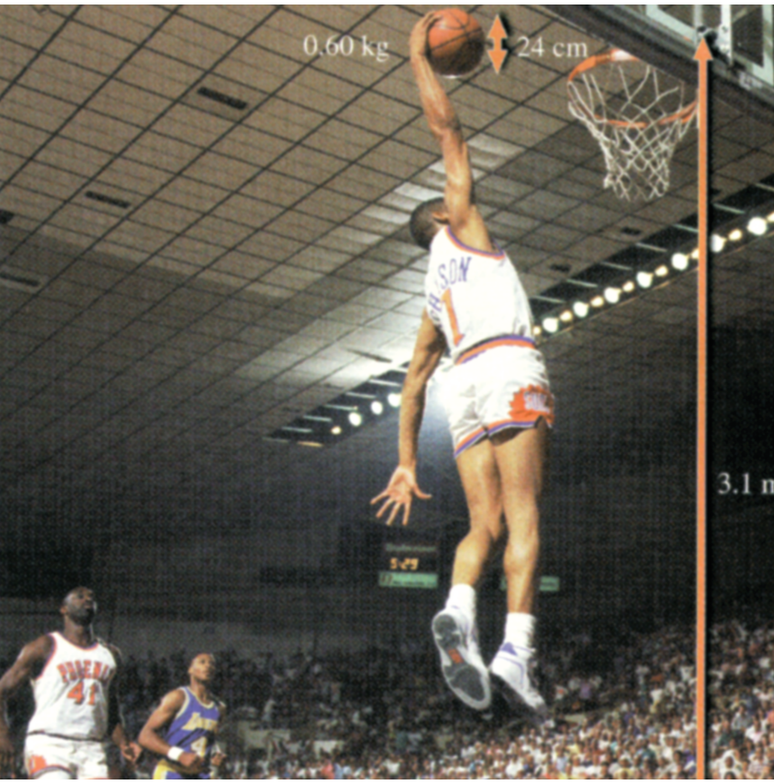


2.2 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

Η έννοια της ενέργειας είναι συσχετισμένη με τις έννοιες της κίνησης και της δύναμης. Ο άνεμος και το ρεύμα του ποταμού ασκούν δυνάμεις στα σώματα που συναντούν στην πορεία τους και τα θέτουν σε κίνηση δίνοντάς τους κινητική ενέργεια. Η "δύναμη" του ανέμου μας είναι γνωστή στις περιπτώσεις που επιχειρούμε να μείνουμε ακίνητοι σε μια θέση, ενώ φυσάει δυνατός άνεμος. Η κινητική κατάσταση των σωμάτων και η θέση τους σχετικά με το έδαφος αλλάζουν υπό την επίδραση δυνάμεων, οι οποίες, εκτός από το νερό και τον άνεμο μπορεί να προέρχονται από ανθρώπους, ζώα ή μηχανές. Οι δράσεις εκείνες οι οποίες θέτουν τα σώματα σε κίνηση ή τους αλλάζουν θέση, σχετικά με το έδαφος, περιγράφονται με την έννοια του έργου μιας δύναμης. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τις αλλαγές της κινητικής κατάστασης των σωμάτων ή της θέσης τους, σχετικά με το έδαφος, με τη βοήθεια των εννοιών του έργου και δύο από τις μορφές της ενέργειας: την κινητική και τη δυναμική. Με τη βοήθεια των εννοιών αυτών, εκτός από την περιγραφή των ενεργειακών ανταλλαγών μεταξύ του αιτίου που ασκεί τη δύναμη και του σώματος στο οποίο αυτή ασκείται, απλουστεύεται σημαντικά η περιγραφή των αποτελεσμάτων της δύναμης στο εν λόγω σώμα. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε και το ρυθμό με τον οποίο γίνονται οι μετατροπές της ενέργειας με την εισαγωγή της έννοιας της ισχύος.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

2.2.1 Η έννοια του έργου

Στην καθημερινή ζωή η λέξη "έργο" μπορεί να σημαίνει, έργο τέχνης, έργο διαμόρφωσης του εδάφους για ένα δρόμο, έργο κατασκευής ενός κτιρίου ή μιας γέφυρας, κ.τ.λ. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις με κάποιο τρόπο επιδράσαμε σε υλικά, αλλάζοντας τη μορφή ή τη θέση τους, ασκήσαμε δυνάμεις και χρησιμοποιήσαμε ενέργεια.

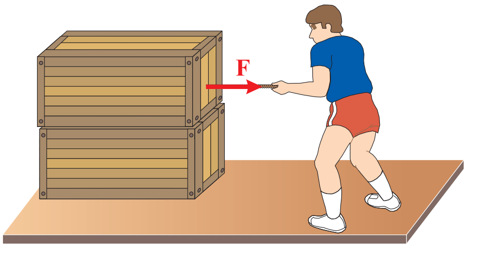
Τι σημαίνει όμως η λέξη έργο για τη Φυσική; Τι εκφράζει αυτή και πώς γίνεται ο υπολογισμός του έργου; Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα αυτά ας μελετήσουμε μερικά παραδείγματα από την καθημερινή μας εμπειρία.

Ένας άνθρωπος τραβάει με σταθερή οριζόντια δύναμη F ένα κιβώτιο, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο (Εικ. 2.2.1). Η δύναμη προσδίδει στο σώμα επιτάχυνση με αποτέλεσμα το αρχικά ακίνητο σώμα να αποκτήσει ταχύτητα και κατά συνέπεια κινητική ενέργεια η οποία συνεχώς αυξάνεται. Στην περίπτωση αυτή λέμε πως έχουμε μεταφορά (προσφορά) ενέργειας από τον άνθρωπο στο κιβώτιο. Μεταφορά ενέργειας έχουμε επίσης από τον άνεμο, ο οποίος ασκώντας σταθερή δύναμη στα πανιά του ιστιοφόρου το επιταχύνει (Εικ. 2.2.2). Ένα σώμα μάζας m, αφήνεται να πέσει με την επίδραση του βάρους του (Εικ. 2.2.3). Λέμε πως το σώμα κερδίζει κινητική ενέργεια σε βάρος της δυναμικής του, ή καλύτερα ότι *συμβαίνει μετατροπή δυναμικής ενέργειας σε κινητική.*

Οι επιστήμονες ανέκαθεν αναρωτιόνταν με ποιον τρόπο θα μπορούσαν να υπολογίζουν την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο, ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη. Απάντηση στον προβληματισμό αυτό μπορεί να δοθεί με την εισαγωγή της έννοιας του έργου.

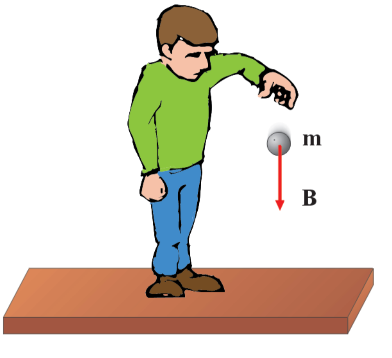
Συνήθως, όταν συμβαίνει μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας, εμφανίζεται δύναμη, η οποία μετακινεί το σημείο εφαρμογής της, (εξαίρεση έχουμε στην περίπτωση που ενέργεια μεταφέρεται λόγω διαφοράς θερμοκρασίας). Παραδείγματος χάρη η δύναμη από τον άνθρωπο και τον άνεμο στα δυο πρώτα παραδείγματα, ή το βάρος του σώματος στο τρίτο παράδειγμα. Το γινόμενο της δύναμης αυτής επί τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της είναι ακριβώς ίσο με την ενέργεια που έχει μεταφερθεί ή έχει μετατραπεί σε άλλη μορφή.

Αυτό το γινόμενο της δύναμης F, που εμφανίζεται σε



Εικόνα 2.2.1

Εικόνα 2.2.2



Εικόνα 2.2.3

κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας, επί τη μετατόπιση x του σημείου εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, το ονομάζουμε ***έργο****.*

Για το συμβολισμό του έργου χρησιμοποιούμε το πρώτο γράμμα της αντίστοιχης Αγγλικής λέξης (Work). Δηλαδή:

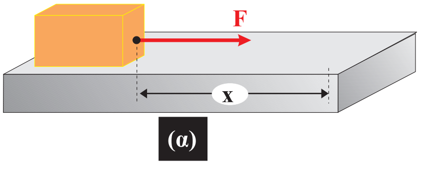
$$W = F\,x \qquad (2.2.1)$$

Η μονάδα μέτρησης του έργου και κατά συνέπεια και της ενέργειας στο Διεθνές Σύστημα S.I., όπως προκύπτει από τη σχέση (2.2.1) είναι **1N·m = 1Joule**.

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι: ***Το έργο ως φυσικό μέγεθος εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.***

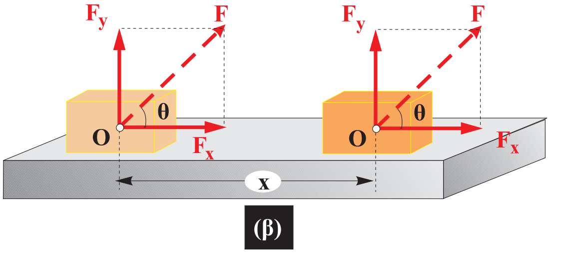
Για το έργο είναι χρήσιμο να επισημάνουμε τα εξής:

ι) Η σχέση (2.2.1), χρησιμοποιείται μόνον όταν η δύναμη F είναι σταθερή και μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά την διεύθυνσή της (Εικ. 2.2.4α).



Εικόνα 2.2.4α

Στην περίπτωση που η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση, έργο παράγει η συνιστώσα F_x (Εικ. 2.2.4β).



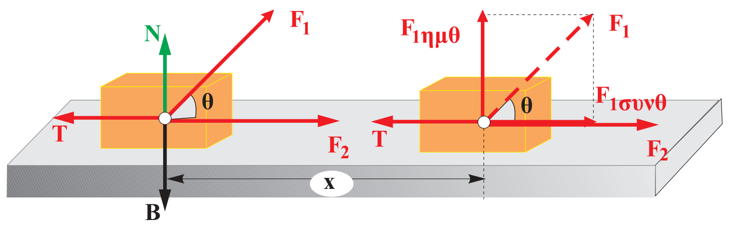
Εικόνα 2.2.4β

Δηλαδή:
$$W_F = F\,x\,συνθ \qquad (2.2.2)$$

ιι) Όπως προκύπτει από τη σχέση (2.2.2), το έργο μιας δύναμης, ανάλογα με το μέτρο της γωνίας θ μπορεί να είναι: θετικό ($0 \le θ < 90^\circ$), ή αρνητικό ($90^\circ < θ \le 180^\circ$) ή και μηδέν ($θ=90^\circ$, δηλαδή η δύναμη να είναι κάθετη στη μετατόπιση).

Στην πρώτη περίπτωση το έργο εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα που ασκείται η δύναμη, ενώ στη δεύτερη εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα.

Παραδείγματος χάρη, στο αρχικά ακίνητο σώμα, που φαίνεται στην εικόνα 2.2.5, προσφέρθηκε ενέργεια $W_1=F_1συνθx$



Εικόνα 2.2.5
Το έργο της συνιστώσας $F_1ημθ$ είναι μηδέν.

και $W_2=F_2\,x$, ενώ μέσω του έργου της τριβής του αφαιρέθηκε ενέργεια, διότι $W_3=T\,x συν180°= -Tx$. Η ενέργεια W_3 μετατρέπεται όπως θα μάθουμε αργότερα σε θερμότητα.

Έτσι η κινητική ενέργεια που τελικά θα έχει το σώμα είναι:

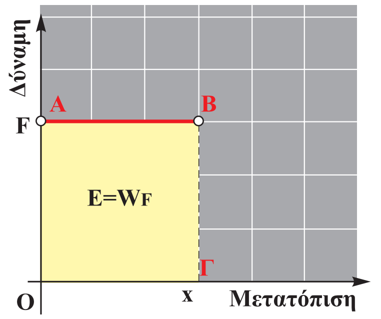
$$K=W_1+W_2+W_3$$

Παραδείγματα δύναμης, που το έργο τους είναι μηδέν επειδή είναι *κάθετες* στη μετατόπιση, είναι η κεντρομόλος δύναμη στην κυκλική κίνηση, και η κάθετη αντίδραση που δέχεται ένα σώμα, όταν κινείται πάνω σε μια επιφάνεια.

iii) Αν μια σταθερή δύναμη F μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, το έργο της είναι, όπως έχουμε μάθει, Fx. Μία τέτοια δύναμη σε άξονες, δύναμη-μετατόπιση, παριστάνεται από μια ευθεία παράλληλη στον άξονα των μετατοπίσεων (Εικ. 2.2.6)

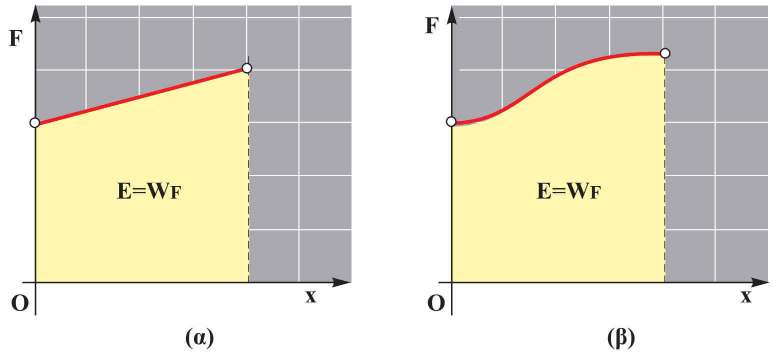
Για την τυχαία μετατόπιση x το εμβαδό του σκιασμένου παραλληλογράμμου είναι:

$$\textbf{(Εμβαδόν) = (ΟΓ) (ΟΑ) = Fx}$$

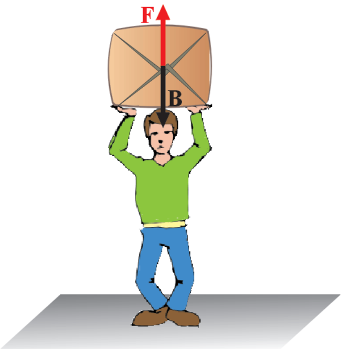


Εικόνα 2.2.6

Δηλαδή **το έργο της δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του παραλληλογράμμου**, που περικλείεται από τη γραμμή που αποδίδει τη δύναμη και τους αντίστοιχους άξονες, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.2.6. Στην περίπτωση που η τιμή της δύναμης δεν είναι σταθερή, το έργο της μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του αντίστοιχου σχήματος, όπως φαίνεται στις εικόνες 2.2.7α και 2.2.7β.



Εικόνα 2.2.7
Το έργο μιας δύναμης μεταβλητού μέτρου υπολογίζεται από το εμβαδό Ε.



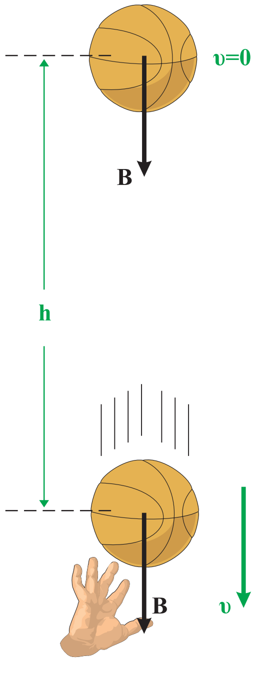
Εικόνα 2.2.8
Ο άνθρωπος δεν παράγει έργο.

iv) Η έννοια του έργου όπως την ορίσαμε δεν έχει καμία σχέση με τη λέξη έργο, όπως αυτή χρησιμοποιείται στην καθημερινή ζωή, όπου μπορεί να σημαίνει πνευματική ή σωματική εργασία.

Στην εικόνα 2.2.8, ο άνθρωπος κρατώντας ακίνητο το κιβώτιο κουράζεται, κάνει έργο. Το έργο του όμως για τη Φυσική είναι μηδέν.

Αξίζει να επισημάνουμε πως το έργο δεν είναι μορφή ενέργειας. Ανάλογο του έργου και της ενέργειας είναι η επιταγή και το χρήμα. Όπως η τραπεζική επιταγή μετράει το χρήμα που μεταφέρεται από ένα λογαριασμό σε κάποιον άλλο χωρίς η ίδια να είναι χρήμα, έτσι και το έργο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο, χωρίς αυτό (το έργο) να είναι ενέργεια.

2.2.2 Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας



Εικόνα 2.2.9

Ένας μαθητής ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω μια μπάλα καλαθοσφαίρισης. Η μπάλα αφού φτάσει στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς της επανέρχεται και συναντά το τεντωμένο χέρι του μαθητή, εικόνα 2.2.9.

Πόση κινητική ενέργεια έχει αποκτήσει η μπάλα κατά τη διάρκεια της πτώσης της και μέχρι τη στιγμή που συναντά το χέρι του μαθητή;

Πώς σχετίζεται η ενέργεια αυτή με το έργο του βάρους της μπάλας;

Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα αυτά θα υπολογίσουμε πρώτα το έργο του βάρους χρησιμοποιώντας τη σχέση, $W=Fx\,\sigma\upsilon\nu\theta$ όπου $F=B$, $x=h$, $\theta=0^\circ$. Έτσι έχουμε:

$$W_B = Bh\sigma\upsilon\nu 0^\circ = Bh \qquad (\alpha)$$

Το βάρος είναι η μόνη δύναμη που δρα στη μπάλα, εφόσον θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Έτσι η κινητική ενέργεια που απέκτησε αυτή κατά την ελεύθερη πτώση της από το ανώτερο σημείο που έφτασε, μέχρι το χέρι του μαθητή, είναι ίση με το έργο του βάρους της. Ότι η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με το έργο του βάρους του προκύπτει ποσοτικά ως εξής:

Γνωρίζουμε ότι η ελεύθερη πτώση της μπάλας είναι κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g και κατά συνέπεια ισχύουν οι εξισώσεις:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (\beta)$$

$$\text{και} \quad \upsilon = gt \qquad (\gamma)$$

Αν στη σχέση (α) αντικαταστήσουμε το ύψος h με την τιμή του από τη σχέση (β) και το βάρος Β από τη σχέση $B = mg$ προκύπτει για το έργο:

$$W_B = Bh = mg\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2$$

Αλλά το γινόμενο gt, όπως φαίνεται από τη σχέση (γ), είναι η ταχύτητα υ της μπάλας. Έτσι για το έργο W_B προκύπτει:

$$W_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \qquad (2.2.3)$$

Η ποσότητα $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ εκφράζει, όπως γνωρίζουμε, την κινητική ενέργεια (Κ). Συνεπώς η σχέση (2.2.3) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$W_B = K \qquad (2.2.4).$$

Αν όμως λάβουμε υπόψη μας ότι η αρχική ταχύτητα του σώματος και κατά συνέπεια η αρχική του κινητική ενέργεια είναι μηδέν, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ΔΚ είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = K$$

Έτσι η σχέση (2.2.4) γράφεται:

$$W_B = \Delta K \qquad (2.2.5)$$

Η σχέση αυτή εκφράζει, ότι η κινητική ενέργεια της μπάλας μεταβλήθηκε (αυξήθηκε) και ότι η μεταβολή της είναι ακριβώς ίση με το έργο του βάρους της.

Το συμπέρασμα αυτό μπορούμε να το γενικεύσουμε σ' οποιαδήποτε περίπτωση, όπου σ' ένα σώμα δρουν πολλές δυνάμεις και η κινητική του ενέργεια μεταβάλεται, διατυπώνωντας την πρόταση:

“Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή, ισοδύναμα, είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης”.

Δηλαδή:

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(o\lambda)} \qquad (2.2.6)$$

Την παραπάνω γενίκευση έχει επικρατήσει να την ονομάζουμε “**Θεώρημα της κινητικής ενέργειας**” ή “**Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας**”.

Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορούμε να υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια ή την ταχύτητα ενός σώματος. Επίσης έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίζουμε το έργο μίας άγνωστης δύναμης ή μίας μεταβλητής δύναμης, όταν η σχέση (2.2.1) δεν ισχύει. Αρκεί για το σκοπό αυτό να γνωρίζουμε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος στο οποίο δρα η δύναμη.

Ο ελέφαντας έχει κινητική ενέργεια περίπου 25.000Joule.

Εφαρμογή

Η μπάλα του μπάσκετ, στο παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου, έχει μάζα 1kg και ο μαθητής την έριξε 2m πάνω από την άκρη των δακτύλων του, εικόνα 2.2.9. Πόση κινητική ενέργεια έχει η μπάλα όταν επιστρέφει στο χέρι του μαθητή; Πόση είναι τότε η ταχύτητά της; Αν διπλασιασθεί το ύψος που πετά ο μαθητής τη μπάλα, διπλασιάζεται η κινητική ενέργεια και η ταχύτητά της;

Απάντηση

Σύμφωνα με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\Delta K = W_B \quad \text{ή} \quad K_{τελ} = m\,g\,h$$

και με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών m, g, h προκύπτει:

$$K_{τελ} = 20\text{Joule}.$$

Αλλά η κινητική ενέργεια είναι $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{40}\,\frac{m}{s}$$

Ομοίως αν $h' = 2h = 4m$, έχουμε:

$$K'_{τελ} = W_B \quad \text{ή} \quad K'_{τελ} = m\,g\,h'$$

και με αντικατάσταση

$$K'_{τελ} = 40\text{Joule}.$$

Δηλαδή η κινητική ενέργεια διπλασιάστηκε. Επίσης είναι:

$$K'_{τελ} = \frac{1}{2}m\upsilon'^2$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$\upsilon' = \sqrt{80}\,\frac{m}{s}$$

Από τη σύγκριση των ταχυτήτων υ και υ΄ προκύπτει ότι:

$$\frac{\upsilon'}{\upsilon} = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{40}} = \sqrt{2}.$$

Δηλαδή η ταχύτητα δε διπλασιάστηκε, αλλά αυξήθηκε κατά $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ φορές.

Δραστηριότητα

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

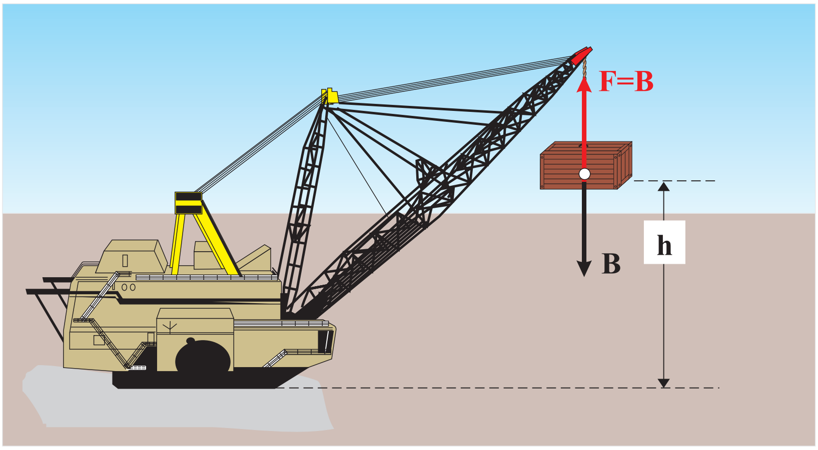
Σώμα	m(kg)	υ(m/s)	K(Joule)
Πετρελαιοφόρο	$18\cdot10^7$	—	$9\cdot10^9$
Αεριωθούμενο Boeing 747	—	200	$7\cdot10^9$
Αυτοκίνητο	10^3	30	—
Δρομέας 100m	80	—	$4\cdot10^3$
Σφαίρα όπλου	0,02	—	$4\cdot10^3$
Σταγόνα βροχής	—	0,4	$4\cdot10^{-5}$

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
β) Να βρείτε το ελάχιστο μήκος που πρέπει να έχει ο διάδρομος ενός αεροδρομίου, ώστε η προσγείωση του Boeing να είναι ασφαλής. Η συνολική επιβραδύνουσα δύναμη κατά την προσγείωση είναι $1{,}75 \cdot 10^6$ N.
γ) Η μάζα του δρομέα είναι 4.000 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της σφαίρας. Αφού η κινητική τους ενέργεια είναι ίση, γιατί δεν είναι και η ταχύτητα της σφαίρας 4.000 φορές μεγαλύτερη από την ταχύτητα του δρομέα;
δ) Ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων δημιουργεί μια σταθερή επιβραδύνουσα δύναμη $F=5 \cdot 10^3$ N. Πόσος χρόνος απαιτείται για τον υποδιπλασιασμό της ταχύτητας του αυτοκινήτου;

2.2.3 Η δυναμική ενέργεια

Ένας γερανός (Εικ. 2.2.10), ανυψώνει σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, ένα κιβώτιο μάζας m. Η δύναμη F που ασκεί ο γερανός στο κιβώτιο είναι ίση με το βάρος του Β, δηλαδή το ανυψώνει με σταθερή ταχύτητα. Πόση είναι η ενέργεια που δίνει ο γερανός στο κιβώτιο;

Πολλοί μαθητές ισχυρίζονται, ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια δεν έχουν σχέση με τους νόμους του Νεύτωνα.
Συζητήστε στην ομάδα σας και γράψτε την άποψή σας.



Εικόνα 2.2.10

Όπως έχουμε μάθει, η ενέργεια που μεταφέρεται σε ένα σώμα στο οποίο ασκείται δύναμη F, είναι ίση με το έργο της δύναμης αυτής. Έτσι για να υπολογίσουμε την ενέργεια που δίνει ο γερανός, αρκεί να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης F που ασκεί στο κιβώτιο. Το έργο αυτό είναι $W_F = F\,h$. Επειδή όμως F=B, έπεται ότι:

$$W_F = B\,h \qquad (\alpha)$$

Πώς όμως σχετίζεται το έργο της δύναμης F με το έργο του βάρους Β;

Το έργο του βάρους δίνεται από τη σχέση (2.2.2), δηλαδή

$$W_B = Bh\sigma\upsilon\nu\theta$$

Επειδή όμως τα διανύσματα του βάρους B και της μετατόπισης h έχουν αντίθετη κατεύθυνση, είναι $\theta=180^\circ$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = -1$.

Έτσι: $$W_B = -Bh \qquad (β)$$

Από τις σχέσεις (α) και (β) προκύπτει ότι:

$$W_F = -W_B = Bh = mgh$$

Την ποσότητα mgh την ονομάζουμε δυναμική βαρυτική ενέργεια ή απλά δυναμική ενέργεια του σώματος στο ύψος h και τη συμβολίζουμε με U. Δηλαδή ισχύει:

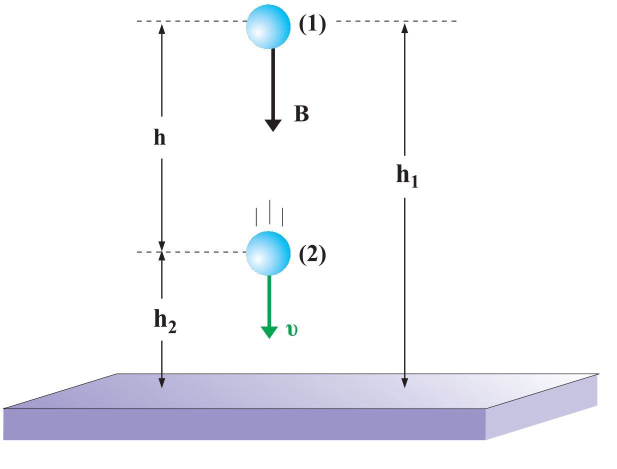
$$\boxed{U = mgh} \qquad (2.2.7)$$

Επομένως, ονομάζουμε δυναμική ενέργεια ενός σώματος σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, την ενέργεια που έχει το σώμα λόγω της θέσης του. Η ποσότητα mgh είναι στην πραγματικότητα η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα-Γη. Συμβατικά όμως και για λόγους απλούστευσης μιλάμε μόνο για δυναμική ενέργεια του σώματος.

Μπορούμε λοιπόν τώρα να απαντήσουμε στο ερώτημα που έχουμε θέσει, ως εξής: Η χημική ενέργεια E_x που προέκυψε από την καύση του πετρελαίου, και με την προϋπόθεση πως οι απώλειες είναι αμελητέες, μεταφέρθηκε στο κιβώτιο μέσω του έργου της δύναμης F και μέσω του έργου του βάρους B, μετατράπηκε τελικά σε δυναμική ενέργεια. Δηλαδή:

$$E_x = U = m\,g\,h$$

Η δυναμική ενέργεια U είναι *αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του σώματος με τη Γη και η τιμή της εξαρτάται από την απόστασή του από αυτή.* Εκείνο όμως που μας ενδιαφέρει στη Φυσική δεν είναι η δυναμική ενέργεια αλλά οι διαφορές της. Πράγματι, ας θεωρήσουμε ένα σώμα μάζας m, που από μια θέση (1) ύψους h_1, κατέρχεται σε μια θέση (2) ύψους h_2 (Εικ. 2.2.11).



Εικόνα 2.2.11

Η διαφορά της δυναμικής ενέργειας του σώματος από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2), λόγω της σχέσης (2.2.7) είναι:

$$U_1 - U_2 = mgh_1 - mgh_2 = mgh = W_{B(1\to2)} \quad (2.2.8)$$

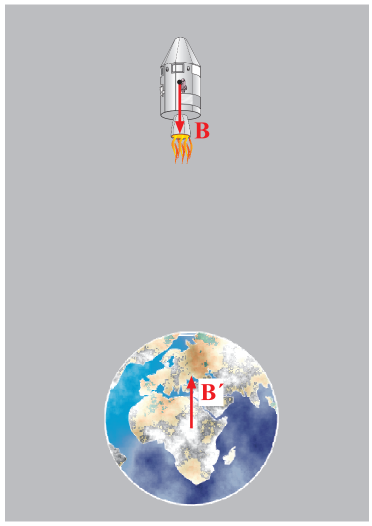
Αν συμφωνήσουμε να θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια οποιουδήποτε σώματος στη θέση (2), ίση με μηδέν, τότε η σχέση (2.2.8) γράφεται:

$$U_1 = mgh = W_{B(1\to2)} \quad (2.2.9)$$

όπου h είναι η κατακόρυφη απόσταση της θέσης (2) από τη θέση (1). Βέβαια θα μπορούσε κανείς να αναρωτηθεί: ποιο θα είναι το σημείο αναφοράς (2) στο οποίο θα θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια μηδέν; Από πού δηλαδή θα μετράμε το ύψος h;

Επειδή πάντα, όπως είπαμε, μας ενδιαφέρουν οι διαφορές της δυναμικής ενέργειας, η επιλογή του σημείου αναφοράς είναι δική μας και εξαρτάται από τις συνθήκες του προβλήματος. Αυτό μπορεί να είναι η επιφάνεια της Γης, η επιφάνεια της θάλασσας, το τραπέζι του σχολικού εργαστηρίου κ.τ.λ.

Συνήθως, για λόγους πρακτικούς, ως σημείο αναφοράς (h=0) παίρνουμε την κατώτερη θέση του σώματος στο πρόβλημα που μελετάμε. Συνοψίζοντας μπορούμε να επισημάνουμε ότι: *η ποσότητα m g h συνήθως αναφέρεται ως η δυναμική ενέργεια ενός σώματος μάζας m σε ύψος h. Στην πραγματικότητα η ποσότητα αυτή είναι η διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα – Γη, λόγω της μεταφοράς του σώματος από το ύψος h στο σημείο αναφοράς (U=0).*

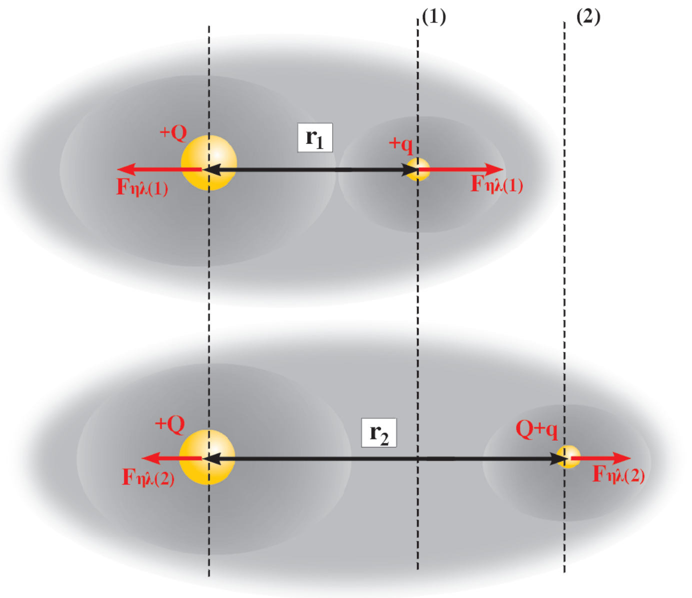


Εικόνα 2.2.12
Η δυναμική ενέργεια του διαστημόπλοιου στην πραγματικότητα είναι η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη - διαστημόπλοιο.

Τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα - Γη την αποδώσαμε στη δύναμη αλληλεπίδρασης, δηλαδή στο βάρος Β του σώματος (Εικ. 2.2.12).

Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι, αν μεταξύ δύο σωμάτων υπάρχει αλληλεπίδραση F, παραδείγματος χάρη, βαρυτική ή ηλεκτρική, τότε: ορίζουμε ως αντίστοιχη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σε μια φυσική μεταβολή, (π.χ. άπωση και απομάκρυνση δύο ομώνυμων φορτίων όπως στην εικόνα 2.2.13) το έργο της δύναμης αλληλεπίδρασης κατά τη μεταβολή αυτή. Δηλαδή:

$$U_1 - U_2 = W_{F(1\to2)} \quad (2.2.10)$$



Εικόνα 2.2.13
Το φορτίο +Q είναι ακλόνητο. το φορτίο +q μετακινείται από τη θέση (1) στη θέση (2).
Τότε $U_1 - U_2 = W_{F\eta\lambda(1\to2)}$.

Δραστηριότητα

Πώς θα υπολογίσουμε τη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του βιβλίου Φυσικής που έπεσε από το θρανίο στο δάπεδο της αίθουσας; Ποια φυσικά μεγέθη πρέπει να μετρήσουμε; Τι όργανα θα χρησιμοποιήσουμε;

Σε επόμενη τάξη θα δούμε πώς υπολογίζονται τα έργα των παραπάνω δυνάμεων αλληλεπίδρασης και οι αντίστοιχες διαφορές των δυναμικών ενεργειών.

Εφαρμογή

Στην περίπτωση του γερανού που αναφέραμε στην αρχή της παραγράφου, αν η μάζα του κιβωτίου είναι 1tn και το ύψος που το ανυψώνει ο γερανός είναι h=10m, πως θα υπολογίσουμε την ποσότητα του πετρελαίου που απαιτείται για την ανύψωση του κιβωτίου;

Γνωρίζουμε ότι ο γερανός λόγω απωλειών δίνει τη μισή από τη χημική ενέργεια του πετρελαίου στο κιβώτιο και ότι ένα λίτρο (1L) πετρελαίου όταν καεί αποδίδει $2{,}8 \cdot 10^6$Joule χημική ενέργεια. Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

Η δυναμική ενέργεια του κιβωτίου θα είναι: $U = mgh = 1.000kg \cdot 10\dfrac{m}{s^2} \cdot 10m = 10^5 Joule$. Λόγω απωλειών, η χημική ενέργεια που χρησιμοποιήθηκε είναι: $2U = 2 \cdot 10^5 Joule$.

Η ενέργεια αυτή προέρχεται από $\dfrac{2 \cdot 10^5 Joule}{2{,}8 \cdot 10^6 Joule} = 7{,}14 \cdot 10^{-2} L$ καυσίμου.

2.2.4 Η Μηχανική ενέργεια

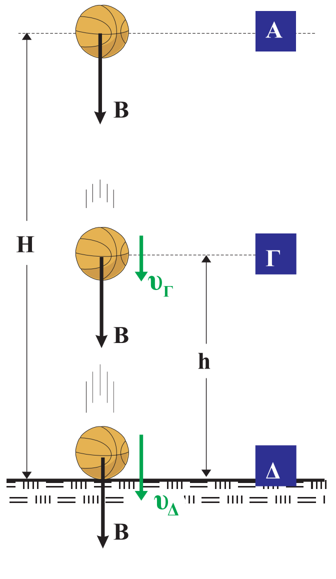
Ένας μαθητής αφήνει από ύψος H μια ελαστική μπάλα να πέσει στο δάπεδο το οποιο θεωρούμε επίσης τελείως ελαστικό. Τι προβλέπετε ότι θα συμβεί; (η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Επειδή η απώλεια ενέργειας της μπάλας είναι αμελητέα, αυτή θα αναπηδήσει ακριβώς στο ίδιο ύψος και το φαινόμενο θα επαναλαμβάνεται συνέχεια. Τι είδους ενέργεια έχει η μπάλα στις θέσεις (Α), (Γ), (Δ) της εικόνας 2.2.14; Στη θέση (Α) η μπάλα έχει μόνο δυναμική ενέργεια U_A=mgH, ενώ η κινητική της ενέργεια είναι μηδέν.

Στην τυχαία θέση (Γ) έχει τόσο δυναμική όσο και κινητική ενέργεια.

Η δυναμική ενέργεια είναι U_Γ=mgh και η κινητική ενέργεια $K_\Gamma = \dfrac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2$.

Στη θέση (Δ) (στο δάπεδο), η μπάλα έχει μόνο κινητική



Εικόνα 2.2.14

ενέργεια $K_{\Delta}=\frac{1}{2}m\upsilon_{\Delta}^{2}$, ενώ η δυναμική της ενέργεια είναι μηδέν.

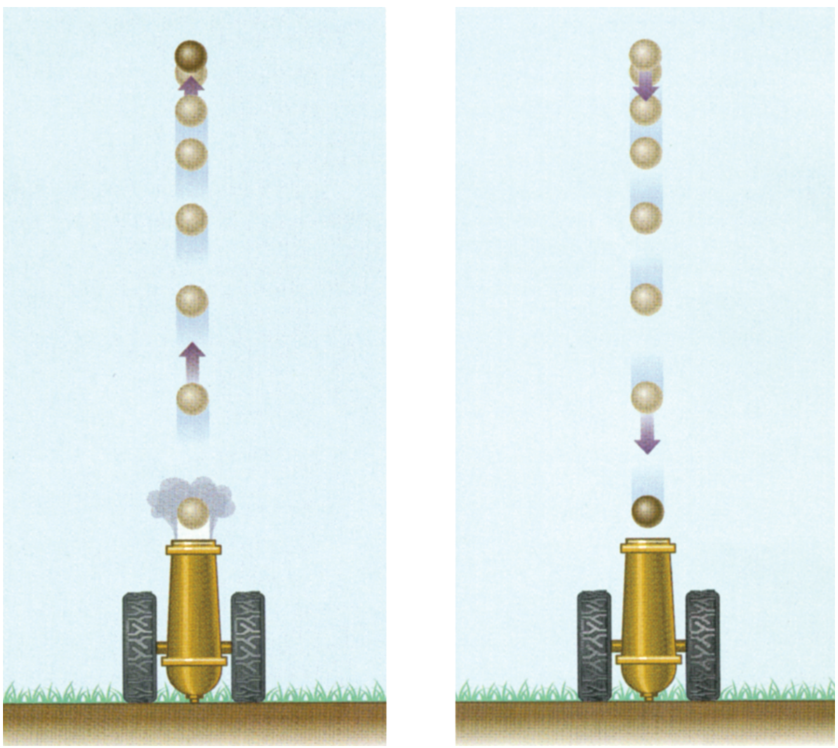
Παρατηρούμε λοιπόν, ότι κατά την κάθοδο της μπάλας η δυναμική της ενέργεια mgh (θέση Α) μετατράπηκε σε κινητική στη θέση (Δ) μέσω του έργου του βάρους.

Αντίθετα, αν η μπάλα ανεβαίνει η κινητική ενέργεια που έχει στη θέση (Δ) μετατρέπεται σε δυναμική στη θέση (Α). Στην τυχαία ενδιάμεση θέση (Γ) η μπάλα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια.

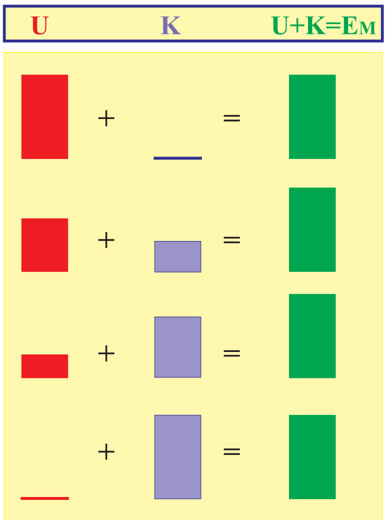
Το άθροισμα της κινητικής ενέργειας Κ και της δυναμικής ενέργειας U που έχει το σώμα σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των θέσεων (Α) και (Δ) κατά την άνοδο ή την κάθοδό του, το ονομάζουμε, ***Μηχανική ενέργεια και το συμβολίζουμε με το γράμμα Ε***. Δηλαδή:

$$E = K + U \tag{2.2.11}$$

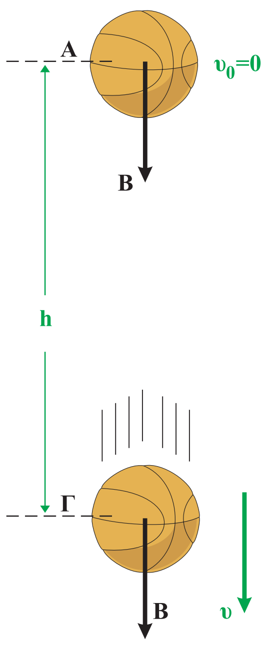
Εφόσον το σώμα κινούμενο μεταξύ των θέσεων Α και Δ, ούτε κερδίζει, ούτε χάνει ενέργεια, με αποτέλεσμα η κίνηση του να επαναλαμβάνεται συνεχώς η ίδια, μπορούμε να υποστηρίξουμε, πως η μηχανική του ενέργεια Ε παραμένει σταθερή (διατηρείται) (Εικ. 2.2.15).



Εικόνα 2.2.15
Η αρχική E_K του βλήματος μετατρέπεται σταδιακά σε E_{Δ} μέχρις ότου μηδενιστεί στο μέγιστο ύψος. Αντίστροφα, η E_{Δ} μετατρέπεται σε E_K κατά την πτώση. Το σύνολο E_K+E_{Δ} μένει σταθερό.



Εικόνα 2.2.16



Εικόνα 2.2.17

Με άλλα λόγια μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι όταν το σώμα κινείται προς τα κάτω, η δυναμική του ενέργεια U ελαττώνεται τόσο, όσο αυξάνεται η κινητική ενέργεια K, με αποτέλεσμα το άθροισμά τους να παραμένει σταθερό. Το αντίθετο συμβαίνει όταν το σώμα ανεβαίνει από τη θέση (Δ) στη θέση (Α) (Εικ. 2.2.16).
Μπορούμε λοιπόν συνοψίζοντας να επισημάνουμε:

Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του η μηχανική του ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή. Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση προβλημάτων σε περιπτώσεις που δε θέλουμε ή δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους νόμους της κίνησης. Εκείνο όμως που την καθιστά περισσότερο χρήσιμη είναι το γεγονός πως αυτή ισχύει παντού και πάντοτε. Ο μόνος περιορισμός για την ισχύ της είναι να μην υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις.

Ποσοτικά η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μπορεί να προκύψει, αν χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και τον ορισμό της δυναμικής ενέργειας στην απλή περίπτωση της ελεύθερης πτώσης, εικόνα 2.2.17. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων (Α) και (Γ) είναι:

$$\Delta K_{A\to\Gamma} = W_{B(A\to\Gamma)} \qquad (1)$$

δηλαδή ίση με το έργο του βάρους για τη μετατόπιση ΑΓ.

Επίσης η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας μεταξύ των ίδιων θέσεων προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\Delta U_{A\to\Gamma} = -(U_A - U_\Gamma) = -W_{B(A\to\Gamma)} \qquad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \qquad (3)$$

Δηλαδή το άθροισμα της μεταβολής της κινητικής και της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι μηδέν.

Η φυσική σημασία της σχέσης (3) είναι ότι, η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή, διότι:

$$K_\Gamma - K_A + U_\Gamma - U_A = 0 \quad \text{ή} \quad K_\Gamma + U_\Gamma = K_A - U_A$$

Δραστηριότητα 1

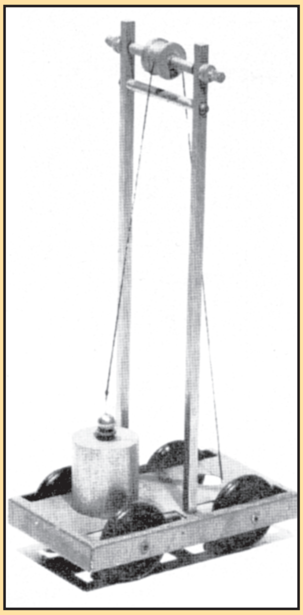
Στο σχολικό εργαστήριο Φυσικής υπάρχει μια διάταξη που λέγεται τροχός Maxwell, βλέπε εικόνα α.

Αν περιελίξουμε το σχοινί γύρω από τα άκρα του άξονα του τροχού και τον αφήσουμε να κινηθεί, τι θα συμβεί;

Κάντε μια πρόβλεψη.

Κατόπιν αφήστε τον τροχό να κινηθεί, παρατηρείστε τι θα συμβεί και συζητήστε για να ερμηνεύσετε

Εικόνα α



Εικόνα β

το φαινόμενο. Εργασθείτε όπως παραπάνω χρησιμοποιώντας το αμαξίδιο διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, που φαίνεται στην εικόνα β.

Ανυψώστε το σώμα, προβλέψτε τι θα συμβεί αν το αφήσετε να πέσει. Πραγματοποιήστε τη δραστηριότητα, παρατηρείστε, περιγράψτε, ερμηνεύστε τις παρατηρήσεις σας.

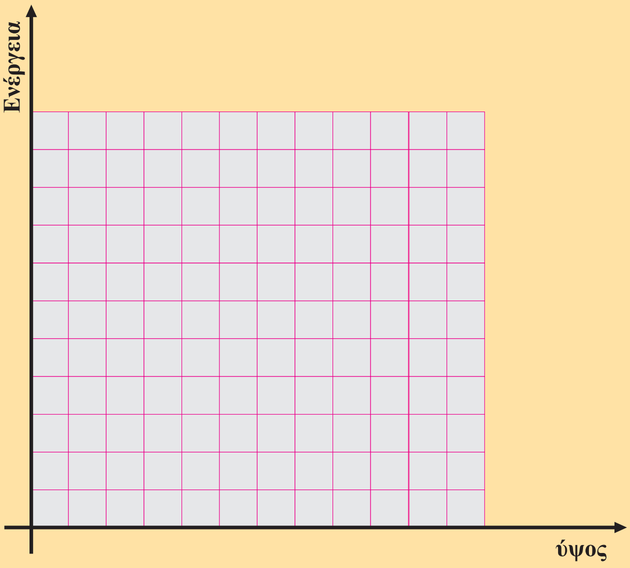
Δραστηριότητα 2

Ένα σώμα μάζας m = 1kg, αφήνεται να πέσει από ύψος h = 10m Το σώμα κινείται με μόνη την επίδραση του βάρους του, που το θεωρούμε σταθερό.

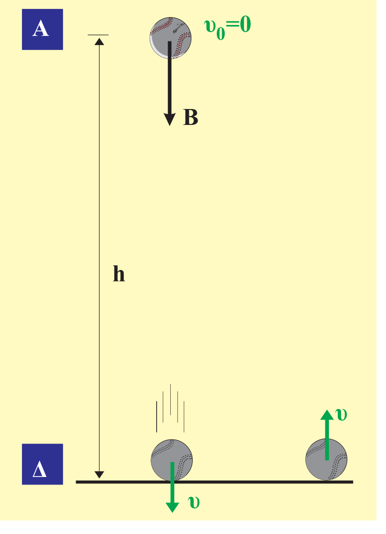
α) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, όταν η απόστασή του από το δάπεδο είναι 10m, 8m, 5m και 2m.

β) Να χρησιμοποιήσετε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας και να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος στις ίδιες θέσεις.

γ) Να παραστήσετε στους ίδιους άξονες ενέργεια – ύψος τη δυναμική, την κινητική και τη μηχανική ενέργεια του σώματος. Να συγκρίνετε τα εμβαδά που εμφανίζονται στο διάγραμμά σας.



2.2.5 Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις



Εικόνα 2.2.18

Μια μικρή ελαστική σφαίρα αφήνεται από τη θέση Α, στην οποία και επιστρέφει, αφού πρώτα συγκρουστεί ελαστικά με το δάπεδο στη θέση Δ (Εικ. 2.2.18). Αυτό σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια του σώματος παρέμεινε σταθερή, ή διαφορετικά ότι η δράση του βάρους δεν επηρέασε την μηχανική του ενέργεια. Με άλλα λόγια το έργο του βάρους Β στην κλειστή διαδρομή $Α \to Δ \to Α$ είναι μηδέν.

Πράγματι, κατά την κάθοδο της σφαίρας το έργο του βάρους είναι $W_1 = Bh$. Κατά την άνοδο, επειδή η κατεύθυνση της μετατόπισης σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση του βάρους (συν180°= -1) θα ισχύει $W_2 = -Bh$.

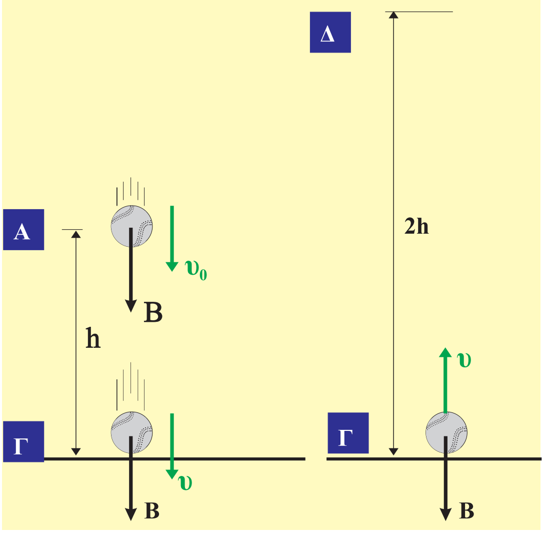
Έτσι το έργο του βάρους για την κλειστή διαδρομή $Α \to Δ \to Α$ είναι:

$$W_{ολ} = W_1 + W_2 = Bh - Bh = 0$$

Τις δυνάμεις αυτές, όπως το βάρος, που το έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν και κατά συνέπεια συντηρούν (διατηρούν) την ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν, τις ονομάζουμε **συντηρητικές** ή **διατηρητικές δυνάμεις**. Εκτός από το βάρος, συντηρητικές δυνάμεις είναι οι βαρυτικές δυνάμεις, οι ηλεκτρικές δυνάμεις και οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια.

Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε πως:
Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος διατηρείται όταν οι δυνάμεις που δρουν σ' αυτό είναι όλες συντηρητικές.

Εφαρμογή



Με πόση αρχική ταχύτητα $υ_0$ πρέπει να ρίξουμε κατακόρυφα προς τα κάτω μια τέλειως ελαστική μπάλα, ώστε αναπηδώντας στο δάπεδο να φτάσει σε διπλάσιο ύψος από αυτό που αρχικά βρίσκονταν; Θεωρούμε τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες και την κρούση με το δάπεδο ελαστική.

Απάντηση
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις (Α) και (Δ). Στη θέση Α η σφαίρα έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2}mυ_0^2$ και δυναμική ενέργεια mgh, ενώ στη θέση Δ η κινητική ενέργεια είναι μηδέν και η δυναμική mg2h.

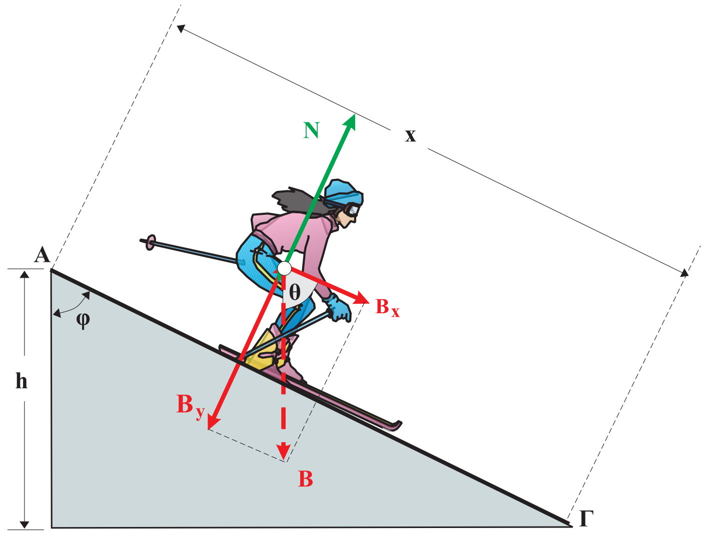
Δηλαδή: $E_{(A)}=\frac{1}{2}mυ_o^2+mgh$ και $E_{(Δ)}=mg\ 2h$.

Έτσι: $E_{(A)}=E_{(Δ)}$ ή $\frac{1}{2}mυ_o^2+mgh=mg2h$

και τελικά $υ_o^2=2gh$ ή $υ_o=\sqrt{2gh}$

Εφαρμογή

Ένας σκιέρ κατεβαίνει την πίστα ενός χιονοδρομικού κέντρου. Αν η υψομετρική διαφορά μεταξύ του σημείου Α που ξεκινά και του σημείου Γ που καταλήγει είναι 100m και ο σκιέρ μαζί με τα χιονοπέδιλα έχει μάζα 80kg, να υπολογίσετε το έργο του βάρους.



Απάντηση

Επειδή η κατεύθυνση του βάρους δεν συμπίπτει με την κατεύθυνση της μετατόπισης, το αναλύουμε στις συνιστώσες του B_x, B_y. Η συνιστώσα B_y δεν παράγει έργο. Κατά συνέπεια το έργο βάρους Β θα είναι:

$$W_B = W_{Bx} = Bσυνθx \qquad (1)$$

Όπως φαίνεται στην εικόνα, οι γωνίες φ και θ είναι ίσες, διότι έχουν τις πλευρές τους παράλληλες. Από τον ορισμό του συνημίτονου προκύπτει ότι:

$$συνφ = \frac{h}{x} \quad ή \quad x\,συνθ = h$$

Αν την τιμή που βρήκαμε για την παράσταση xσυνθ την αντικαταστήσουμε στη σχέση (1) προκύπτει:

$$W_B=Bσυνθ\ x=Bh$$

και με αντικατάσταση: $W_B=mgh$ ή $W_B= 80.000Joule$.

Αν ο σκιέρ ακολουθούσε μια άλλη διαδρομή σε πίστα με διαφορετική κλίση, αλλά η υψομετρική διαφορά ήταν πάλι h = 100m, πόσο θα ήταν το έργο του βάρους στην περίπτωση αυτή;

Αν εργασθούμε ομοίως όπως παραπάνω προκύπτει ότι το W_B είναι πάλι W_B=Bh = 80.000Joule.

Μπορούμε λοιπόν να συμπεράνουμε, ότι το έργο του βάρους (που είναι συντηρητική δύναμη) δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που κάνει ο σκιέρ, αλλά μόνο από την υψομετρική διαφορά της αρχικής και της τελικής θέσης. Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι:

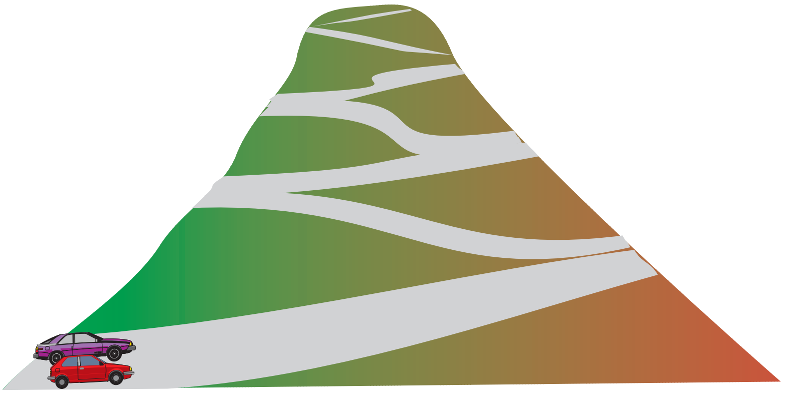
Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων δεν εξαρτάται από την τροχιά αλλά μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος.

2.2.6 Η ισχύς

Στις καθημερινές μας δραστηριότητες χρησιμοποιούμε διάφορες μορφές ενέργειας όπως, ηλεκτρική, χημική, κ.α. Για παράδειγμα χρησιμοποιούμε ηλεκτρική ενέργεια για να θέσουμε σε κίνηση τον αέρα μέσω ενός ανεμιστήρα, για να αντλήσουμε νερό, για να ανυψώσουμε σώματα με έναν ανελκυστήρα, κ.α. Χρησιμοποιούμε επίσης τη χημική ενέργεια των καυσίμων για να κινηθούν τα αυτοκίνητα, τα αεροπλάνα κ.τ.λ.

Δύο αυτοκίνητα με ίση συνολική μάζα m (οδηγός και όχημα) ξεκινούν από τη βάση ενός ομαλού λόφου για να φθάσουν στην κορυφή του (Εικ. 2.2.19). Όταν θα φθάσουν εκεί θα έχουν αποκτήσει την ίδια ποσότητα δυναμικής ενέργειας mgH και έστω ότι οι κινητήρες τους θα έχουν κάνει ισόποσο έργο. Όμως ο κινητήρας του αυτοκινήτου που θα φθάσει πρώτο στην κορυφή θα έχει κάνει το ίδιο έργο σε μικρότερο χρόνο.

Το γεγονός αυτό στην επιστημονική ορολογία αποδίδε-



Εικόνα 2.2.19

ται με τη φράση “ο κινητήρας έχει μεγαλύτερη ισχύ”, ενώ στην καθομιλουμένη γλώσσα λέμε ότι “το αυτοκίνητο έχει μεγάλη μηχανή”.

Η ισχύς ενός κινητήρα και γενικότερα οποιασδήποτε μηχανής είναι το πηλίκο του έργου που παράγει, προς το χρονικό διάστημα στο οποίο αυτό παράγεται, δηλαδή η ισχύς εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο παράγει έργο ο κινητήρας.

Η ισχύς συμβολίζεται με το γράμμα P από την αγγλική λέξη Power. Αν μια μηχανή παράγει έργο W σε χρόνο t, τότε η ισχύς P θα είναι:

$$P = \frac{W}{t} \qquad (2.2.12)$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο Διευθνές Σύστημα μονάδων (S.I.) είναι το

$$1\,\text{Watt} = 1\,\frac{\text{Joule}}{\text{s}}.$$

Πολλές φορές στην πράξη χρησιμοποιούνται οι μονάδες $1\text{kW} = 10^3\,\text{W}$ και ο ίππος (HP) για τον οποίο ισχύει: $1\text{HP} = 745{,}7\,\text{Watt}$.
Επιπλέον, συχνά χρησιμοποιούνται και ακόμη μεγαλύτερες μονάδες όπως είναι το 1MW ($1\text{MW} = 10^6\,\text{W}$).

Αν θυμηθούμε ότι οι μηχανές μετατρέπουν μια μορφή ενέργειας σε κάποια άλλη π.χ. από χημική των καυσίμων σε κινητική στο αυτοκίνητο, τότε μπορούμε να πούμε ότι η ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο μια μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε κάποια άλλη.

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα υ (Εικ. 2.2.20), σε οριζόντιο επίπεδο. Επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή, έπεται ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν, δηλαδή F=T.

Αν εφαρμόσουμε τη σχέση (2.2.12) για το έργο δύναμης F, έχουμε:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F\,x}{t} \quad \text{και επειδή} \quad υ = \frac{x}{t}$$

προκύπτει τελικά

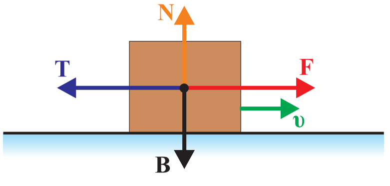
$$P = Fυ \qquad (2.2.13)$$

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται μερικές τιμές ισχύος.

Ισχύς που εκπέμπεται από τον Ήλιο	$3{,}9\cdot10^{26}\,\text{W}$
Ισχύς μιας καταιγίδας	$2\cdot10^{13}\,\text{W}$
Ισχύς αεριωθούμενου Boeing 747	$2\cdot10^{8}\,\text{W}$
Ισχύς φρυγανιέρας	$1\cdot10^{3}\,\text{W}$
Μέγιστη ισχύς αθλητή	$2\cdot10^{2}\,\text{W}$
Ισχύς ηλεκτρικού λαμπτήρα	$1\cdot10^{2}\,\text{W}$
Ισχύς αγριομέλισσας που πετάει	$10^{-10}\,\text{W}$

Δραστηριότητα

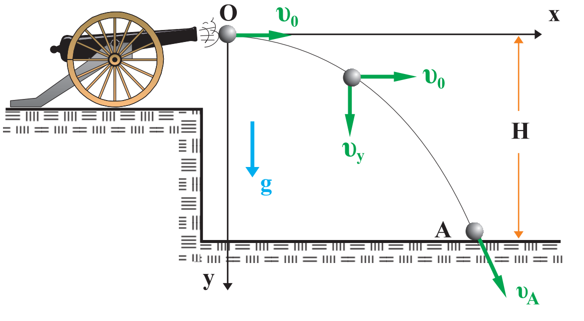
Δύο μαθητές Α, Β, αρχίζουν να ανεβαίνουν τις σκάλες του σχολείου μεταβαίνοντας στην αίθουσα της τάξης τους η οποία βρίσκεται στον $3^{ο}$ όροφο, που βρίσκεται σε ύψος 12m από το έδαφος. Ο μαθητής Α έχει μάζα 70kg και φθάνει στον $3^{ο}$ όροφο σε 2min. Ο μαθητής Β έχει μάζα 85kg και φθάνει στο όροφο σε 2min επίσης.
α) Ποιος από τους μαθητές έκανε μεγαλύτερο έργο;
β) Ποιος από τους μαθητές ανέπτυξε μεγαλύτερη ισχύ;



Εικόνα 2.2.20

2.2.7 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή

Από ένα σημείο Ο, που βρίσκεται σε ύψος Η από το δάπεδο, εκτοξεύεται ένα βλήμα μάζας m με οριζόντια ταχύτητα υ_0 (Εικ. 2.2.21). Δεχόμαστε πως η μοναδική δύναμη που του ασκείται είναι το βάρος του Β. Όπως είναι γνωστό από την παράγραφο 1.3.8, το σώμα θα διαγράψει μια παραβολική τροχιά.



Εικόνα 2.2.21

Ζητούμε την τιμή της ταχύτητας υ_A με την οποία το σώμα φτάνει στο δάπεδο. Γνωρίζουμε πως σε κάθε σημείο της τροχιάς και κατά συνέπεια και στο (Α) η ταχύτητα του σώματος αναλύεται σε συνιστώσες υ_x και υ_y. Επειδή οι συνιστώσες αυτές είναι κάθετες μεταξύ τους θα ισχύει:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_{x(A)}^2 + \upsilon_{y(A)}^2} \qquad (1)$$

Η κίνηση στον άξονα x είναι ομαλή και στον άξονα y ομαλά επιταχυνόμενη. Άρα για τις ταχύτητες υ_x και υ_y ισχύουν οι σχέσεις:

$$\upsilon_{x(A)} = \upsilon_0 \quad \text{και} \quad \upsilon_{y(A)} = g\,t_A \cdot$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των υ_x, υ_y στην (3) παίρνουμε για την ταχύτητα υ_A:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2\,t_A^2} \qquad (2)$$

Για την κίνηση στον άξονα (y) ισχύει η σχέση:

$$H = \frac{1}{2}g\,t_A^2 \quad \text{ή} \quad t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}} \qquad (3)$$

Έτσι από τις σχέσεις (2) και (3) βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH} \qquad (4)$$

Ένας άλλος τρόπος για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του σώματος στο σημείο Α είναι ο εξής:

Επειδή η κίνηση του σώματος γίνεται μόνο με την επίδραση του βάρους του, το οποίο είναι δύναμη συντηρητική, θα πρέπει η μηχανική του ενέργεια να διατηρείται.

Συνεπώς για τη μηχανική ενέργεια του σώματος στις θέσεις Ο και Α μπορούμε να γράψουμε:

$$E_{(O)} = E_{(A)} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 + mgH = \frac{1}{2} m\upsilon_A^2 \qquad (5)$$

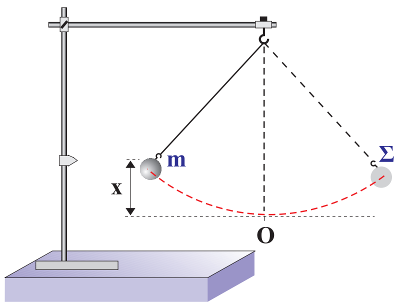
Από τη σχέση (5) επιλύοντας ως προς την ταχύτητα υ_A, βρίσκουμε τελικά:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH}$$ δηλαδή την εξίσωση (4).

Πρέπει να επισημάνουμε, πως η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή, είναι μια πολύ χρήσιμη πρόταση. Με τη βοήθειά της μπορούμε ευκολότερα απ' ότι με τις εξισώσεις κίνησης, να αντιμετωπίζουμε προβλήματα μηχανικής, αρκεί να μην ζητείται ο χρόνος κίνησης.

2.2.8 Η τριβή και η μηχανική ενέργεια

Πολλές φορές για να απλουστεύσουμε τη μελέτη μιας κίνησης θεωρούμε την τριβή και την αντίσταση του αέρα ως αμελητέες δυνάμεις. Αυτό είναι μια ιδανική κατάσταση που στην πράξη δεν μπορεί να συμβεί. Κάτω όμως από αυτές τις συνθήκες, η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου του εκκρεμούς (Εικ. 2.2.22), παραμένει σταθερή και η κίνησή του επαναλαμβάνεται συνεχώς η ίδια. Ποια θα είναι όμως η κίνηση που θα κάνει το σφαιρίδιο του εκκρεμούς όταν αφεθεί ελεύθερο στο σημείο Σ κάτω από πραγματικές συνθήκες; Δηλαδή όταν η αντίσταση του αέρα δεν είναι αμελητέα;



Εικόνα 2.2.22

Από την εμπειρία μας γνωρίζουμε, πως το σφαιρίδιο θα κάνει μια παλινδρομική κίνηση γύρω από το σημείο Ο. Κάθε φορά θα ανυψώνεται λιγότερο και τελικά θα ισορροπήσει στο σημείο που αρχικά ισορροπούσε (Ο). Αυτό σημαίνει ότι το σφαιρίδιο χάνει συνεχώς μηχανική ενέργεια, μέχρι του τελικού μηδενισμού της. Για τον ίδιο λόγο, αν θέσουμε σε κίνηση ένα αντικείμενο πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια, αυτό λόγω της τριβής, μετά από λίγο θα σταματήσει. Δηλαδή η μηχανική του ενέργεια σταδιακά θα γίνει μηδέν. Το γεγονός, ότι στις πραγματικές συνθήκες κίνησης, η μηχανική ενέργεια δεν διατηρείται, είναι αποτέλεσμα των τριβών και των αντιστάσεων, δηλαδή δυνάμεων που είναι αντίθετες της κίνησης.

Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται μη συντηρητικές, επειδή όταν ασκούνται σε κάποιο σώμα ελαττώνουν (δε συντηρούν) τη μηχανική του ενέργεια.

Το έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων εκφράζει την ποσότητα της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Έτσι κάθε φορά, που λόγω τριβών η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ελαττώνεται θα έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας του.

Πράγματι, ας θεωρήσουμε ένα αυτοκίνητο μάζας m = 1.000kg, που κινείται στην εθνική οδό με ταχύτητα υ = 30m/s. Το αυτοκίνητο λόγω της ταχύτητας του έχει κινητική ενέργεια

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 45.000\text{Joule}.$$

Αν ο οδηγός, φρενάροντας, το ακινητοποιήσει, θα παραχθεί λόγω τριβών θερμότητα ίση με 45.000Joule, που θα θερμάνει τους τροχούς του αυτοκινήτου, το δρόμο και τον αέρα.

Στο σημείο αυτό, πρέπει να επισημάνουμε ότι:

Ενώ η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος σωμάτων δε διατηρείται, όταν ασκούνται σε αυτό μη συντηρητικές δυνάμεις (τριβές, αντιστάσεις), η ορμή του διατηρείται.

Πράγματι, κατά την πλαστική κρούση των σωμάτων m_1 και m_2, (Εικ. 2.2.23), δημιουργείται ένα συσσωμάτωμα μά-

Εικόνα 2.2.23

ζας (m_1+m_2), που αμέσως μετά την κρούση έχει, έστω ταχύτητα V. Αν οι ταχύτητες πριν τη κρούση ήταν υ_1 και υ_2, τι μπορούμε να πούμε για την διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση;

Παρά το γεγονός, πως κατά τη διάρκεια του φαινομένου, αναπτύσσονται ανάμεσα στα συγκρουόμενα σώματα δυνάμεις μη συντηρητικές, η ορμή διατηρείται.

Δηλαδή:

$$m\upsilon_1 - m\upsilon_2 = (m_1+m_2)V$$

Αντίθετα η μηχανική ενέργεια του συστήματος δε διατηρείται, αφού ένα μέρος της μετατρέπεται σε θερμότητα Q. Στην περίπτωση βέβαια αυτή, όπως και σε κάθε άλλη, διατηρείται η ολική ενέργεια του συστήματος. Δηλαδή:

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + Q.$$

Τι είναι η ενέργεια;

Η ενέργεια είναι ένα από τα περισσότερο συζητημένα θέματα στην εποχή μας γιατί από την αξιοποίηση της εξαρτάται η βιομηχανική και η οικονομική ανάπτυξη κάθε χώρας.

Τι είναι όμως η ενέργεια;

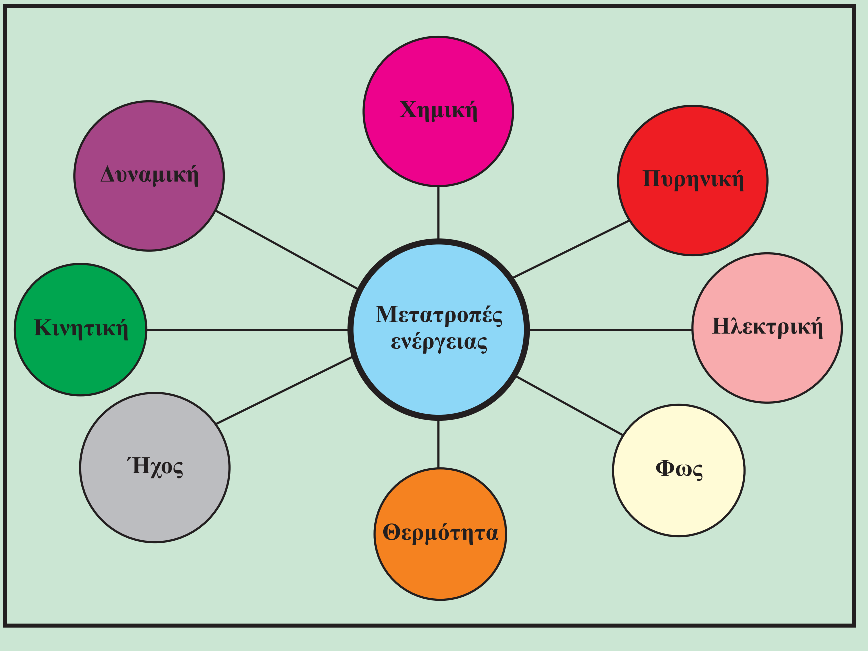
Είναι μάλλον δύσκολο να δώσουμε έναν ορισμό που να την περιγράφει ακριβώς. Η προσπάθεια να οριστεί η ενέργεια ξεκινάει από την ανάγκη των μηχανικών στα πρώτα χρόνια της βιομηχανικής επανάστασης να συγκρίνουν την αποδοτικότητα των νερόμυλων, των ατμομηχανών, των ηλεκτρικών κινητήρων κ.τ.λ.

Σύμφωνα με τις εμπειρίες τους η αποδοτικότητα μιας μηχανής ήταν τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερο ήταν το γινόμενο του βάρους ενός σώματος επί την απόσταση που μπορούσε να μεταφέρει, ή να ανυψώσει η μηχανή το σώμα (έργο W). Έτσι όρισαν την ενέργεια σαν την ικανότητα παραγωγής έργου. Παρόλο, που ο ορισμός αυτός χρησιμοποιείται πολλές φορές ακόμη και σήμερα δε φαίνεται να είναι ικανοποιητικός. Οι προσπάθειες να οριστεί η ενέργεια συνεχίστηκαν με αποτέλεσμα να προκύψουν διάφοροι ακόμη ορισμοί. Παραδείγματος χάρη ενέργεια είναι η φυσική οντότητα που μπορεί να αλλάζει από μια μορφή σε μια άλλη ή ενέργεια είναι το αίτιο που προκαλεί την κίνηση όλων των πραγμάτων, όπως υποστήριξε ο Maxwell.

Πάντως κανένας από τους μέχρι

σήμερα ορισμούς δε δίνει απάντηση στο ερώτημα τι είναι η ενέργεια. Περισσότερο χρήσιμο, από ένα ορισμό που μπορεί να προκαλέσει σύγχυση ή και να είναι ελλιπής, είναι να κατανοήσουμε το γεγονός ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έννοια της ενέργειας, χωρίς να είναι και απαραίτητο να την ορίζουμε. Μέσα από τη μελέτη και τη συζήτηση θεμάτων, όπως καύσιμα, μορφές ενέργειας, μετατροπές κτλ. θα εξοικειωθούμε με την έννοια της ενέργειας και θα οδηγηθούμε όλο και σε βαθύτερη κατανόηση της. Ένα απλό παράδειγμα που θα δανειστούμε από την καθημερινή μας ζωή μπορεί να ενισχύσει αυτή την άποψη.

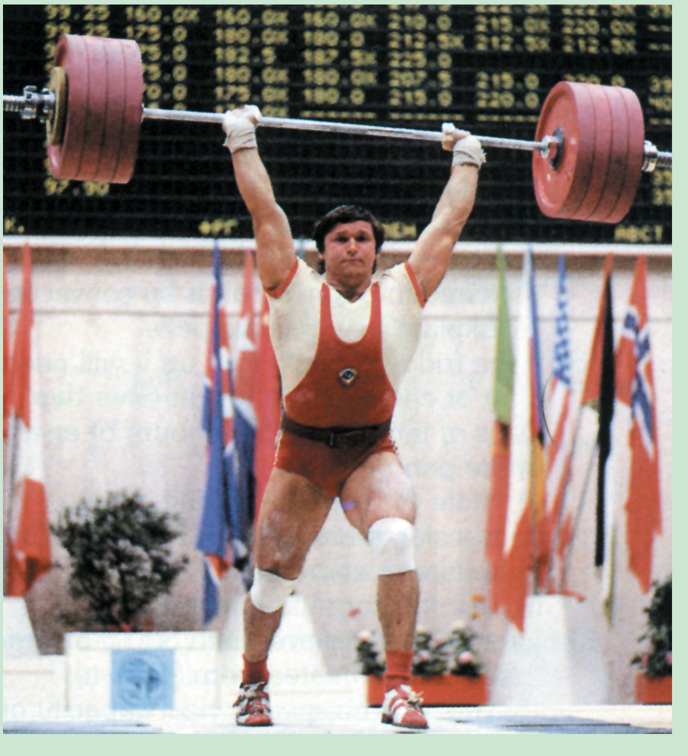
Πράγματι ενώ όλοι μας γνωρίζουμε το περιεχόμενο και τη σημασία εννοιών, όπως π.χ. δικαιοσύνη, αγάπη, ευγένεια κ.τ.λ. δεν είναι εύκολο να συμφωνήσουμε σε έναν ορισμό αποδεκτό από όλους μας. Έτσι και στην περίπτωση της ενέργειας, δε φαίνεται να υπάρχει ένας ορισμός της καθολικά αποδεκτός, αλλά παρόλα αυτά η έννοιά της μπορεί να γίνεται κατανοητή. Όμως ενώ δεν μπορούμε να συμφωνήσουμε σε κάποιον ορισμό για την ενέργεια εκείνο που γίνεται από όλους αποδεκτό είναι το γεγονός ότι η ενέργεια διατηρείται ενώ μπορεί να αλλάζει μορφές.



Εκείνο που μπορεί να υποστηριχτεί είναι ότι κάθε ορισμός που δεν ξεκινάει από την ιδιότητα της ενέργειας να διατηρείται είναι λαθεμένος. Σε ενίσχυση όσων μέχρι τώρα έχουμε υποστηρίξει αναφέρουμε τα λόγια του Feynman από το βιβλίο του “Lectures on Physics” – (Vol I) που γράφει:

“Υπάρχει ένα γεγονός ή αν θέλετε ένας νόμος που διέπει όλα τα φυσικά φαινόμενα τα οποία είναι γνωστά μέχρι σήμερα. Δεν υπάρχει καμία γνωστή εξαίρεση σ΄ αυτόν τον νόμο και είναι ακριβής όσο γνωρίζουμε μέχρι τώρα. Ο νόμος αυτός ονομάζεται ***διατήρηση της ενέργειας*** *και αναφέρει ότι υπάρχει μια ορισμένη ποσότητα, την οποία καλούμε ενέργεια και η οποία διατηρείται στις πολύπλοκες αλλαγές που γίνονται στη φύση. Αυτή (η διατήρηση) είναι μια πολύ αφηρημένη ιδέα, επειδή είναι μια μαθηματική αρχή. Σύμφωνα μ’ αυτή υπάρχει μια μαθηματική ποσότητα που δε μεταβάλλεται, όταν κάτι συμβαίνει. Δεν είναι η περιγραφή ενός μηχανισμού ή κάτι το συγκεκριμένο.* ***Είναι σπουδαίο να αντιληφθούμε ότι στη Φυσική σήμερα δεν έχουμε γνώση του τι είναι ενέργεια.*** *Η ενέργεια είναι κάτι το αφηρημένο, επειδή δε μας λέει το μηχανισμό, ή τις αιτίες για τους διάφορους τύπους που αντιστοιχούν στις διαφορετικές μορφές τις οποίες μπορεί να πάρει.”*

Το έργο σε σχέση με την κούραση.



Το έργο μιας δύναμης όταν αυτή δε μετακινεί το σημείο εφαρμογής της είναι ίσο με μηδέν. Για παράδειγμα, ο αθλητής της άρσης βαρών, κρατώντας με τα χέρια του τα βάρη Β σε σταθερό ύψος, ασκεί δύναμη F=B που όμως το έργο της είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει πως καμία ποσότητα ενέργειας δε μεταφέρεται από τον αθλητή στα βάρη. Πώς όμως μπορούμε να δικαιολογήσουμε το γεγονός, ότι ο αθλητής, παρόλο που δεν δαπανά ενέργεια, νιώθει έντονο το αίσθημα της κούρασης; Η απάντηση που ερμηνεύει την κόπωση του αθλητή αλλά και την ανάγκη του για ενέργεια την οποία παίρνει από τις τροφές, είναι η εξής:

Όταν οι μύες του αθλητή είναι διεγερμένοι, π.χ. τεντωμένοι, συμπιέζουν τα αιμοφόρα αγγεία και έτσι προκαλούν ελάττωση στη ροή του αίματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα χημικά προϊόντα της δραστηριότητας των μυών π.χ. γαλακτικό οξύ, να συσσωρεύονται και να μην απομακρύνονται από την ροή του αίματος γρήγορα. Αυτή ακριβώς η συσσώρευση των χημικών προϊόντων της δραστηριότητας των μυών, διεγείρει τα νεύρα να δώσουν την αίσθηση της κούρασης. Δηλαδή το αίσθημα της κούρασης είναι ένα έμμεσο αποτέλεσμα της ενεργοποίησης των μυών. Εξάλλου η συνεχής ανάγκη χημικής ενέργειας (η οποία ενέργεια προέρχεται από τις τροφές που καταναλώνουμε) όταν κρατάμε υψωμένο αλλά ακίνητο ένα σώμα, προκύπτει από το μηχανισμό της μυϊκής δραστηριότητας. Οι μυϊκές ίνες κατά τη διέγερσή τους απορροφούν χημική ενέργεια. Σε κάθε διεγερμένο μυ υπάρχουν μυϊκές ίνες σε διέγερση αλλά και σε χαλάρωση, ενώ κάθε ίνα περνάει διαδοχικά από την κατάσταση της διέγερσης στην κατάσταση της χαλάρωσης.

Κατά τη χαλάρωση κάθε ίνα αποδίδει πίσω την ενέργεια που απορρόφησε όταν διεγέρθηκε, όχι εξ' ολοκλήρου με τη μορφή της χημικής ενέργειας αλλά και με τη μορφή της θερμότητας. Δηλαδή οι διεργασίες που συμβαίνουν στις ίνες των μυών κατά τη διέγερση δεν αντιστρέφονται κατά τη χαλάρωση.

Έτσι λοιπόν για να παραμένει ο μυς τεντωμένος πρέπει να απορροφά συνεχώς χημική ενέργεια η οποία προέρχεται από τις τροφές.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Όταν επιδρούμε σε υλικά αλλάζοντας τη μορφή ή τη θέση τους ασκούμε δυνάμεις και χρησιμοποιούμε ενέργεια. Το γινόμενο της σταθερής δύναμης, που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, επί τη μετατόπιση, το ονομάζουμε **έργο** και εμφανίζεται σε κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας.

$$W = Fx.$$

Η μονάδα μέτρησης στο Διεθνές Σύστημα είναι 1Nm=1Joule. Το έργο είναι το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.

Στην περίπτωση που η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση το έργο δίνεται από τη σχέση $W=F\text{συν}\theta\ x$.

Όταν ένα σώμα μάζας m αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα με την επίδραση του βάρους του, λέμε ότι συμβαίνει μετατροπή του έργου της δύναμης του βάρους σε κινητική ενέργεια. Το συμπέρασμα αυτό μπορούμε να το γενικεύσουμε σε οποιαδήποτε περίπτωση Όταν σ' ένα σώμα δρουν πολλές δυνάμεις, τότε η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με το θεώρημα:

"Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή ισοδύναμα είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης", $\Delta K=\Sigma W_F$.

Η **δυναμική βαρυτική ενέργεια** ή απλά δυναμική ενέργεια ενός σώματος λέμε ότι είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής του με τη Γη και συμβολίζεται με U. Όταν ένα σώμα μάζας m βρίσκεται σε ύψος h η δυναμική του ενέργεια είναι:

$$U = mgh$$

Η **μηχανική ενέργεια** ενός σώματος συμβολίζεται με E και είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας K και της δυναμικής U που έχει το σώμα σε οποιαδήποτε θέση της κίνησής του.

$$E = K + U.$$

Η μηχανική ενέργεια συστήματος σωμάτων διατηρείται σε εκείνες τις περιπτώσεις όπου δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις. **Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις** ονομάζονται οι δυνάμεις εκείνες που το έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν. Συνέπεια αυτού είναι να διατηρούν την ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν σταθερή. Τέτοιες δυνάμεις είναι το βάρος, οι ηλεκτρικές δυνάμεις ανάμεσα σε ηλεκτρικά φορτία, οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια και οι βαρυτικές δυνάμεις ανάμεσα σε μάζες. Οι συντηρητικές δυνάμεις έχουν την ιδιότητα το έργο τους να μην εξαρτάται από την τροχιά του σώματος αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση. **Μη συντηρητικές** ονομάζονται οι δυνάμεις οι οποίες, όταν ασκούνται σ' ένα σώμα ελαττώνουν (δεν συντηρούν) τη μηχανική του ενέργεια.

Η **ισχύς** είναι μονόμετρο μέγεθος και εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο κάθε συσκευή χρησιμοποιεί ενέργεια, δίνεται δε από τη σχέση:

$$P = W/t$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο Διεθνές Σύστημα είναι το 1Joule/s = 1Watt.