ΕΞΩΦΥΛΛΟ

5-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση των σωμάτων, καθώς και τα μεγέθη που ορίζονται με βάση αυτά, όπως η κινητική ενέργεια και η ορμή, ανήκουν στην κατηγορία των μεγεθών που δεν έχουν μια μόνο τιμή. Η τιμή τους εξαρτάται από το πού βρίσκεται εκείνος που τα μετράει. Έτσι, ο επιβάτης του τρένου νομίζει ότι ο συνεπιβάτης του είναι ακίνητος, όμως ένας παρατηρητής στην αποβάθρα του σταθμού τον βλέπει να κινείται με την ταχύτητα του τρένου. Όταν αναφερόμαστε στα μεγέθη αυτά, χωρίς άλλη διευκρίνηση, θα εννοούμε τις τιμές που βρίσκει ένας παρατηρητής ακίνητος πάνω στη Γη.

Οι παρατηρητές, που περιγράφουν με διαφορετικό τρόπο την κίνηση των σωμάτων, πρέπει να συνεννοούνται μεταξύ τους. Σ΄ αυτή την ανάγκη ανταποκρίθηκε ο Γαλιλαίος με τους μετασχηματισμούς του, που επιτρέπουν να μετατρέψουμε τα δεδομένα της κίνησης σε ένα σύστημα αναφοράς σε δεδομένα για ένα άλλο σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα ως προς το πρώτο (αδρανειακό σύστημα).

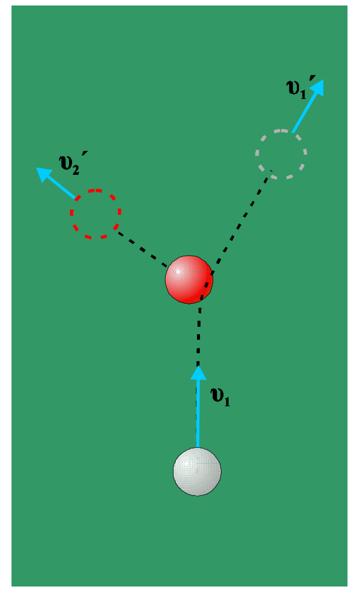
Στη μελέτη των προβλημάτων μας μπορούμε να επιλέξουμε το σύστημα αναφοράς της κίνησης, με στόχο να κάνουμε τους υπολογισμούς μας όσο γίνεται απλούστερους. Συχνά, ως σύστημα αναφοράς παίρνουμε αυτό που συνδέεται με το κέντρο μάζας του συστήματος. Ένα τέτοιο σύστημα αναφοράς, λ.χ, θα διευκόλυνε τη μελέτη της κίνησης των πυραύλων, που χωρίς αυτούς οι γνώσεις μας για το ηλιακό σύστημα θα ήταν πολύ φτωχότερες.

Εικ. 5.1 Εκτόξευση διαστημικού λεωφορείου.

Τέλος, όχι μόνο η ταχύτητα των σωμάτων αλλά και η ταχύτητα των κυμάτων εξαρτάται από τη σχετική κίνηση πηγής - παρατηρητή. Αυτό σημαίνει ότι διαφορετικοί παρατηρητές αντιλαμβάνονται με διαφορετικό τρόπο το ίδιο κύμα. Το φαινόμενο Doppler, όπως είναι γνωστό, το αξιοποιούν για τη μέτρηση της ταχύτητας των αυτοκινήτων ή των αεροπλάνων με το ραντάρ, οι αστρονόμοι για να παρακολουθήσουν την κίνηση πολύ μακρινών ουράνιων σωμάτων, αλλά και οι γιατροί για να παρακολουθήσουν τη ροή του αίματος.

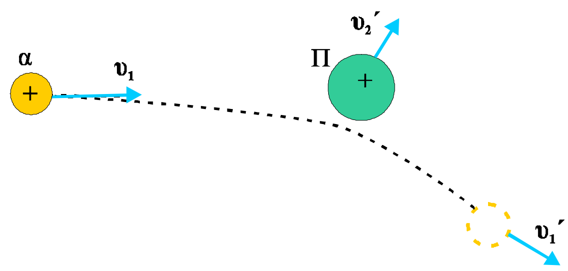
5-2 ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Όταν δύο σώματα συγκρούονται, για παράδειγμα όταν χτυπάνε δύο μπάλες του μπιλιάρδου (σχ. 5.1), η κινητική κατάστασή τους ή τουλάχιστον ενός από αυτά μεταβάλλεται απότομα. Οι απότομες αυτές αλλαγές της κίνησης προκαλούνται από τις ισχυρές δυνάμεις που αναπτύσσονται ανάμεσα στα σώματα που συγκρούονται, κατά τη διάρκεια της επαφής τους.



Σχ. 5.1 Κρούση ανάμεσα σε δύο μπάλες μπιλιάρδου.

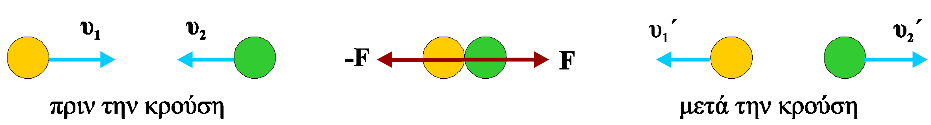
Η έννοια της κρούσης έχει επεκταθεί και στο μικρόκοσμο όπου συμπεριλαμβάνει και φαινόμενα όπου τα ´´συγκρουόμενα´´ σωματίδια δεν έρχονται σε επαφή. Για παράδειγμα όταν ένα σωματίδιο α (πυρήνας He) κινείται προς ένα άλλο πυρήνα (Π), οι αλληλεπιδράσεις τους, που είναι πολύ ασθενείς όταν βρίσκονται μακριά, γίνονται πολύ ισχυρές όταν τα σωματίδια πλησιάσουν με αποτέλεσμα την απότομη αλλαγή στην κινητική τους κατάσταση. Η χρονική διάρκεια μεταβολής της κινητικής τους κατάστασης είναι πολύ μικρή. Αν μπορούσαμε να κινηματογραφήσουμε το φαινόμενο θα βλέπαμε ότι μοιάζει με τη σύγκρουση δύο σωμάτων, μόνο που εδώ τα σώματα δεν έρχονται σε επαφή. Ονομάζουμε, λοιπόν, κρούση και κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου, στο οποίο τα ´´συγκρουόμενα ´´ σωματίδια, αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο. Το φαινόμενο αυτό στη σύγχρονη φυσική ονομάζεται και **σκέδαση** (σχ. 5.2).



Σχ. 5.2 Κρούση ενός σωματίου α, με αρχικά ακίνητο πυρήνα.

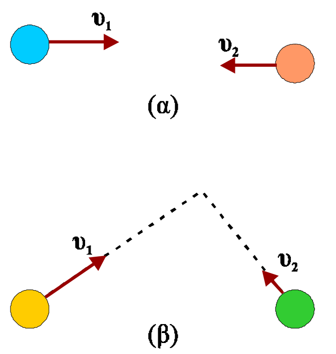
Ανάλογα με τη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα πριν συγκρουστούν οι κρούσεις διακρίνονται σε κεντρικές, έκκεντρες και πλάγιες.

Κεντρική, (ή μετωπική) ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Αν τα σώματα που συγκρούονται είναι σφαίρες και η κρούση τους είναι κεντρική, οι ταχύτητές τους μετά την κρούση θα βρίσκονται επίσης στην ίδια (αρχική) διεύθυνση (σχ. 5.3).



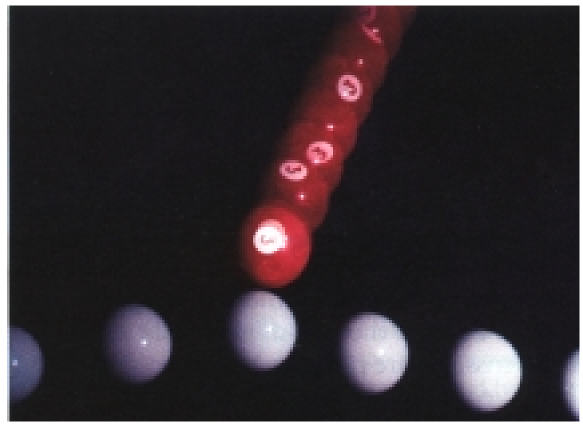
Σχ. 5.3 Κεντρική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών.

Έκκεντρη, ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες (σχ. 5.4α).

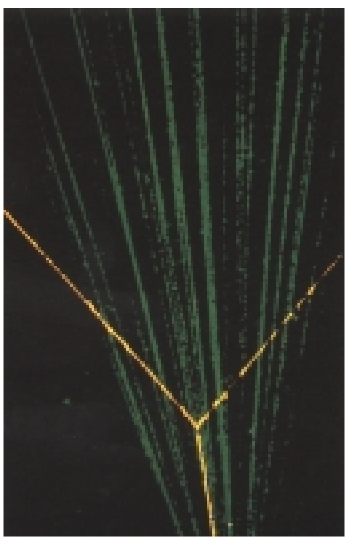


Σχ. 5.4 (α) έκκεντρη κρούση. (β) πλάγια κρούση.

Πλάγια ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαίες διευθύνσεις (σχ. 5.4β).



Εικ. 5.2 Πλάγια κρούση



Εικ. 5.3 Δύο σωμάτια α συγκρούονται. Το ένα, πριν την κρούση, ήταν πρακτικά ακίνητο.

Η διατήρηση της ορμής στις κρούσεις.

Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο που διαρκεί πολύ λίγο χρόνο, οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων – αν υπάρχουν - είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κρούσης. Το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο, για τη χρονική διάρκεια της κρούσης, επομένως η ορμή του συστήματος διατηρείται.

Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων, κατά τη διάρκεια της κρούσης, διατηρείται.

Αν $\mathbf{p}_{\pi\rho\iota\nu}$ η ορμή του συστήματος αμέσως πριν την κρούση και $\mathbf{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$ η ορμή του συστήματος αμέσως μετά την κρούση, ισχύει:

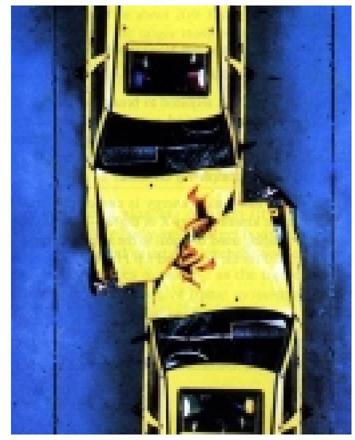
$$\mathbf{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \mathbf{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Η ενέργεια στις κρούσεις

Κατά τη σύγκρουση δύο σωμάτων ένα μέρος της μηχανικής τους ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα. Στην ιδανική περίπτωση που η μηχανική ενέργεια των σωμάτων δε μεταβάλλεται με την κρούση, η κρούση ονομάζεται ελαστική. Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο αμελητέας χρονικής διάρκειας, η δυναμική ενέργεια των σωμάτων -που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο- δε μεταβάλλεται. Επομένως :

Ελαστική είναι η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.

Στο μακρόκοσμο η ελαστική κρούση αποτελεί μια εξιδανίκευση. Προσεγγιστικά ελαστική μπορεί να θεωρηθεί η κρούση ανάμεσα σε δύο πολύ σκληρά σώματα, όπως ανάμεσα σε δύο μπάλες του μπιλιάρδου. Στο μικρόκοσμο όμως έχουμε κρούσεις απολύτως ελαστικές όπως αυτή που περιγράψαμε προηγουμένως ανάμεσα στο σωμάτιο α και τον πυρήνα.



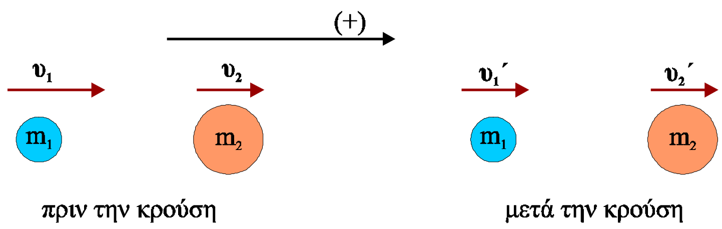
Εικ. 5.4 Η κρούση ανάμεσα στα αυτοκίνητα της εικόνας είναι σχεδόν πλαστική.

Ανελαστική, ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων – στη δημιουργία συσσωματώματος. Αυτή η κρούση ονομάζεται **πλαστική**.

5-3 ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΔΥΟ ΣΦΑΙΡΩΝ

Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 κινούνται με ταχύτητες $\boldsymbol{\upsilon_1}$ και $\boldsymbol{\upsilon_2}$, όπως στο σχήμα 5.5. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες $\boldsymbol{\upsilon_1}'$ και $\boldsymbol{\upsilon_2}'$. Εάν γνωρίζουμε τις ταχύτητες των σφαιρών πριν την κρούση και τις μάζες τους μπορούμε να υπολογίσουμε τις ταχύτητές τους μετά την κρούση.



Σχ. 5.5

Για την κρούση ισχύουν :

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \qquad \text{(διατήρηση της ορμής)} \quad (5.1)$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \qquad \text{(διατήρηση της κινητικής ενέργειας)} \quad (5.2)$$

η (5.1) γράφεται και

$$m_1(\upsilon_1 - \upsilon_1') = m_2(\upsilon_2' - \upsilon_2) \quad (5.3)$$

ενώ η (5.2) γράφεται

$$m_1(\upsilon_1^2 - \upsilon_1'^2) = m_2(\upsilon_2'^2 - \upsilon_2^2) \quad (5.4)$$

Διαιρούμε τις (5.4) και (5.3) κατά μέλη και βρίσκουμε

$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2' + \upsilon_2 \quad (5.5)$$

Επιλύοντας το σύστημα των (5.1) και (5.5) ως προς υ_1' και υ_2' βρίσκουμε

$$\upsilon_1{}' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \quad (5.6)$$

και $$\upsilon_2{}' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 \quad (5.7)$$

<u>Σημείωση :</u> Κατά τον υπολογισμό των ταχυτήτων των σφαιρών υποθέσαμε ότι οι σφαίρες μετά την κρούση συνεχίζουν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Αν μετά τις πράξεις προκύψει αρνητική τιμή για την $\upsilon_1{}'$ θα συμπεράνουμε ότι η $Σ_1$ άλλαξε φορά κίνησης μετά την κρούση.

Στην περίπτωση όπου $m_1 = m_2$
οι (5.6) και (5.7) γίνονται

$$\upsilon_1{}' = \upsilon_2 \qquad \text{και} \qquad \upsilon_2{}' = \upsilon_1$$

Δηλαδή **οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.**

Στην περίπτωση που η $Σ_2$ ήταν ακίνητη πριν την κρούση (υ_2=0)
οι (5.6) και (5.7) γίνονται

$$\boxed{\upsilon_1{}' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1} \quad (5.8)$$

και $$\boxed{\upsilon_2{}' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1} \quad (5.9)$$

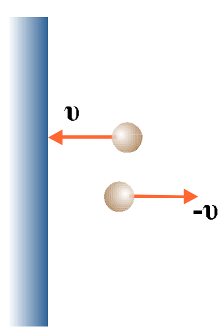
5-4 ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΑΛΛΟ ΑΚΙΝΗΤΟ ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΗΣ ΜΑΖΑΣ

Αν η σφαίρα $Σ_2$ της προηγούμενης παραγράφου έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα από τη $Σ_1$ και είναι ακίνητη πριν την κρούση οι σχέσεις (5.8) και (5.9) δίνουν

$$\boxed{\upsilon_1{}' = -\upsilon_1}$$

και $$\boxed{\upsilon_2{}' = 0}$$

Δηλαδή η σφαίρα μικρής μάζας ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτήν που είχε πριν την κρούση. Το σώμα μεγάλης μάζας παραμένει πρακτικά ακίνητο.



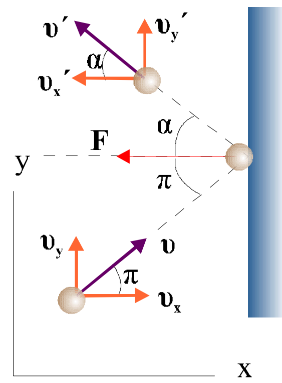
Σχ. 5.6 Αν η κρούση είναι ελαστική η σφαίρα ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου.

Σύμφωνα με τα παραπάνω όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου ή στο δάπεδο ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς (σχ. 5.6).

Στην περίπτωση που η σφαίρα προσκρούει ελαστικά και πλάγια σε έναν τοίχο αναλύουμε την ταχύτητά της σε δύο συνιστώσες, τη μία ($\mathbf{υ}_x$) κάθετη στον τοίχο και την άλλη ($\mathbf{υ}_y$) παράλληλη με αυτόν (σχ. 5.7).

Σύμφωνα με τα παραπάνω η κάθετη στον τοίχο συνιστώσα της ταχύτητας θα αλλάξει φορά και θα διατηρήσει το μέτρο της ($\mathbf{υ}_x' = -\mathbf{υ}_x$).

Η δύναμη που ασκείται στη σφαίρα κατά την κρούση είναι κάθετη στον τοίχο, άρα η y συνιστώσα της ταχύτητας δε μεταβάλλεται ($\mathbf{υ}_y' = \mathbf{υ}_y$).



Σχ. 5.7 Αν η κρούση είναι ελαστική η σφαίρα ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

Το μέτρο της ταχύτητας μετά την κρούση είναι

$$υ' = \sqrt{υ_x'^2 + υ_y'^2} = \sqrt{υ_x^2 + υ_y^2} = υ$$

δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας δε μεταβάλλεται.

Αν $π$ και $α$ οι γωνίες που σχηματίζουν η $\mathbf{υ}$ και η $\mathbf{υ}'$, αντίστοιχα, με την κάθετη στον τοίχο ισχύει

$$ημπ = \frac{υ_y}{υ} \qquad \text{και} \qquad ημα = \frac{υ_y'}{υ'}$$

όμως $\quad υ_y = υ_y' \quad$ και $\quad υ = υ'$

οπότε $\quad ημπ = ημα$

και $\quad π = α$

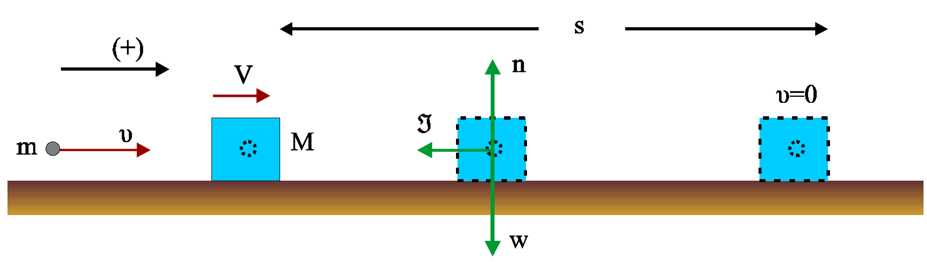
Δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.1

Βλήμα μάζας m=0,02 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ$=200 m/s και σφηνώνεται σε ακίνητο ξύλο μάζας M=0,98 kg που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθεί α) η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση, β) η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, γ) το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει. Ο συντελεστής τριβής του συσσωματώματος με το οριζόντιο επίπεδο είναι $μ_K = 0{,}5$.

Απάντηση :

α) Έστω **V** η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.



Σχ. 5.8

Συμβολίζουμε με $\mathbf{p}_{πριν}$ την ορμή του συστήματος αμέσως πριν την κρούση και με $\mathbf{p}_{μετά}$ την ορμή αμέσως μετά την κρούση.

$$\mathbf{p}_{πριν} = \mathbf{p}_{μετά}$$

Επιλέγοντας θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά (σχ. 5.8), η αρχή διατήρησης της ορμής γράφεται αλγεβρικά:.

$$mυ = (M+m)V \quad \text{άρα} \quad V = \frac{mυ}{M+m} = 4\, m/s$$

β) Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι

$$K_{πριν} - K_{μετά} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2 = 392\,J$$

γ) Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για το συσσωμάτωμα έχουμε

$$K_{αρχ} + W_w + W_n + W_T = K_{τελ} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(M+m)V^2 - \mu_K(M+m)gs = 0 \ \text{άρα}$$

$$s = \frac{V^2}{2\mu_K g} = 1{,}6\,m$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.2

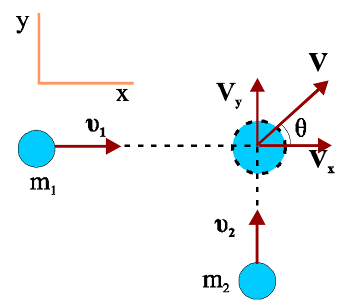
Δύο σώματα με μάζες m_1=2 kg και m_2=3 kg κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες υ_1=10m/s και υ_2=5 m/s και κάποια στιγμή συγκρούονται πλαστικά. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται από την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.

Απάντηση :

Έστω **V** η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Αν $\mathbf{p}_{πριν}$ η ορμή του συστήματος αμέσως πριν την κρούση και $\mathbf{p}_{μετά}$ η ορμή αμέσως μετά την κρούση θα είναι

$$\mathbf{p}_{πριν} = \mathbf{p}_{μετά}$$

Αναλύουμε το διάνυσμα **V** σε δύο συνιστώσες τη V_x κατά την διεύθυνση x και τη V_y κατά τη διεύθυνση y (σχ. 5.7). Όταν δύο διανύσματα είναι ίσα, είναι ίσες και οι συνιστώσες τους, επομένως



Σχ. 5.7

$$\mathbf{p}_{πριν} = \mathbf{p}_{μετά} \quad \text{άρα} \quad \begin{matrix} p_x^{πριν} = p_x^{μετά} \\ p_y^{πριν} = p_y^{μετά} \end{matrix} \quad \text{ή} \quad \begin{matrix} m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)V_x \\ m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_y \end{matrix}$$

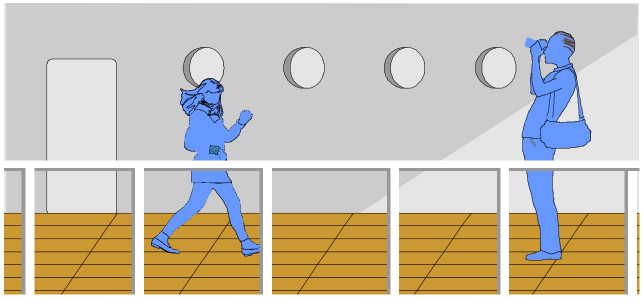
από όπου βρίσκουμε $\quad V_x = \dfrac{m_1\upsilon_1}{m_1+m_2} = 4m/s \quad$ και $\quad V_y = \dfrac{m_2\upsilon_2}{m_1+m_2} = 3m/s$ και

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = 5m/s \quad \text{και} \quad εφθ = \frac{V_y}{V_x} = \frac{3}{4}$$

5-5 ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΑ ΚΑΙ ΜΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Η κίνηση ενός ανθρώπου ο οποίος μετακινείται πάνω σε ένα πλοίο που πλέει κατά μήκος της ακτής δε γίνεται αντιληπτή με τον ίδιο τρόπο από ένα παρατηρητή που κάθεται στο κατάστρωμα του πλοίου και από ένα παρατηρητή που κάθεται στην ακτή.

Στη φύση τα πάντα βρίσκονται σε κίνηση. Όταν βρισκόμαστε μέσα σε ένα αυτοκίνητο που κινείται, συνηθίζουμε να αντιμετωπίζουμε το δρόμο ως ακίνητο. Όμως δεν είναι ακίνητος. Ολόκληρη η Γη περιστρέφεται, γύρω από τον εαυτό της και γύρω από τον Ήλιο. Ούτε και ο Ήλιος είναι ακίνητος, κινείται στο διάστημα.



Σχ. 5.9 Η κίνηση ενός ανθρώπου στο κατάστρωμα δε γίνεται με τον ίδιο τρόπο αντιληπτή από κάποιον που βρίσκεται στο πλοίο και από κάποιον που βρίσκεται στην ακτή.

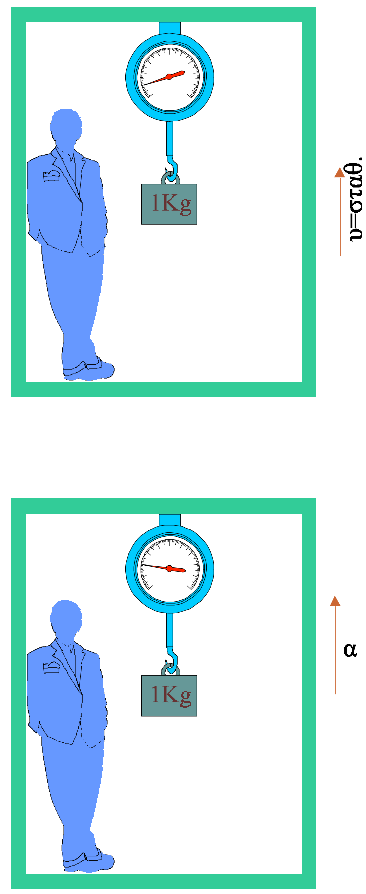
Προκειμένου να περιγράψουμε την κίνηση ενός σώματος, θεωρούμε αυθαίρετα ένα χώρο ακίνητο και μελετάμε την κίνηση ως προς το χώρο αυτό. Έτσι όταν αναφερόμαστε στην κίνηση ενός αυτοκινήτου θεωρούμε τη Γη ακίνητη. Όταν μελετάμε την κίνηση των πλανητών, θεωρούμε τον Ήλιο ακίνητο. Ο χώρος που κάθε φορά θεωρείται ακίνητος κατά τη μελέτη μιας κίνησης, ονομάζεται **σύστημα αναφοράς.**

Προκύπτει εύλογα το ερώτημα, ποιο σύστημα αναφοράς πρέπει να διαλέγουμε κάθε φορά για να μελετήσουμε μια κίνηση;

Η πρώτη απάντηση ενός ρομαντικού θα ήταν ότι οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς και να διαλέξουμε θα ήταν το ίδιο μια και αν οι φυσικοί μας νόμοι είναι σωστοί πρέπει να ισχύουν σε οποιοδήποτε σύστημα.

Στην πράξη όμως, κάποια συστήματα αναφοράς είναι πιο βολικά από κάποια άλλα στη μελέτη των φαινομένων.

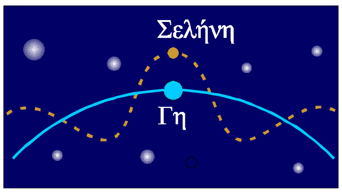
Ας υποθέσουμε ότι καθώς ταξιδεύουμε με ένα πολυτελές τρένο ευθύγραμμα ομαλά παίζουμε μπιλιάρδο. Ο παίκτης μπορεί να προβλέψει το πώς θα κινηθούν οι μπάλες μετά από ένα κτύπημα το ίδιο καλά όπως αν το τρένο ήταν ακίνητο. Αν όμως κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού το τρένο μεταβάλει την ταχύτητά του ο παίκτης θα βρεθεί προ εκπλήξεως γιατί οι μπάλες θα κινούνται με έναν απροσδόκητο τρόπο τον οποίο μάλιστα δεν θα μπορεί να ερμηνεύσει εύκολα μια και δεν υπάρχουν προφανείς δυνάμεις μέσα στο σύστημά του που να συνδέονται με την κίνηση των σφαιρών.



Σχ. 5.10 Στη δεύτερη περίπτωση που το ασανσέρ επιταχύνεται ζυγαριά βρίσκει το σώμα βαρύτερο από όσο είναι στην πραγματικότητα.. Ο παρατηρητής που βρίσκεται μέσα στο ασανσέρ αδυνατεί να δώσει εξήγηση.

Ο παίκτης, αν γνωρίζει φυσική, θα αναρωτηθεί μήπως δεν ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton (**νόμος της αδράνειας**) σύμφωνα με τον οποίο **ένα σώμα πάνω στο οποίο δεν ασκούνται δυνάμεις είτε ηρεμεί είτε κινείται ισοταχώς**. Όμως ένας παρατηρητής που είναι ακίνητος έξω από το τρένο μπορεί να ερμηνεύσει μια χαρά την κίνηση των σφαιρών βλέποντας ότι το τραπέζι του μπιλιάρδου στρίβει μαζί με το τρένο και ότι οι σφαίρες συνεχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα ομαλά, όπως ορίζει ο πρώτος νόμος του Newton.

Φαίνεται λοιπόν ότι ένα ακίνητο τρένο, ή ένα τρένο που κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι βολικά συστήματα αναφοράς, σε αντίθεση με ένα τρένο που η ταχύτητά του μεταβάλλεται, γιατί στις δυο πρώτες περιπτώσεις η κινητική συμπεριφορά των σωμάτων ερμηνεύεται απλά με τη χρήση των βασικών νόμων της μηχανικής.



Σχ. 5.11 Ενώ από τη Γη η Σελήνη φαίνεται να κινείται κυκλικά, από το διάστημα η κίνηση της θα μπορούσε να φαίνεται όπως στο σχήμα.

Τα συστήματα αναφοράς στα οποία ισχύει ο νόμος της αδράνειας του Newton ονομάζονται αδρανειακά συστήματα.

Ένα σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι και αυτό αδρανειακό σύστημα.

Τα συστήματα αναφοράς στα οποία δεν ισχύει ο νόμος της αδράνειας του Newton ονομάζονται μη αδρανειακά συστήματα.

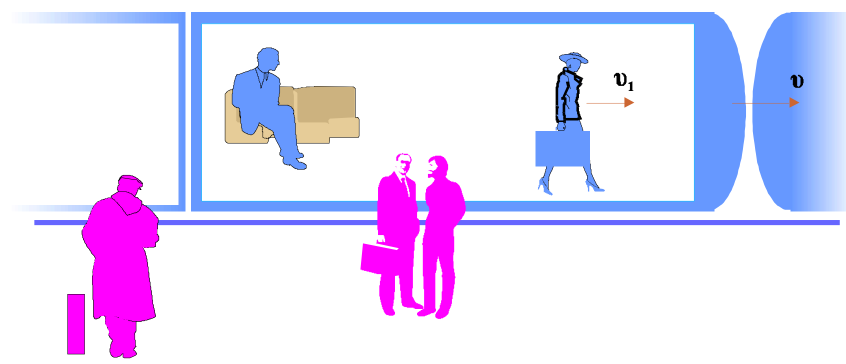
Ένα σύστημα αναφοράς που επιταχύνεται σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι μη αδρανειακό σύστημα.

5-6 ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΕ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

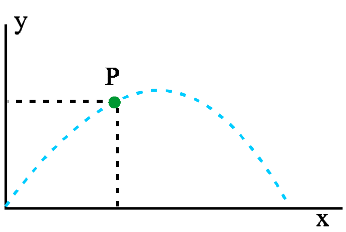
Η ταχύτητα ενός κινούμενου σώματος δε γίνεται με τον ίδιο τρόπο αντιληπτή από όλους τους παρατηρητές.

Ένας άνθρωπος καθιστός μέσα σε ένα τρένο που κινείται με ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}$ θεωρείται ότι είναι ακίνητος ως προς το τρένο αλλά κινείται με ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}$ ως προς ένα παρατηρητή που είναι ακίνητος στο σιδηροδρομικό σταθμό και παρακολουθεί το τρένο.

Εάν πάλι ο επιβάτης του τρένου περπατάει με ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon_1}$ μέσα στο τρένο στη φορά κίνησης του τρένου έχει ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon_1}$, ως προς το τρένο, αλλά ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}+\boldsymbol{\upsilon_1}$ για τον ακίνητο παρατηρητή στον σταθμό.



Σχ. 5.12 Η ταχύτητα ενός επιβάτη του τρένου, γίνεται αντιληπτή με διαφορετικό τρόπο από ένα παρατηρητή Α που βρίσκεται ακίνητος μέσα στο τρένο και από κάποιο παρατηρητή Β που είναι ακίνητος στο σταθμό.



Σχ. 5.13 Η θέση ενός σώματος που εκτελεί πλάγια βολή προσδιορίζεται κάθε στιγμή από τις συντεταγμένες του x και y.

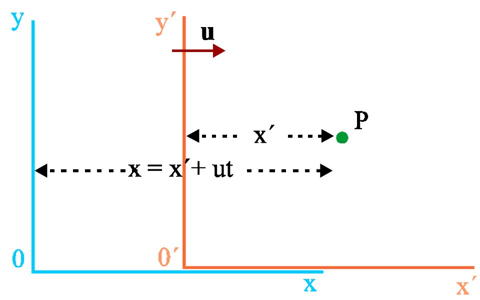
Για τη μελέτη της κίνησης είναι απαραίτητος ο καθορισμός της θέσης του σώματος κάθε στιγμή. Η θέση ενός σώματος στο χώρο προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες του (*x, y, z*) σε ένα τρισορθογώνιο σύστημα αξόνων. Στην περίπτωση που η κίνηση του σώματος γίνεται πάνω σε επίπεδο αρκούν δύο συντεταγμένες. Εμείς θα ασχοληθούμε μόνο με τέτοιες περιπτώσεις. Τα συμπεράσματα που θα βγουν εύκολα γενικεύονται και στον τρισδιάστατο χώρο.

Επειδή η μελέτη μιας κίνησης σχετίζεται πάντα με κάποιο σύστημα αναφοράς, είναι απαραίτητο να βρεθεί κάποιος τρόπος ώστε δυο άνθρωποι (παρατηρητές) που παρατηρούν το ίδιο φαινόμενο από διαφορετικά συστήματα αναφοράς να μπορούν να συνεννοηθούν. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια σχέσεων μετασχηματισμού της θέσης, της ταχύτητας και κάθε άλλου μεγέθους που πιθανόν γίνεται αντιληπτό με διαφορετικό τρόπο από διάφορα συστήματα αναφοράς.

Αν και υπάρχουν συστήματα αναφοράς με ιδιαίτερα μεγάλο ενδιαφέρον, όπως το σύστημα που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα (τέτοιο σύστημα είναι η Γη), εμείς θα ασχοληθούμε μόνο με **μετασχηματισμούς ανάμεσα σε αδρανειακά συστήματα**. Κάθε τέτοιο σύστημα θα το φανταζόμαστε εφοδιασμένο με ένα σύστημα αξόνων ως προς το οποίο γίνονται οι μετρήσεις.

Έστω ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς Σ και ένα άλλο Σ΄ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα **u** ως προς το Σ . Για λόγους απλούστευσης ας δεχτούμε ότι τα δύο συστήματα αναφοράς ταυτίζονταν τη χρονική στιγμή t=0 και ότι η **u** είναι παράλληλη με τον άξονα Ox του Σ (σχ. 5.14).
Η θέση ενός υλικού σημείου P στο σύστημα Σ΄ τη χρονική στιγμή t, δίνεται από τις συντεταγμένες x΄, y΄.

Η θέση του ίδιου σημείου στο σύστημα Σ δίνεται από τις συντεταγμένες x, y.



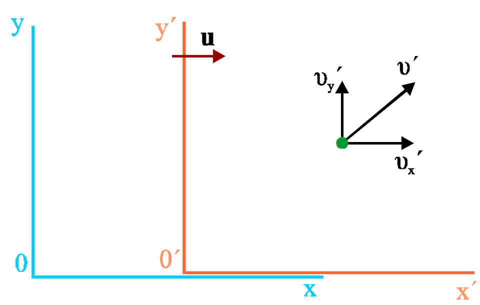
Σχ. 5.14

Οι σχέσεις μεταξύ των συντεταγμένων του P στο ένα σύστημα και στο άλλο είναι

$$x = x' + ut$$

$$y = y'$$

Έστω ότι το σημείο P κινείται με σταθερή ταχύτητα **υ΄**, ως προς το σύστημα Σ΄. Η **υ΄** αναλύεται στις υ'_x , υ'_y στο σύστημα Σ΄ (σχ. 5.15).



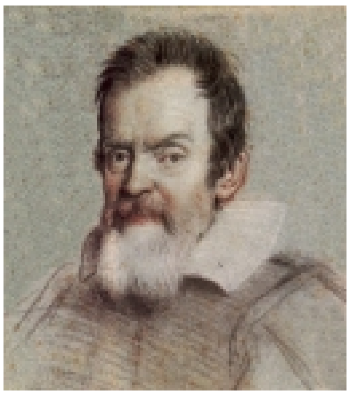
Σχ. 5.15

Από τους μετασχηματισμούς θέσης εύκολα προκύπτουν οι συνιστώσες της ταχύτητας του P όπως γίνεται αντιληπτή από το Σ.

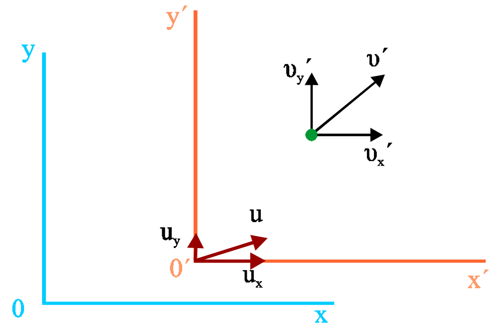
$$x = x' + ut \quad \acute{\alpha}\rho\alpha \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'}{\Delta t} + u\frac{\Delta t}{\Delta t} \quad \text{οπότε} \quad \upsilon_x = \upsilon'_x + u$$

$$y = y' \quad \acute{\alpha}\rho\alpha \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta y'}{\Delta t} \quad \text{οπότε} \quad \upsilon_y = \upsilon'_y$$

Αν η ταχύτητα **u** με την οποία κινείται το Σ΄ ως προς το Σ δεν είναι παράλληλη στον Ox, αναλύουμε τη **u** στις συνιστώσες $\mathbf{u}_x$, $\mathbf{u}_y$ (σχ.5.16).



Εικ. 5.5 Γαλιλαίος (1564-1642) Ιταλία. Θεμελιωτής της σύγχρονης μηχανικής. Διώχθηκε για τις απόψεις του από την επίσημη εκκλησία της εποχής του.



Σχ. 5.16

Οι μετασχηματισμοί θέσης και ταχύτητας παίρνουν τη μορφή

$$x = x' + u_x t \qquad \upsilon_x = \upsilon'_x + u_x$$
$$y = y' + u_y t \qquad \upsilon_y = \upsilon'_y + u_y$$
$$\textit{διανυσματικά για την ταχύτητα} \qquad \boldsymbol{\upsilon} = \boldsymbol{\upsilon}' + \mathbf{u}$$

Οι παραπάνω μετασχηματισμοί είναι γνωστοί ως **μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου.**

Από την εξίσωση $\boldsymbol{\upsilon} = \boldsymbol{\upsilon}' + \mathbf{u}$ προκύπτει

$$\frac{\Delta \boldsymbol{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{\upsilon}'}{\Delta t} + \frac{\Delta \mathbf{u}}{\Delta t} \qquad (5.10)$$

και επειδή η **u** είναι σταθερή $\frac{\Delta \mathbf{u}}{\Delta t} = 0$

Από την (5.10) έχουμε ότι $\frac{\Delta \boldsymbol{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{\upsilon}'}{\Delta t}$ ή $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}'$

$\mathbf{F} = m\boldsymbol{\alpha}$ και $\mathbf{F}' = m\boldsymbol{\alpha}'$ οπότε $\mathbf{F} = \mathbf{F}'$

Όταν δηλαδή, ένα υλικό σημείο P δέχεται δύναμη και επιταχύνεται η δύναμη και η επιτάχυνση γίνονται αντιληπτές με τον ίδιο τρόπο και από τα δύο συστήματα αναφοράς, υπό τον όρο πάντα ότι τα Σ και Σ΄ είναι αδρανειακά, δηλαδή η **u** είναι σταθερή.

Τέλος, αν η ορμή ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται ως προς το σύστημα αναφοράς Σ θα διατηρείται και ως προς το σύστημα αναφοράς Σ΄. Το ίδιο ισχύει και με τη διατήρηση της ενέργειας.

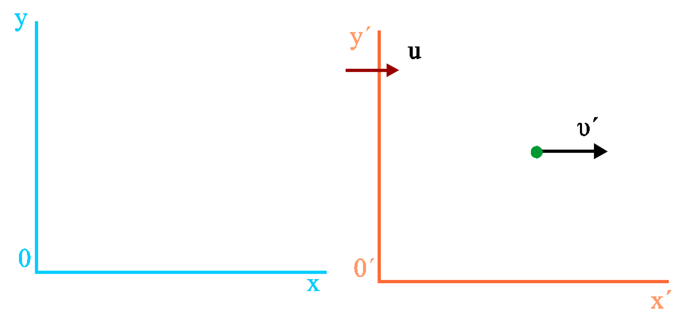
Γενικά, **οι νόμοι της φυσικής ισχύουν με τη μορφή που τους ξέρουμε στα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.3

Το σύστημα Σ΄ κινείται με ταχύτητα **u** ως προς το Σ. Ένα σώμα κινείται με ταχύτητα **υ**΄ στο Σ΄ (σχ.5.17). Ποια είναι η ταχύτητα **υ** του σώματος ως προς το Σ;

Απάντηση :

Ως προς το Σ σύμφωνα με τον μετασχηματισμό του Γαλιλαίου θα ισχύει $\mathbf{\upsilon} = \mathbf{\upsilon}' + \mathbf{u}$. Μετατρέποντας τη σχέση αυτή σε αλγεβρική θα έχουμε $\upsilon = \upsilon' + u$.



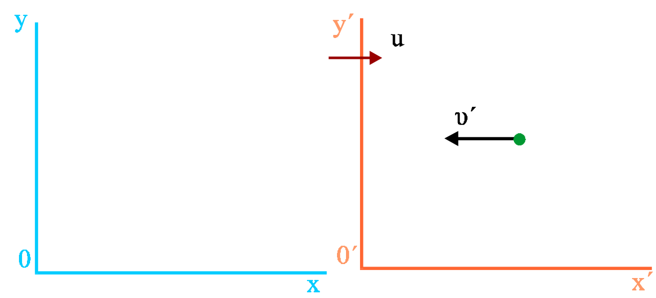
Σχ. 5.17

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.4

Στο προηγούμενο παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι η **υ**΄ είναι αντίθετης φοράς και ότι όλα τα άλλα στοιχεία παραμένουν ίδια (σχ.5.18). Ποια είναι τώρα η ταχύτητα του σώματος ως προς το Σ;

Απάντηση :

Σύμφωνα με τον μετασχηματισμό του Γαλιλαίου θα ισχύει $\mathbf{\upsilon} = \mathbf{\upsilon}' + \mathbf{u}$ και αλγεβρικά θα έχουμε $\upsilon = \upsilon' - u$.



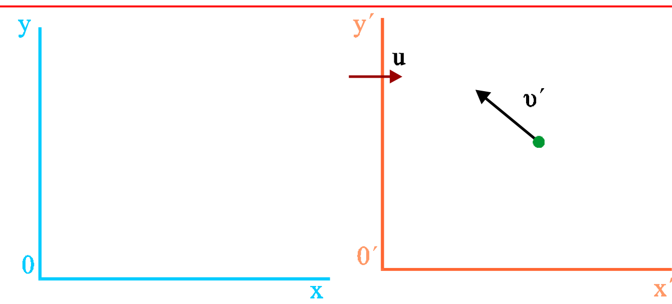
Σχ. 5.18

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.5

Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος ως προς το Σ αν η **υ**΄ έχει μια τυχαία διεύθυνση πάνω στο επίπεδο x'O'y' όπως στο σχήμα 5.19.

Απάντηση :

Σύμφωνα με τον μετασχηματισμό του Γαλιλαίου η ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα ως προς το Σ θα είναι $\mathbf{\upsilon} = \mathbf{\upsilon}' + \mathbf{u}$ και αλγεβρικά έχουμε $\upsilon = \sqrt{\upsilon'^2 - u^2}$.



Σχ. 5.19

5-7 ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΕΝΤΡΟΥ ΜΑΖΑΣ

Σε περιπτώσεις όπου η ορμή διατηρείται, η εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ορμής μπορεί να απλουστευτεί με τη χρησιμοποίηση της έννοιας του κέντρου μάζας.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μιλήσαμε για το κέντρο μάζας ενός σώματος. Εδώ θα μιλήσουμε για το κέντρο μάζας ενός συστήματος σωμάτων.

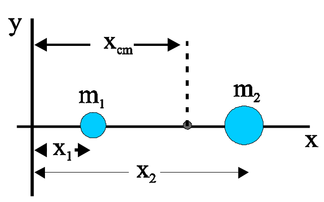
Πού βρίσκεται το κέντρο μάζας;

Αν το σύστημα αποτελείται από ένα αριθμό σωμάτων πολύ μικρών διαστάσεων με μάζες m_1, m_2 ..... Αν x_i , y_i , z_i είναι οι συντεταγμένες του σώματος m_i , το κέντρο μάζας του συστήματος είναι στο σημείο με συντεταγμένες

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots\ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots. + m_n} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i x_i}{M}$$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \quad \text{και} \quad z_{cm} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

όπου M η συνολική μάζα του συστήματος.



Σχ. 5.20

Για ένα σύστημα δύο σωμάτων μικρών διαστάσεων, που μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία, η θέση του κέντρου μάζας βρίσκεται από τη σχέση

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

όπου x_1 και x_2 οι θέσεις των δύο μαζών σ' ένα σύστημα συντεταγμένων που σαν άξονα των x έχει την ευθεία που περνάει από τα δυο υλικά σημεία (σχ.5.20).

Η κίνηση του κέντρου μάζας

Εικ. 5.6 Τα θραύσματα κινούνται με τέτοιο τρόπο ώστε το κέντρο μάζας τους να ακολουθεί την τροχιά που θα ακολουθούσε και αν δεν είχε εκραγεί το πυροτέχνημα.

Ο δεύτερος νόμος του Newton για ένα σύστημα σωμάτων έχει τη μορφή

$$\Sigma \mathbf{F}_{\varepsilon\xi} = M\boldsymbol{\alpha}_{cm} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

όπου $\Sigma\mathbf{F}_{\varepsilon\xi}$ το διανυσματικό άθροισμα των εξωτερικών δυνάμεων στο σύστημα, M η μάζα του συστήματος, $\boldsymbol{\alpha}_{cm}$ η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος και **p** η ορμή του συστήματος.

Δηλαδή το κέντρο μάζας του συστήματος κινείται σαν ένα υποθετικό υλικό σημείο μάζας ίσης με τη συνολική μάζα του συστήματος αν θεωρήσουμε ότι όλες οι εξωτερικές δυνάμεις που δέχεται το σύστημα ασκούνται σ' αυτό.

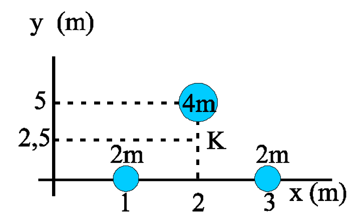
Από το δεύτερο νόμο προκύπτει ότι αν το σύστημα είναι μονωμένο ($\Sigma\mathbf{F}_{\varepsilon\xi}=0$) η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή και το κέντρο μάζας του συστήματος κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Εφόσον το κέντρο μάζας του συστήματος σε αυτές τις περιπτώσεις κινείται με σταθερή ταχύτητα, ένα σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο το κέντρο μάζας είναι ακίνητο είναι ένα αδρανειακό σύστημα. Αυτό το σύστημα αναφοράς θα το ονομάζουμε **σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας**.

Αν για την αντιμετώπιση ενός προβλήματος στο οποίο η ορμή διατηρείται επιλέξουμε ως σύστημα αναφοράς το σύστημα του κέντρου μάζας το πρόβλημα απλοποιείται σημαντικά. Ως προς αυτό το σύστημα το κέντρο μάζας είναι ακίνητο και η συνολική ορμή του συστήματος μηδέν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.6

Οι συντεταγμένες καθενός από τρία σώματα είναι (1,0) , (3,0) και (2,5) (σχ. 5.21). Οι μάζες των σωμάτων είναι 2*m*, 2*m* και 4*m* αντίστοιχα. Να προσδιοριστεί η θέση του κέντρου μάζας του συστήματος



Σχ. 5.21

Απάντηση :

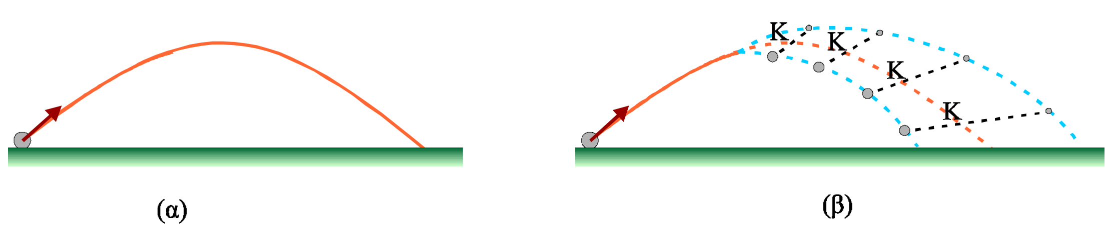
$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{M} = \frac{2\cancel{m}x_1 + 2\cancel{m}x_2 + 4\cancel{m}x_3}{2\cancel{m} + 2\cancel{m} + 4\cancel{m}} = \frac{2\cdot 1 + 2\cdot 3 + 4\cdot 2}{8} m = \frac{16}{8} m = 2\ m$$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{M} = \frac{2\cdot 0 + 2\cdot 0 + 4\cdot 5}{8} m = \frac{20}{8} m = 2{,}5\ m$$

Άρα το κέντρο μάζας Κ βρίσκεται στη θέση (2, 2,5).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.7

Βλήμα βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\mathbf{υ_0}$ υπό γωνία $φ$ ως προς οριζόντιο επίπεδο. Υπό την επίδραση του βάρους του το βλήμα θα εκτελέσει παραβολική τροχιά και θα επιστρέψει στο οριζόντιο επίπεδο (σχ.5.22α). Το βλήμα σε κάποιο σημείο της τροχιάς του εκρήγνυται και χωρίζεται σε δύο θραύσματα (σχ.5.22β). Τι κίνηση θα κάνει το κέντρο μάζας του συστήματος των θραυσμάτων;



Σχ. 5.22

Απάντηση :

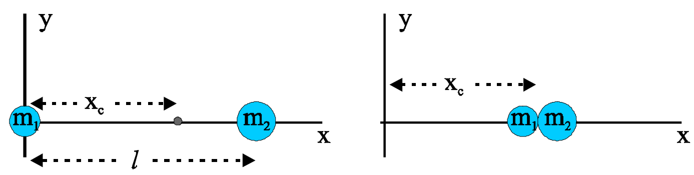
Η συνισταμένη δύναμη στο σύστημα των θραυσμάτων δηλαδή το διανυσματικό άθροισμα των βαρών τους είναι ίδια με το συνολικό βάρος του βλήματος. Η δύναμη λοιπόν που ασκείται στο κέντρο μάζας του συστήματος είναι ίδια πριν και μετά την έκρηξη, οπότε το κέντρο μάζας του συστήματος θα διαγράψει την ίδια τροχιά που θα διέγραφε και αν δεν είχε γίνει η έκρηξη

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.8

Κρατάμε δύο μικρές αντίθετα φορτισμένες σφαίρες ακίνητες σε απόσταση $l = 0,5\ m$ τη μία από την άλλη και στη συνέχεια τις αφήνουμε ελεύθερες να κινηθούν. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = 0,001 kg$ και $m_2 = 0,002 kg$ και φορτία q και $-q$ αντίστοιχα. Αν στις σφαίρες δεν ασκούνται άλλες δυνάμεις εκτός από τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις να βρεθεί σε πόση απόσταση από την αρχική θέση της m_1 θα συναντηθούν οι δύο σφαίρες.

Απάντηση :

Επιλέγουμε σαν σύστημα συντεταγμένων αυτό του οποίου η αρχή ταυτίζεται με την αρχική θέση της m_1 και ο άξονας των x με τη διάκεντρο των δυο σφαιρών (σχ. 5.23). Η αρχική θέση της m_1 είναι στο $x_1 = 0$ και αυτή της m_2 στο $x_2 = l$.



Σχ. 5.23

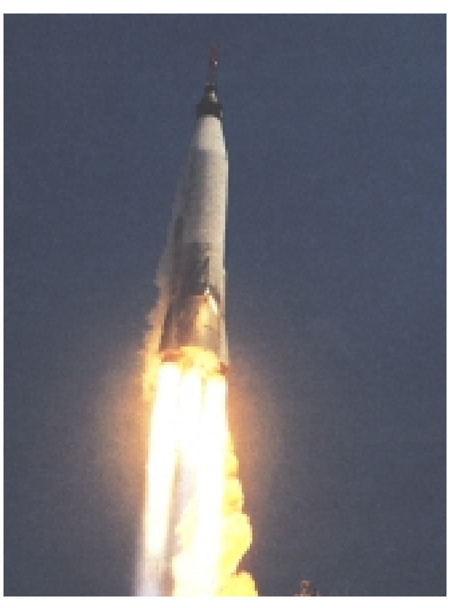
Το κέντρο μάζας των δύο σωμάτων βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση από την αρχή των αξόνων

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = 0,33\ m$$

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα άρα και το κέντρο μάζας τους είναι ακίνητο.

Η συνισταμένη των δυνάμεων στο σύστημα είναι μηδέν, άρα η ορμή του πρέπει να διατηρείται και το κέντρο μάζας να διατηρεί την αρχική του κινητική κατάσταση δηλαδή να παραμένει ακίνητο σ' όλη τη διάρκεια της κίνησης των σφαιρών. Οι σφαίρες θα συναντηθούν πάνω στο κέντρο μάζας τους, δηλαδή σε απόσταση 0,33 m από την αρχική θέση της m_1.

5-8 ΠΡΟΩΘΗΣΗ ΤΟΥ ΠΥΡΑΥΛΟΥ



Εικ. 5.7 Ο πύραυλος προωθείται εκτοξεύοντας προς τα πίσω καυσαέρια.

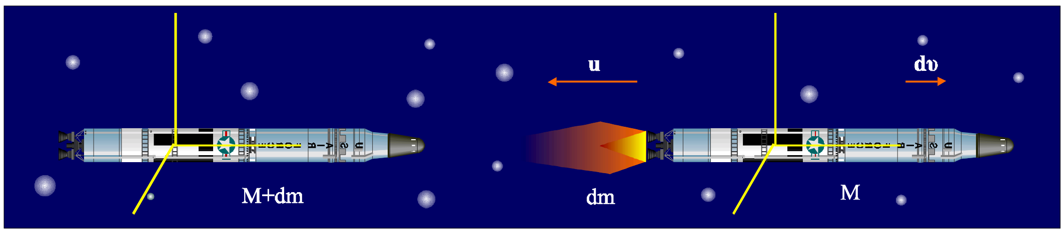
Η προώθηση των πυραύλων στηρίζεται στην αρχή διατήρησης της ορμής.

Ο πύραυλος καίει τα καύσιμα που αρχικά βρίσκονται μέσα του και εκτοξεύει τα καυσαέρια προς τα πίσω. Τα καυσαέρια δέχονται μία δύναμη από τον πύραυλο και ασκούν αντίστοιχα μία αντίθετη δύναμη σ' αυτόν που αποτελεί και την προωστική δύναμη του πυραύλου.

Ας υποθέσουμε ότι εξετάζουμε έναν πύραυλο που κινείται στο διάστημα (μακριά από κάθε βαρυτική έλξη).

Θα εφαρμόσουμε την ΑΔΟ ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας. Εφόσον δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις το κέντρο μάζας (άρα και το σύστημα αναφοράς μας) δε θα μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση, ανεξάρτητα με οποιαδήποτε μεταβολή συμβεί στην κινητική κατάσταση των τμημάτων που απαρτίζουν το σύστημα. Επιλέγουμε τον άξονα x ώστε να ταυτίζεται με τη διεύθυνση κίνησης του πυραύλου.

Ο πύραυλος κάποια χρονική στιγμή έχει μάζα $M + dm$ και μηδενική ταχύτητα ως προς το σύστημα αναφοράς που επιλέξαμε. Ο πύραυλος, σε ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt, εκτοξεύει προς τα πίσω μια ποσότητα καυσαερίων dm με ταχύτητα $\mathbf{u}$ ως προς το κέντρο μάζας. Ο πύραυλος τώρα έχει αυξήσει την ταχύτητά του σε σχέση με πριν κατά d**υ** και η μάζα του έχει ελαττωθεί κατά dm. Ως προς το κέντρο μάζας του συστήματος κινείται με d**υ** προς τα μπροστά. (Σχ. 5.24).



Σχ. 5.24

Εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής με τις ταχύτητες να αναφέρονται όλες στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας.

$$\mathbf{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \mathbf{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \qquad \text{άρα} \qquad 0 = -dm\,u + Md\upsilon$$

Θέλουμε τώρα να υπολογίσουμε την προωστική δύναμη που δέχεται ο πύραυλος .

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει

$$Md\upsilon = dm\,u$$

και

$$M\frac{d\upsilon}{dt} = u\frac{dm}{dt}$$

δηλαδή

$$Ma = u\frac{dm}{dt}$$

και τελικά

$$\boxed{F = u\frac{dm}{dt}}$$

όπου $\dfrac{dm}{dt}$ ο ρυθμός με τον οποίο εκτοξεύονται τα καυσαέρια του πυραύλου.

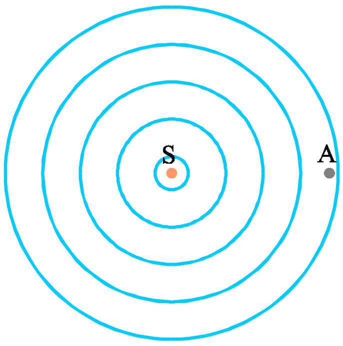
5-9 ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

Εάν καθόμαστε ακίνητοι στην αποβάθρα ενός σταθμού την ώρα που πλησιάζει ένα τρένο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα, ακούμε τον ήχο της σειρήνας του οξύτερο (μεγαλύτερης συχνότητας), από ό,τι όταν το τρένο απομακρύνεται από εμάς, αφού μας έχει προσπεράσει.

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός είναι σ' όλη τη διάρκεια της κίνησης σταθερή. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβανόμαστε όταν το τρένο μάς πλησιάζει είναι μεγαλύτερη από αυτήν που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός. Αντίθετα η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβανόμαστε όταν το τρένο απομακρύνεται είναι μικρότερη από αυτήν που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός.

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δεν είναι ίδια με αυτήν που εκπέμπει μία πηγή όταν ο παρατηρητής και η πηγή βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους. Το φαινόμενο αυτό λέγεται φαινόμενο Doppler.

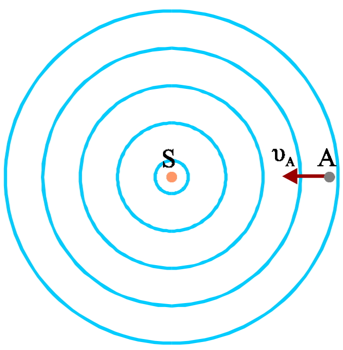
Ακίνητη πηγή - ακίνητος παρατηρητής



Σχ. 5.25

Μία ακίνητη ως προς το μέσον διάδοσης (αέρας) πηγή S που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_S δημιουργεί γύρω της ένα σφαιρικό ηχητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα υ. Ισχύει $f_S = \upsilon/\lambda$ όπου λ το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή. Στο σχήμα 5.25 βλέπουμε ένα στιγμιότυπο του κύματος. Οι ομόκεντρες περιφέρειες παριστάνουν τα διαδοχικά μέγιστα του κύματος για μία δεδομένη στιγμή και απέχουν μεταξύ τους ένα μήκος κύματος λ. Ένας παρατηρητής Α που είναι επίσης ακίνητος ως προς τον αέρα μετρώντας τα μέγιστα που φτάνουν σ' αυτόν στη μονάδα του χρόνου υπολογίζει τη συχνότητα του ήχου f_A όπως την αντιλαμβάνεται αυτός. Όμως όσα μέγιστα παράγει η πηγή στη μονάδα του χρόνου τόσα πάλι στη μονάδα του χρόνου φτάνουν στον παρατηρητή, άρα $f_A = f_S = \upsilon/\lambda$.

Ακίνητη πηγή - κινούμενος παρατηρητής



Σχ. 5.26

Ο παρατηρητής Α πλησιάζει προς την ακίνητη ηχητική πηγή με ταχύτητα υ_A (σχ. 5.26). Τώρα στον παρατηρητή φτάνουν περισσότερα μέγιστα στη μονάδα του χρόνου από όσα παράγει στον ίδιο χρόνο η πηγή. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον παρατηρητή θα είναι $\upsilon + \upsilon_A$. Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι $f_A = \dfrac{\upsilon + \upsilon_A}{\lambda}$.

Αν θέσουμε όπου $\lambda = \dfrac{\upsilon}{f_S}$ προκύπτει $f_A = \dfrac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon/f_S}$

και τελικά
$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} f_S$$

Ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας (οξύτερο) από αυτή που παράγει η πηγή.

Αν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την ακίνητη ηχητική πηγή με ταχύτητα υ_A, στη μονάδα του χρόνου στον παρατηρητή φτάνουν λιγότερα μέγιστα από αυτά που παράγει η πηγή στον ίδιο χρόνο και η συχνότητα που θα αντιλαμβάνεται θα είναι

$$f_A = \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon} f_S$$

Ο παρατηρητής ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας (βαρύτερο) από αυτή που παράγει η πηγή.

Συνοψίζοντας τις δύο περιπτώσεις καταλήγουμε στη σχέση

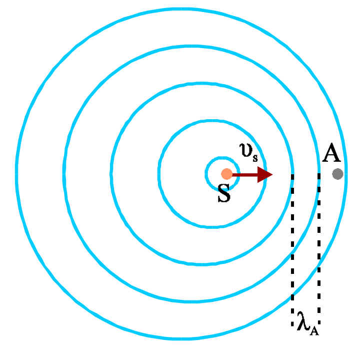
$$\boxed{f_A = \frac{\upsilon \pm \upsilon_A}{\upsilon} f_S}$$

όπου το (+) ισχύει όταν ο παρατηρητής πλησιάζει προς την πηγή και το (-) όταν απομακρύνεται από αυτή.

Κινούμενη πηγή - ακίνητος παρατηρητής

Υποθέτουμε τώρα ότι η πηγή κινείται ισοταχώς με ταχύτητα υ_S πλησιάζοντας τον ακίνητο παρατηρητή (σχ. 5.27). Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ο ήχος ως προς τον αέρα θα είναι πάλι υ γιατί η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος εξαρτάται μόνο από το μέσον διάδοσης. Το μήκος κύματος που φτάνει στον παρατηρητή μικραίνει γιατί η πηγή ακολουθεί τα κύματα με αποτέλεσμα τα μέγιστα να πλησιάζουν μεταξύ τους.

Ο παρατηρητής Α αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων που φτάνουν σ’ αυτόν. Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στην εκπομπή δύο μεγίστων είναι μία περίοδος (T). Αν τη στιγμή t η πηγή εκπέμπει ένα μέγιστο τη στιγμή $t+T$ το μέγιστο θα έχει πλησιάσει τον παρατηρητή κατά λ αλλά και η πηγή θα τον έχει πλησιάσει κατά $\upsilon_S T$. Τότε εκπέμπεται από την πηγή το επόμενο μέγιστο. Η απόσταση ανάμεσα στα δύο διαδοχικά μέγιστα είναι $\lambda - \upsilon_s T$. Αυτή την απόσταση αντιλαμβάνεται ως μήκος κύματος ο παρατηρητής.



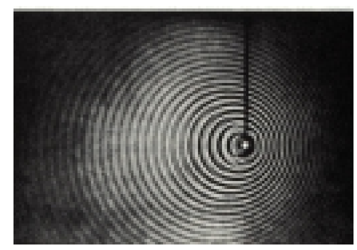
Σχ. 5.27

Επομένως $\quad \lambda_A = \lambda - \upsilon_s T \quad$ ή $\quad \lambda_A = \dfrac{\upsilon}{f_s} - \dfrac{\upsilon_s}{f_s} = \dfrac{\upsilon - \upsilon_s}{f_s}$

όμως $\quad f_A = \dfrac{\upsilon}{\lambda_A} = \dfrac{\upsilon}{\dfrac{\upsilon - \upsilon_s}{f_s}}$

και τελικά $\quad f_A = \left(\dfrac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_S}\right) f_S$

δηλαδή η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερη από αυτήν που εκπέμπει η πηγή.



Εικ. 5.8 Μία πηγή παράγει κύματα στην επιφάνεια υγρού και ταυτόχρονα κινείται.

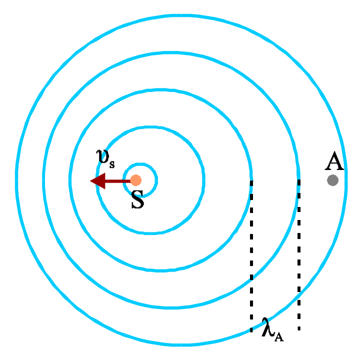
Στην περίπτωση που η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή με σταθερή ταχύτητα υ_S (σχ. 5.28), το μήκος κύματος που φτάνει στον παρατηρητή αυξάνεται κατά τον όρο $\upsilon_s T$. Επαναλαμβάνοντας τον προηγούμενο συλλογισμό καταλήγουμε στη σχέση $f_A = \left(\dfrac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_S}\right) f_S$

από την οποία φαίνεται ότι η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μικρότερη από τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.

Συνθέτοντας τις δύο περιπτώσεις κίνησης της πηγής σε μία σχέση έχουμε

$$f_A = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon \mp \upsilon_S}\right) f_S$$

όπου το (-) ισχύει όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή και το (+) όταν απομακρύνεται απ’ αυτόν.



Σχ. 5.28

Εάν κινούνται τόσο η πηγή όσο και ο παρατηρητής σε σχέση με το μέσον διάδοσης τότε η σχέση που δίνει την συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι

$$f_A = \left(\frac{\upsilon \pm \upsilon_A}{\upsilon \mp \upsilon_S}\right) f_S$$

Ο παρατηρητής ακούει ήχο με συχνότητα μεγαλύτερη από τη συχνότητα της πηγής όταν η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται και με

συχνότητα μικρότερη από τη συχνότητα της πηγής όταν η απόστασή τους μεγαλώνει.

Το φαινόμενο Doppler ισχύει για κάθε μορφής κύμανση ακόμη και για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, όπως το φως. Το φαινόμενο Doppler δίνει αισθητά αποτελέσματα μόνο αν οι πηγές του φωτός ή οι παρατηρητές κινούνται με ταχύτητες συγκρίσιμες με την ταχύτητα του φωτός.

Παρατηρώντας το φως που εκπέμπει ένα άστρο βλέπουμε ότι τα μήκη κύματος που εκπέμπονται από τα στοιχεία του άστρου είναι διαφοροποιημένα σε σχέση με τα μήκη κύματος που εκπέμπουν τα ίδια στοιχεία πάνω στη Γη. Από τη διαφοροποίηση αυτή, που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler, βγάζουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα με την οποία κινείται το άστρο σε σχέση με τη Γη.

Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν στην οποία καταλήξαμε για τον ήχο. Η διαφοροποίηση οφείλεται στην ιδιαιτερότητα του φωτός, που θα τη μελετήσουμε εκτενέστερα στο επόμενο κεφάλαιο. Επιγραμματικά αναφέρουμε ότι το φως δεν χρειάζεται μέσον για να διαδοθεί και ότι η ταχύτητα διάδοσής του είναι η ίδια για όλα τα συστήματα αναφοράς.

Η αστυνομία είναι εφοδιασμένη με συσκευές ραντάρ που ελέγχουν τις ταχύτητες των οχημάτων. Το ραντάρ, ακίνητο ως προς το δρόμο, εκπέμπει ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το οποίο ανακλάται πάνω στο διερχόμενο όχημα. Το κύμα επιστρέφει στο ραντάρ με συχνότητα ελαφρά διαφορετική μια και η πηγή του (το όχημα) κινείται σε σχέση με τον παρατηρητή (ραντάρ). Από τη διαφορά της συχνότητας ανάμεσα στο κύμα που εκπέμπεται και αυτό που επιστρέφει η συσκευή υπολογίζει την ταχύτητα του οχήματος.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.9

Ένα τρένο κινείται ισοταχώς με ταχύτητα 50 *m/s* και χρησιμοποιεί τη σφυρίχτρα του, που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας 400 *Hz*, σύμφωνα με το μηχανοδηγό του. Το τρένο περνάει από σταθμό χωρίς να σταματήσει. Τι συχνότητα αντιλαμβάνεται ο ακίνητος σταθμάρχης καθώς το τρένο πλησιάζει και τι συχνότητα καθώς το τρένο απομακρύνεται. Ο ήχος διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα 343 *m/s*.

Απάντηση :

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο σταθμάρχης, όταν το τρένο πλησιάζει το σταθμό είναι

$$f_A = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_S}\right) f_S$$

και όταν το τρένο απομακρύνεται από το σταθμό $f'_A = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_S}\right) f_S$

Άρα
$$f_A = \left(\frac{343\, m/s}{343\, m/s - 50\, m/s}\right) 400\, Hz = 468\, Hz$$

και
$$f'_A = \left(\frac{343\, m/s}{343\, m/s + 50\, m/s}\right) 400\, Hz = 349\, Hz$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.10

Ένα περιπολικό που κινείται με ταχύτητα 140 km/h εκπέμπει με τη σειρήνα του ήχο συχνότητας 500*Hz*. Ποια συχνότητα ακούει οδηγός αυτοκινήτου που κινείται στον ίδιο δρόμο, αντίθετα με το περιπολικό με ταχύτητα 110 *km/h*,

α) όταν πλησιάζει στο περιπολικό και

β) όταν απομακρύνεται από αυτό;

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 343 *m/s*.

Απάντηση :

140 *km/h* = 39,9 *m/s*
110 *km/h* = 30,6 *m/s*

Όσο τα οχήματα πλησιάζουν το ένα το άλλο $f_A = \left(\dfrac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon - \upsilon_S}\right) f_S$

Άρα $$f_A = \left(\frac{343\, m/s + 30{,}6\, m/s}{343\, m/s - 39{,}9\, m/s}\right) 500\, Hz = 616{,}3\, Hz$$

Όταν τα οχήματα απομακρύνονται μεταξύ τους $f_A = \left(\dfrac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon + \upsilon_S}\right) f_S$

Άρα $$f_A = \left(\frac{343\, m/s - 30{,}6\, m/s}{343\, m/s + 39{,}9\, m/s}\right) 500\, Hz = 408\, Hz$$

ΣΥΝΟΨΗ

Κατά τη διάρκεια μιας κρούσης η ορμή των σωμάτων που συγκρούονται διατηρείται.

Ανάλογα με τις διευθύνσεις των ταχυτήτων των σωμάτων που συγκρούονται οι κρούσεις διακρίνονται ως **κεντρικές, έκκεντρες και πλάγιες**.

Στην **ελαστική** κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Στην **ανελαστική** κρούση μέρος της κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμότητα.

Αδρανειακά συστήματα ονομάζονται τα συστήματα αναφοράς στα οποία ισχύει ο νόμος της αδράνειας του Newton.

Ένα σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι και αυτό αδρανειακό.

Τα συστήματα αναφοράς στα οποία δεν ισχύει ο νόμος της αδράνειας του Newton ονομάζονται **μη αδρανειακά συστήματα.**

Ένα σύστημα αναφοράς που κινείται με επιτάχυνση σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι μη αδρανειακό σύστημα.

Ένα σύστημα αναφοράς Σ΄ κινείται ισοταχώς με ταχύτητα **u** ως προς άλλο σύστημα αναφοράς Σ. Η θέση, η ταχύτητα, η επιτάχυνση ενός σώματος, καθώς και η δύναμη που δέχεται το σώμα όπως γίνονται αντιληπτές από παρατηρητή που είναι ακίνητος στο Σ σε σχέση με αυτές που αντιλαμβάνεται παρατηρητής ακίνητος στο Σ΄ δίνονται από τους **μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου** :

$$x = x' + u_x t \qquad \upsilon_x = \upsilon'_x + u_x \qquad \mathbf{\alpha} = \mathbf{\alpha}'$$
$$y = y' + u_y t \qquad \upsilon_y = \upsilon'_y + u_y \qquad \mathbf{F} = \mathbf{F}'$$

Το κέντρο μάζας ενός συστήματος σωμάτων έχει συντεταγμένες

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{M} \qquad y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \qquad z_{cm} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

Αν ένα σύστημα σωμάτων είναι μονωμένο το κέντρο μάζας του κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Ένα σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο το κέντρο μάζας συστήματος σωμάτων είναι ακίνητο ονομάζεται **σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας**. Αν το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας είναι αδρανειακό σύστημα.

Η προωστική δύναμη ενός πυραύλου δίνεται από τη σχέση

$$F = u\frac{dm}{dt}$$

όπου u η ταχύτητα με την οποία εκπέμπονται τα καυσαέρια ως προς τον πύραυλο και dm/dt ο ρυθμός εκπομπής των καυσαερίων.

Φαινόμενο Doppler λέγεται το φαινόμενο κατά το οποίο ένας παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα διαφορετική από αυτήν που εκπέμπει μια πηγή κύματος λόγω της σχετικής κίνησης μεταξύ τους.

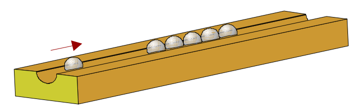
Εάν κινούνται τόσο η πηγή όσο και ο παρατηρητής σε σχέση με το μέσον διάδοσης η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι

$$f_A = \left(\frac{\upsilon \pm \upsilon_A}{\upsilon \mp \upsilon_S}\right) f_S$$

Όταν μειώνεται η απόσταση πηγής - παρατηρητή η συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερη από αυτήν που εκπέμπει η πηγή, ενώ όταν αυξάνεται η μεταξύ τους απόσταση η παρατηρούμενη συχνότητα είναι μικρότερη της εκπεμπόμενης.

1. Κρούση σφαιρών

Θα χρειαστείτε έξι ίδιες μπίλιες και ένα λούκι - οδηγό (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και ένα σχολικό χάρακα με λούκι).



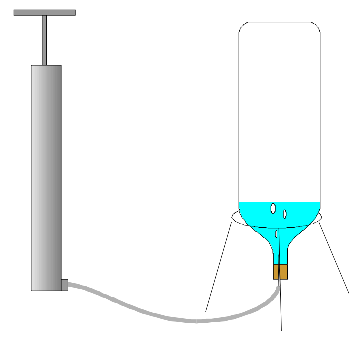
Σχ. 5.29

Τοποθετήστε τις πέντε μπίλιες στο λούκι –οδηγό, τη μια δίπλα στην άλλη, ώστε να εφάπτονται. Ρίξτε την έκτη μπίλια με φόρα, όπως δείχνει το σχήμα 5.29. Θα δείτε ότι η μπίλια που ρίξατε ακινητοποιείται μετά την κρούση και ότι η τελευταία στη σειρά από τις ακίνητες εκτοξεύεται. Πώς εξηγείται αυτό που είδατε;

2. Εκτόξευση «πυραύλου»

Θα χρειαστείτε : μια τρόμπα ποδηλάτου με σωλήνα, μια βελόνα τρόμπας, σαν αυτές που χρησιμοποιούμε για να φουσκώσουμε τις μπάλες, ένα πλαστικό μπουκάλι του λίτρου από αναψυκτικό, ένα φελλό, ένα λεπτό τρυπάνι.

Ανοίξτε μια τρύπα στο φελλό με το τρυπάνι, τέτοιας διαμέτρου ώστε να περνάει η βελόνα της τρόμπας και να σφηνώνει. Γεμίστε το μπουκάλι κατά το ένα τέταρτο με νερό, κλείστε το με τον φελλό και συνδέστε το με την τρόμπα όπως στο σχήμα 5.30. Αρχίστε να τρομπάρετε. Ο φελλός γρήγορα θα εκτιναχθεί προς τα κάτω, ενώ το μπουκάλι θα εκτοξευτεί προς τα πάνω.



Σχ. 5.30

Κάντε το πείραμα σε ανοιχτό χώρο, μακριά από κτίρια και καλώδια της ΔΕΗ. Την ώρα που τρομπάρετε κρατήστε μια απόσταση ασφαλείας.

3. Φαινόμενο Doppler

Θα χρειαστείτε : ένα ποδήλατο μια σφυρίχτρα, και…. ένα φίλο σας.

Ζητήστε από το φίλο σας να περάσει από μπροστά σας οδηγώντας αργά το ποδήλατο και σφυρίζοντας συνέχεια. Παρατηρείτε κάποια μεταβολή στη συχνότητα του ήχου;

Ζητήστε τώρα από το φίλο σας να επαναλάβει το ίδιο οδηγώντας όσο μπορεί πιο γρήγορα. Παρατηρείτε τώρα κάποια αυξομείωση στη συχνότητα του ήχου; Πού οφείλεται η διαφορά ανάμεσα στην πρώτη παρατήρηση και τη δεύτερη;

Εικ. 5.9 Πολύ ενδιαφέρον το φαινόμενο Doppler!

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Κρούσεις

5.1 Μπορεί ένα σώμα να έχει κινητική ενέργεια χωρίς να έχει ορμή;
Μπορεί ένα σύστημα σωμάτων να έχει κινητική ενέργεια χωρίς να έχει ορμή;

5.2 Συμπληρώστε τα κενά:
Δύο σφαίρες με μάζες m_1=2 *kg* και m_2=3 *kg*, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά, έχουν πριν τη σύγκρουσή τους ταχύτητες υ_1=3 *m/s* και υ_2=3 *m/s*. Η ορμή της πρώτης σφαίρας πριν τη σύγκρουση έχει μέτρο …..*kg m/s* και της δεύτερης ….. *kg m/s*. Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών πριν την κρούση έχει μέτρο …….. *kg m/s* και μετά την κρούση ……*kg m/s*.

5.3 Ποιο από τα παρακάτω μεγέθη διατηρείται σε κάθε κρούση;
α) Η κινητική ενέργεια του συστήματος.
β) Η μηχανική του ενέργεια.
γ) Η ορμή του.
Επιλέξτε το σωστό.

5.4 Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων
α) η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
β) η κινητική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται.
δ) η κινητική ενέργεια του συστήματος μειώνεται.
Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

5.5 Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος
α) παραμένει σταθερή.
β) αυξάνεται.
γ) μειώνεται.
Επιλέξτε το σωστό.

5.6 Δύο σφαίρες ίσων μαζών κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία και κατά την ίδια φορά με ταχύτητες $\upsilon_1 = 10\ m/s$ και $\upsilon_2 = 20\ m/s$. Αν μετά την κρούση η σφαίρα 1 έχει ταχύτητα $\upsilon_1' = 16\ m/s$ τι συμπέρασμα βγάζεται για την κρούση; Είναι ελαστική ή όχι;

5.7 Μια σφαίρα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β, ίσης μάζας. Η ταχύτητα της σφαίρας Α μετά την κρούση
α) θα είναι ίση με την ταχύτητα που είχε πριν την κρούση.
β) θα είναι αντίθετη της ταχύτητας που είχε πριν την κρούση.
γ) θα είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Β.
δ) θα μηδενιστεί.
Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

5.8 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Στις μετωπικές κρούσεις δύο σφαιρών οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση έχουν την ίδια διεύθυνση.
β) Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.
γ) Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται.
δ) Αν η μετωπική κρούση δύο σφαιρών με ίσες μάζες είναι ελαστική, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

5.9 Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ. Στην πορεία του συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο. Η μεταβολή στην ορμή του σώματος έχει μέτρο: α) 0; β) $m\upsilon/2$; γ) $m\upsilon$; δ) $2m\upsilon$;

Συστήματα αναφοράς

5.10 Ένας άνθρωπος που είναι ακίνητος μέσα σε τρένο το οποίο κινείται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα, ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω ένα μικρό αντικείμενο. Περιγράψτε την τροχιά του σώματος όπως την αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος που το έριξε και όπως την αντιλαμβάνεται ένας ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται στο σταθμό.

5.11 Εάν θεωρήσουμε τη Γη αδρανειακό σύστημα ποια από τα παρακάτω συστήματα αναφοράς είναι επίσης αδρανειακά;
α) Ένα τρένο που κινείται ευθύγραμμα ομαλά
β) Ένας δίσκος που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του.
γ) Ένας ανελκυστήρας που κάνει ελεύθερη πτώση.
δ) Η Σελήνη.

5.12 Αδρανειακό σύστημα ονομάζεται το σύστημα αναφοράς στο οποίο
α) ένα σώμα φαίνεται ακίνητο.
β) η κίνηση του σώματος περιγράφεται με τον πιο απλό τρόπο.
γ) κάθε σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο σύστημα αναφοράς.
δ) ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton.
Επιλέξτε το σωστό.

5.13 Ένα τρένο κινείται με ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}$. Ένας επιβάτης κινείται από το πρώτο προς το τελευταίο βαγόνι του τρένου με ταχύτητα $\mathbf{u}$, ως προς το τρένο. Τι ταχύτητα έχει ο επιβάτης ως προς το έδαφος;

5.14 Πλοίο Α κινείται με ταχύτητα $\mathbf{u}$. Από το ραντάρ του πλοίου γίνεται αντιληπτό άλλο πλοίο (Β) που κινείται ως προς το πρώτο με ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}$, σε κάθετη διεύθυνση. Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του πλοίου Β ως προς την ακτή;

5.15 Ένας παρατηρητής, ακίνητος στο αδρανειακό σύστημα Σ, παρατηρεί σώμα μάζας m που επιταχύνεται. Από αδρανειακό σύστημα Σ΄ που κινείται ως προς το πρώτο με ταχύτητα $\mathbf{u}$ δεύτερος παρατηρητής, ακίνητος ως προς το Σ΄, παρατηρεί επίσης το σώμα m. Για ποια από τα παρακάτω μεγέθη συμφωνούν οι δύο αδρανειακοί παρατηρητές:

α) για τη θέση του σώματος; β) για την ταχύτητα του; γ) για την επιτάχυνσή του; δ) για τη δύναμη που δέχεται το σώμα; ε) για την ορμή του; στ) για το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του; ζ) για την κινητική του ενέργεια;

5.16 Αν η ορμή συστήματος σωμάτων διατηρείται ως προς το αδρανειακό σύστημα Σ, θα διατηρείται και ως προς κάθε άλλο αδρανειακό σύστημα; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

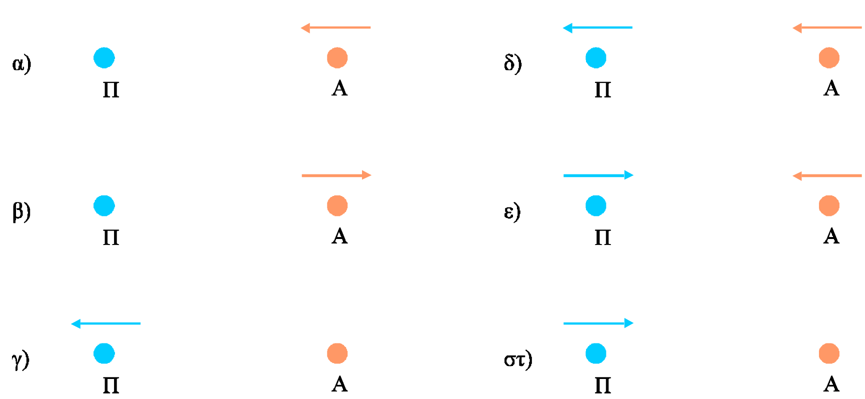
5.17 Το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας ενός συστήματος σωμάτων είναι πάντα αδρανειακό σύστημα; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

5.18 Η προώθηση του πυραύλου στηρίζεται
α) στην αρχή διατήρησης της ενέργειας.
β) στο νόμο δράσης – αντίδρασης.
γ) στην αρχή διατήρησης της ορμής.
δ) στην αρχή διατήρησης της στροφορμής.
Επιλέξτε τις σωστές απαντήσεις.

Φαινόμενο Doppler

5.19 Στις σχέσεις που περιγράφουν το φαινόμενο Doppler οι ταχύτητες αναφέρονται
α) στο σύστημα αναφοράς της πηγής.
β) στο σύστημα αναφοράς του παρατηρητή.
γ) στο σύστημα αναφοράς του μέσου διάδοσης.
Επιλέξτε το σωστό.

5.20 Στο σχήμα 5.31 το γράμμα Π αναφέρεται σε μια πηγή αρμονικού ήχου και το γράμμα Α στον παρατηρητή. Να συγκρίνετε σε κάθε περίπτωση τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής με τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.



Σχ. 5.31

5.21 Ένα τρένο κατευθύνεται προς τούνελ το οποίο βρίσκεται σε κατακόρυφο βράχο και εκπέμπει ήχο. Ο ήχος που εκπέμπεται από το τρένο ανακλάται στο βράχο.

α) Ο μηχανοδηγός του τρένου ακούει τον ήχο που προέρχεται από ανάκλαση με συχνότητα μεγαλύτερη μικρότερη ή ίση με τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει το τρένο;

β) Ένας παρατηρητής που βρίσκεται μεταξύ του τρένου και του εμποδίου ακούει τον ήχο που προέρχεται από το τρένο και τον ήχο που φτάνει από ανάκλαση. Οι συχνότητες των δύο ήχων όπως τους αντιλαμβάνεται είναι ίσες; Αν όχι, ποιος από τους ήχους που ακούει έχει μεγαλύτερη συχνότητα;

γ) Ένας παρατηρητής που βρίσκεται κοντά στις γραμμές και πίσω από το τρένο ακούει και αυτός δύο ήχους. Οι συχνότητες των δύο ήχων που ακούει είναι ίσες; Αν όχι, ποιος από τους ήχους έχει μεγαλύτερη συχνότητα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κρούσεις

5.22 Βλήμα μάζας m=0,4 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1=400 m/s. Το βλήμα στην πορεία του συναντάει σώμα μάζας M=2 kg που ήταν ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο, το διαπερνά και βγαίνει με ταχύτητα υ_2=300 m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος M, με το οριζόντιο επίπεδο είναι 0,5. Να υπολογίσετε:

α) την ταχύτητα του σώματος M, αμέσως μετά την κρούση.

β) τη μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση.

γ) το διάστημα που θα διανύσει το M μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται g=10 m/s^2.

[Απ: 20 m/s, 13.600 J, 40 m]

5.23 Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα υ=12 m/s συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα τριπλάσιας μάζας. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

[Απ: 6 m/s, 6m/s αντίθετων κατευθύνσεων]

5.24 Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 10\ kg$ και $m_2 = 20\ kg$ κινούνται με αντίθετη φορά πάνω στην ίδια ευθεία με ταχύτητες $\upsilon_1 = 3\ m/s$ και $\upsilon_2 = 2\ m/s$, αντίστοιχα, και συγκρούονται πλαστικά. Να βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση.

[Απ : 0,33 m/s , 98 %]

5.25 Σφαίρα (1) μάζας $m_1 = 1\ kg$ προσπίπτει με ταχύτητα υ_1 σε ακίνητη σφαίρα (2) και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Μετά την κρούση η (1) κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1' = \upsilon_1 / 3$. Ποια πρέπει να είναι η μάζα m_2 της σφαίρας (2) ώστε

α) Η υ_1' είναι ομόρροπη της υ_1. β) Η υ_1' είναι αντίρροπη της υ_1.

[Απ : 0,5 kg, 2 kg]

5.26 Σφαίρα μάζας m_1=2 *kg* που κινείται με ταχύτητα υ_1=4 *m/s* συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας m_2=4 *kg* που κινείται προς την πρώτη με ταχύτητα υ_2=5 *m/s*. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων μετά τη σύγκρουση.
[Απ: 8 *m/s*, 1 *m/s*]

5.27 Σφαίρα μάζας m_1 πέφτει με ταχύτητα υ_1 σε ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Ποια πρέπει να είναι η σχέση μεταξύ των m_1 και m_2 ώστε μετά την κρούση η σφαίρα m_2 να έχει μέγιστη κινητική ενέργεια;
[Απ : $m_1 = m_2$]

5.28 Όταν ένα κινούμενο νετρόνιο συγκρουστεί με ακίνητο πυρήνα χάνει μέρος της κινητικής του ενέργειας και επιβραδύνεται. Τι ποσοστό της κινητικής του ενέργειας χάνει το νετρόνιο αν συγκρουστεί α) με πυρήνα πρωτίου $\left({}_1^1H\right)$, β) με πυρήνα δευτερίου $\left({}_1^2H\right)$ και γ) με πυρήνα ηλίου $\left({}_2^4He\right)$; Οι κρούσεις θεωρούνται ελαστικές.
[Απ: 100%, 88,9%, 64%]

5.29 Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 6\ kg$ και $m_2 = 4\ kg$, κινούνται στο οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες $\upsilon_1 = 8\ m/s$ και $\upsilon_2 = 9\ m/s$ κάθετες μεταξύ τους, και συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:
α) την κοινή τους ταχύτητα μετά την κρούση.
β) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.
[Απ : 6 *m/s*, εφθ=3/4, -174 *J*]

5.30 Ξύλινη πλάκα με μάζα *M*=5 *kg* είναι δεμένη από σκοινί και κρέμεται κατακόρυφα. Ένα βλήμα με μάζα *m*=50 *g* και οριζόντια ταχύτητα υ_1=520 *m/s* χτυπά την πλάκα στο κέντρο της τη διαπερνά και βγαίνει με ταχύτητα υ_2=80 *m/s*. Η απόσταση του κέντρου της πλάκας από το σημείο όπου είναι δεμένο το σκοινί είναι *l*=2 *m*. Πόσο θα εκτραπεί το σκοινί από την κατακόρυφη θέση; Δίνεται *g*=10 m/s^2. Θεωρήστε ότι η πλάκα αρχίζει να κινείται όταν την έχει διαπεράσει το βλήμα.
[Απ : περίπου 60^o]

Κινήσεις σε αδρανειακά συστήματα

5.31 Ένα ποταμόπλοιο κινείται με ταχύτητα υ=20 *km/h* ως προς το νερό. Το ρεύμα του ποταμού έχει ταχύτητα 5 *km/h*. Σε πόσο χρόνο θα κάνει το ποταμόπλοιο τη διαδρομή ΑΒΑ, όπου Α και Β δυο πόλεις που απέχουν 24 *km* μεταξύ τους;
[Απ: 2,56 *h*]

5.32 Ο πιλότος ενός αεροπλάνου που κινείται βόρεια με ταχύτητα 400 *m/s*, αντιλαμβάνεται με το ραντάρ του ένα άλλο αεροπλάνο που κινείται ανατολικά με ταχύτητα 300 *m/s*. Ποια είναι η ταχύτητα του δεύτερου αεροπλάνου ως προς τη Γη;
[Απ: 500 *m/s*, εφθ=4/3]

5.33 Σε αδρανειακό σύστημα Σ ένας παρατηρητής παρατηρεί το φαινόμενο της κρούσης ενός, σώματος μάζας m=2 kg που κινείται κατά τη διεύθυνση x, με ταχύτητα υ=6 m/s και συγκρούεται πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας M=4 kg. α) Υπολογίστε την ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει από την κρούση, όπως τη μετράει ο παρατηρητής στο Σ. β) Δείξτε ότι και ένας παρατηρητής που κινείται κατά την διεύθυνση x με ταχύτητα u=2 m/s, παρόλο που αντιλαμβάνεται διαφορετικά τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, συμφωνεί με τον πρώτο ότι η ορμή διατηρείται.
[Απ: 2 m/s]

Κέντρο μάζας – Σχετικές κινήσεις

5.34 Τρεις ομογενείς σφαίρες έχουν μάζες $20\ kg$, $20\ kg$, και $30\ kg$ και τα κέντρα τους στα σημεία $(1, 1)$, $(2, 2)$ και $(3, 1)$ του επιπέδου xy. Να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες του κέντρου μάζας του συστήματος των σφαιρών.
[Απ : $\left(\frac{15}{7}, \frac{9}{7}\right)$]

5.35 Λέμε συχνά ότι η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο. Το ακριβές είναι ότι η Γη και ο Ήλιος περιστρέφονται γύρω από το κέντρο μάζας τους. Να βρείτε σε πόση απόσταση από το κέντρο του Ήλιου βρίσκεται το κέντρο μάζας του συστήματος Γη - Ήλιος και να συγκρίνετε την απόσταση αυτή με την ακτίνα του Ήλιου. Δίνονται η μάζα της Γης $m_{\Gamma} = 5{,}98 \times 10^{24}\ kg$, η μάζα του Ήλιου $m_{H} = 1{,}99 \times 10^{30}\ kg$, η ακτίνα του Ήλιου $R_{H} = 6{,}96 \times 10^{8}\ m$ και η διάκεντρος Γης – Ήλιου $d = 1{,}49 \times 10^{11}\ m$.
[Απ : $4{,}48 \times 10^{5}\ m$]

5.36 Στην άκρη μιας ακίνητης βάρκας με μάζα M=120 kg και μήκος s=6 m στέκεται άνθρωπος με μάζα m=60 kg. Να υπολογίσετε πόσο θα κινηθεί η βάρκα αν ο άνθρωπος κινηθεί από τη μια άκρη της βάρκας στην άλλη. Οι τριβές μεταξύ βάρκας και νερού θεωρούνται αμελητέες.
[Απ : 2 m]

5.37 Τα καυσαέρια βγαίνουν από ένα πύραυλο που κινείται στο διάστημα με ρυθμό $dm/dt = 140\ kg/s$ και σχετική ταχύτητα $u = 1000\ m/s$ ως προς τον πύραυλο. Να υπολογίσετε την προωστική δύναμη του πυραύλου και την επιτάχυνσή του κάποια χρονική στιγμή που η μάζα του είναι $M = 10\ ton$.
[Απ : 140.000 N, 14 m/s^2]

5.38 Ένας πύραυλος ταξιδεύει στο διάστημα και κάποια χρονική στιγμή έχει μάζα $4000\ kg$, μαζί με τα καύσιμά του. Η ταχύτητα με την οποία εκτοξεύονται τα καυσαέριά είναι $1500\ m/s$ ως προς τον πύραυλο. Πόσα kg καυσαερίων πρέπει να αποβάλλει ανά δευτερόλεπτο ο πύραυλος ώστε να αποκτήσει στιγμιαία επιτάχυνση $15\ m/s^2$. [Απ : $40\ kg/s$]

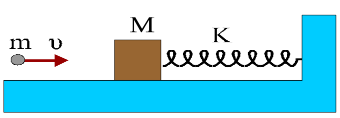
Φαινόμενο Doppler

5.39 Με πόση ταχύτητα πρέπει να απομακρύνεται παρατηρητής από μια ακίνητη πηγή ήχου ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα ίση με τα εννέα δέκατα της συχνότητας του ήχου που παράγει η πηγή; Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $340\ m/s$.
[Απ : $34\ m/s$]

5.40 Ένας παρατηρητής, που είναι ακίνητος στην άκρη του δρόμου, αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας ενός περιπολικού που πλησιάζει, με συχνότητα f_1=500 *Hz*. Όταν το περιπολικό απομακρύνεται, ο ήχος που ακούει ο παρατηρητής έχει συχνότητα f_2=450 *Hz*. Με ποια ταχύτητα κινείται το περιπολικό και ποια είναι η πραγματική του ήχου της σειρήνας; Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 340 *m/s*.
[Απ: 17,9 *m/s*, 473,7 *Hz*]

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

5.41 Μια σφαίρα συγκρούεται ελαστικά με άλλη όμοια σφαίρα που αρχικά ηρεμεί. Δείξτε ότι αν η κρούση δεν είναι κεντρική, μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινηθούν σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.



Σχ. 5.32

5.42 Ένα βλήμα με μάζα m=50 g κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=200 *m/s* και σφηνώνεται σε ξύλο με μάζα M=950 g που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο τραπέζι (σχ. 5.32). Η σταθερά του ελατηρίου είναι K=10000*N/m*. Να υπολογίσετε:
α) τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου
β) το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που χάθηκε.
[Απ: 0,1m 95%]

5.43 Ένα βλήμα με μάζα m=20 g κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε κομμάτι ξύλου με μάζα M=1 kg το οποίο είναι δεμένο σε κατακόρυφο σκοινί μήκους 1 m. Μετά τη σύγκρουση το νήμα εκτρέπεται από την κατακόρυφο κατά γωνία θ=60^o. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση. Δίνεται g=10 m/s^2.
[Απ : 255 J]

5.44 Ένα σώμα με μάζα m_1=20 kg ισορροπεί σε πλάγιο επίπεδο με κλίση φ=30^o. Ένα δεύτερο σώμα με μάζα m_2=30 kg που ανεβαίνει στο πλάγιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο έχοντας ταχύτητα υ=10 *m/s*. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ συσσωματώματος

και επιπέδου είναι $\sqrt{3}/3$. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει. Θα επιστρέψει το συσσωμάτωμα στη βάση του πλάγιου επιπέδου; Δίνεται g=10 m/s^2.
[Απ : 1,8 m, όχι]

5.45 Από την κορυφή πλάγιου επιπέδου, που έχει μήκος s=4,2 m και σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία φ=30^o αφήνεται να ολισθήσει σώμα με μάζα m=1 kg, χωρίς τριβή. Κατά την κάθοδο του και ενώ έχει διανύσει διάστημα s_1=1,6 m συναντά ακίνητο σώμα της ίδιας μάζας και συγκρούεται πλαστικά με αυτό. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση ολισθαίνει στο πλάγιο επίπεδο και φτάνει στη βάση του με μηδενική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

α) το συντελεστή τριβής ολίσθησης του συσσωματώματος με το πλάγιο επίπεδο.

β) τη συνολική θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται g=10 m/s^2.

[Απ: $\frac{5\sqrt{3}}{13}$, $34\,J$]

5.46 Αερόστατο μάζας M αιωρείται (ισορροπεί) σε ύψος H από το έδαφος. Από το αερόστατο κρέμεται μια ανεμόσκαλα που φτάνει μέχρι το έδαφος. Στο κάτω άκρο της ανεμόσκαλας στέκει ένας άνθρωπος με μάζα m. Αν ο άνθρωπος αρχίσει να σκαρφαλώνει, υπολογίστε πόσο θα κατέβει το αερόστατο μέχρι να φτάσει σ΄ αυτό. Δίνονται M, m. H.

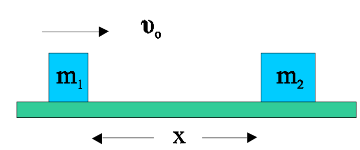
[Απ: $H\frac{m}{m+M}$]

5.47 Σώμα μάζας m_1 έχει ταχύτητα υ_o και προσκρούει σε ακίνητο σώμα μάζας m_2 =2m_1 που βρίσκεται σε απόσταση x=1 m (σχ. 5.33). Μετά την κρούση, που είναι ελαστική, το πρώτο σώμα επιστρέφει και σταματά στην αρχική του θέση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δυο σωμάτων με το δάπεδο είναι μ=0,5. Να υπολογίσετε:

α) την αρχική ταχύτητα υ_o του πρώτου σώματος.

β) το διάστημα που θα διανύσει το δεύτερο σώμα μέχρι να σταματήσει.

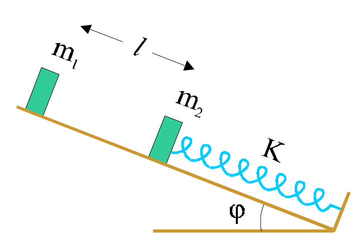
Δίνεται g=10 m/s^2.
[Απ: 10 m/s, 4 m]



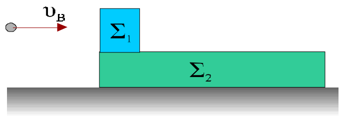
Σχ. 5.33

5.48 Ελατήριο σταθερά K=200 N/m βρίσκεται πάνω σε λείο πλάγιο επίπεδο, με κλίση φ=30^o, όπως στο σχήμα 5.34 Στο πάνω άκρο του ελατηρίου ισορροπεί σώμα με μάζα m_2=1 kg ενώ το κάτω άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Από το σημείο Α που απέχει απόσταση l=4 m από το m_2 αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας m_1=m_2/3. Το m_1 κατεβαίνοντας συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το m_2. Να υπολογιστεί σε πόση απόσταση από το σημείο της σύγκρουσης οι ταχύτητες των m_1 και m_2 στιγμιαία θα μηδενιστούν. Δίνεται g=10 m/s^2.

[Απ: 1m, $\sqrt{5}\times 10^{-1}\,m$]



Σχ. 5.34



Σχ. 5.35

5.49 Το σώμα Σ_2 του σχήματος 5.35 έχει μάζα m_2=4 *kg* και βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_2 βρίσκεται δεύτερο σώμα Σ_1 που έχει μάζα m_1=950 *g*. Το επίπεδο επαφής των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι οριζόντιο και ο συντελεστής τριβής μεταξύ τους είναι μ=0,5. Στο Σ_1 σφηνώνεται ένα βλήμα, μάζας m_B=50 *g* που κινείται με οριζόντια ταχύτητα υ_B=100 *m/s*. Η χρονική διάρκεια της κρούσης του βλήματος με το σώμα Σ_1 θεωρείται αμελητέα.

α) Ποια είναι η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα σώματα Σ_1, Σ_2;

β) Πόση, συνολικά, θερμότητα μεταφέρεται στο περιβάλλον;

γ) Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αποκτούν κοινή ταχύτητα;

δ) Πόσο μετακινήθηκε το Σ_1 πάνω στο σώμα Σ_2 μέχρι τη στιγμή αυτή;

Δίνεται g=10 m/s^2.

[Απ: 1 *m/s*, 248 *J*, 0,8 *s*, 2 *m*]

5.50 Σε οριζόντιο δρόμο κινείται άνθρωπος με ταχύτητα υ_1 κρατώντας ομπρέλα, για να προφυλαχτεί από τη βροχή που πέφτει κατακόρυφα με ταχύτητα υ_2. Ποια είναι η κατάλληλη θέση της ομπρέλας για τη μεγαλύτερη δυνατή κάλυψη;

[Απ: $\varepsilon\phi\,\vartheta = \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$]

5.51 Ένας μοτοσυκλετιστής που βρίσκεται σε απόσταση $d = 400\ m$ από μια ακίνητη ηχητική πηγή συχνότητας $540\ Hz$ κινείται προς αυτή με σταθερή επιτάχυνση. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται τη στιγμή που φτάνει στην πηγή είναι $603{,}5\ Hz$. Να υπολογίσετε την επιτάχυνσή του και να παραστήσετε γραφικά τη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο μοτοσυκλετιστής σε συνάρτηση με το χρόνο.
Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $340\ m/s$.

[Απ : 2 m/s^2]

5.52 Μια ηχητική πηγή κινείται με ταχύτητα 8 *km/h* και εκπέμπει ήχο συχνότητας 400 *Hz*. Ένας παρατηρητής που κινείται με ταχύτητα 54*km/h*, ακολουθεί την ηχητική πηγή. Να υπολογίσετε τη συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου 340 *m/s*.

[Απ: 415 *Hz*]

5.53 Σιδηροδρομικός υπάλληλος βρίσκεται στη μέση μιας γέφυρας με μήκος 1000 *m*, όταν βλέπει σε απόσταση 1500 *m* μια αμαξοστοιχία, να πλησιάζει σφυρίζοντας. Η συχνότητα του ήχου που ακούει είναι 360 *Hz* ενώ ξέρει ότι η πραγματική συχνότητα είναι 340 *Hz*. Για να αποφύγει τον κίνδυνο κινείται ισοταχώς και καταφέρνει να φτάσει στην άκρη της γέφυρας, τη στιγμή που φτάνει και η αμαξοστοιχία. Υπολογίστε τη συχνότητα του ήχου που άκουγε ο υπάλληλος στη διάρκεια της κίνησής του.

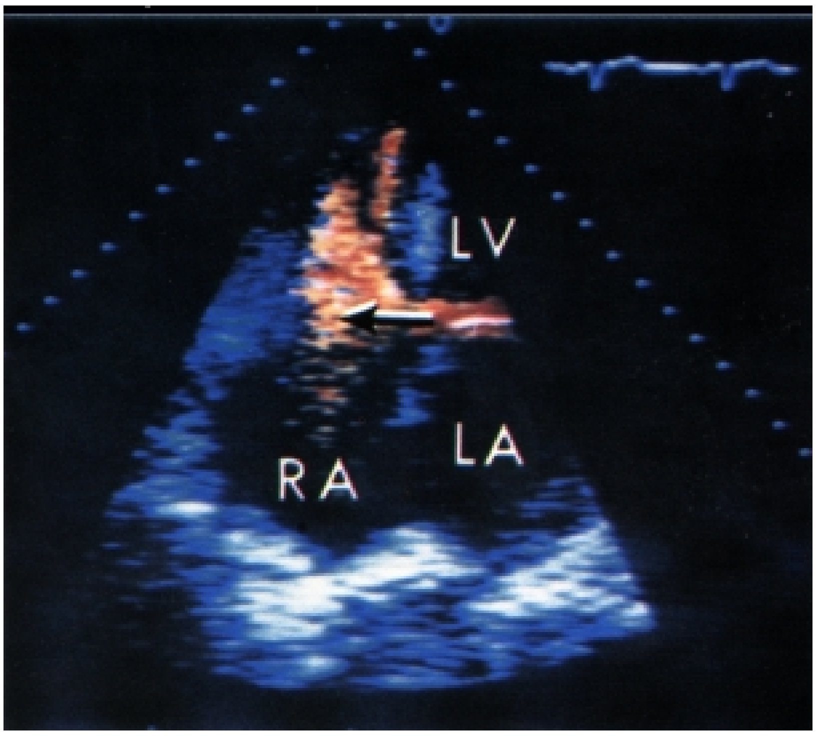
[Απ : 355 *Hz*]

ΗΧΟΚΑΡΔΙΟΓΡΑΦΙΑ DOPPLER

ΕΝΘΕΤΟ

Οι γιατροί χρησιμοποιούν τους υπέρηχους για διαγνωστικούς σκοπούς. Οι υπέρηχοι είναι ήχοι με συχνότητα πάνω από 20.000 *Hz*.Το ανθρώπινο αφτί δε μπορεί να αντιληφθεί τέτοιες συχνότητες. Οι υπέρηχοι που χρησιμοποιούνται στην ιατρική έχουν συχνότητα κοντά στα 2 *MHz*.

Οι υπέρηχοι έχουν τη δυνατότητα να σχηματίζουν στενές δέσμες, υπακούουν στους νόμους της ανάκλασης και της διάθλασης και μπορούν να ανακλώνται σε εμπόδια πολύ μικρών διαστάσεων. Τα εμπόδια αυτά μπορεί να είναι σταθερά (π.χ. τα τοιχώματα των αγγείων, ένας λίθος στη χοληδόχο κύστη κ.λπ.) ή κινητά (π.χ. τα ερυθρά αιμοσφαίρια).



Εικ. 5.10 Δύο διαστάσεων υπερηχογράφημα Doppler με χρωματική χαρτογράφηση ροής ενός ασθενούς με έμφρακτο μεσοκοιλιακού διαφράγματος. Η ανώμαλη ροή (βέλος) διακρίνεται σαν πορτοκαλόχρους πίδακας με ροή από την αριστερή κοιλία προς την δεξιά πλευρά της καρδιάς. RA=δεξιός κόλπος, LA=αριστερός κόλπος.

Στην ηχοκαρδιογραφία Doppler οι υπέρηχοι ανακλώνται σε κινητά εμπόδια. Όταν μια δέσμη υπέρηχων συναντήσει ένα εμπόδιο, ένα μέρος της ενέργειας που μεταφέρει ανακλάται, επιστρέφει δηλαδή στο αρχικό μέσο. Αν η ανάκλαση γίνει πάνω σε ακίνητο εμπόδιο το κύμα που επιστρέφει έχει την ίδια συχνότητα με το αρχικό κύμα. Αν όμως η ανάκλαση γίνει σε κινητό εμπόδιο η συχνότητα του ανακλώμενου κύματος θα είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα, ανάλογα με το αν το εμπόδιο απομακρύνεται ή πλησιάζει τη διάταξη που καταγράφει την ανακλώμενη δέσμη. Η διαφορά των συχνοτήτων της δέσμης που επιστρέφει και της αρχικής δέσμης λέγεται συχνότητα Doppler. Η συχνότητα αυτή συνδέεται με τη συχνότητα της αρχικής δέσμης και την ταχύτητα του εμποδίου με τη σχέση

$$f_{\delta} = 2 f_t \frac{\upsilon \sigma \upsilon \nu \theta}{c}$$

όπου f_t η συχνότητα της αρχικής δέσμης, υ η ταχύτητα των αιμοσφαιρίων, c η ταχύτητα διάδοσης των υπέρηχων και θ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του εμποδίου με τον άξονα της δέσμης.

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι είναι δυνατός ο προσδιορισμός της ταχύτητας του εμποδίου αν είναι γνωστή η ταχύτητα διάδοσης του ήχου, η συχνότητα Doppler και η γωνία θ. Για την τελευταία, επειδή στη σχέση υπεισέρχεται το συνημίτονό της, να θυμηθούμε ότι για μικρές τιμές της γωνίας ($\theta<20°$) το συνημίτονο παίρνει τιμές που προσεγγίζουν τη μονάδα.

Έτσι, είναι δυνατός ο προσδιορισμός της ταχύτητας των ερυθρών αιμοσφαιρίων και επομένως η ταχύτητα ροής του αίματος στα αιμοφόρα αγγεία. Αν, με άλλη μέθοδο, προσδιοριστεί και η διατομή Α του αγγείου είναι δυνατό να προσδιοριστεί η παροχή του αγγείου από την οποία συνάγονται συμπεράσματα για τη λειτουργία της καρδιάς.

Ο προσδιορισμός της παροχής γίνεται σε μεγάλης διατομής αγγεία, όπου η ροή του αίματος μπορεί να θεωρηθεί στρωτή και η ταχύτητα όλων των αιμοσφαιρίων ίδια. Στα αγγεία μικρής διατομής η ταχύτητα της κεντρικής ρευματικής γραμμής είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την ταχύτητα που αντιστοιχεί σε σημεία κοντά στα τοιχώματα του αγγείου.

Μέσω της ηχοκαρδιογραφίας Doppler είναι δυνατός ο άμεσος προσδιορισμός της διαφοράς πίεσης (ή αλλιώς της βαθμίδας πίεσης) σε περιοχές που τα αγγεία παρουσιάζουν στενώσεις. Στην περίπτωση αυτή η ροή γίνεται τυρβώδης και η ταχύτητα του αίματος πριν τη στένωση και μετά από αυτή δεν είναι ίδια.