αποτελέσματα των μετρήσεων.

Διαβάζουν τον Σαΐτα (και στις δύο σελίδες).

Απαντούν διαισθητικά στην ερώτηση για τα ισοσκελή και τα σκαληνά. Ελέγχουν με το χάρακα και συμπληρώνουν τον πίνακα.

Β. Τα τρίγωνα που φτιάχνουν το ρόμβο τα έχουν ήδη ονομάσει. Εκτιμούν αν έχουν ίσες πλευρές και ελέγχουν μετρώντας με το χάρακα. **Είναι σημαντικό στις εκτιμήσεις που κάνουν τα παιδιά να εξηγούν πώς οδηγήθηκαν στη συγκεκριμένη απάντηση. Εξηγούμε τι σημαίνει «εντοπίζω ομοιότητες στα δύο τρίγωνα» αφού ακούσουμε τις απόψεις των παιδιών.**

Εκτιμούν τι σχέση έχουν οι γωνίες ΒΑΓ και ΓΑΔ και ελέγχουν με το μοιρογνωμόνιο.

Συμπληρώνουν τον πίνακα και διαβάζουν τον Σαΐτα.

Εργασία του Β.Μ. Σκοπός είναι να καταλήξουν τα παιδιά στο συμπέρασμα ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισογώνια. Σε κόλλες Α4 τα παιδιά συνεργάζονται σε ομάδες για να φτιάξουν τα τρίγωνα. Στο συγκεκριμένο χρόνο εργασίας που έχουν τα παιδιά ελέγχουμε την πορεία τους στην κατασκευή των τριγώνων. Κάποια παιδιά μπορεί να μη χρειαστεί να δοκιμάσουν και να καταλήξουν κατευθείαν στο συμπέρασμα ότι είναι αδύνατον αφού:

- Στα δύο ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν από ένα τετράγωνο (πρώτη δραστηριότητα του Β.Μ.) παρατηρούν την αδυναμία ισότητας και των 3 πλευρών.
- Δεν υπάρχει τρίγωνο με μία μόνο οξεία γωνία. Ένα τέτοιο τρίγωνο θα έπρεπε να έχει ακόμα είτε 2 ορθές είτε 2 αμβλείες, πράγμα αδύνατον.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα. **Συζητάμε γιατί ένα ορθογώνιο ή ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο δεν μπορεί να είναι ισόπλευρο** (ένα ισόπλευρο έχει 3 γωνίες ίσες, δηλ. 3 x 60 μοίρες).

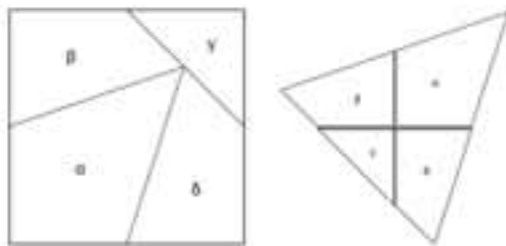
Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά σε ομάδες των 2 ή των 4, ονομάζουν τα τρίγωνα. Εξηγούν στην τάξη πώς σκέφτηκαν. Ελέγχουν με το χάρακα.

Εργασία β του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Δείχνουν στον πίνακα.

Εργασία γ του Τ.Μ. Παρατηρούν πώς αλλάζουν οι πλευρές του τριγώνου κάθε φορά (1 τελεία σε κάθε πλευρά). Εξηγούν τι είδους είναι τα τρίγωνα (ορθογώνια ισοσκελή). **Αν υπάρχουν παιδιά που θα αναρωτηθούν γιατί τα ορθογώνια τρίγωνα που έχουν ίδιο αριθμό τελειών σε κάθε πλευρά δεν είναι ισόπλευρα, τα παρακινούμε να μετρήσουν με το χάρακα την απόσταση μεταξύ 2 τελειών σε κάθε πλευρά.**

Εργασία δ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες ή ατομικά. Μπορούν να σχεδιάσουν τις δύο αυλές σε κόλλα Α4 ή στο πρόχειρό τους κάνοντας πολλές δοκιμές. Ωστόσο μπορούν να εργαστούν με το υλικό (τρίγωνα) των 2 κεφαλαίων και να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι ο Σπύρος μπορεί να πηγαίνει στο σχολείο της Μυρτώς αλλά όχι το αντίστροφο: κάθε ισόπλευρο τρίγωνο είναι οξυγώνιο, αλλά κάθε οξυγώνιο δεν είναι ισόπλευρο.

Εργασία ε του Τ.Μ. Το τρίγωνο είναι ισοσκελές και οξυγώνιο.



9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Η εργασία α του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.
- ▶ Βιωματικό. Δίνουμε σε κάθε ομάδα καλαμάκια που τα κολούν σε κόλλες Α4 για να φτιάξουν τρίγωνα:
 - α. Τρία καλαμάκια διαφορετικού μήκους (σκαληνό).
 - β. Τρία καλαμάκια ίδιου μήκους (ισόπλευρο).
 - γ. Τρία καλαμάκια από τα οποία μόνο τα δύο θα έχουν το ίδιο μήκος.
 Σχηματίζουμε κάθε φορά διαφορετικά τρίγωνα. Συζητάμε τις ομοιότητες και τις διαφορές τους.
- ▶ Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν προβλήματα:
 - «Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει περίμετρο 12 εκ. Ποιο μπορεί να είναι το μήκος κάθε πλευράς;
 - Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει περίμετρο 12 εκ. και η μία πλευρά του έχει μήκος 2 εκ. Ποιο είναι το μήκος των άλλων δύο πλευρών;»

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Πρακτική χρήση των ιδιοτήτων των τριγώνων στην αρχαιότητα (π.χ., Θαλής ο Μιλήσιος: υπολογισμός της απόστασης πλοίου από την ξηρά).

Κεφάλαιο 44ο «Καθετότητα – ύψη τριγώνου»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να χαράζουν τα ύψη ενός τριγώνου εφαρμόζοντας τη χάραξη απόστασης σημείου από ευθεία.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Να γνωρίζουν την έννοια της απόστασης σημείου από ευθεία και να την ταυτίζουν με το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που διέρχεται από το συγκεκριμένο σημείο.
- Να μετρούν την απόσταση σημείου από ευθύγραμμο τμήμα.
- Να χαράζουν κάθετες ημιευθείες ή ευθύγραμμα τμήματα από σημείο σε άλλη ημιευθεία ή ευθύγραμμο τμήμα με τη χρήση του γνώμονα και του χάρακα.
- Να γνωρίζουν την έννοια του ύψους τριγώνου ως την απόσταση μιας κορυφής από την απέναντι πλευρά.
- Να χαράζουν τα ύψη τριγώνου με τη χρήση του γνώμονα.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- Να διακρίνουν τα τρίγωνα με κριτήριο τις γωνίες τους.
- Να αναγνωρίζουν ποιες ευθείες ή ευθύγραμμα τμήματα είναι κάθετες μεταξύ τους.
- Να γνωρίζουν την έννοια της παραλληλίας και να αναγνωρίζουν ποιες ημιευθείες ή ευθύγραμμα τμήματα είναι παράλληλα μεταξύ τους.
- Να χρησιμοποιούν το γνώμονα για να χαράζουν κάθετες ευθείες ή ευθύγραμμα τμήματα.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά σε κόλλες Α4 εργάζονται ατομικά. Χαράζουν ευθύγραμμο τμήμα 10 εκ. με το χάρακα ή το γνώμονα. Ζητάμε να φτιάξουν ορθογώνιο τρίγωνο που να έχει πλευρά το ευθύγραμμο τμήμα που χάραξαν. Συζητάμε πώς εργάστηκα.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Ορθόκεντρο (σημείο τομής των υψών ενός τριγώνου).
- Χάραξη υψών σε αμβλυγώνιο τρίγωνο.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χάρακας/γνώμονας, μοιρογνωμόνιο.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ, δ, Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης δίνο-

ντας συγκεκριμένα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή π.χ., την απόστασή τους από τον πίνακα, την απόσταση από το ένα πεζοδρόμιο στο άλλο κτλ.

Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και συζητούν τις απόψεις των πρωταγωνιστών. Ενημερώνουμε τα παιδιά για τον τρόπο μέτρησης: από το τελευταίο ίχνος που αφήνει ο αθλητής πέφτοντας, μετράμε την απόσταση προς τη βαλβίδα χρησιμοποιώντας τη μετροταινία, δηλαδή η μετροταινία να σχηματίζει ορθή γωνία με τη βαλβίδα. Συζητάμε για τον τρόπο που μετράμε/φέρουμε την απόσταση σημείου από ευθεία (ύψη Δ΄ Τάξης). Μπορεί να γίνει βιωματική δραστηριότητα στο μάθημα της Γυμναστικής.

Υπενθυμίζουμε τη διαδικασία (οδηγίες Οδυσσέα) και στη συνέχεια ζητάμε από τα παιδιά να φέρουν στον πίνακα την απόσταση από σημείο σε ευθεία με ανάλογο τρόπο.

Χαράζουν τα ύψη των τριγώνων. Συζητάμε τι συμβαίνει όταν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο. Ζητάμε από τα παιδιά να χαράξουν τα ύψη ορθογώνιου τριγώνου που σχεδιάζουμε στον πίνακα. Εργάζονται ομαδικά στο βιβλίο τους.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική δραστηριότητα ελέγχου.

Εργασία β του Τ.Μ. Αφού σχεδιάσουν τις κάθετες ευθείες, εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Ελέγχουν με το μοιρογνωμόνιο.

Εργασία γ του Τ.Μ. Συζητάμε για την απόσταση μεταξύ των παράλληλων ευθύγραμμων τμημάτων. Τα παιδιά επαληθεύουν μετρώντας την απόσταση μεταξύ των παράλληλων.

Εργασία δ του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν για να φτιάξουν τις παράλληλες ευθείες στην ευθεία (ε).

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Εξηγούν σε ποιο τρίγωνο είναι πιο εύκολο να χαράξουμε τα ύψη και σε ποιο είναι πιο δύσκολο.

Δίνουμε στα παιδιά μία κόλλα Α4 με ένα σκαληνό τρίγωνο. Ζητάμε κάθε παιδί να χαράξει τα ύψη του και να παρατηρήσει ποιας πλευράς το ύψος είναι μεγαλύτερο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▮ Ζητάμε από κάθε ομάδα να μετρήσει την απόσταση διάφορων σημείων από ευθεία π.χ., ένα κέρμα στο πάτωμα από τον τοίχο όπου βρίσκεται ο πίνακας, χρησιμοποιώντας το γνώμονα ή το μοιρογνωμόνιο, για να φέρουμε την απόσταση και το χάρακα για να τη μετρήσουμε.
- ▮ Ζητάμε από τα παιδιά να σχεδιάσουν αρχικά σε τετραγωνισμένο και στη συνέχεια σε απλό χαρτί δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους. Συζητάμε ποια στρατηγική ακολούθησαν και ποια γεωμετρικά όργανα χρησιμοποίησαν.
- ▮ Ζητάμε από ένα παιδί να σταθεί μπροστά στον πίνακα. Τα υπόλοιπα παιδιά εκτιμούν την απόστασή του από τον τοίχο. Χρησιμοποιούμε το σπάγκο στη μέτρηση. Η μία ομάδα μετρά από το μαθητή που στέκεται στον πίνακα προς την αριστερή άκρη του τοίχου, η δεύτερη ομάδα ακριβώς απέναντι (κάθετα) και η τρίτη ομάδα προς την άλλη άκρη. Συγκρίνουμε τα μήκη των τριών σπάγκων. Συζητάμε τους λόγους της διαφοράς των αποτελεσμάτων. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις χρησιμοποιώντας το γνώμονα ή το μοιρογνωμόνιο για να ελέγξουμε τις γωνίες που σχηματίζουν τα κομμάτια του σπάγκου με τον τοίχο (αναφερόμαστε στο αλφάδι και το νήμα της στάθμης). Μέσω της συζήτησης γίνεται η πρώτη επισήμοποίηση της έννοιας της απόστασης και η ταύτισή της με την καθετότητα.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 45ο «Διαχείριση γεωμετρικών σχημάτων - Συμμετρία»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να συνδυάζουν τις γνώσεις για την καθετότητα, τη χάραξη των υψών ενός τριγώνου, την εύρεση εμβαδού απλών γεωμετρικών σχημάτων και της ανάλυσης σύνθετου γεωμετρικού σχήματος σε απλούστερα για να λύνουν προβλήματα γεωμετρίας.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να ερευνούν τις σχέσεις των επιμέρους γεωμετρικών σχημάτων που σχηματίζονται αν φέρουμε σε ένα αρχικό γεωμετρικό σχήμα τον άξονα συμμετρίας.
- ▶ Να αναλύουν και να συνθέτουν γεωμετρικά σχήματα με προϋποθέσεις.
- ▶ Να αναπτύσσουν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων γεωμετρίας εφαρμόζοντας τις κατάλληλες για κάθε περίπτωση γνώσεις εύρεσης του εμβαδού μιας επιφάνειας (ανάλυση σε απλούστερα γεωμετρικά σχήματα, χρήση της συμμετρίας, τεχνικές).
- ▶ Να παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους με σαφήνεια τον τρόπο σκέψης τους (εξήγηση μιας λύσης που σκέφτηκαν).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπατούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να χαράζουν τον άξονα συμμετρίας σε γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να βρίσκουν το εμβαδόν τριγώνου, ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και τετραγώνου με ή χωρίς τεχνικές.
- ▶ Να αναλύουν και να συνθέτουν γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να ακολουθούν οδηγίες.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά σε κόλλες Α4 εργάζονται ατομικά. Δείχνουμε μία μία τις οδηγίες προκειμένου να σχηματιστεί το συμμετρικό σπίτι της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Ζητάμε από τα παιδιά να δείξουν γιατί είναι συμμετρική η κατασκευή τους, από ποια γεωμετρικά σχήματα τελικά αποτελείται (3 τρίγωνα, 8 τετράγωνα). Τι χρωματίζουν ώστε να διατηρηθεί συμμετρική (μπορεί να έχει γίνει η συγκεκριμένη δραστηριότητα σε προηγούμενη ώρα Αισθητικής αγωγής, όπως και η εργασία α του Τ.Μ.).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Ιδιότητες πολυγώνων.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χάρακας/γνώμονας, κόλλες Α4, διαφανές χαρτί, καθρεφτάκι.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπατούμενων γνώσεων (το πρώτο μέρος της δραστηριότητας-ανακάλυψης: χαρτοδιπλωτική)
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης – συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία δ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τον έλεγχο τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης φέρνοντας παραδείγματα από γνωστά γεωμετρικά σχήματα (τετράγωνο, ισοσκελές τρίγωνο κτλ.). Εργάζονται στη δραστηριότητα με τα πολύγωνα και τους άξονες συμμετρίας. Εξηγούν ποια γεωμετρικά σχήματα δεν έχουν άξονα συμμετρίας. Για όσα παιδιά δυσκολεύονται επαληθεύουν με το καθρεφτάκι (το τοποθετούν έτσι ώστε να φαίνεται στο καθρεφτάκι το άλλο μισό του γεωμετρικού σχήματος) ή το διαφανές χαρτί (αντιγράφουν το γεωμετρικό σχήμα και στη συνέχεια διπλώνουν το διαφανές χαρτί για να δουν αν ταυτίζονται τα δύο επιμέρους κομμάτια στα οποία χωρίζεται το αρχικό σχήμα με τον άξονα συμμετρίας).

Συζητάμε πώς μπορεί ο άξονας συμμετρίας να μας βοηθάει σε υπολογισμούς εμβαδού σε ένα πρόβλημα (υπολογίζουμε το εμβαδόν της μισής επιφάνειας και διπλασιάζουμε). Περισσότεροι από έναν άξονες συμμετρίας αναλύουν το γεωμετρικό σχήμα σε πιο απλά γεωμετρικά σχήματα κτλ.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα παιδιά αρχικά εκτιμούν και στη συνέχεια επαληθεύουν την εκτίμησή τους με τη χάραξη του άξονα συμμετρίας. Ελέγχουν με το καθρεφτάκι ή το διαφανές χαρτί.

Εργασία 2 του Β.Μ. Εκτιμούν και εξηγούν πώς σκέφτηκαν (ανασύνθεση σχήματος). Ελέγχουν με το διαφανές χαρτί. Υπολογίζουν το εμβαδόν με την τεχνική (βάση \times ύψος).

Εργασία 3 του Β.Μ. Ανασυνθέτουν το σχήμα φτιάχνοντας ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Ελέγχουν με διαφανές χαρτί. Υπολογίζουν το εμβαδόν.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική δραστηριότητα ελέγχου. Τα παιδιά αναλύουν το αρχικό γεωμετρικό σχήμα στα επιμέρους που το αποτελούν, ώστε να φτιάξουν το συμμετρικό του (φτιάχνοντας τα επιμέρους). Η κατασκευή ως προς δύο άξονες συμμετρίας έχει σκοπό την αναγνώριση και διαχείριση σχημάτων στο χώρο.

Εργασία β του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Συζητάμε τις στρατηγικές τους. Μπορούμε να ζητήσουμε από τα παιδιά να φτιάξουν σε ομάδες ανάλογες εργασίες σε τετραγωνισμένο χαρτί.

Εργασία γ του Τ.Μ. Στο σχήμα (α) τα παιδιά παρατηρούν ότι οι δύο χρωματισμένες επιφάνειες είναι ισοεμβαδικές παρόλο που δε φαίνονται. Εξηγούμε ότι:

- Η διαγώνιος χωρίζει το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σε 2 μεγάλα ίσα ορθογώνια τρίγωνα (επαλήθευση με το διαφανές χαρτί).
- Οι χρωματισμένες επιφάνειες χωρίζουν το μεγάλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σε 2 μικρότερα άσπρα ορθογώνια παραλληλόγραμμο.
- Η διαγώνιος χωρίζει αυτά τα ορθογώνια παραλληλόγραμμο σε 2 ίσα ορθογώνια τρίγωνα.
- Αφού τα δύο μεγάλα τρίγωνα (του αρχικού ορθογώνιου παραλληλόγραμμου) είναι ίσα και τα επιμέρους μικρά τρίγωνα (των δύο μικρότερων λευκών παραλληλόγραμμων) είναι ίσα, άρα οι χρωματισμένες επιφάνειες θα πρέπει να έχουν ίσο εμβαδόν (αλλιώς, τα δύο μεγάλα τρίγωνα δε θα είναι ίσα).

Επαληθεύουν μετρώντας με το χάρακα τις διαστάσεις των ορθογωνίων και εφαρμόζοντας τον τύπο.

Στη δεύτερη περίπτωση (β) τα παιδιά καλούνται να παρατηρήσουν και να καταλήξουν στο ίδιο συμπέρασμα, χωρίς αυτή τη φορά να βοηθούνται από το τετραγωνισμένο χαρτί. Εφαρμόζουν την εξήγηση της (α) περίπτωσης και επαληθεύουν υπολογίζοντας το εμβαδόν (μετρούν με το χάρακα τις διαστάσεις).

Ωστόσο, αν το δυναμικό της τάξης το επιτρέπει, καλούμε τα παιδιά να αναρωτηθούν αν ισχύει κάτι ανάλογο για οποιοδήποτε σημείο πάνω στη διαγώνιο που χωρίζει το αρχικό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σε δύο άλλα (όπως στην πρώτη και δεύτερη περίπτωση). Γενικεύουμε.

Εργασία δ του Τ.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Δοκιμάζουν, σχεδιάζοντας το περίγραμμα από το πρώτο πλακάκι. Παρατηρούν ότι αν χρησιμοποιήσουν μπλε πλακάκια, μπορούν να καλύψουν την επιφάνεια. Μπορούν να κόψουν στο διαφανές χαρτί επιφάνειες ίσες με το κάθε πλακάκι και να τις τοποθετούν πάνω στο πλέγμα ή να χρωματίσουν ανάλογα ελέγχοντας αν μπορούν να καλύψουν την επιφάνεια με αυτές. (Δε χρειάζεται να χρωματίζουν ολόκληρη την επιφάνεια που καλύπτει κάθε φορά το πλακάκι αλλά να σχεδιάζουν με μολύβι το περίγραμμα από το κάθε πλακάκι.)

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Δίνουμε στα παιδιά, σε ομάδες των 4 κόλλες Α4 και καλαμάκια διαφορετικού μήκους: 2 καλαμάκια 10 εκ. και 4 καλαμάκια 5 εκ. Ζητάμε από τα παιδιά να φτιάξουν κάθε φορά:
 - ένα γεωμετρικό σχήμα που έχει μόνο ορθές γωνίες.
 - ένα γεωμετρικό σχήμα που είναι συμμετρικό.
 - ένα σύνθετο γεωμετρικό σχήμα που έχει τρίγωνα.Τα παιδιά κολλούν τα καλαμάκια και εξηγούν τι σχήματα έφτιαξαν. Συζητάμε για γεωμετρικά σχήματα που αναλύονται σε άλλα πιο απλά.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β και δ του Τ.Μ. και 1 του Β.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σύνδεση με το μάθημα της Ιστορίας, των Θρησκευτικών και της Αισθητικής αγωγής: Μελετάμε:

- τη συμμετρία στα ψηφιδωτά, στις αγιογραφίες και στα έργα τέχνης από την αρχαιότητα ως σήμερα,
 - τη χρήση γεωμετρικών σχημάτων στη ζωγραφική (κυβισμός, Γεωμετρική εποχή).
- Τα παιδιά πηγαίνουν εκπαιδευτική εκδρομή σε μουσείο (αρχαιολογικό, λαογραφικό κτλ.) και καταγράφουν τις εντυπώσεις τους σχετικά με το θέμα (Γλώσσα, Αισθητική αγωγή).

Κεφάλαιο 46ο «Αξιολόγηση πληροφοριών σε ένα πρόβλημα»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αξιολογούν και να συνδυάζουν τις πληροφορίες ενός προβλήματος προκειμένου να επιλέξουν την πιο σύντομη στρατηγική επίλυσής του.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αποκωδικοποιούν πληροφορίες που δίνονται με εικόνα, σχήμα, πίνακα ή κανόνες παιχνιδιού.
- ▶ Να ερευνούν τις σχέσεις των επιμέρους γεωμετρικών σχημάτων που σχηματίζουν ένα σύνθετο γεωμετρικό σχήμα.
- ▶ Να αναπτύσσουν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων γεωμετρίας εφαρμόζοντας τις κατάλληλες για κάθε περίπτωση γνώσεις εύρεσης του εμβαδού μιας επιφάνειας (ανάλυση σε απλούστερα γεωμετρικά σχήματα, χρήση της συμμετρίας, τεχνικές).

- ▶ Να παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους με σαφήνεια τον τρόπο σκέψης τους (εξήγηση μιας λύσης που σκέφτηκαν).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να χαράζουν τον άξονα συμμετρίας σε γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να βρίσκουν το εμβαδόν τριγώνου, ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και τετραγώνου με ή χωρίς τεχνικές.
- ▶ Να αναλύουν και να συνθέτουν γεωμετρικά σχήματα.
- ▶ Να ακολουθούν οδηγίες.
- ▶ Να διαβάζουν και να χρησιμοποιούν τον πίνακα ως στρατηγική επίλυσης προβλήματος.
- ▶ Να εκφράζουν το μέρος μιας επιφάνειας χρησιμοποιώντας διάφορες μορφές αριθμών (κλάσματα δεκαδικούς, ποσοστά).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου με πλευρές κάθετες 8 εκ. και 18 εκ., κι ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με διαστάσεις 8 εκ. και 9 εκ. Εκτιμούν ποιο έχει μεγαλύτερο εμβαδόν. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χάρακας/γνώμονας, διαφανές χαρτί.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β του Τ.Μ.

8. Περιγραφική εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Ύστερα από τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Διαβάζουν και λένε με δικά τους λόγια το παιχνίδι που περιγράφεται στη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Εργάζονται σε ομάδες και μετά από δοκιμές (με νοερούς υπολογισμούς στο πρόχειρο) καταλήγουν στις απαντήσεις των 3 ερωτημάτων. Συζητάμε πώς σκέφτηκαν για κάθε ερώτημα και εξηγούν τη στρατηγική που ακολούθησαν. Στο τρίτο ερώτημα εξηγούν ότι, αν πέσει το τενεκεδάκι των 13 εκατ., ρίχνει τα πιο πολλά πάνω από αυτό (9, 8, 5, 3, 2, 1).

Εργασία 2 του Β.Μ. Υπάρχει οριζόντιος και κάθετος άξονας συμμετρίας. Το σχήμα αναλύεται σε επιμέρους (τετράγωνα και τρίγωνα), μπορεί να ανασυντεθεί σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και να βρεθεί το εμβαδόν του με πολλές στρατηγικές. Μια από τις στρατηγικές για να διπλασιαστεί το εμβαδόν του, ώστε να διατηρηθεί η συμμετρία του, είναι ο διπλασιασμός του επιμέρους σχήματος που βρίσκεται αριστερά και δεξιά από τον κάθετο άξονα συμμετρίας.

Εργασία β του Τ.Μ. Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές που μπορούν να χρησιμοποιήσουν για την εύρεση του εμβαδού όλης της επιφάνειας. Η κόκκινη επιφάνεια είναι το $\frac{1}{4}$ της επιφάνειας του ενός τετραγώνου ή $\frac{1}{4}$ των 9 τ.εκ. ή 2,25 τ.εκ. ή το $\frac{1}{9}$ των 20,25 τ.εκ. ή 2,25 τ.εκ.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Εμπέδωση - επέκταση Εργασία δ του Τ.Μ.

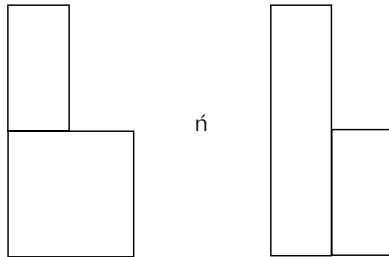
Περιγραφή εργασιών

Έλεγχος: Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται νοερά σε ομάδες των 2 (σημειώνουν αν θέλουν στο πρόχειρο). Εξηγούν στη συνέχεια πώς σκέφτηκαν:

- Οι λιγότεροι βαθμοί είναι στη διαδρομή 100, 200, 300, 700, 1.100 (2.400).
- Οι περισσότεροι βαθμοί είναι στη διαδρομή 100, 500, 900, 1.000, 600, 700, 300, 200, 800, 1.200, 1.100 (7.600).
- Για τη συγκέντρωση 3.500 βαθμών πρέπει να ακολουθήσουν τη διαδρομή 100, 500, 600, 200, 300, 700, 1.100 (3.500).

Εργασία 1 του Β.Μ. Υπάρχουν πολλές στρατηγικές για να λυθεί το πρόβλημα. Λόγου χάρι:

- Για την περίμετρο: παρατηρούν ότι $n_{AZ} = n_{BG} + n_{DE}$.
- Για το εμβαδόν: παρατηρούν ότι το σχήμα μπορεί να αναλυθεί σε δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα:



Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά προσεγγίζουν την χρωματισμένη επιφάνεια με ανασύνθεση σχήματος και εκτιμούν. Μια στρατηγική είναι με το μισό:

- Αν στο α και στο δ σχήμα η χρωματισμένη επιφάνεια είναι η ίδια (πάνω από το μισό της συνολικής επιφάνειας), στο γ σχήμα είναι ακριβώς η μισή της συνολικής επιφάνειας και στο β σχήμα είναι λιγότερο από τη μισή της συνολικής επιφάνειας (συνολικά 4 χρωματισμένα μικρά τετράγωνα και 5 λευκά).
- Αν υπολογίσουν με κλάσματα, η χρωματισμένη επιφάνεια σε σχέση με τη συνολική εκφράζεται:

Στο α σχήμα, με το κλάσμα $\frac{3}{4}$, στο β σχήμα με το κλάσμα $\frac{8}{18}$, στο γ σχήμα με το κλάσμα $\frac{4}{8}$ και στο δ σχήμα με το κλάσμα $\frac{6}{8}$.

Υπολογίζουν με ακρίβεια τη χρωματισμένη επιφάνεια με πολλούς τρόπους:

Μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα κλάσματα και να βρουν τα $\frac{3}{4}$ των 4 τ.εκ. (εμβαδόν συνολικής επιφάνειας), τα $\frac{8}{18}$ των 4 τ.εκ., τα $\frac{4}{8}$ των 4 τ.εκ. και τα $\frac{6}{8}$ των 4 τ.εκ. αντίστοιχα.

Εργάζονται με δεκαδικούς αν μετατρέψουν τα κλάσματα σε δεκαδικούς. Συζητάμε στην τάξη για τις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Διαβάζουν το πρόβλημα. Το λένε με δικά τους λόγια. Εργάζονται σε ομάδες. Για το πρώτο ερώτημα αρκεί η 2η στήλη (Αγρίνιο). Για την δεύτερη ερώτηση αρκεί να υπολογίσουμε τα συνολικά χιλιόμετρα κάθε στήλης, εξαιρώντας την γραμμή που αναφέρεται στο Αγρίνιο.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Δ** Παίζουμε στην τάξη το παιχνίδι «Στα 20». Τα παιδιά χωρίζονται σε 2 ομάδες. Ρίχνουμε ένα ζάρι και αποφασίζουμε ποια ομάδα παίζει πρώτη. Έχουμε σχεδιάσει 20 κύκλους στον πίνακα. Σε κάθε κύκλο βάζουμε έναν αριθμό από το 1 ως το 20. Οι κύκλοι σχηματίζουν μία σπείρα. Οι αριθμοί είναι στη σειρά. Με κόκκινη κιμωλία σημειώνουμε τη θέση κάθε φορά της μιας ομάδας και με άσπρη κιμωλία τη θέση της άλλης. Ένα παιδί από την πρώτη ομάδα ξεκινάει από το 1 και προχωράει 1 ή 2 αριθμούς. Σημειώνουμε με την κιμωλία σε ποιον αριθμό έφτασε η πρώτη ομάδα. Στη συνέχεια ένα παιδί από τη δεύτερη ομάδα προχωράει από τον αριθμό που σταμάτησε η πρώτη ομάδα 1 ή 2 θέσεις. Συνεχίζεται εναλλάξ η διαδικασία (κάθε ομάδα συνεχίζει 1 ή 2 θέσεις από εκεί όπου σταμάτησε η άλλη). Κερδίζει όποια ομάδα φτάσει πρώτη στο 20. Μετά από κάποιους γύρους τίθεται στα παιδιά το ερώτημα: Υπάρχει κάποια στρατηγική που επιτρέπει να κερδίζουμε παίζοντας το παιχνίδι στα 20;

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορεί να μη γίνει η εργασία 1 του Β.Μ., β, δ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σπαζοκεφαλιές και παιχνίδια λεκτικά και μαθηματικά.

Κεφάλαιο 47ο «Σύνθετα προβλήματα – Συνδυάζοντας πληροφορίες (α)»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να λύνουν σύνθετα προβλήματα καθημερινής ζωής εφαρμόζοντας στρατηγικές διαχείρισης αριθμών και συνδυαστική, δημιουργική και κριτική σκέψη.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Δ** Να αξιολογούν και να συνδυάζουν πληροφορίες που δίνονται με εικόνα, πίνακα ή κείμενο.
- Δ** Να μοντελοποιούν προβλήματα χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές.
- Δ** Να δημιουργούν προβλήματα με προϋποθέσεις.
- Δ** Να παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους με σαφήνεια τον τρόπο σκέψης τους (εξήγηση μιας λύσης που σκέφτηκαν).
- Δ** Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να διαβάζουν πίνακα.
- ▶ Να εκφράζουν μια ποσότητα με κλάσμα, δεκαδικό, ποσοστό.
- ▶ Να κατασκευάζουν πρόβλημα.
- ▶ Να χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές διαχείρισης αριθμών.
- ▶ Να γνωρίζουν τη σχέση κιλού – γραμμαρίου, καθώς και τη σχέση ανάμεσα σε δευτερόλεπτα – λεπτά – ώρα – χρόνια (ως μονάδες μέτρησης χρόνου, όχι μετατροπές τους).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα σε κόλλες Α4:

«Ο κυρ Θανάσης πήγε με τον αδερφό του για να αγοράσουν λάστιχο ποτίσματος για τον κήπο. Ο κυρ Θανάσης αγόρασε 5 μ. λάστιχο. Ο αδερφός του αγόρασε από το ίδιο λάστιχο ένα κομμάτι κατά 50% πιο μακρύ. Πόσα μέτρα λάστιχο αγόρασε ο αδερφός του; Πόσο πλήρωσε ο καθένας αν το μέτρο κοστίζει 1,50 ευρώ;»

Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

- Κέρδος (τιμή αγοράς, τιμή πώλησης).
- Μεγέθυνση, σμίκρυνση.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Πολιτικός χάρτης της Ελλάδας, οπτικοακουστικό ή έντυπο υλικό (φωτογραφίες, κείμενα) για τα αεροδρόμια της Αθήνας και άλλων ελληνικών πόλεων (ονομασία, τοποθεσία, αριθμός επιβατών κτλ.), *χάρακας/γνώμονας*.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 2 του Β.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και βλέπουν στον πίνακα ποιες πόλεις συνδέονται με απευθείας πτήση με άλλες. Εξηγούμε στα παιδιά τι σημαίνει «ενδιάμεση στάση» και «ανταπόκριση». Συζητάμε για τα αεροδρόμια της Αθήνας και των άλλων πόλεων. Επειδή θα υπάρχουν παιδιά που πιθανόν να μην έχουν ταξιδέψει με αεροπλάνο, η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να ενταχτεί σε διαθεματική προσέγγιση για τις μεταφορές και τη σύγχρονη ζωή στις πόλεις (Γλώσσα, Γεωγραφία κτλ.).

Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά και απαντούν τα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Βρίσκουν το λάθος (Λάρνακα - Ηράκλειο διαφορετικό χρώμα στα αεροπλάνα).

Εργασία 2 του Β.Μ. Διαβάζουν το πρόβλημα και το λένε με δικά τους λόγια. Εάν δε θυμούνται τι είναι το κέρδος (τιμή πώλησης – τιμή αγοράς = κέρδος). Δίνουμε ένα απλό παράδειγμα: «Αν ο έμπορος αγόρασε από τον παραγωγό 30 λεπτά το κιλό την πατάτα και την πουλάει στον καταναλωτή 50 λεπτά το κιλό, κερδίζει ή χάνει; (κέρδος 20 λεπτά στο κιλό). Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές των παιδιών (τις γράφουμε στον πίνακα).

Εργασία β του Τ.Μ. Προσεγγίζουν το πρόβλημα με διάφορες στρατηγικές μοντελοποίησης (ζωγραφική, πίνακα). Διαβάζουν και εξηγούν το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Εξηγούν στους συμμαθητές τους πώς σκέφτηκαν και δείχνουν στον πίνακα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία 1 του Β.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, γ, δ, Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών

Έλεγχος: Εργασία 1 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν (δείχνουν στον πίνακα).

Εργασία 3 του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Προτείνουν τρόπους να μοντελοποιήσουν το πρόβλημα. Λόγου χάρη:

Ο Λουκάς είναι ο πιο αργός, αφού χρειάζεται 60'' για να κάνει ένα γύρο. Κάθε φορά που ο Λευτέρης φτάνει στην αφετηρία, ελέγχουμε αν οι άλλοι 2 ποδηλάτες είναι στην αφετηρία ή όχι (δε μας ενδιαφέρει ο ακριβής προσδιορισμός της θέσης τους).

Όταν ο Λουκάς φτάσει για δεύτερη φορά στην αφετηρία ($2 \times 60 = 120''$), φτάνει και ο Λευτέρης έχοντας διανύσει 3 γύρους ($3 \times 40 = 120''$). Ο Γρηγόρης όμως δεν είναι στην αφετηρία. Με ανάλογο τρόπο παρατηρούμε ότι στα 360'' και οι 3 ποδηλάτες θα βρεθούν μαζί στην αφετηρία έχοντας διανύσει ο Λουκάς 6 γύρους, ο Λευτέρης 9 και ο Γρηγόρης 8 γύρους.

Ο παρακάτω πίνακας μας δείχνει, κάθε φορά που ο Λευτέρης είναι στην αφετηρία, αν βρίσκεται στην αφετηρία ο Λουκάς και ο Γρηγόρης.

Χρόνος	60''	120''	180''	240''	300''	360''
Λουκάς	ναι	ναι	ναι	ναι	ναι	ναι
Λευτέρης	-	ναι	-	ναι	-	ναι
Γρηγόρης	-	-	ναι	-	-	ναι

Μπορούμε ενισχυτικά να χρησιμοποιήσουμε και την αριθμογραμμή.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές στον πίνακα. Τα παιδιά φτιάχνουν ένα άλλο πρόβλημα με τα δεδομένα (σε μισή κόλλα Α4 για την τράπεζα προβλημάτων της τάξης), αλλά δε γράφουν τη λύση του. Μπορούν να προτείνουν την πορεία της λύσης. Γίνεται συζήτηση στην τάξη. Μπορούμε να αναλύσουμε τα λάθη των παιδιών και να επιλέξουμε να δώσουμε τα προβλήματα που έφτιαξαν στους συμμαθητές τους να τα λύσουν. **Τα παιδιά μπορούν να προσθέσουν δεδομένα στο πρόβλημα. Σκοπός της εργασίας είναι να αντιληφθούν τη δομή του προβλήματος και να φτιάξουν πρόβλημα με άλλη δομή.**

Εργασία γ του Τ.Μ. Εργάζονται ομαδικά και εξηγούν πώς εργάστηκαν στους συμμαθητές τους. Χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές μοντελοποίησης (ζωγραφική, πίνακας). Τις αναδεικνύουμε στον πίνακα.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. **Βιωματική.** Εργάζονται ομαδικά. Συζητούν τα βήματα της πορείας για τη λύση του προβλήματος. Αναδεικνύουμε τα βήματα στον πίνακα με ζωγραφική ή δεντροδιάγραμμα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Στο πρώτο ερώτημα υπάρχουν πολλές λύσεις:

A πλευρά	2 εκ.	2,5 εκ.	3 εκ.	3,5 εκ.	4 εκ.	4,5 εκ.	5 εκ.
B πλευρά	12 εκ.	11,5 εκ.	11 εκ.	10,5 εκ.	10 εκ.	9,5 εκ.	9 εκ.

Στο δεύτερο ερώτημα επίσης το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο μπορεί να έχει πλευρές:
3 εκ. x 11 εκ., 3,5 εκ. x 10,5 εκ., 6 εκ. x 6,2 εκ., 3,7 εκ. x 10 εκ.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Η εργασία 1 του Β.Μ., δ και ε του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.
- ▶ Δίνουμε στα παιδιά έντυπο υλικό από δρομολόγια μεταφορικών μέσων (αναχωρήσεις πλοίων, λεωφορείων κτλ., και φτιάχνουν προβλήματα με τα δεδομένα που υπάρχουν στα έντυπα. Ζητάμε τα προβλήματα να έχουν διαφορετική δομή.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 2 του Β.Μ., γ και δ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στο μάθημα της Πληροφορικής τα παιδιά επισκέπτονται ιστοσελίδες των Δήμων και των Νομαρχιών της χώρας (χρυσός συν-οδηγός) www.infote.gr

Επίσης στο μάθημα της Γεωγραφίας, της Γλώσσας, της Αισθητικής αγωγής μπορούν να προσεγγίσουν προβλήματα του φυσικού και κοινωνικο-πολιτικού περιβάλλοντος της χώρας μας.

Κεφάλαιο 48ο «Αξιολόγηση πληροφοριών – Διόρθωση προβλήματος»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να κρίνουν αν ένα πρόβλημα που τους δίνεται έχει λύση. Στην περίπτωση που δεν επιδέχεται λύση, να προτείνουν τη διόρθωση ή συμπλήρωση των δεδομένων έτσι ώστε να επιδέχεται τελικά λύση.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αξιολογούν και να συνδυάζουν πληροφορίες σε ένα πρόβλημα.
- ▶ Να φτιάχνουν προβλήματα με προϋποθέσεις.
- ▶ Να παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους με σαφήνεια τον τρόπο σκέψης τους (εξήγηση μιας λύσης που σκέφτηκαν).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κατασκευάζουν πρόβλημα.
- ▶ Να χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές διαχείρισης αριθμών.
- ▶ Να γνωρίζουν τη σχέση κιλού - τόνου.
- ▶ Να χρησιμοποιούν τον υπολογιστή τσέπης.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά, χωρισμένα σε ομάδες των 2, φτιάχνουν σε κόλλα Α4 ένα πρόβλημα. Το πρόβλημα κάθε ομάδας το λύνει μια άλλη ομάδα (αν δεν μπορούμε να χωρίσουμε τα παιδιά σε ομάδες, συζητούν και λύνουν τα προβλήματα στον πίνακα).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Κόλλες Α4, υπολογιστής τσέπης, χάρακας ή γνώμονας.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν στην ερώτηση αφόρμησης. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Αφού συνεργαστούν, συζητάμε στην τάξη για τα προβλήματα: ποια λύνονται και ποια όχι. Στα προβλήματα που προτείνουν λύση, τα παιδιά δε γράφουν τη λύση, αλλά περιγράφουν τα στάδια της πορείας επίλυσης.

Στα προβλήματα που δε λύνονται εξηγούν γιατί, και προτείνουν τη διόρθωση των προβλημάτων ώστε να μπορούν να λυθούν. Κάθε παιδί γράφει στο βιβλίο του το διορθωμένο πρόβλημα από την ομάδα του.

Σε κόλλες Α4 λύνουν τα προβλήματα. Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Δείχνουν στον πίνακα. Κάθε παιδί μπορεί να συμπληρώσει στην κόλλα του τη σωστή λύση του προβλήματος ή μια στρατηγική επίλυσης που του άρεσε και δεν την είχε χρησιμοποιήσει. Δε σβήνει όμως τη δική του λανθασμένη λύση, προκειμένου να γίνει ανάλυση λαθών από εμάς και ανάλογη διδακτική παρέμβαση. Συζητάμε με το παιδί πώς οδηγήθηκε στη λανθασμένη λύση, τι το μπερδέψε, τι το δυσκόλεψε κτλ.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ., δ του Τ.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β, Εμπέδωση Εργασία γ του Τ.Μ.
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών

Έλεγχος: Εργασία α του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Εξηγούν πώς εργάστηκαν. Μπορούν να μετατρέψουν τα κιλά σε τόνους διαιρώντας με το 1.000.

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Δείχνουν στον πίνακα τις στρατηγικές τους. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία β του Τ.Μ. (Διαθεματική) Μπορεί να αποτελέσει μέρος του μαθήματος Αγωγής υγείας. Κάθε παιδί μπορεί να ζυγίσει την τσάντα του την ημέρα που έχει τα πιο πολλά βιβλία και να ζυγιστεί. Λένε το πρόβλημα με δικά τους λόγια. Εξηγούν τη στρατηγική που χρησιμοποίησαν. Αναδεικνύουμε τις στρατηγικές των παιδιών (για να έχει το

σωστό βάρος το αγόρι ζυγίζει τουλάχιστον 40 κιλά, γιατί το $\frac{1}{5}$ του $40=8$, ενώ το κορίτσι

ζυγίζει λιγότερο από 40). Ζητάμε να κρίνουν με ανάλογο τρόπο τι συμβαίνει με τη δική τους τσάντα. Καταγράφουν τα δεδομένα για τη δική τους τσάντα στο βιβλίο τους.

Εργασία γ του Τ.Μ. Εκτιμούν: $1.300 \times$ (κάτι λιγότερο από 1 κιλό) άρα το φορτίο ζυγίζει λιγότερο από 1.300 κ., δηλαδή λιγότερο από 1,3 τόνους. Επειδή όμως το φορτηγό ζυγίζει επιπλέον 1,3 τόνους δεν μπορούμε με την παραπάνω εκτίμηση να υπολογίζουμε αν υπερβαίνει τους 2,6 τόνους και χρειάζεται να υπολογίσουμε με ακρίβεια. Εξηγούν στην τάξη πώς εργάστηκαν για να βρουν με ακρίβεια το βάρος του φορτηγού.

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά μπορούν να εργαστούν ατομικά ή ομαδικά ανάλογα πώς θα αξιοποιήσουμε την εργασία. Τα παιδιά συνεργάζονται και γράφουν στο βιβλίο το πρόβλημα που προτείνουν. Συζητάμε στην τάξη γιατί δεν μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα του βιβλίου και πώς θα μπορούσαμε να το συμπληρώσουμε. Τα παιδιά παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους το πρόβλημα που έφτιαξαν. Μπορούμε να ζητήσουμε να το λύσουν τα ίδια ή οι συμμαθητές τους (ανταλλάσσουν τετράδια μεταξύ τους).

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά δοκιμάζουν διάφορες λύσεις και καταλήγουν στη στρατηγική που τους διευκολύνει: στο κεφ. 40 γνώρισαν τη στρατηγική να αντικαθιστούν τους μεγάλους αριθμούς με άλλους πιο εύκολους αριθμούς προκειμένου να καταλάβουν την πορεία της επίλυσης του προβλήματος, π.χ.: $81 = 9 \times 9$, άρα $81.000.000 = 9.000 \times 9.000$ κτλ.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Η εργασία δ του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.
- Δίνουμε στα παιδιά προβλήματα που λύνονται και προβλήματα που τους λείπουν δεδομένα, δεν έχουν ερώτηση στο τέλος ή έχουν λάθος δεδομένα και δε λύνονται. Ζητάμε από τα παιδιά να κρίνουν αν λύνονται, και όσα δε λύνονται να τα συμπληρώσουν, να τα διορθώσουν και να προτείνουν τη λύση τους. Τα προβλήματα που προτείνουμε είναι απαραίτητο να έχουν σχέση με την καθημερινότητα των παιδιών και να επιδέχονται εκτίμηση εκτός από ακριβή υπολογισμό. Π.χ.: α) Η κυρία Μαριάνθη φτιάχνει με άλλες γυναίκες του αγροτικού συνεταιρισμού του Δήμου Πορταριάς μαρμελάδες. Για 1 κιλό μαρμελάδα χρησιμοποιεί 600 γραμμ. φρούτα. Πόσα κιλά φρούτα χρησιμοποιεί για να φτιάξει 10 κιλά μαρμελάδα; β) Ο Τιμόθεος μοιράζει κάθε πρωί εφημερίδες στους συνδρομητές μιας εφημερίδας. Αν κάθε μέρα μοιράζει 250 εφημερίδες, πόσα χρήματα παίρνει το μήνα;

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Στο μάθημα Αγωγή υγείας τα παιδιά ερευνούν δυσμενείς παράγοντες για την σωματική και ψυχική τους υγεία, π.χ.: ανθυγιεινή διατροφή, έλλειψη άσκησης και ομαδικών παιχνιδιών, πολύωρη καθημερινή τηλεθέαση κτλ. Μπορεί να αποτελέσει μέρος σχεδίου εργασίας με ανάλογο θέμα.

Κεφάλαιο 49ο «Σύνθετα προβλήματα – Συνδυάζοντας πληροφορίες (β)»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να περιγράφουν και να υλοποιούν τα επιμέρους βήματα στην πορεία επίλυσης ενός σύνθετου προβλήματος.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αξιολογούν και να συνδυάζουν πληροφορίες σε ένα πρόβλημα (λεκτικά διατυπωμένο).
- ▶ Να αναπτύσσουν διαφορετικές στρατηγικές μοντελοποίησης ενός προβλήματος.
- ▶ Να χρησιμοποιούν διαφορετικές στρατηγικές διαχείρισης αριθμών.
- ▶ Να είναι σίγουροι για τη λύση που έδωσαν επαληθευόντάς τη με άλλη στρατηγική.
- ▶ Να απαντούν με πληρότητα και σαφήνεια στα ερωτήματα του προβλήματος.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να διαβάζουν γράφημα.
- ▶ Να βρίσκουν τον κανόνα σε μια αριθμητική ακολουθία.
- ▶ Να επεκτείνουν μια αριθμητική ακολουθία και να κατασκευάζουν αριθμητικές ακολουθίες με προϋποθέσεις.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Γράφουμε στον πίνακα την αριθμητική ακολουθία

1, 2, 3, 5, 8, 13, ..., ..., ..., ..., ...

Ζητάμε από τα παιδιά να περιγράψουν τον κανόνα της αριθμητικής ακολουθίας και να βρουν τους επόμενους 5 όρους.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, στατιστική, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Διαίρεση δεκαδικού με δεκαδικό.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Υπολογιστής τσέπης, όσπρια ή πούλια για το παιχνίδι, ψεύτικα ευρώ.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και λένε με δικά τους λόγια τις πληροφορίες που δίνει το γράφημα. Γίνεται συζήτηση για τη σημασία επίλυσης προβλημάτων στην καθημερινή ζωή.

Επίσης, αν τα παιδιά δεν έχουν έρθει σε επαφή με ηλεκτρονικό υπολογιστή, τους δίνουμε την ευκαιρία να πληροφορηθούν για τη χρήση του στην καθημερινή ζωή.

Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Συζητάμε τις στρατηγικές που αναπτύσσουν για να απαντήσουν ένα ένα τα ερωτήματα (τις καταγράφουμε στον πίνακα).

Εξηγούν κάθε φορά πώς μπορούν να έχουν απόλυτη βεβαιότητα για τη λύση που πρότειναν (σύγκριση του ακριβούς αποτελέσματος με την αρχική εκτίμηση ή χρήση άλλης στρατηγικής).

Ακολουθεί συζήτηση για τη μείωση των μαθητών στο Γυμνάσιο καθώς και για την πολιτισμική σύνθεση του μαθητικού πληθυσμού. Σημασία δεν έχει η ακρίβεια αλλά η αναγνώριση και αξιολόγηση των των δεδομένων και η εξήγησή τους.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία του Β.Μ. Παίζουμε στον πίνακα με τα παιδιά το παιχνίδι (σχεδιάζουμε τα πούλια) και στη συνέχεια αφήνουμε τα παιδιά να παίξουν με πούλια ή όσπρια το παιχνίδι.

Τα παιδιά παίζουν πολλές φορές κάθε παιχνίδι που προτείνουμε (σε ώρα που ορίζουμε ή όποτε έχουν χρόνο) ώστε να το καταλάβουν και να μπορέσουν να ανακαλύψουν στρατηγικές για να κερδίζουν.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων Εργασία α του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία δ του Τ.Μ.
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασία β, γ, Εμπέδωση Εργασία ε του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών

Έλεγχος: Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Δείχνουν στον πίνακα τις διαφορετικές στρατηγικές μοντελοποίησης του προβλήματος. Περιγράφουν τα βήματα της πορείας επίλυσης.

Δραστηριότητα Ανακάλυψη. Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει βιωματική. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Μοντελοποιούν το πρόβλημα με ζωγραφική. Μπορούν επίσης να χρησιμοποιήσουν τα ψεύτικα ευρώ. Προσεγγίζουν το πρόβλημα με διάφορες στρατηγικές διαχείρισης αριθμών (διαδοχική πρόσθεση ή πολλαπλασιασμό ή διαδοχική αφαίρεση δεκαδικών ή τη διαίρεση όπως στο κεφ. 28).

Στο δεύτερο ερώτημα υπάρχουν πολλές λύσεις:

Αφού τα μπισκότα είναι 60: μπορεί να έφαγαν 30 παιδιά από 2 μπισκότα ή 15 παιδιά από 4 μπισκότα ή 60 παιδιά από 1 μπισκότο ή 12 παιδιά από 5 μπισκότα κτλ.

Εργασία β του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Μοντελοποιούν το πρόβλημα (με ζωγραφική).

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά και εξηγούν τα βήματα που ακολούθησαν για να λύσουν το πρόβλημα. Δείχνουν στον πίνακα. Οι αριθμοί που θα προτείνουν τα παιδιά στη δική τους αριθμητική ακολουθία δείχνει σε ποιους αριθμούς έχουν άνεση. Οι πιο απλοί αριθμοί είναι 1 εκατ., 2 εκατ., 3 εκατ., 5 εκατ., 8 εκατ. κτλ.

Εργασία ε του Τ.Μ. Τα παιδιά δείχνουν στον πίνακα πώς σκέφτηκαν να λύσουν το πρόβλημα. Εξηγούν τι τα δυσκόλεψε.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

▶ Η εργασία β του Τ.Μ. όπως περιγράφεται.

▶ Δίνουμε στα παιδιά έντυπο υλικό με γραφήματα από έρευνες (που αφορούν την καθημερινή ζωή στη χώρα μας) με δεδομένα απλά και κατανοητά. Τα παιδιά διαβάζουν τα δεδομένα και απαντούν στα ερωτήματα που τους έχουμε θέσει. Σχετικές πληροφορίες στο διαδίκτυο μπορούμε να βρούμε στην ιστοσελίδα του ΥΠΕΠΘ και της Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, γ, ε του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Βρίσκουν παιχνίδια και σπαζοκεφαλιές σε έντυπο υλικό και στο διαδίκτυο.

Κεφάλαιο 5ο «Σμίκρυνση - Μεγέθυνση»**1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα**

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να διενεργούν μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις απλών σχημάτων σε τετραγωνισμένο ή μιλιμετρέ χαρτί.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να αναπαράγουν και να μεγεθύνουν σε πλέγμα απλά ευθύγραμμα τμήματα.
- ▶ Να βρίσκουν το λόγο κάλυψης μιας τετραγωνισμένης επιφάνειας (είναι ο λόγος του εμβαδού της καλυμμένης επιφάνειας προς το εμβαδόν της συνολικής επιφάνειας) και να τον συγκρίνουν με το λόγο κάλυψης της ίδιας επιφάνειας σε μεγέθυνση, ώστε να κατανοήσουν ότι ο λόγος παραμένει σταθερός, αλλάζει μόνο το εμβαδόν της επιφάνειας.
- ▶ Να διενεργούν σμίκρυνση και μεγέθυνση σε τετραγωνισμένο χαρτί χωρίς υπολογιστικές διαδικασίες αναλογιών και κλιμάκων.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2.

3. Προσπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Η έννοια της κάλυψης, της περιμέτρου, του εμβαδού.
- ▶ Η μονάδα αναφοράς (ποια είναι η μονάδα κάθε φορά).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Δίνουμε στους μαθητές από ένα μιλιμετρέ χαρτί και τους ζητάμε να σχεδιάσουν ένα τετράγωνο με πλευρά 1 εκ. και ένα τετράγωνο με πλευρά 10 εκ. Ζητάμε να υπολογίσουν την περίμετρο και το εμβαδόν κάθε τετραγώνου.

Συζητάμε στην τάξη τι σχέση έχει το μήκος της πλευράς του μικρού τετραγώνου με το μήκος της πλευράς του μεγάλου τετραγώνου. Δείχνουν με κλάσμα, δεκαδικό και ποσοστό ($\frac{1}{10}$ της πλευράς του μεγάλου τετραγώνου ή 0,10 ή 10%).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Λόγοι, αναλογίες, υπολογισμός κλίμακα, κλάσματα με πολύ μεγάλο παρονομαστή (π.χ. διαβάζουμε 1 προς 1 εκατομμύριο και όχι 1 εκατομμυριοστό).

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Πολιτικός ή γεωφυσικός χάρτης της Ελλάδας, τετραγωνισμένο χαρτί, μιλιμετρέ χαρτί, γνώμονας/χάρακας.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 1ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προσπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα

8. Περιγραφική εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά από τη δραστηριότητα ελέγχου, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης. Παρατηρούν στο χάρτη της Ελλάδας το υπόμνημα. Συζητούν. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Συζητάμε για ποιο λόγο χρησιμοποιούμε τη σμίκρυνση στους χάρτες. Συζητάμε τι σημαίνει αναπαραγωγή, σμίκρυνση και μεγέθυνση και πού χρησιμοποιούνται στην καθημερινή ζωή (κιάλια, μικροσκόπιο, τηλεσκόπιο, φωτογραφία, φωτοτυπία κτλ.).

Παρατηρούν το χάρτη της περιοχής στο Β.Μ. και κάνουν την σμίκρυνση του χάρτη. Εξηγούν πώς εργάστηκαν.

Δίνουμε στα παιδιά τετραγωνισμένο χαρτί (2εκ. x 2εκ. ή 3εκ. x 3εκ. από το Παράρτημα) και φτιάχνουν τον ίδιο χάρτη σε μεγέθυνση. Εξηγούν τις στρατηγικές τους. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Ενδεικτικό διάγραμμα ροής 2ης διδακτικής ώρας

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία β του Τ.Μ.
Φάση γ΄	Εφαρμογή της νέας γνώσης Εργασίες α, γ του Τ.Μ.

Περιγραφή εργασιών – Έλεγχος. Δίνουμε στα παιδιά μια σελίδα Α4 και ζητάμε να φτιάξουν ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 14εκ. Ζητάμε να φτιάξουν ένα άλλο ευθύγραμμο τμήμα έτσι ώστε να είναι μεγαλύτερο από το αρχικό κατά 50%. Τι μεγέθυνση έκαναν;

Εργασία β του Τ.Μ. Πρώτα μετρούν με το χάρακα, συμπληρώνουν τον πίνακα και στη συνέχεια χαράζουν το σχήμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά και εξηγούν πώς εργάστηκαν. Το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας στη σύμκρυνση είναι 16 φορές μικρότερο από το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας στη μεγέθυνση.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Δίνουμε σε μιλιμετρέ χαρτί ένα τετράγωνο, ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Ζητάμε από τα παιδιά να μεγαλώσουν τις πλευρές κάθε σχήματος 3 φορές (τριπλασιάζουν ή μεγεθύνουν 1:3). Εκτιμούν πόση θα είναι η περίμετρος κάθε σχήματος μετά τη μεγέθυνση. Επαληθεύουν χαράζοντας τα σχήματα σε μεγέθυνση.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Το μάθημα μπορεί να ενταχθεί σε σχέδιο εργασίας (άλλη διαθεματική δραστηριότητα) στην Αισθητική αγωγή, στο μάθημα πληροφορικής κτλ.

Κεφάλαιο 51ο «Μονάδες μέτρησης χρόνου - Μετατροπές»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες χρόνου προκειμένου να λύσουν προβλήματα καθημερινής ζωής.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Na χρησιμοποιούν την κατάλληλη μονάδα μέτρησης χρόνου σε καθημερινές καταστάσεις.
- Na γνωρίζουν ότι η ώρα δεν είναι η ίδια σε κάθε μέρος του πλανήτη την ίδια στιγμή.
- Na εκφράζουν τα αποτελέσματα των μετρήσεων χρόνου με τη μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού αριθμού.
- Na εκτελούν απλές πράξεις με συμμιγείς αριθμούς.
- Na συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- Na γνωρίζουν τη σχέση δευτερόλεπτο – λεπτού – ώρας – εικοσιτετράωρου.
- Na γνωρίζουν τη σχέση χρόνου, αιώνα, χιλιετίας.
- Na γνωρίζουν ότι η χρονολογία είναι σε σχέση με μία ημερομηνία αναφοράς και ότι όλοι οι λαοί σήμερα δεν έχουν την ίδια ημερομηνία.
- Na συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Αν το λεωφορείο από Σπάρτη για Αθήνα χρειάζεται 3 ώρες και μισή, τι ώρα θα φτάσει ο Παναγιώτης στην Αθήνα αν ξεκίνησε με το λεωφορείο των 11 π.μ.;

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Παγκόσμιος άτλαντας, αριθμογραμμή, πίνακας, ψηφιακό και αναλογικό ρολόι, υπολογιστής τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, γ, Εμπέδωση Εργασίες δ, ε
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασία στ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Αφού διενεργήσουμε τον έλεγχο, τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και συζητούν. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συγκεκριμένη δραστηριότητα σε μάθημα που σχετίζεται με την Ιστορία, την τοπική ιστορία ή σε σχέδιο εργασίας σχετικά με τις μετρήσεις από την αρχαιότητα ως σήμερα (αρχαίοι πολιτισμοί και τα ημερολόγια που είχαν επινοήσει, σύνδεση με ιστορία, γεωγραφία, αστρονομία κτλ.). Διατάσσουν τις μονάδες μέτρησης χρόνου.

Εργασία 1 του Β.Μ. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν (νοερόι υπολογισμοί). Αν δυσκολεύονται, επαληθεύουν με τον υπολογιστή τσέπης.

Εργασία 2 του Β.Μ. Δείχνουν στο ρολόι (σχεδιάζουν τους δείκτες), στη συνέχεια δείχνουν στην αριθμογραμμή και στο τέλος εξηγούν την κάθετη αφαίρεση. Ζητάμε να μας εξηγήσουν γιατί τα 10 λεπτά έγιναν 70.

Μπορούμε να ζητήσουμε να βρουν τι ώρα θα τελειώσει το σχολείο ο Τάσος αν σχολάει μετά από 5 ώρες και 20 λεπτά (από την ώρα που φτάνει στο σχολείο).

Εργασία 3 του Β.Μ. Υπολογίζουν νοερά. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν, δείχνουν στον πίνακα.

Εργασία 4 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Χρησιμοποιούμε τον άτλαντα. Δίνουμε παραδείγματα με άλλες πόλεις του κόσμου.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά ή ατομικά. Δείχνουν με κάθετη πρόσθεση ή αφαίρεση. Συμπληρώνουν ό,τι ώρα θέλουν για τη Θεσσαλονίκη.

Εργασία β του Τ.Μ. Εξηγούν και με νοερούς υπολογισμούς και με κάθετη αφαίρεση ή πρόσθεση.

Εργασία γ του Τ.Μ. Εκτιμούν. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Κάνουν τις μετατροπές νοερά και επαληθεύουν με τον υπολογιστή τσέπης.

Εργασία δ του Τ.Μ. Εργάζονται ατομικά. Εξηγούν στον πίνακα πώς εργάστηκαν.

Εργασία ε του Τ.Μ. Εργάζονται ομαδικά. Εξηγούν με κάθετη πράξη.

Εργασία στ του Τ.Μ. Εξηγούμε ότι 1 ημέρα = 24 ώρες (ημερονύκτιο). Τα παιδιά εξηγούν τη στρατηγική τους.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▮ Ζητάμε από τα παιδιά να υπολογίσουν πόσος χρόνος έχει περάσει περίπου από την ώρα που ήρθαν στο σχολείο μέχρι τη στιγμή που γίνεται το μάθημα των μαθηματι-

κών. Ζητάμε να βρουν πόση ώρα είναι στο σχολείο από το πρωί μέχρι το μεσημέρι (με εκτίμηση). Δείχνουν στο ρολόι της τάξης. Προσπαθούν να υπολογίσουν με ακρίβεια χωρίς κάθετες πράξεις.

- ▶ Τα παιδιά παρατηρούν σε παγκόσμιο χάρτη (άτλαντα) την ώρα σε διαφορετικές πόλεις του κόσμου. (Δε διδάσκουμε το γεωγραφικό πλάτος και μήκος ενός τόπου.) Αναφέρουμε ένα παράδειγμα: «Ο Κωνσταντίνος ζει στο Σικάγο των ΗΠΑ. Όταν εκεί η ώρα είναι 12 το μεσημέρι, στο Καστόρι, ένα χωριό στον Ταΰγετο όπου ζει η γιαγιά του, είναι 8 το βράδυ. Πόσες ώρες είναι η διαφορά ανάμεσα στη Σπάρτη και στο Σικάγο; Τι ώρα πρέπει να τηλεφωνήσει ώστε στο χωριό η ώρα να είναι 9 το πρωί;»
- ▶ Δίνουμε στα παιδιά έντυπο υλικό από διαφημιστικά φυλλάδια με τις ώρες λειτουργίας καταστημάτων ή ωράριο λειτουργίας διάφορων υπηρεσιών (δημόσιων κτλ.). Ζητάμε να υπολογίσουν πόσες ώρες την ημέρα είναι οι υπηρεσίες ανοικτές για το κοινό, πόσες ώρες την εβδομάδα εργάζεται ένας υπάλληλος σε μία από αυτές τις υπηρεσίες κ.ά.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες β, γ, ε, στ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Σχέδιο εργασίας: «Οι συνθήκες εργασίας άλλοτε και τώρα, η παιδική εργασία και εκμετάλλευση, Διεθνείς Οργανισμοί και Οργανώσεις για τα δικαιώματα των παιδιών».
- Βρίσκουν πληροφορίες για τον Πλάτωνα και την Ακαδημία Πλάτωνα στην Αθήνα. Σχέδιο εργασίας «Γνωρίζω την ιστορία του τόπου μου».

Κεφάλαιο 52ο «Προβλήματα με συμμιγείς αριθμούς»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να εκτελούν πράξεις με συμμιγείς προκειμένου να λύσουν προβλήματα της καθημερινής ζωής.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να διακρίνουν πότε είναι πιο εύκολο να υπολογίσουμε με συμμιγείς (μετρήσεις χρόνου) και πότε με δεκαδικούς αριθμούς (μετρήσεις μήκους, ευρώ, μάζα κτλ.).
- ▶ Να μετρούν το χρόνο που πέρασε ή που υπολείπεται σε σχέση με μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή (υπολογισμός ηλικίας).
- ▶ Να χρησιμοποιούν τη γραμμή του χρόνου.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να κάνουν μετατροπές στις μονάδες μέτρησης χρόνου, μήκους και στα νομίσματα.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά γράφουν σε κόλλα Α4 την ημερομηνία γέννησής τους και υπολογίζουν με ακρίβεια τη σημερινή τους ηλικία.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, πρόβλημα.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Ιστοριογραμμή, ημερολόγιο τοίχου, υπολογιστής τσέπης, υδρόγειος σφαίρα.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης και διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη. Εκτιμούν ποιο παιδί έχει τη μεγαλύτερη ηλικία (Γαβριέλα) και ποιο τη μικρότερη (ο Χρήστος). Εργάζονται σε ομάδες.

Στη συνέχεια βρίσκουν με ακρίβεια την ηλικία των παιδιών την 1η Μαΐου 2006: η Γαβριέλα είναι 15, ο Χρήστος 14 χρονών και 4 μηνών, η Ζέτα είναι 14 χρονών, 11 μηνών και 20 ημερών).

Συμπληρώνουν την ιστοριογραμμή με τις ημερομηνίες γέννησης των παιδιών και συζητούν για την επαναληπτικότητα της ημέρας των γενεθλίων.

Υπολογίζουν την ημέρα των γενεθλίων του Χρήστου (1/1ου) και της Ζέτας (10/5ου).

Υπολογίζουν την ημερομηνία γέννησής τους (Χρήστος 1-1-1992 και η Ζέτα 10-05-1991. Δείχνουν σε κόλλα Α4 τη θέση των δικών τους γενεθλίων σε μια ιστοριογραμμή. (στα μέλη της ομάδας). Εργάζονται ομαδικά και εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά διαβάζουν το πρόβλημα και το λένε με δικά τους λόγια. Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά. Κάνουν νοερούς υπολογισμούς:

• Έδωσε: $400 \text{ πενντάλεπτα} = 200 \text{ ευρώ}$, $300 \text{ δεκάλεπτα} = 30 \text{ ευρώ}$, 170 ευρώ , $360 \times 2 \text{ ευρώ} = 720 \text{ ευρώ}$. Σύνολο 1.120 ευρώ.

• Πήρε: $(20-1) \times 50 = 950 \text{ ευρώ}$ και $7 \times 20 = 140 \text{ ευρώ}$. Σύνολο 1.190 ευρώ.

Άρα, ο ταμίας έκανε λάθος και της έδωσε περισσότερα. Επαληθεύουν με υπολογιστή τσέπης. Προτείνουν ένα διαφορετικό τρόπο πληρωμής της κυρίας Χρυσούλας (με το σωστό ποσό αυτή τη φορά).

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Εργάζονται ομαδικά. Μπορεί να γίνει διαθεματική δραστηριότητα στο μάθημα της Γεωγραφίας ή να αποτελέσει μέρος σχεδίου εργασίας με θέμα «Η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο». Εξηγούμε στα παιδιά την έννοια της ισημερίας και του ηλιοστασίου. Δείχνουμε στην υδρόγειο σφαίρα την κίνηση της Γης.

Εργασία β, γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Ανταλλάσσουν τα τετράδιά τους και διορθώνουν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Διαβάζουν το πρόβλημα. Συζητούν με τον διπλανό τους γιατί δεν μπορούν να το λύσουν έτσι όπως είναι διατυπωμένο (δε γνωρίζουμε το μήκος κάθε μικρού ραφίου).

Προτείνουν το πρόβλημα με διαφορετικά δεδομένα (υπάρχουν πολλοί τρόποι να διορθωθεί προσθέτοντας, παραλείποντας ή τροποποιώντας δεδομένα). Γράφουν στο βιβλίο το πρόβλημά τους. Προτείνουν τη λύση του. **Μπορούν να γράψουν το πρόβλημα σε κόλλα Α4 για την τράπεζα προβλημάτων της τάξης και να προτείνουν προφορικά τη λύση του.**

Εργασία ε του Τ.Μ. Όπως και στην εργασία δ, κρατάμε τα προβλήματα στην τράπεζα εργασιών της τάξης.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Δίνουμε στα παιδιά έντυπο υλικό από συσκευασίες προϊόντων που έχουν ημερομηνία συσκευασίας και προτεινόμενη ημερομηνία κατανάλωσης. Συζητάμε για το χρόνο που χρειάζεται να καταναλωθεί το προϊόν από την ημερομηνία αγοράς του. Μπορεί η συγκεκριμένη δραστηριότητα να αποτελέσει μέρος του μαθήματος Αγωγή καταναλωτή με θέμα «Διαβάζοντας τις ετικέτες των προϊόντων».
- ▶ Συζητάμε πού χρειάζεται να υπολογίσουμε με ακρίβεια χρησιμοποιώντας συμμιγείς –π.χ.: υπολογίζουμε με ακρίβεια την ημερομηνία στα διαβατήρια (έχουν ημερομηνία λήξης και χρειάζονται ανανέωση), για τη σύνταξη (χρόνια εργασίας), για ένα ιατρικό ιστορικό (μέρες νοσηλείας σε νοσοκομείο) κ.ά.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, γ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σχέδιο εργασίας «Διαβάζοντας τις ετικέτες των προϊόντων: ημερομηνία παραγωγής και λήξης»

Κεφάλαιο 53ο «0 κύκλος»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να διαχειρίζονται τα στοιχεία του κύκλου και να κάνουν υπολογισμούς και χαράξεις.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να χρησιμοποιούν τη σωστή ορολογία που αφορά τον κύκλο.
- ▶ Να κατανοούν ότι $d = 2 \times a$ ή $a = d : 2$ και να μπορούν να υπολογίζουν την ακτίνα αν γνωρίζουν τη διάμετρο ή το αντίστροφο.
- ▶ Να αναγνωρίζουν ότι το π είναι το σύμβολο του αριθμού 3,14.
- ▶ Να αναγνωρίζουν ότι το μήκος ενός κύκλου είναι ό,τι και η περίμετρος σε ένα γεωμετρικό σχήμα με πλευρές.
- ▶ Να χρησιμοποιούν το διαβήτη για να χαράζουν κύκλους.
- ▶ Να ανακαλύψουν ότι το μήκος ενός κύκλου εξαρτάται από την ακτίνα του και να μπορούν να το υπολογίσουν χρησιμοποιώντας τον τύπο ($K = \pi \times d$).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να εκτελούν πολλαπλασιασμούς ακέραίου με δεκαδικό ή δεκαδικού με δεκαδικό.
- ▶ Να εκτελούν διαίρεση δεκαδικού με ακέραιο ή ακεραίου με ακέραιο.
- ▶ Να διενεργούν μετρήσεις μηκών με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων.
- ▶ Να γνωρίζουν την ώρα και τη σχέση λεπτού - ώρας.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες. Τους δίνουμε μία κόλλα Α4. Έχουμε σχεδιάσει πάνω στην κόλλα ένα τετράγωνο με πλευρά 10 εκ. και έναν κύκλο με ακτίνα 5 εκ. Ζητάμε να κρίνουν ποιο σχήμα έχει μεγαλύτερη περίμετρο (στον κύκλο λέμε μήκος). Προτείνουμε στα παιδιά να βρουν τρόπους να επαληθεύσουν την άποψή τους. Έχουν στη διάθεσή τους χάρακα ή γνώμονα, σπάγκο, μεζούρα.

(Καταλήγουμε στη χρήση του σπάγκου για τον κύκλο: τοποθετούμε το σπάγκο πάνω στην περιφέρεια του κύκλου και στη συνέχεια τεντώνουμε το συγκεκριμένο κομμάτι πάνω στη μεζούρα ή το μετράμε με το χάρακα.)

Συγκρίνουν στη συνέχεια τα δύο μήκη.

4. Διαφορετικά πλαίσια που αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα

5. Μαθηματικές έννοιες όπου εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δεν θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Ομόκεντροι κύκλοι.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Σπάγκος, μετροταινία, χάρακας, διαβήτη, ρολόι, υπολογιστής τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης. Βιωματική

Η βιωματική δραστηριότητα μπορεί να γίνει σε προηγούμενη ώρα κατά την οποία τα παιδιά φτιάχνουν τους κύκλους και συμπληρώνουν στον πίνακα την ακτίνα και το μήκος του κύκλου.

Μετά τη δραστηριότητα ελέγχου τα παιδιά απαντούν την ερώτηση αφόρμησης. Διαβάζουν τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και συζητούν για τα αποτελέσματα των μετρήσεων που έκαναν. Χρησιμοποιούν τον υπολογιστή τσέπης για να συμπληρώσουν τα υπόλοιπα στοιχεία στον πίνακα. Συζητάμε για τα αποτελέσματα αυτά. Καταλήγουμε στον αριθμό π.

Δείχνουμε στα παιδιά τη χρήση του διαβήτη. Αν τα παιδιά δε γνωρίζουν να τον χρησιμοποιούν, τα βοηθούμε να εμπεδώσουν τη διαδικασία χαράζοντας κύκλους με συγκεκριμένη ακτίνα ή διάμετρο σε κόλλα Α4.

Διαβάζουν τον Σαίτα. Τα παιδιά ασχολούνται, με αφορμή το π, με τους σπουδαίους αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς και τη συνεισφορά τους στην επιστήμη (σχετική η αναφορά και στο Τ.Μ.).

Εργασία του Β.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ατομικά. Παρατηρούμε αν όλα τα παιδιά χειρίζονται σωστά το διαβήτη.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Ενώνουν και στη συνέχεια επαληθεύουν μετρώντας την ακτίνα. Συζητάμε για τις εκτιμήσεις τους.

Εργασία β του Τ.Μ. Πρόκειται για το σήμα των Ολυμπιακών Αγώνων.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά εξηγούν πώς σκέφτηκαν. Πρέπει να επιλέξουν το μικρότερο δυνατό μήκος.

Εργασία δ του Τ.Μ. Ο ωροδείκτης κάνει έναν κόκκινο κύκλο σε 12 ώρες, ενώ ο λεπτοδείκτης έναν πράσινο σε 1 ώρα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Συζητάμε τις εκτιμήσεις των παιδιών στην τάξη. Μια πιθανή λύση είναι Πτετρ = 8 (μήκος πλευράς) x 4 (αριθμός πλευρών), ενώ Πκυκλ = 8 (μήκος διαμέτρου) x 3,14. Αφού το 4 είναι μεγαλύτερο από το 3,14, η περιμετρος του τετραγώνου είναι μεγαλύτερη από το μήκος του κύκλου.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- ▶ Ζητάμε από τα παιδιά να βρουν πού χρησιμοποιούμε κύκλους στην καθημερινή ζωή και αν χρειάζεται να υπολογίσουμε το μήκος τους. (π.χ. στην κουζίνα τα στρογγυλά ταψιά γράφουν πόσα εκ. είναι η διάμετρός τους, τα λάστιχα των αυτοκινήτων κ.ά.).
- ▶ Τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν το μήκος και την ακτίνα του κέρματος αφενός των 2 ευρώ, αφετέρου των 50 λεπτών. Συζητάμε πώς θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το μήκος της περιφέρειάς τους.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, γ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

Σχέδιο εργασίας: «Αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί».

Κεφάλαιο 54ο «Προβλήματα γεωμετρίας (β)»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να εφαρμόζουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες που απέκτησαν σε προβλήματα γεωμετρίας.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- ▶ Να λύνουν προβλήματα καθημερινής ζωής που απαιτούν γνώσεις γεωμετρίας.
- ▶ Να συνδυάζουν πληροφορίες που δίνει ένα σύνθετο γεωμετρικό σχήμα προκειμένου να οδηγηθούν στην επίλυσή του.
- ▶ Να περιγράφουν και να κρίνουν τα βήματα της πορείας κατασκευής ενός σύνθετου γεωμετρικού σχήματος.
- ▶ Να κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.
- ▶ Να κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα με προϋποθέσεις.
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- ▶ Να μπορούν να βρουν το μήκος ενός κύκλου αν γνωρίζουν την ακτίνα ή τη διάμετρο, και το αντίστροφο.
- ▶ Να χαράζουν κύκλους με προϋποθέσεις.
- ▶ Να διατυπώνουν με ακρίβεια και σαφήνεια τον τρόπο που έλυσαν ένα πρόβλημα.
- ▶ Να εργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.
- ▶ Να γνωρίζουν τα γεωμετρικά σχήματα: ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, τραπέζιο, πολύγωνο.

- ▶ Να κινούνται σε τετραγωνισμένο χαρτί (συντεταγμένες).
- ▶ Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε ομάδες. Τους δίνουμε μια κόλλα Α4. Ζητάμε να φτιάξουν 2 κύκλους με ίδιο μήκος (θα έχουν ίδια ακτίνα).

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Ομόκεντροι κύκλοι.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Σπάγκος, μετροταινία, χάρακας, διαβήτη, ρολόι, υπολογιστής τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα-ανακάλυψη Εργασίες 1, 2, 3 του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε
Φάση στ΄	Εμπέδωση - Επέκταση Εργασία στ

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν. Εργάζονται ομαδικά και απαντούν στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης. Εκτιμούν.

Ο μικρός τροχός, για να κάνει την ίδια απόσταση με το μεγάλο, πρέπει να περιστραφεί περισσότερες φορές (διπλάσιες). Συζητούν τις απόψεις των πρωταγωνιστών.

Εργασία 1 του Β.Μ. Τα πηγάδια είναι κυκλικά γιατί ο κύκλος είναι το σχήμα που μας δίνει τη μεγαλύτερη δυνατή επιφάνεια με τη μικρότερη περίμετρο. Το καπάκι του πηγαδιού πρέπει να έχει ακτίνα μεγαλύτερη από την ακτίνα του πηγαδιού, γιατί αλλιώς το καπάκι θα πέσει στο πηγάδι!

Εργασία 2 του Β.Μ. Τα παιδιά παρατηρούν το σχήμα και το περιγράφουν. Στη συνέχεια υπολογίζουν την απόσταση (αθροίζουν τα μήκη των ακτίνων). Βρίσκουν το μήκος του μικρού κύκλου και στη συνέχεια τριπλασιάζουν. Επαληθεύουν με πράξεις.

Εργασία 3 του Β.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση και να συνδυαστεί με την εργασία στ του Τ.Μ. Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Καταγράφουν τις οδηγίες και στη συνέχεια τις παρουσιάζουν στην τάξη. Γράφουμε στον πίνακα τις οδηγίες που προτείνουν. Τα παιδιά μπορούν να γράψουν τις σωστές οδηγίες στο πρόχειρό τους ή σε μία κόλλα Α4 και να τη φυλάξουν στον ατομικό τους φάκελο. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Υπολογίζουν νοερά χρησιμοποιώντας τις ακτίνες.

Εργασία β του Τ.Μ. Πρώτα σχεδιάζουμε το συμμετρικό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Μετά σημειώνουμε το κέντρο των δύο κύκλων.

Εργασία γ του Τ.Μ. Τα παιδιά κάνουν αναπαραγωγή σχήματος με προϋποθέσεις. Συζητάμε τι τα δυσκόλεψε στη συγκεκριμένη εργασία (προσανατολισμός).

Εργασία δ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Πριν σχεδιάσουν, εξηγούν τις ενέργειες που θα κάνουν. Δοκιμάζουν διάφορες λύσεις.

Εργασία ε του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει εναλλακτική διδακτική προσέγγιση. Επίσης μπορούν να φτιάξουν μοτίβα με το ορθογώνιο τρίγωνο, τοποθετώντας το σε διάφορες θέσεις και χρωματίζοντάς το κατάλληλα (Αισθητική αγωγή). Εργάζονται ατομικά ή ομαδικά σε κόλλες Α4. Υπάρχουν πολλές λύσεις.

Εργασία στ του Τ.Μ. Διορθώνουν:

- Η ακτίνα του κύκλου έχει μήκος ίσο με το μισό μήκος της πλευράς του τετραγώνου και όχι το μισό μήκος της διαγωνίου όπως περιγράφει ο Αποστόλης.
- Το ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο έχει ίσες τις πλευρές ΓΒ και ΓΕ και όχι τις πλευρές ΓΒ και ΒΕ.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

- Οι εργασίες 3 του Β.Μ. και δ, ε, στ, του Τ.Μ. όπως περιγράφονται.

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και α, γ, δ του Τ.Μ.

Κεφάλαιο 55ο «Γνωριμία με τους αριθμούς 1.000.000.000 και άνω»

1. Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική ώρα

2. Κύριος διδακτικός στόχος: Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν αριθμούς μεγαλύτερους από το 1 δισεκατομμύριο και να μπορούν να τους διαβάζουν και να τους γράφουν με ψηφία και μεικτή γραφή.

Αναλυτικά οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί:

- Να συγκρίνουν και να κάνουν απλούς νοερούς υπολογισμούς στους πολύ μεγάλους αριθμούς εκφράζοντάς τους με δεκαδικούς (μονάδα αναφοράς το 1 δισ.).
- Να μπορούν να αναλύουν σε δεκαδικό ανάπτυγμα ένα μεγάλο αριθμό (φωνολογική ανάλυσή του).
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 4 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

3. Προαπαιτούμενες γνώσεις – Έλεγχος

- Να διαβάζουν και να γράφουν με ψηφία, λέξεις και μεικτή γραφή αριθμούς μέχρι το 1 δισεκατομμύριο.
- Να χρησιμοποιούν τον άβακα για να γράψουν, να διαβάσουν, να συγκρίνουν αριθμούς μέχρι το 1 δισ.
- Να αναλύουν φωνολογικά και αθροιστικά αριθμούς μέχρι το 1 δισ. (δεκαδικό ανάπτυγμα, κατασκευή ενός αριθμού με άθροισμα, διαφορά, γινόμενο ή διαίρεση άλλων).
- Να βρίσκουν τον κανόνα σε μια αριθμητική ακολουθία και να την επεκτείνουν.
- Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.

Έλεγχος: Τα παιδιά προτείνουν το μεγαλύτερο αριθμό που ξέρουν και τον γράφουν στον πίνακα. Επαληθεύουμε αν τον έγραψαν σωστά χρησιμοποιώντας τον άβακα.

4. Διαφορετικά πλαίσια όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος

Αριθμοί, αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά

Πράξεις με αριθμούς μεγαλύτερους από το 1 δισ.

6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Υπολογιστής τσέπης.

7. Ενδεικτικό διάγραμμα ροής

Φάσεις	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Φάση α΄	Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων
Φάση β΄	Ερώτηση αφόρμησης
Φάση γ΄	Δραστηριότητα -ανακάλυψη Εργασία του Β.Μ.
Φάση δ΄	Επισημοποίηση της νέας γνώσης - συμπέρασμα
Φάση ε΄	Εφαρμογή Εργασίες α, β, Εμπέδωση Εργασίες γ, δ, ε
Φάση στ΄	Επέκταση Εργασίες στ, ζ του Τ.Μ.

8. Περιγραφή εργασιών – Δραστηριότητας Ανακάλυψης

Το μάθημα μπορεί να ακολουθήσει εκπαιδευτική εκδρομή στο Ευγενίδιο Ίδρυμα (Πλανητάριο).

Τα παιδιά διαβάζουν την ερώτηση αφόρμησης και απαντούν. Εργάζονται ομαδικά και απαντούν στα ερωτήματα της δραστηριότητας-ανακάλυψης.

Εργασία του Β.Μ. Συμπληρώνουν τα ονόματα των πλανητών. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν (πώς σύγκριναν).

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα.

Εργασία α του Τ.Μ. Τα παιδιά εξοικειώνονται στο να γράφουν μεγάλους αριθμούς με λέξεις (σε τριπλέτες) και με μορφή δεκαδικού.

Εργασία β του Τ.Μ. Μετατροπή της μεικτής γραφής σε γραφή με ψηφία.

Εργασία γ του Τ.Μ. Παίζουν στον πίνακα το παιχνίδι με τους αριθμούς στόχους. Εξηγούν πώς σκέφτηκαν.

Εργασία δ του Τ.Μ. Εξηγούν τον κανόνα.

Εργασία ε του Τ.Μ. Επαληθεύουν με τον υπολογιστή τσέπης. Εξηγούν πώς εργάστηκαν στον πίνακα.

Εργασία στ του Τ.Μ. Αν επαναδιατυπώσουμε την εκφώνηση, έχουμε: «Η Γη είναι μεγαλύτερη από τη Σελήνη 50 φορές. Ο Ήλιος είναι μεγαλύτερος από τη Γη 1.300.000 φορές. Άρα, ο Ήλιος είναι μεγαλύτερος από τη Σελήνη $50 \times 1.300.000$ φορές».

Εργασία ζ του Τ.Μ. Μπορεί να γίνει παιχνίδι στον πίνακα ή να εργαστούν τα παιδιά σε ομάδες και να φτιάξουν τον αριθμό-στόχο (1,57 δισ.). Λόγου χάρη, γινόμενο 3 αριθμών: $1,57 \times 2 \times 500.000.000 = 1,57$ δισ. Εργάζονται με δεκαδικούς για ευκολία.

9. Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις

Τα παιδιά παρατηρούν έντυπο υλικό με πολύ μεγάλους αριθμούς (άτλαντας, βιβλίο γεωγραφίας). Προσπαθούν να τους διαβάσουν, να τους συγκρίνουν. Κάθε φορά συζητάμε τις περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται τόσο μεγάλοι αριθμοί (πληθυσμός, έκταση κτλ.).

10. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – Τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες 1 του Β.Μ. και δ, ε, στ, ζ του Τ.Μ.

11. Προτεινόμενες δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν τους στόχους του μαθήματος διαθεματικά

- Δ Σύνδεση με το μάθημα της Γεωγραφίας. Μελετάμε τους πληθυσμούς σε σχέση με την έκταση χωρών του πλανήτη μας. Ερμηνεύουμε τις αιτίες των μεγάλων διαφορών που παρουσιάζονται στην πυκνότητα κάθε χώρας: (Καναδάς, παγωμένες περιοχές, Μογγολία, έρημος κτλ.), φτιάχνουμε πίνακες, κάνουμε προβλέψεις με ανάλογους υπολογισμούς.

Πρώτη επιστολή προς τους γονείς

Αγαπητή οικογένεια,

Στην πρώτη περίοδο τα παιδιά θα ασχοληθούν με τα κεφάλαια 1-21 του *Βιβλίου* και του *Τετραδίου* τους. Τα πρώτα αυτά μαθήματα είναι τα θεμέλια της Ε΄ Τάξης, καθώς τα παιδιά θα αποκτήσουν τα γνωστικά εργαλεία για να κατανοήσουν τεχνικές και να αναπτύξουν στρατηγικές στην επίλυση προβλημάτων.

Συγκεκριμένα, στα μαθήματα που θα κάνουν στην τάξη:

- Θα θυμηθούν τους αριθμούς μέχρι το 1 εκατομμύριο καθώς και τους δεκαδικούς αριθμούς.
- Θα μάθουν τους αριθμούς μέχρι το 1 δισεκατομμύριο καθώς και να περνούν από δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα και από κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς.
- Θα κάνουν νοερούς υπολογισμούς στους αριθμούς που γνωρίζουν, θα αναπτύξουν στρατηγικές για να επαληθεύουν τους υπολογισμούς τους (μισό – διπλάσιο, εκτίμηση, ιδιότητες πολλαπλασιασμού και διαίρεσης, ισοδύναμα κλάσματα), θα βρουν το μέσο όρο σε πολλά δεδομένα.
- Θα θυμηθούν τις κάθετες πράξεις και θα μάθουν τον πολλαπλασιασμό δεκαδικών και τη διαίρεση ακέραιοι με ακέραιο με πηλίκο δεκαδικό.
- Θα λύσουν πολλά προβλήματα που έχουν μία ή πολλές λύσεις, προβλήματα που δίνουν δεδομένα με εικόνα και απαιτούν κριτική, συνδυαστική και δημιουργική σκέψη.
- Θα συνεργαστούν για να μετρήσουν, να κάνουν κατασκευές, θα παίξουν παιχνίδια θα κάνουν σχέδια εργασίας.

Πώς μπορείτε να βοηθήσετε τα παιδιά σας:

1. Στην καθημερινή ζωή μέσα στο χώρο του σπιτιού αλλά και έξω από αυτόν, προτρέπουμε τα παιδιά να ανακαλύπτουν τη χρησιμότητα των αριθμών στις καθημερινές μας δραστηριότητες (π.χ., συγκρίνουν τις τιμές των προϊόντων, με το ημερολόγιο ή το ρολόι προγραμματίζουμε τις δραστηριότητες της ημέρας μας, χρησιμοποιούμε το μέτρο, τη μεζούρα ή το χάρακα για να κάνουμε μετρήσεις μήκους, ύψους – επιμένουμε στην ακρίβεια στη μέτρηση κτλ.).
2. Ζητάμε πάντα από τα παιδιά να μας περιγράψουν τη σκέψη τους όταν ασχολούνται με ανάλογες δραστηριότητες, λόγω χάρη: σύγκριση τιμών, υπολογισμός των χρημάτων που είναι ρέστα (π.χ., νοεροί υπολογισμοί με δεκαδικούς αριθμούς), και να εξηγήσουν πώς σκέφτηκαν, πώς υπολόγισαν. Δεν πρέπει όμως να επιβάλλουμε το δικό μας τρόπο σκέψης στα παιδιά.
3. Παίξτε μαζί τους παιχνίδια με αριθμούς, π.χ. νοερά ή με τον υπολογιστή τσέπης όπως:
 - Βρίσκω το μισό, το διπλάσιο, το τετραπλάσιο, το δεκαπλάσιο του αριθμού 5.500.000 με έμφαση στον τρόπο σκέψης (στρατηγική για να υπολογίσουμε).
 - Φτιάχνω τον αριθμό 8.880.000 με τον υπολογιστή τσέπης χωρίς να χρησιμοποιήσω το πλήκτρο 8.
4. Διαβάστε μαζί του βιβλία που αναφέρονται σε αριθμούς πάρα πολύ μεγάλους, όπως η ιστορία της Γης (Εποχή των Παγετώνων, Εποχή των Δεινοσαύρων κτλ.), αλλά και σε αριθμούς πάρα πολύ μικρούς, όπως αυτοί που αναφέρονται σε πλήθος μικροβίων, ώστε το παιδί να ανακαλύψει τη χρησιμότητα των αριθμών στη ζωή μας.
5. Συζητήστε μαζί τους για αποτελέσματα ερευνών που παρουσιάζονται στον ημερήσιο ή στον κυριακάτικο Τύπο, στην τηλεόραση ή στο διαδίκτυο, αναλύστε διαγράμματα, συζητήστε για το μέσο όρο σε καθημερινές καταστάσεις –π.χ., υπολογίζει το χαρτζιλίκι του με βάση το μέσο όρο των καθημερινών του εξόδων, πόση ώρα βλέπει τηλεόραση την εβδομάδα κτλ. Συζητάμε για τη σημασία της καλής οργάνωσης των χρημάτων και του χρόνου μας στην καθημερινή μας ζωή.

Με εκτίμηση
Η συγγραφική ομάδα

Δεύτερη επιστολή προς τους γονείς

Αγαπητή οικογένεια,

Στη δεύτερη περίοδο τα παιδιά θα ασχοληθούν με τα κεφάλαια 22-40 του *Βιβλίου* και του *Τετραδίου* τους. Στα σχετικά κεφάλαια τα παιδιά θα χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις και δεξιότητες που κατέκτησαν στις πρώτες τρεις ενότητες για να ανακαλύψουν γνώσεις σχετικές με διαχείριση αριθμών και γεωμετρικών σχημάτων, μετατροπές μονάδων μήκους και επιφάνειας, και να λύσουν σύνθετα προβλήματα.

Συγκεκριμένα, στα μαθήματα που θα κάνουν στην τάξη:

- Θα ανακαλύψουν τα ποσοστά ως μορφή αριθμού που συναντάμε στην καθημερινή ζωή και θα λύσουν προβλήματα χρησιμοποιώντας όλες τις μορφές αριθμών που έμαθαν.
- Θα ανακαλύψουν τα ισοπεριμετρικά και τα ισοεμβαδικά σχήματα και θα λύσουν σύνθετα προβλήματα που απαιτούν κριτική και συνδυαστική σκέψη.
- Θα ανακαλύψουν τρόπους για να κάνουν με σιγουριά μετατροπές στις μονάδες μέτρησης μήκους και επιφάνειας λύνοντας ανάλογα προβλήματα.
- Θα μάθουν έναν ακόμη τρόπο να προσθέτουν και να αφαιρούν ετερόνομα κλάσματα (με το Ε.Κ.Π.) αλλά και να πολλαπλασιάζουν κλάσμα με κλάσμα.
- Θα ανακαλύψουν τι σημαίνει διαίρεση ομώνυμων κλασμάτων και θα μπορούν να εξηγήσουν πότε ένας πολλαπλασιασμός δίνει μικρότερο αποτέλεσμα από τους αριθμούς που πολλαπλασιάζονται και πότε μια διαίρεση δίνει μεγαλύτερο αποτέλεσμα από τους αριθμούς που διαιρούνται.
- Θα παίξουν τάγκραμ, θα χρησιμοποιήσουν το μετατροπέα μήκους και επιφάνειας για να επαληθεύσουν τις μετατροπές που θα κάνουν σε προβλήματα, θα κάνουν κατασκευές και σχέδια εργασίας.

Πώς μπορείτε να βοηθήσετε τα παιδιά σας:

1. Διαβάστε με τα παιδιά τους πίνακες διατροφικής αξίας των αγαπημένων σας προϊόντων και συζητήστε γι' αυτούς (ποια προϊόντα με την ίδια διατροφική αξία έχουν καλύτερη τιμή, ποια προϊόντα έχουν μικρή διατροφική αξία κτλ.). Βοηθήστε τα να βρουν πληροφορίες (έντυπο ή ηλεκτρονικό υλικό) για θέματα υγιεινής διατροφής και αγωγής καταναλωτή (π.χ., τα συντηρητικά, τη σημασία των λαχανικών, των φρούτων και των οσπρίων στο καθημερινό τραπέζι κτλ.).
2. Ζητήστε τους να υπολογίζουν ανάμεσα σε δύο προσφορές ποια είναι η πιο συμφέρουσα και να σας εξηγήσουν πώς σκέφτηκαν.
3. Παίξτε μαζί τους τάγκραμ και χαρτοδιπλωτική.
4. Επισκεφτείτε μαζί τους μουσεία (αρχαιολογικό, λαϊκής τέχνης) όπου μπορούν να ανακαλύψουν τη γεωμετρία στη διακόσμηση σε καθημερινά αντικείμενα.
5. Συζητήστε μαζί τους για τα επαγγέλματα που πιστεύουν ότι χρειάζονται τα μαθηματικά, και δώστε τους την ευκαιρία να ανακαλύψουν ότι τα μαθηματικά κρύβονται παντού, ακόμη και στη ζωγραφική ή στη μουσική, στη μαγειρική, στην ιατρική ή στο στρατό, στην εκλογή ενός βουλευτή ή σε εργασία σε ταξιδιωτικό γραφείο (κάθε φορά τα μαθηματικά είναι περισσότερο ή λιγότερο απαραίτητα –π.χ., από την τήρηση του ωραρίου και το μισθό ή τα επιδόματα μέχρι τις πιο εξειδικευμένες μαθηματικές γνώσεις που απαιτούνται για να ολοκληρωθεί μια εργασία).
6. Μετρήστε με τα παιδιά σας αποστάσεις και βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορείτε να εκφράσετε τα αποτελέσματα των μετρήσεων (χρησιμοποιήστε το μετατροπέα μήκους για να επαληθεύσετε τους υπολογισμούς σας). Κάντε το ίδιο με τη μέτρηση επιφανειών σε καθημερινές καταστάσεις.

Με εκτίμηση
Η συγγραφική ομάδα

Τρίτη επιστολή προς τους γονείς

Αγαπητή οικογένεια,

Στην τρίτη περίοδο τα παιδιά θα ασχοληθούν με τα κεφάλαια 40-55 του *Βιβλίου* και του *Τετραδίου* τους. Στα κεφάλαια αυτά, τα παιδιά θα ασχοληθούν πιο πολύ με γεωμετρία και προβλήματα λύνοντας πολλά και διαφορετικά προβλήματα που απαιτούν γνώσεις και δεξιότητες, αλλά κυρίως οργάνωση της σκέψης τους και κριτική στάση απέναντι στα δεδομένα του προβλήματος.

Συγκεκριμένα, στα μαθήματα που θα κάνουν στην τάξη:

- Θα φτιάξουν γωνίες με προϋποθέσεις, θα τις μετρήσουν, θα τις ονομάσουν.
- Θα ανακαλύψουν τις ιδιότητες των τριγώνων και θα λύσουν σύνθετα προβλήματα γεωμετρίας.
- Θα μάθουν να χαράζουν τα ύψη τριγώνου και θα ανακαλύψουν διάφορες στρατηγικές για να διαχειρίζονται σύνθετα γεωμετρικά σχήματα (άξονας συμμετρίας, ανάλυση σε πιο απλά γεωμετρικά σχήματα).
- Θα μάθουν να οργανώνουν τα βήματά τους στην πορεία επίλυσης ενός προβλήματος, ελέγχοντας αν το πρόβλημα που τους δίνεται λύνεται, έχει μία ή πολλές λύσεις και αν μπορούν να το συμπληρώσουν, να το διορθώσουν, να φτιάξουν νέο με προϋποθέσεις.
- Θα χαράζουν κύκλους και θα ανακαλύψουν πώς μπορούν να υπολογίζουν το μήκος τους.
- Θα λύσουν προβλήματα με συμμιγείς αριθμούς.
- Θα μάθουν να αναγνωρίζουν και να διαβάζουν πολύ μεγάλους αριθμούς (πάνω από 1 δισ.).

Πώς μπορείτε να βοηθήσετε τα παιδιά σας:

1. Βοηθήστε τα παιδιά να εξοικειωθούν με τη χρήση των γεωμετρικών οργάνων δίνοντάς τους ευκαιρίες για κατασκευές –π.χ., φτιάξτε μια μολυβοθήκη από χαρτόνι και διακοσμήστε τη με γεωμετρικά σχέδια (χρήση διαβήτη, χάρακα, γνώμονα ή μοιρογνωμονίου), μία κορνίζα από καθημερινά υλικά (χρήση γνώμονα ή μοιρογνωμονίου, χάρακα), ντύστε με αυτοκόλλητο χαρτί βιβλία ή τετράδια (χρήση χάρακα), φτιάξτε σελιδοδείκτες, παίξτε με χαρτοδιπλωτική.
2. Παίξτε παιχνίδια και σπαζοκεφαλιές με τα παιδιά (λόγου χάρη, μαγικά τετράγωνα, τρίλιζα, σκάκι, ντάμα, σταυρόλεξα, παιχνίδια παρατηρητικότητας κτλ. όπου χρειάζεται να αντιμετωπίσουν προβληματικές καταστάσεις που απαιτούν συνθετική σκέψη και προσοχή.
3. Μετρήστε το χρόνο με συμμιγείς αριθμούς σε καθημερινές καταστάσεις –π.χ., ζητήστε να υπολογίσουν τι ώρα θα είναι έτοιμο το φαγητό.
4. Επισκεφτείτε το Ευγενίδειο Ίδρυμα, το Ίδρυμα Μείζονος Ελληνισμού, βρείτε στο διαδίκτυο προβλήματα και παιχνίδια και ασχοληθείτε με προβλήματα που δεν είναι «μαθηματικά», παροτρύνοντας το παιδί να οργανώνει τη σκέψη του, ώστε να ανακαλύψει τη σημασία της επίλυσης προβλημάτων στην καθημερινή ζωή. Παραδείγματα: «Πόσα παιδιά εγκαταλείπουν το Δημοτικό Σχολείο και γιατί; Τι εθνικότητας είναι; Πόσα παιδιά έχουν δοκιμάσει ναρκωτικά ή πίνουν αλκοόλ στην ηλικία του Γυμνασίου; Πόσα παιδιά συμμετέχουν σε αθλητικές δραστηριότητες; Πόσα παιδιά είναι υπέρβαρα; Πόσες ώρες βλέπουν τηλεόραση καθημερινά; Τι παιχνίδια παίζουν; Τι σημαίνουν αυτά τα δεδομένα για την πολιτεία, την κάθε οικογένεια;» κτλ.

Με εκτίμηση
Η συγγραφική ομάδα

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Διευθύνσεις στο διαδίκτυο:

1. <http://www.uop.gr/booksmaths.htm> [Ιστοσελίδα των συγγραφέων των νέων εγχειριδίων των μαθηματικών (Β΄, Δ΄ και Ε΄ Τάξη)]
2. <http://www.fi.uu.nl/rekenweb/en> [Ινστιτούτο Freudental (Ολλανδία)]
3. <http://inrp.fr> [Ινστιτούτο για την παιδαγωγική έρευνα INRP (Γαλλία)]
4. <http://www.hms.gr/> (Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία)
5. <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/mathhist/greece.html> (Αρχαίοι Έλληνες Μαθηματικοί)
6. <http://www.cms.org.cy/> (Κυπριακή Μαθηματική Εταιρεία)

Δ.Ε.Π.Π.Σ. - Α.Π.Σ.

1. Τύπας, Γ. (2001). Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών της Α/θμιας Εκπαίδευσης. Εισήγηση στην υπ΄ αριθμ. 9/11-7-2001 Συνεδρία του Τμήματος Α/θμιας Εκπαίδευσης του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου με θέμα: «Εγκριση Νέων Προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης και Προδιαγραφών για τη Σύνταξη Διδακτικού Υλικού».
2. Τύπας, Γ. (2005). Τα νέα διδακτικά εγχειρίδια των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης: Το πλαίσιο δημιουργίας και τα ειδικά χαρακτηριστικά τους. Στα Πρακτικά Συνεδρίου του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου σε συνεργασία με το Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης (17-19 Φεβρουαρίου 2005), με θέμα: «Διδακτικό βιβλίο και εκπαιδευτικό υλικό στο Σχολείο: Προβληματισμοί - Δυνατότητες - Προοπτικές».
3. Υ.Α. 21072α/Γ2 (ΦΕΚ Τεύχος Β΄ αρ. φύλλου 303/13-03-2003)
4. Υ.Α. 21072β/Γ2 (ΦΕΚ Τεύχος Β΄ αρ. φύλλου 304/13-03-2003)

Μαθηματικά

1. Ian Stewart – Martin Golubitsky "Είναι ο Θεός Γεωμέτρης; Η τρομακή συμμετρία» εκδ. Τριτάτος, Αθήνα 1995
2. Mankiewicz Richard «Η ιστορία των μαθηματικών», εκδ. Αλεξάνδρεια 2002
3. Martin Gardner « Τα ανάγιντα της Σφίγγας και άλλες γρίφοδες μαθηματικές ιστορίες», εκδ. Κάτοπτρο, Αθήνα 1998
4. Martin Gardner, « Το πανηγύρι των μαθηματικών με απαντήσεις», εκδ. Τροχαλία, Αθήνα 1982

Στοιχεία συγκεκριμένων μαθηματικών στο Δημοτικό άλλων χωρών:

Γαλλία

- Le Nouvel Objectif calcul, Cycle des approfondissements, publications HATIER, Paris 1996
- Le nouveau Pythagore, publications HATIER, Paris 1996

Αγγλόφωνες χώρες:

- Mathematics Plus, HARCOURT BRACE & COMPANY
- New Signpost maths 3 stage2, Alan McSeveny-Alan Parker- Robert Collard, PEARSON LONGMAN 2002
- The new maths plus 3 stage 2, Harry O' Brien – Greg Purcell, HORWITZ EDUCATION, 2003

Κύπρος: Υπoυργείο Παιδείας και Πολιτισμού, Υπηρεσία ανάπτυξης προγραμμάτων Δημοτικής Εκπαίδευσης, Λευκωσία 1997

Διαχείριση τάξης – Σύγχρονες παιδαγωγικές προσεγγίσεις:

1. «Διαθεματικότητα και Εκπαίδευση: Διδακτικές εφαρμογές στην Προσχολική, την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση», εκδ. Πατάκη, Αθήνα 2004
2. Dunne Richard & Wragg Ted "Αποτελεσματική διδασκαλία, εκδ. Σαββάλας, Αθήνα 2003
3. Goleman Daniel, « Η συναισθηματική νοημοσύνη των παιδιών", εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα 1996
4. Guy Lefrancois « Ψυχολογία της διδασκαλίας», εκδ. Ελλην, Αθήνα 2004
5. Tomlinson Carol Ann μετ. Θεοφύλιος Χ. – Μαρτίδου – Φορσιέ Δ., «Διαφοροποίηση της εργασίας στην αόθουσα διδασκαλία», εκδ. Γρηγόρη, 1999
6. Τριλίβα Σοφία και Γιoνanni Chimenti « Πρόγραμμα ελέγχου των συγκρούσεων, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα 1998

Διδακτική μαθηματικών

1. «Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών III», επιμ. Καλαβιάσης Φ. – Μειμάρης Μ., Gutenberg, Αθήνα 1997.
2. «Τετράδια Διδακτικής των Μαθηματικών», τεύχος 9 (1991), τεύχος 10-11 (1992), τεύχος 16-17 (1995).
3. Artigue M., «Ingenierie didactique» Recherches en Didactique des Mathematiques, 1989.
4. Aubrey Carol, Tancig Simona, Magajna Lidya, Kavker Mag Marija «The development of children's mental methods of calculation (6-12 years): How does it all add, 7th European Conference for Research on Learning and Instruction, pp.431-432 Athens 1997.
5. Baruk Stella, «C' est à dire en mathematiques ou ailleurs», ed. Seuil 1993.
6. Broysseau G., «Fondements methodes de la didactique des mathematiques» R.D.M. Vol. 7n2, pp33-115, ed.La Pensee Sauvage, Grenoble 1986.
7. Broysseau G., «Le contrat didactique : le milieu Recherches en Didactique des Mathematiques, 1989.
8. Broysseau G., «Les differentes roles du maitre» pp37-67, Actes du XIV eme colloque Inter- Irem des Pen, Angers 1987.
9. Bruner, JT «Schools for thoutht» Cambridge, MA :Mit Press, 1993.
10. Cabri, «Γεωμέτρως», Εκδ. Σαββάλα.
11. Claire Margolinas μτφ. Τζιμπλίκη Ειρήνη, «Η σημασία του σωστού και του λάθους στην τάξη των Μαθηματικών», Εκδ. Σαββάλας, 2003.
12. Constance Kazwko Kamil & Georgia de Clark, «Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την αριθμητική. Προεκτάσεις και εφαρμογές της θεωρίας του Piaget», Εκδ. Πατάκη, Αθήνα 1996.
13. Fun With Easy Origami, 32 projects and sheets of origami paper, Dover Publications, Inc. New York.
14. Ζιάργαγκας Ι. Χρυσοφάνη Α. «Μέτρον άριστον ή το μέτρο στη ζωή μας» Άνοιχτό Σχολείο, τ.92. Αθήνα 2004.
15. Hughes M., «Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών. Δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών», Gutenberg, Αθήνα 1996.
16. Hughes M., McLeod H., «Using logo with Very young Children. Cognition and Computers: Studies in Learning», Chichester: Ellis Horwood, 1986.
17. John A. Van de Walle «Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: μια εξελικτική διδασκαλία», Εκδ. Τυπωθήτω Γιώργος Δαρδανός 2005
18. Kahney Hank, επιμέλεια Ρούσος Πέτρος, «Λύση Προβλημάτων», Εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα 1997.
19. Kargiotakis G., «L'exploitation de la geometrie en milieu informatique: le cas du logiciel Euclide», Memoire du DEA , Universit e Paris 1990.
20. Papert S., «Νοητικές θυέλλες», Εκδ. Οδυσσεάς, Αθήνα 1991.
21. Piaget J., «Η έννοια του αριθμού», Η Ψυχολογία των μαθηματικών, Gutenberg, Αθήνα 1990.
22. Polya G., (επιμέλεια) Πατρόνης Τάσος, «Πώς να το λύσω», Εκδ. Καρδαμίτσα, Αθήνα 1991.
23. Richard J.F., «Les activites mentales: comprendre, raisonner et trouver des solutions» ed. Colin. Paris 1990.
24. Robert A et Robinet J, «Prise en compte du meta en didactiques de Mathematiques» RDM, Vol. 16n2, ed. La Pensee Sauvage, Grenoble 1996.
25. VanCleave's Janice, «Γεωμετρία για παιδιά: εύκολοι τρόποι που κάνουν διασκέδαση τη μάθηση της γεωμετρίας», Εκδ. Πνευματικού, 1995.
26. Καλαβιάσης Φ. – Μειμάρης Μ. (επιμέλεια), «Θέματα διδακτικής μαθηματικών III, Διδακτική Μαθηματικών και Νέες τεχνολογίες», Gutenberg, Αθήνα 1997.
27. Καραγεώργος Δ., «Το Πρόβλημα και η επίλυσή του: μια διδακτική προσέγγιση», Εκδ. Σαββάλας, Αθήνα 2000.
28. Καραγιωτάκης Γ., «Ο έλεγχος κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος με χρήση εκπαιδευτικών προγραμμάτων. Ο ρόλος της ανάδρασης που τροφοδοτείται από τα μηνύματα του H/Y. Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών III, Νέες τεχνολογίες», Gutenberg, 1997.
29. Κατή Μαρία – Γιόγια Πολιτοπούλου επιμ. «Κοινωνιο-γνωστική προσέγγιση και διδακτικές διαδικασίες της μάθησης των φυσικών και λογικο- μαθηματικών εννοιών στο σχολείο», Gutenberg, Αθήνα 1994.
30. Κέν Πέγκυ, «Τα παιχνίδια του έξυπνου μαθητή», Εκδ. Ποταμός, 1996.
31. Κολέξα Ε., «Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση», εκδ. Leader Books, 2000.
32. Κολέξα Ε., «Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειώδων Μαθηματικών Εννοιών», Εκδ. Leader Books, 2000.
33. Κολέξα Ε.- Μαρής Κ.- Σούζλας Κ., « Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών», Gutenberg, Αθήνα 2000.
34. Λεμονίδης Χαράλαμπος, «Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών, στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου», Εκδ. Πατάκη, 2003.
35. Λεμονίδης Χαράλαμπος, «Περίπατος στη Μάθηση της Στοιχειώδους Αριθμητικής», Εκδ. Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη 1999.
36. Μαργήσαλης Κώστας, «Δημιουργικά Παιχνίδια», Εκδ. Αλκωνών, 2004.
37. Ροδίτης Σάκης, «Τα μαθηματικά και ο χωρταετό», Εκδ. Περί τεχνών, Πάτρα 2003.
38. Τρέσσου Ε. – Μητράιδου Σούλα, «Η διδασκαλία της Γλώσσας και των Μαθηματικών: Εκπαίδευση γλωσσικών μειονοτήτων», Εκδ. Παρατηρητής, Θεσσαλονίκη 2002.
39. Τρέσσου Ευαγγελία επιμ., «Τα μαθηματικά για παιδιά από 5 έως 16 ετών», Εκδ. Νέα Σύνορα Λιβάνη, Αθήνα 1995.

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβέρνησης τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν βιβλιόσημο προς απόδειξη της γνησιότητάς τους. Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δε φέρει βιβλιόσημο θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α΄).

ΒΙΒΛΙΟΣΗΜΟ

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.