ΕΞΩΦΥΛΛΟ

3-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

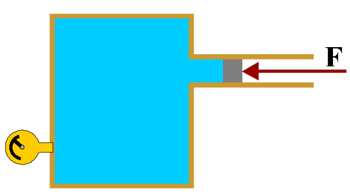
Οι φυσικοί και οι μηχανικοί αποδίδουν το χαρακτηρισμό «ρευστά» στα υγρά και τα αέρια σώματα, τα οποία - αντίθετα με τα στερεά - δεν έχουν δικό τους σχήμα αλλά παίρνουν το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει.

Η διάκριση των ρευστών σε υγρά και αέρια βασίζεται στη σταθερότητα του όγκου τους (για ορισμένη θερμοκρασία). Τα υγρά είναι πρακτικά **ασυμπίεστα**, έχουν δηλαδή σταθερό όγκο, ανεξάρτητο από την πίεση. Αντίθετα τα αέρια είναι **συμπιεστά**. Αυτό σημαίνει ότι ο όγκος τους εξαρτάται από την πίεσή τους.

Κινούμαστε μέσα σε ρευστά (στον ατμοσφαιρικό αέρα ή στο νερό της θάλασσας) μεταφέρουμε τεράστιες ποσότητες ρευστών με σωλήνες, εκμεταλλευόμαστε την ενέργεια των ρευστών για να λύσουμε πρακτικά μας προβλήματα ….

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας στους τομείς αυτούς βασίστηκε στη μελέτη των νόμων που διέπουν την κίνηση των ρευστών.

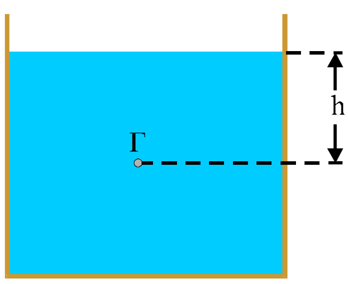
3-2 ΥΓΡΑ ΣΕ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ



Σχ. 3.1 Η πίεση στα διάφορα σημεία ενός υγρού οφείλεται στο βάρος του και σε εξωτερικά αίτια.

Η πίεση[1] στα διάφορα σημεία του χώρου που καταλαμβάνει κάποιο υγρό και στα τοιχώματα του δοχείου μέσα στο οποίο περιέχεται οφείλεται ή στο βάρος του υγρού ή σε εξωτερικό αίτιο. Ως εξωτερικό αίτιο μπορούμε να θεωρήσουμε την πίεση που κάποιο έμβολο ασκεί σε μια περιοχή του υγρού. Η πίεση που μετράει το μανόμετρο στο δοχείο του σχήματος 3.1 οφείλεται και στο βάρος του υγρού που περιέχεται στο δοχείο αλλά και στη δράση του εμβόλου.

Υδροστατική πίεση



Σχ. 3.2 Η υδροστατική πίεση σε βάθος *h* είναι *ρgh*.

Η πίεση που οφείλεται στο βάρος του υγρού ονομάζεται υδροστατική πίεση.

Η υδροστατική πίεση έχει νόημα μόνο εφόσον το υγρό βρίσκεται μέσα σε πεδίο βαρύτητας.

Η σχέση που δίνει την υδροστατική πίεση σε κάποιο σημείο Γ του χώρου που καταλαμβάνει ένα υγρό σε ισορροπία είναι

$$p = \rho g h \qquad \textbf{(Θεμελιώδης νόμος της υδροστατικής)}$$

όπου h : το βάθος του σημείου Γ (η απόσταση από την ανώτερη επιφάνεια του υγρού) και

ρ : η πυκνότητα του υγρού.

---

[1] Υπενθυμίζεται ότι η πίεση ορίζεται ως το πηλίκο του μέτρου της δύναμης που ασκείται κάθετα σε μία επιφάνεια προς το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής : $p = \dfrac{dF}{dA}$

Στο S.I. η πίεση μετριέται σε Pa (Pascal). $1\,Pa = 1\ N/m^2$.

Αρχή του Pascal (Πασκάλ)

Εικ. 3.1 Blaise Pascal (1623-1662). Γάλλος επιστήμονας και φιλόσοφος. Ανήσυχο πνεύμα, παλινδρομούσε συνεχώς ανάμεσα στο θρησκευτικό του συναίσθημα και τις επιστημονικές του ανησυχίες, προσπαθώντας να τα συμβιβάσει.

Όταν ένα υγρό βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας, σε όλη του την έκταση επικρατεί η ίδια πίεση. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι

η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του.
(αρχή του Pascal)

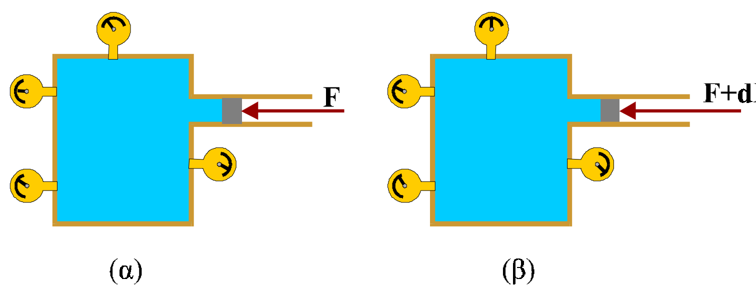
Για παράδειγμα, στο δοχείο του σχήματος 3.3, τα μανόμετρα δείχνουν όλα την ίδια πίεση όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας. Αν αυξηθεί η δύναμη που ασκείται στο έμβολο κατά ΔF θα αυξηθεί και η πίεση σε όλα τα μανόμετρα κατά $\dfrac{\Delta F}{A}$ (A εμβαδόν του εμβόλου).

Εάν τώρα το δοχείο βρίσκεται εντός του πεδίου βαρύτητας, η πίεση που δείχνουν τα μανόμετρα είναι διαφορετική στο κάθε ένα από αυτά ανάλογα με το βάθος στο οποίο βρίσκεται. Αν πάλι αυξηθεί η δύναμη που ασκείται στο έμβολο κατά ΔF θα αυξηθεί και η πίεση σε όλα τα μανόμετρα κατά $\dfrac{\Delta F}{A}$.

<u>Σημείωση</u> : Αν κάποιο υγρό ισορροπεί σε ανοιχτό δοχείο, στην ελεύθερη επιφάνειά του ασκείται η ατμοσφαιρική πίεση. Έτσι η πίεση σε βάθος h θα είναι

$$p = p_{at} + \rho g h,$$

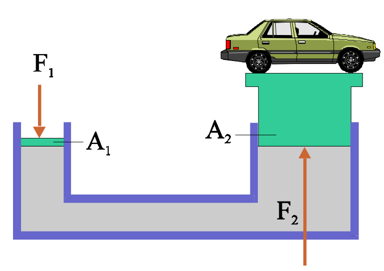
ακριβώς επειδή λόγω της αρχής του Pascal η ατμοσφαιρική πίεση μεταφέρεται σε όλα τα σημεία του υγρού.



Σχ. 3.3 (α) Το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας. Η πίεση που δημιουργεί η δύναμη μεταφέρεται σε όλα τα σημεία του υγρού (β) Αν αυξηθεί η δύναμη, η πίεση στο υγρό αυξάνεται ομοιόμορφα σε όλα τα σημεία του.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-1

Υδραυλικός ανυψωτήρας χρησιμοποιείται για την ανύψωση αυτοκινήτου βάρους $w = 18000\ N$. Πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε στο μικρής διατομής έμβολο του σχήματος 3.4 ώστε να πετύχουμε την ανύψωση με το μεγάλης διατομής έμβολο; Τα έμβολα είναι κυλινδρικά και έχουν ακτίνες $r_1 = 4\,cm$ και $r_2 = 20\ cm$ αντίστοιχα.



Σχ. 3.4

Απάντηση :
Σύμφωνα με την αρχή του Pascal η επιπλέον πίεση που οφείλεται στη δύναμη που ασκήσαμε στο μικρό έμβολο θα μεταφερθεί και στο μεγάλο.

Άρα $\qquad \Delta p_1 = \Delta p_2 = p \qquad (3.1)$

Όμως $\qquad \Delta p_1 = F_1 / A_1 \qquad (3.2)$

και $\qquad \Delta p_2 = F_2 / A_2 \qquad (3.3)$

Αντικαθιστώντας τις (3.3) και (3.2) στην (3.1) προκύπτει

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

οπότε $$F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι το μέτρο της F_2 πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσο με το μέτρο του βάρους w του αυτοκινήτου, καταλήγουμε $$F_1 = (18000\,N)\cdot\frac{\pi\left(4\times10^{-2}\ m\right)^2}{\pi\left(20\times10^{-2}\ m\right)^2} = 720\ N$$

3-3 ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

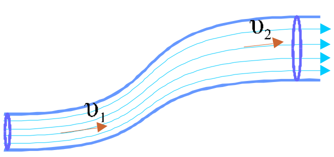
Εικ 3.2 Ρίχνοντας χρώματα μέσα σε ένα ρευστό που κάνει τυρβώδη ροή έχουμε μια εικόνα των δινών που σχηματίζει.

Κατά την κίνηση των ρευστών αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ των μορίων τους (εσωτερική τριβή) αλλά και μεταξύ των μορίων τους και των τοιχωμάτων του σωλήνα μέσα στον οποίο πραγματοποιείται η κίνηση (δυνάμεις συναφείας). Αν οι δυνάμεις που προαναφέραμε υπερβούν κάποιο όριο το ρευστό δημιουργεί κατά τη ροή του δίνες και η ροή λέγεται **τυρβώδης** ή στροβιλώδης. Η μελέτη μιας τέτοιας κίνησης είναι πολύπλοκη. Εμείς θα περιοριστούμε στη μελέτη της ροής ενός ρευστού που δεν παρουσιάζει εσωτερικές τριβές και τριβές με τα τοιχώματά του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει και επιπλέον είναι ασυμπίεστο. Ένα τέτοιο ρευστό χαρακτηρίζεται ως **ιδανικό**.

Στην πραγματικότητα η συμπεριφορά των κινούμενων ρευστών διαφέρει πολύ ή λίγο από τη συμπεριφορά των ιδανικών ρευστών. Για να διακρίνουμε τα υπαρκτά ρευστά από τα ιδανικά θα τα ονομάζουμε **πραγματικά ρευστά.**

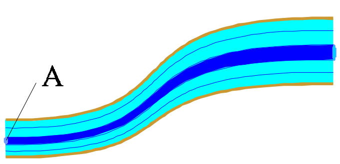
Η ροή ενός ιδανικού ρευστού είναι **στρωτή**, δηλαδή δεν παρουσιάζει στροβίλους.

Ρευματικές γραμμές - Φλέβα – Παροχή



Σχ. 3.5 Ρευματική γραμμή είναι η τροχιά ενός μορίου του υγρού.

Το σύνολο των θέσεων από τις οποίες περνά κάθε μόριο του ρευστού στη διάρκεια της κίνησής του ορίζει μια γραμμή που την ονομάζουμε **ρευματική γραμμή**. Εφόσον η ρευματική γραμμή είναι στην πραγματικότητα η τροχιά του μορίου, η ταχύτητά του σε κάθε θέση θα είναι εφαπτομένη της ρευματικής γραμμής πράγμα που σημαίνει ότι δύο ρευματικές γραμμές δεν είναι δυνατόν να τέμνονται (σχ. 3.5).



Σχ. 3.6 Σε κάθε σημείο στο περίγραμμα της επιφάνειας Α αντιστοιχεί μια ρευματική γραμμή. Όλες αυτές οι ρευματικές γραμμές ορίζουν μία φλέβα

Αν θεωρήσουμε μια επιφάνεια Α κάθετη στη διεύθυνση του σωλήνα[1], μέσα στον οποίο κινείται ένα ρευστό και από κάθε σημείο του περιγράμματος της Α σχεδιάσουμε την αντίστοιχη ρευματική γραμμή μέσα στο ρευστό σχηματίζεται ένας νοητός σωλήνας που ονομάζεται **φλέβα** (σχ. 3.6).
Όπως φαίνεται από τον ορισμό της το ρευστό που κυλάει σε κάποια φλέβα δεν αναμιγνύεται με το περιεχόμενο άλλης φλέβας του σωλήνα.

---

[1] Ως σωλήνες θεωρούμε κάθε μορφής τοιχώματα που περιορίζουν το κινούμενο ρευστό. Για παράδειγμα σωλήνες μπορούν να θεωρηθούν η κοίτη και τα πλευρικά τοιχώματα στη ροή των ποταμών ή οι κοιλάδες στην κίνηση των ανέμων.

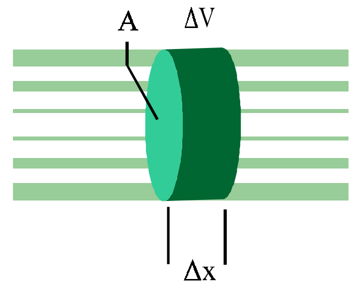
Από μια διατομή του σωλήνα ή της φλέβας σε χρόνο Δt περνάει ένας όγκος υγρού ΔV. Το πηλίκο

$$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad (3.4)$$

ονομάζεται **παροχή** του σωλήνα ή της φλέβας και μετριέται σε m^3/s.

Αν η διατομή του σωλήνα είναι A και το υγρό στο χρονικό διάστημα Δt έχει μετατοπιστεί κατά Δx, μπορούμε να γράψουμε

$$\Delta V = A\Delta x \qquad (3.5)$$



Σχ. 3.7 Στο χρονικό διάστημα Δt, από μια διατομή A του σωλήνα περνάει υγρό όγκου $A\ \Delta x$

Αντικαθιστώντας την (3.5) στην (3.4) προκύπτει

$$\Pi = \frac{A\Delta x}{\Delta t}$$

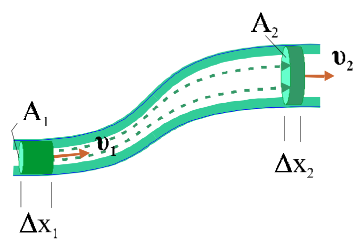
και επειδή το πηλίκο $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ισούται με την ταχύτητα του υγρού στη θέση αυτή

$$\Pi = A\upsilon$$

Η παροχή σωλήνα ή φλέβας σε κάποια θέση είναι ίση με το γινόμενο του εμβαδού της διατομής επί την ταχύτητα του ρευστού στη θέση αυτή.

3-4 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΥΛΗΣ ΚΑΙ Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Θεωρούμε ένα ασυμπίεστο ρευστό που ρέει μέσα σ' ένα σωλήνα μεταβλητής διατομής (σχ. 3.8). Υποθέτουμε ότι η ροή είναι στρωτή.



Σχ. 3.8 Αν το ρευστό που ρέει στο σωλήνα είναι ασυμπίεστο, το γινόμενο $A\ \upsilon$ είναι σταθερό.

Επειδή το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο θα πρέπει η μάζα Δm_1 που περνάει από μία διατομή A_1 του σωλήνα σε χρόνο Δt να είναι ίση με τη μάζα Δm_2 που περνάει στο ίδιο χρονικό διάστημα από μία άλλη διατομή του σωλήνα A_2. Είναι δηλαδή

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \qquad (3.6)$$

ή

$$\rho\Delta V_1 = \rho\Delta V_2$$

όπου ΔV_1 και ΔV_2 οι στοιχειώδεις όγκοι που καταλαμβάνουν μέσα στο σωλήνα οι μάζες Δm_1 και Δm_2 αντίστοιχα.

Αλλά $\Delta V_1 = A_1\Delta x_1 = A_1\upsilon_1\Delta t$ και $\Delta V_2 = A_2\Delta x_2 = A_2\upsilon_2\Delta t$ όπου υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες του ρευστού στις διατομές A_1 και A_2 αντίστοιχα.[1]

Η εξίσωσή (3.6) γίνεται $$A_1\upsilon_1\Delta t = A_2\upsilon_2\Delta t \qquad (3.7)$$

και τελικά $$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \qquad (3.8)$$

Η εξίσωση αυτή ονομάζεται **εξίσωση της συνέχειας** και είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ύλης.

---

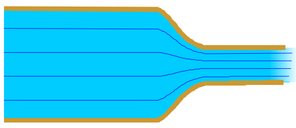
[1] Υπενθυμίζεται ότι το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο. Αυτό σημαίνει ότι η πυκνότητά του είναι ίδια σε όλη την έκτασή του.

Επειδή $\Pi = A\upsilon$ η (3.8) γράφεται και

$$\Pi_1 = \Pi_2 \qquad ή \qquad \Pi = σταθερό \qquad (3.9)$$

Η σχέση (3.9) ισχύει για σωλήνα αλλά και για φλέβα και διατυπώνεται ως εξής :

Κατά μήκος ενός σωλήνα ή μιας φλέβας η παροχή διατηρείται σταθερή.



Σχ. 3.9 Η ταχύτητα ροής είναι μεγαλύτερη εκεί που πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές.

Από τη σχέση (3.8) φαίνεται ότι κατά μήκος ενός σωλήνα που δεν έχει σταθερή διατομή, η ταχύτητα του υγρού δεν είναι παντού ίδια. Σε σημεία όπου ο σωλήνας στενεύει η ταχύτητα ροής είναι πιο μεγάλη. Κατά μήκος ενός ποταμού με σταθερό πλάτος πολλές φορές το βάθος ποικίλει. Όπου το ποτάμι έχει μικρό βάθος έχει και μικρή εγκάρσια διατομή. Επειδή η παροχή είναι σταθερή, στις περιοχές όπου το ποτάμι είναι ρηχό το νερό κυλάει γρηγορότερα. Παραστατικά μπορούμε να πούμε ότι εκεί που οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν η ταχύτητα ροής είναι πιο μεγάλη (σχ. 3.9).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-2

Ένας κυλινδρικός σωλήνας συνδέεται με βρύση παροχής $0{,}001\ m^3/s$. α) Εάν ο σωλήνας έχει διάμετρο 3 cm ποια η ταχύτητα ροής του νερού μέσα στο σωλήνα; β) Με τι ταχύτητα εκτοξεύεται το νερό αν μειώσουμε με το δάχτυλό μας, στο μισό, τη διατομή του σωλήνα;

Απάντηση :

α) $$\frac{\Delta V}{\Delta t} = A\upsilon \ \text{ άρα } \ \upsilon = \frac{1}{A}\frac{\Delta V}{\Delta t} \ \text{ οπότε } \ \upsilon = \frac{1}{\pi\dfrac{\left(3\times10^{-2}\ m\right)^2}{4}}\, 0{,}001\ m^3/s = 1{,}42\ m/s$$

β) $$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \ \text{ οπότε } \ \upsilon_2 = \upsilon_1\frac{A_1}{A_2} \ \text{ και τελικά } \ \upsilon_2 = \left(1{,}42\ m/s\right)\cdot 2 = 2{,}84\ m/s$$

3-5 Η ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI (ΜΠΕΡΝΟΥΛΙ)

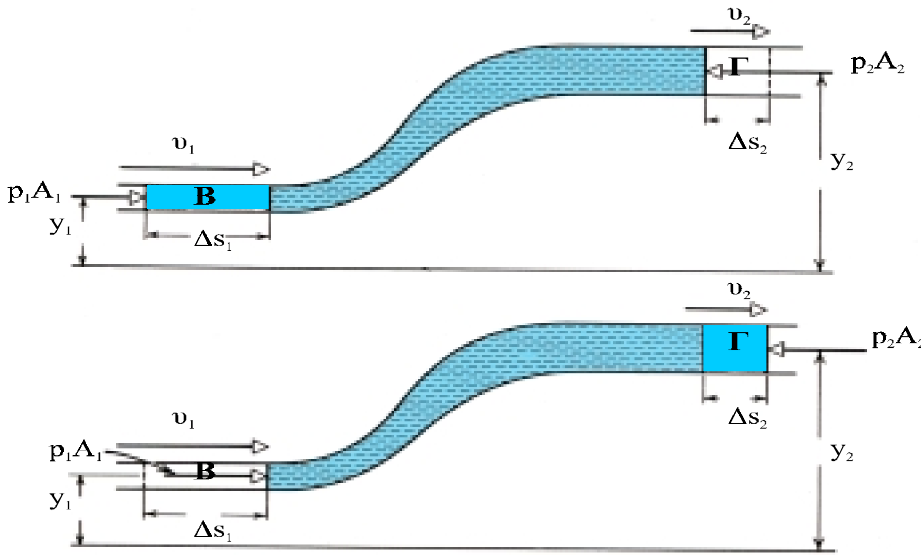
Από την καθημερινή μας εμπειρία γνωρίζουμε ότι η πίεση ενός ρευστού που ρέει μέσα σε ένα σωλήνα είναι, εν γένει, διαφορετική ανάμεσα σε δύο σημεία που έχουν υψομετρική διαφορά. Το νερό στις βρύσες του πέμπτου ορόφου έχει μικρότερη πίεση από το νερό στις βρύσες του ισογείου.

Σε ένα σωλήνα που η διατομή του δεν είναι παντού ίδια, η ταχύτητα του υγρού μεταβάλλεται (εξίσωση της συνέχειας). Δηλαδή μια μικρή μάζα Δm του υγρού σε άλλες περιοχές του σωλήνα επιταχύνεται και σε άλλες επιβραδύνεται. Στις περιπτώσεις αυτές η συνολική δύναμη που δέχεται αυτή η μάζα από το περιβάλλον υγρό δεν είναι μηδενική και κατά συνέπεια η πίεση δε μπορεί να είναι ίδια σε όλες τις περιοχές του σωλήνα.

Το 1738 ο Ελβετός Daniel Bernoulli βρήκε μια σχέση που συνδέει την πίεση με την ταχύτητα και με το ύψος.

Έστω ότι έχουμε ένα σωλήνα μεταβλητής διατομής μέσα στον οποίο ρέει ένα ασυμπίεστο ρευστό (σχ. 3.10). Θα εξετάσουμε την πίεση σε δύο σημεία Β, Γ, του σωλήνα. Το σημείο Β βρίσκεται σε ύψος y_1 από το έδαφος και ο σωλήνας έχει στην περιοχή του Β διατομή A_1. Η πίεση του ρευστού στο Β είναι p_1. Το σημείο Γ βρίσκεται σε ύψος y_2 από το έδαφος, η διατομή του σωλήνα εκεί είναι A_2 και η πίεση p_2. Αν θεωρήσουμε σαν σύστημα το ρευστό από το Β μέχρι το Γ, βλέπουμε ότι δέχεται από το υπόλοιπο ρευστό μια δύναμη $p_1 A_1$ στην περιοχή του Β και μια δύναμη, την $p_2 A_2$ στην περιοχή του Γ, με φορά αντίθετη με τη φορά της $p_1 A_1$. Σ' ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα Δt ένα στοιχειώδες τμήμα του ρευστού στην περιοχή του Β μετατοπίζεται κατά Δs_1 ενώ ένα αντίστοιχο τμήμα του ρευστού ίσης μάζας, άρα και όγκου, στην περιοχή του Γ μετατοπίζεται κατά Δs_2.

Εικ. 3.3 Daniel Bernoulli (1700-1782). Ελβετός φυσικός και μαθηματικός, από οικογένεια διάσημων μαθηματικών. Η πιο φημισμένη του εργασία ήταν πάνω στην υδροδυναμική. Οι μελέτες του Bernoulli πάνω στα ρευστά αποτέλεσαν την απαρχή της κινητικής θεωρίας των αερίων. Ο Bernoulli τιμήθηκε πολύ στη διάρκεια της ζωής του με σειρά από αξιώματα και θέσεις στα πανεπιστήμια της εποχής του.



Σχ. 3.10 Ασυμπίεστο ρευστό ρέει με στρωτή ροή μέσα σε ένα σωλήνα. Το ρευστό που βρίσκεται στο μέρος του σωλήνα με μήκος Δs_1 μετακινείται στο μέρος του σωλήνα που έχει μήκος Δs_2. Οι όγκοι του ρευστού στα δύο μέρη είναι ίσοι.

Θα εφαρμόσουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας στο μικρό χρονικό διάστημα Δt. Σύμφωνα με αυτό

$$W + W_B = \Delta K \tag{3.10}$$

όπου W το έργο που προσφέρεται στο τμήμα του ρευστού από το Β στο Γ από το περιβάλλον ρευστό. Το έργο αυτό θα είναι το έργο της δύναμης $p_1 A_1$ (θετικό) συν το έργο της $p_2 A_2$ (αρνητικό)

$$W = p_1 A_1 \Delta s_1 - p_2 A_2 \Delta s_2 \tag{3.11}$$

Όμως $$A_1 \Delta s_1 = A_2 \Delta s_2 = \Delta V$$

Οπότε $$W = (p_1 - p_2)\,\Delta V$$

Το έργο του βάρους στο ίδιο χρονικό διάστημα είναι

$$W_B = -\Delta m\, g(y_2 - y_1) = -\rho \Delta V\, g(y_2 - y_1) \tag{3.12}$$

καθώς, στην ουσία, ένα τμήμα του ρευστού Δm έφυγε από το ύψος y_1 και βρέθηκε στο ύψος y_2.

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι

$$\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m \upsilon_1^2 = \frac{1}{2}\rho \Delta V\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \tag{3.13}$$

όπου υ_1 η ταχύτητα του ρευστού στο Β και υ_2 η ταχύτητα του ρευστού στο Γ. Αντικαθιστώντας τις (3.11), (3.12) και (3.13) στη σχέση (3.10) έχουμε

$$(p_1 - p_2)\Delta V - \rho \Delta V g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2}\rho \Delta V \left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right)$$

Απλοποιούμε τα ΔV και αναδιατάσσοντας την εξίσωση έχουμε

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + \rho g y_2$$

Η σχέση αυτή ισχύει για οποιοδήποτε ζεύγος σημείων άρα μπορεί να γραφτεί και με τη μορφή

$$p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g y = \sigma\tau\alpha\vartheta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Η παραπάνω σχέση είναι η **εξίσωση του Bernoulli** για ιδανικό ρευστό.

Από την εξίσωση του Bernoulli προκύπτει ότι
το άθροισμα της πίεσης (p), της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου $\left(\frac{1}{2}\rho\upsilon^2\right)$ και της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου $(\rho g y)$ έχει την ίδια σταθερή τιμή σε οποιοδήποτε σημείο της ρευματικής γραμμής.

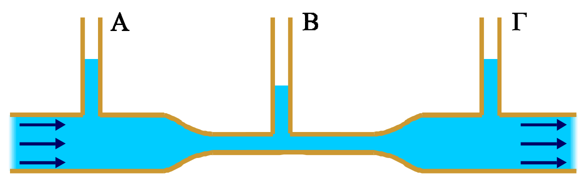
Η εξίσωση του Bernoulli αποτελεί έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ρευστών.

Αν ο σωλήνας είναι οριζόντιος η εξίσωση του Bernoulli παίρνει τη μορφή

$$p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

από όπου φαίνεται ότι σε περιοχές όπου πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές (μικρή διατομή του σωλήνα) και η ταχύτητα ροής αυξάνεται, η πίεση ελαττώνεται.

Σχ. 3.11 Στο στενό μέρος του σωλήνα η ταχύτητα του υγρού είναι μεγαλύτερη. Το ύψος της στάθμης του υγρού πάνω από την περιοχή αυτή δείχνει ότι η πίεση στο σωλήνα είναι μικρότερη.

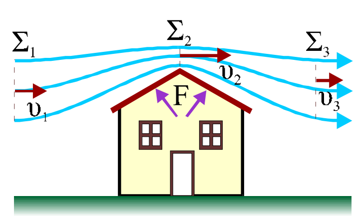


Σχ. 3.11

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3-1

Γιατί ο δυνατός άνεμος παρασέρνει τις στέγες των σπιτιών;

Ο δυνατός άνεμος όταν συναντά το σπίτι (σχ. 3.12) περνά πάνω από αυτό, με αποτέλεσμα η φλέβα του αέρα να στενεύει στη θέση Σ_2 πάνω από τη στέγη, άρα η ταχύτητά του υ_2 να είναι μεγαλύτερη από τις ταχύτητες υ_1 και υ_3 που έχει στις θέσεις Σ_1 και Σ_3, αντίστοιχα, πριν και μετά απ' αυτήν (εξίσωση συνέχειας).



Σχ.3.12

Επειδή στη θέση Σ_2 η ταχύτητα του ανέμου είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα στις θέσεις Σ_1 και Σ_3 , σύμφωνα με το νόμο του Bernoulli η πίεση στο Σ_2 θα είναι μικρότερη από αυτήν στις θέσεις Σ_1 και Σ_3. Η πίεση πάνω από τη στέγη θα είναι ακόμη μικρότερη από αυτήν που επικρατεί στο εσωτερικό του σπιτιού όπου ο αέρας είναι ακίνητος. Η ισορροπία δυνάμεων που διατηρεί τη στέγη στη θέση της διαταράσσεται, με αποτέλεσμα η στέγη να τείνει να ανυψωθεί.

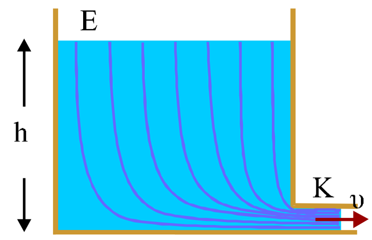
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3-2

Θεώρημα Torricelli (Υπολογισμός ταχύτητας εκροής υγρού από ανοικτό δοχείο)

Έστω ότι έχουμε το δοχείο του σχήματος 3.13 στη βάση του οποίου υπάρχει στόμιο εκροής.

Εφαρμόζουμε το νόμο του Bernoulli για τις θέσεις Ε (ελεύθερη επιφάνεια) και Κ (στόμιο εκροής):

$$p_E + \frac{1}{2}\rho \upsilon_E^2 + \rho g h = p_K + \frac{1}{2}\rho \upsilon_K^2 + 0 \qquad (3.14)$$



Σχ. 3.13

Η πίεση τόσο στην ελεύθερη επιφάνεια όσο και στο σημείο εξόδου είναι η ατμοσφαιρική, δηλαδή :

$$p_E = p_K = p_{at} \qquad (3.15)$$

Η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του υγρού μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα συγκριτικά με την ταχύτητα με την οποία ρέει το νερό στο Κ

$$\upsilon_E = 0 \qquad (3.16)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις (3.15) και (3.16) και επιλύοντας την (3.14) ως προς υ_K βρίσκουμε

$$\upsilon_K = \sqrt{2gh}$$

που αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του **θεωρήματος του Torricelli** (Τορικέλι).

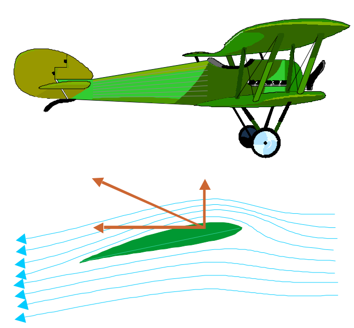
Η ταχύτητα εκροής υγρού από στόμιο που βρίσκεται σε βάθος *h* από την ελεύθερη επιφάνειά του είναι ίση με την ταχύτητα που θα είχε το υγρό αν έπεφτε ελεύθερα από ύψος *h*.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3-3

Ποια δύναμη ανυψώνει τα αεροπλάνα;

Οι πτέρυγες των αεροπλάνων είναι έτσι σχεδιασμένες ώστε, όταν κινούνται, οι ρευματικές γραμμές του αέρα να παρουσιάζουν πύκνωση στο επάνω μέρος τους και αραίωση στο κάτω (σχ. 3.14).

Η πίεση στο άνω μέρος των πτερύγων είναι μικρότερη από αυτήν στο κάτω μέρος. Η δύναμη που δέχονται οι πτέρυγες λόγω αυτής της διαφοράς πίεσης λέγεται **αεροδύναμη** ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα της λέγεται **δυναμική άνωση.**


Σχ. 3.14

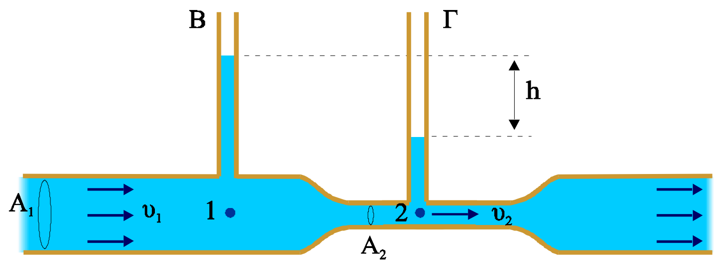
Οι πιέσεις που αναπτύσσονται είναι συνάρτηση της ταχύτητας του ρευστού, στην περίπτωσή μας του αέρα, ή, αν το δούμε αντίστροφα, της ταχύτητας του αεροπλάνου ως προς τον αέρα.

Αν η ταχύτητα του αεροπλάνου είναι τέτοια ώστε η δυναμική άνωση που προκύπτει να είναι μεγαλύτερη από το βάρος του αεροπλάνου, το αεροπλάνο ανυψώνεται.

Στην πραγματικότητα το φαινόμενο είναι πολυπλοκότερο. Η ροή του αέρα πάνω και κάτω από τις πτέρυγες είναι τυρβώδης και για να υπολογισθεί ακριβέστερα η δυναμική άνωση απαιτούνται πολύπλοκοι υπολογισμοί.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-3

Το ροόμετρο του Ventouri. Το σχήμα 3.15 δείχνει μία διάταξη που χρησιμεύει για τη μέτρηση της ταχύτητας ροής σε ένα σωλήνα. Αν είναι γνωστές οι διατομές A_1 και A_2, του σωλήνα και η υψομετρική διαφορά *h* στη στάθμη των δύο κατακόρυφων ανοιχτών σωλήνων Β και Γ, να βρεθεί η ταχύτητα ροής στην περιοχή του σωλήνα που έχει διατομή A_1.



Σχ. 3.15

Απάντηση :

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1 και 2 που βρίσκονται στο ίδιο ύψος έχουμε

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \qquad (3.17)$$

Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε ότι

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \quad \text{ή} \quad \upsilon_2 = \frac{A_1}{A_2}\upsilon_1 \qquad (3.18)$$

Αντικαθιστώντας την (3.18) στην (3.17) έχουμε

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\frac{A_1^2}{A_2^2}\upsilon_1^2 \quad \text{ή} \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) \qquad (3.19)$$

Όμως $$p_1 = p_{at} + \rho g h_1 \quad \text{και} \quad p_2 = p_{at} + \rho g h_2 \qquad (3.20)$$

όπου h_1 το ύψος της στήλης του νερού πάνω από το σωλήνα μετρημένο από το σημείο 1 και h_2 το ύψος της στήλης του νερού μετρημένο από το σημείο 2.

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (3.20) παίρνουμε

$$p_1 - p_2 = \rho g(h_1 - h_2) = \rho g h \qquad (3.21)$$

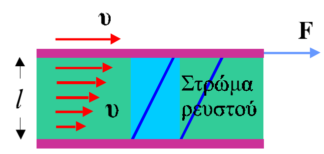
Αντικαθιστώντας στην (3.19) την (3.21)

βρίσκουμε $$\rho g h = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) \quad \text{και τελικά} \quad \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}}$$

3-6 Η ΤΡΙΒΗ ΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ

Μέχρι τώρα θεωρήσαμε ότι τα ρευστά ρέουν χωρίς να αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής στο εσωτερικό τους, δηλαδή δυνάμεις που να αντιτίθενται στην κίνηση ενός τμήματος του ρευστού ως προς ένα άλλο τμήμα του. Στα πραγματικά ρευστά οι δυνάμεις αυτές υπάρχουν κι έχουν πολύ σημαντικές πρακτικές εφαρμογές, όπως για παράδειγμα στη λίπανση των τμημάτων μιας μηχανής που θα ήταν αδύνατη αν το λιπαντικό δεν παρουσίαζε κατά τη ροή του τέτοιες δυνάμεις.

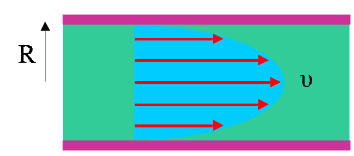
Η εσωτερική τριβή μέσα σ' ένα ρευστό ονομάζεται ιξώδες.



Σχ. 3.16 Στρώμα υγρού που περιέχεται μεταξύ δύο γυάλινων οριζόντιων πλακών, από τις οποίες η κάτω είναι ακίνητη ενώ η επάνω κινείται με ταχύτητα *υ*.

Ας θεωρήσουμε δύο γυάλινες οριζόντιες πλάκες εμβαδού *A* όπως στο σχήμα 3.16. Σταθεροποιούμε την κάτω πλάκα και απλώνουμε πάνω της ένα στρώμα από μέλι πάχους *l*. Στη συνέχεια τοποθετούμε τη δεύτερη πλάκα πάνω στο μέλι και τη μετακινούμε με σταθερή ταχύτητα *υ* σε σχέση με την κάτω ακίνητη πλάκα. Διαπιστώνουμε ότι για να συνεχιστεί η κίνηση απαιτείται να ασκηθεί κάποια δύναμη *F*. Η δύναμη αυτή απαιτείται για να αντισταθμίσει τις τριβές (ιξώδες), που αναπτύσσονται μεταξύ των στρωμάτων του μελιού που κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο.

Βλέπουμε ότι το ανώτερο στρώμα έχει προσκολληθεί στην πάνω πλάκα και κινείται με ταχύτητα *υ* ενώ το κατώτερο έχει προσκολληθεί στην κάτω πλάκα και παραμένει ακίνητο. Όλα τα ενδιάμεσα στρώματα έχουν ταχύτητες διαφορετικές μεταξύ τους, που αυξάνουν σταδιακά από 0 έως *υ* καθώς πηγαίνουμε από την κάτω πλάκα προς την πάνω.



Σχ. 3.17 Διάγραμμα ταχυτήτων για ένα ρευστό σε κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας R.

Εάν αντικαταστήσουμε το μέλι με ένα άλλο ρευστό που ρέει ευκολότερα, για παράδειγμα το λάδι, διαπιστώνουμε ότι η δύναμη που πρέπει να ασκούμε στην πάνω πλάκα για να διατηρείται η ταχύτητά της σταθερή είναι μικρότερη. Επίσης η δύναμη είναι μικρότερη εάν, για το ίδιο ρευστό, μεταξύ των πλακών αυξήσουμε το πάχος του *l*. Αντίθετα η δύναμη γίνεται μεγαλύτερη αν οι επιφάνειες των πλακών είναι μεγαλύτερες ή αν επιχειρήσουμε να μετακινήσουμε την πάνω πλάκα με μεγαλύτερη ταχύτητα.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της δύναμης *F* δίνεται από τη σχέση

$$F = \eta A \frac{\upsilon}{l} \qquad (3.22)$$

Ο συντελεστής η είναι χαρακτηριστικός κάθε ρευστού ονομάζεται **συντελεστής ιξώδους** και όπως φαίνεται και από την (3.22), στο S.I., μετριέται σε $N \cdot s / m^2$. Στην πράξη ο συντελεστής ιξώδους μετριέται σε **poise** (πουάζ) $\left(1P = 1 dyn \cdot s / cm^2\right)$.

Παρακάτω παραθέτουμε έναν πίνακα με το συντελεστή ιξώδους διαφόρων ρευστών.

Ρευστό	**θ (^{o}C)**	**Συντελεστής Ιξώδους η (Ns/m^2)**
Νερό	20	$1{,}0 \times 10^{-3}$
Νερό	100	$0{,}3 \times 10^{-3}$
Αίμα	37	$2{,}7 \times 10^{-3}$
Γλυκερίνη	20	830×10^{-3}
Μηχανέλαιο (δεκάρι)	30	250×10^{-3}

Πρέπει να πούμε ότι δεν υπακούουν όλα τα ρευστά στην εξίσωση (3.22). Δεν υπάρχει σε όλα τα ρευστά γραμμική αναλογία ανάμεσα στην εσωτερική τριβή που παρουσιάζουν κατά τη ροή τους και την ταχύτητα ροής. Τα ρευστά που υπακούουν στην (3.22) τα ονομάζουμε ***νευτώνεια ρευστά***.

Το αίμα παρουσιάζει κάποια ενδιαφέρουσα ιδιαιτερότητα. Το αίμα είναι ένα αιώρημα στερεών σωματιδίων μέσα σε υγρό. Καθώς αυξάνει η ταχύτητα ροής, για να μην αυξηθούν υπέρμετρα οι εσωτερικές τριβές, τα σωματίδια παραμορφώνονται και προσανατολίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να διευκολύνουν τη ροή.

ΣΥΝΟΨΗ

Τα υγρά και τα αέρια τα ονομάζουμε με έναν όρο ρευστά.

Συμπιεστά λέγονται τα ρευστά των οποίων η πυκνότητα μεταβάλλεται αν μεταβληθεί η πίεση τους για δεδομένη θερμοκρασία.

Ασυμπίεστα λέγονται τα ρευστά των οποίων η πυκνότητα δε μεταβάλλεται αν μεταβληθεί η πίεσή τους πάλι για μια δεδομένη θερμοκρασία.

Η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του. **(Νόμος του Pascal)**.

Η πίεση στο εσωτερικό ενός ακίνητου ρευστού σε σχέση με το βάθος από την ελεύθερη επιφάνειά του δίνεται από την εξίσωση

$$p = p_{at} + \rho g h$$

Ένα ρευστό θα θεωρείται **ιδανικό**

1. Αν κινείται χωρίς εσωτερικές τριβές και τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα που το περιορίζει.
2. Αν το ρευστό είναι ασυμπίεστο.

Για όλα τα σημεία μιας φλέβας ρευστού η παροχή είναι σταθερή**.**

$$A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$$ **(εξίσωση συνέχειας)**

Η εξίσωση συνέχειας εκφράζει την αρχή διατήρησης της ύλης στο ρευστό.

Το άθροισμα της πίεσης, της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου και της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου έχει την ίδια σταθερή τιμή σε οποιοδήποτε σημείο της ρευματικής γραμμής.

$$p + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 + \rho g y = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$ **(εξίσωση του Bernoulli)**

Η εξίσωση του Bernoulli αποτελεί έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ρευστών.

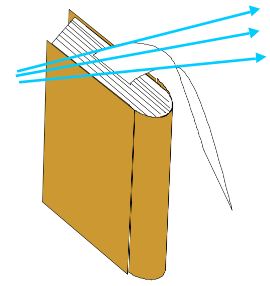
Η εσωτερική τριβή ενός ρευστού ονομάζεται **ιξώδες.**
Το μέτρο της συνισταμένης των εσωτερικών τριβών που αναπτύσσονται στο ρευστό κατά τη ροή του δίνεται από τη σχέση

$$F = \eta A \frac{\upsilon}{l}$$

όπου η συντελεστής ιξώδους.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Κρατήστε στα χέρια σας δύο φύλλα χαρτιού ώστε να κρέμονται κατακόρυφα, με τις επιφάνειές τους παράλληλες. Φυσήξτε ανάμεσά τους. Θα τα δείτε να πλησιάζουν. Πώς εξηγείται το φαινόμενο;

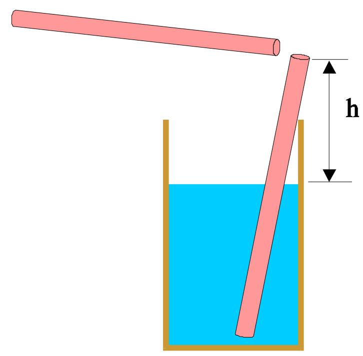


Σχ. 3.18

2. Τοποθετήστε την άκρη μίας χάρτινης λουρίδας ανάμεσα στις σελίδες ενός βιβλίου. Κρατήστε το βιβλίο όπως στο σχήμα 3.18 και φυσήξτε με δύναμη πάνω από τη χάρτινη λουρίδα. Η λουρίδα ανυψώνεται και μάλιστα περισσότερο όταν φυσάμε πιο δυνατά. Τι εξήγηση δίνετε;

3. Στην άκρη ενός νήματος στερεώστε ένα μπαλάκι του πινγκ-πονγκ. Κρατώντας την άλλη άκρη του σχοινιού πλησιάστε το μπαλάκι κοντά στο νερό μιας βρύσης. Το μπαλάκι κινείται προς τη μεριά της φλέβας του νερού; Πώς εξηγείται αυτό;

4. Τοποθετήστε ένα καλαμάκι μέσα σε ένα ποτήρι με νερό (σχ. 3.19). Με ένα άλλο καλαμάκι φυσήξτε στη πάνω άκρη του πρώτου. Θα προκληθεί ψεκασμός. Πώς εξηγείται το φαινόμενο;
Είναι το ίδιο εύκολος ο ψεκασμός όποια και αν είναι η απόσταση h; Ελέγξτε το πειραματικά. Πώς το αιτιολογείτε;



Σχ. 3.19

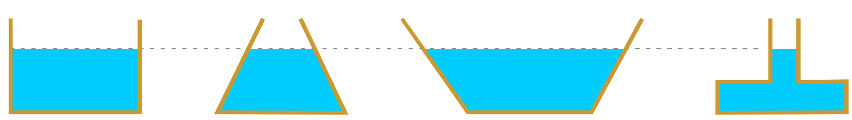
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Υδροστατική πίεση – αρχή του Pascal

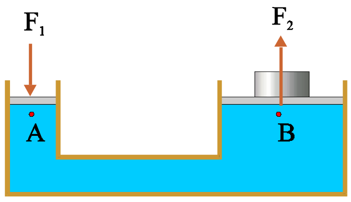
3.1 Συμπληρώστε τα κενά :
Ασυμπίεστο χαρακτηρίζεται ένα ρευστό στο οποίο η …………… του δε μεταβάλλεται όταν μεταβάλλεται η ……………. του. Στην πράξη ασυμπίεστα ρευστά θεωρούμε τα ………….

3.2 Για ποιο λόγο τα φράγματα στις τεχνητές λίμνες κατασκευάζονται σχετικά λεπτά στην κορυφή τους και πολύ φαρδιά στη βάση τους;

3.3 Στο σχήμα 3.20 φαίνονται τέσσερα δοχεία της ίδιας βάσης.
α) Ποιο δοχείο περιέχει περισσότερο υγρό;
β) Συγκρίνατε τις πιέσεις στον πυθμένα των δοχείων.



Σχ. 3.20



Σχ. 3.21

3.4 Στο σχήμα 3.21 φαίνεται ένα υδραυλικό πιεστήριο (αρχή). Ασκούμε στο μικρό έμβολο δύναμη μέτρου F_1.

1) Η πίεση στα σημεία Α και Β του υγρού θα αυξηθεί α) κατά το ίδιο ποσό β) περισσότερο στο Α γ) περισσότερο στο Β.

2) Το μέτρο της δύναμης $\mathbf{F_2}$ που θα ασκήσει το υγρό στο μεγάλο έμβολο θα είναι α) ίσο με F_1 β) μεγαλύτερο από F_1 γ) μικρότερο από F_1.

3) Το έργο της $\mathbf{F}_2$ θα είναι α) ίσο με το έργο της $\mathbf{F}_1$ β) μεγαλύτερο από το έργο της $\mathbf{F}_1$ γ) μικρότερο από το έργο της $\mathbf{F}_1$.

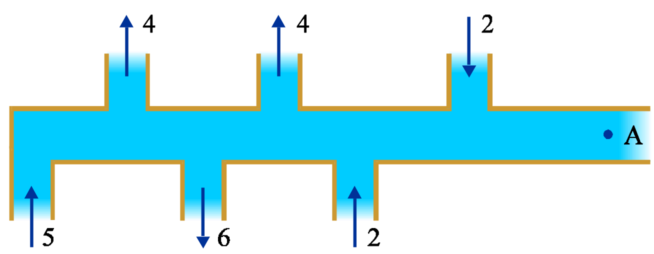
Επιλέξτε τις σωστές προτάσεις.

Η εξίσωση της συνέχειας

3.5 Συμπληρώστε τις λέξεις που λείπουν :
Ένα ρευστό χαρακτηρίζεται ιδανικό αν δεν εμφανίζει ………… τριβές και …………… με τα τοιχώματα του σωλήνα που το περιέχει. Επίσης πρέπει να είναι ……………….

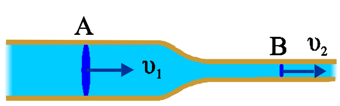
3.6 Η φλέβα του νερού της βρύσης γίνεται στενότερη καθώς πέφτει. Εξηγήστε γιατί συμβαίνει αυτό.

3.7 Στο σχήμα 3.22 δίνονται οι παροχές (σε m^3/s) και οι κατευθύνσεις στις οποίες κινείται το υγρό σε ορισμένες περιοχές του σωλήνα. Ποια είναι η παροχή του σωλήνα και η κατεύθυνση στην οποία κινείται το υγρό στην περιοχή του σημείου Α;



Σχ. 3.22

3.8 Ένα ποτάμι έχει σταθερό πλάτος. Εξηγήστε γιατί όπου το ποτάμι είναι ρηχό το νερό κινείται πιο γρήγορα. Η παροχή του ποταμού σε μια τέτοια περιοχή είναι μεγαλύτερη από την παροχή του σε περιοχές που το βάθος είναι μεγαλύτερο;



Σχ. 3.23

3.9 Η διατομή του σωλήνα στην περιοχή Α είναι τετραπλάσια της διατομής του στην περιοχή Β.

1) Σε ένα δευτερόλεπτο από τη διατομή Α διέρχονται 8 cm^3. Στον ίδιο χρόνο από τη διατομή Β διέρχονται
α) 8 cm^3 β) 16cm^3 γ) 32 cm^3 δ) 4 cm^3 ε) 2 cm^3.

2) Η ταχύτητα υ_1 του υγρού στην περιοχή Α είναι 10 cm/s. Η ταχύτητα στην περιοχή Β είναι
α) 2,5 cm/s β) 5 cm/s γ) 10 cm/s δ) 20 cm/s ε) 40 cm/s.

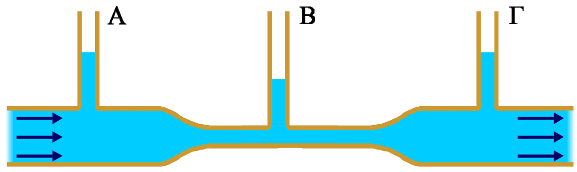
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση σε κάθε περίπτωση.

3.10 Όταν θέλουμε να φτάσει μακριά το νερό που βγαίνει από το λάστιχο του ποτίσματος κλείνουμε με το δάχτυλο μας ένα μέρος της διατομής του ή πιέζουμε την άκρη του. Πώς εξηγείται αυτό;

Η εξίσωση του Bernoulli

3.11 Τα πλοία δεν επιτρέπεται να κινούνται παράλληλα, σε μικρή μεταξύ τους απόσταση, γιατί «το ρεύμα τα σπρώχνει να πλησιάσουν πιο πολύ και υπάρχει κίνδυνος να συγκρουστούν».
Πώς δικαιολογείται αυτή η πρόταση;

3.12 Εξηγήστε γιατί η στάθμη του νερού στο σωλήνα Β είναι πιο χαμηλά από ό,τι στους σωλήνες Α και Γ.

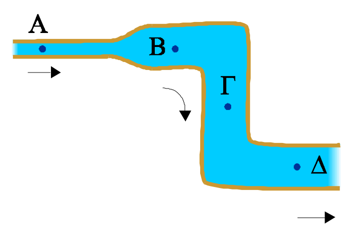


Σχ. 3.24

3.13 Γιατί οι πιλότοι προτιμούν να απογειώνουν τα αεροπλάνα αντίθετα στον άνεμο;

3.14 Ένα αεροπλάνο που πετάει με σταθερή οριζόντια ταχύτητα σε ύψος h δέχεται δυναμική άνωση A_1. Το ίδιο αεροπλάνο όταν πετάει με την ίδια ταχύτητα σε ύψος $2h$ δέχεται δυναμική άνωση A_2 για την οποία ισχύει: α) $A_1 < A_2$ β) $A_1 = A_2$ γ) $A_1 > A_2$.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

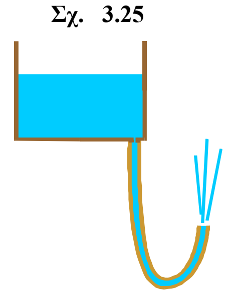
3.15 Το σχήμα παριστάνει ένα σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει νερό. Ταξινομήστε τα σημεία Α,Β, Γ και Δ κατά τη σειρά με την οποία
α) αυξάνεται η ταχύτητα ροής του νερού.
β) αυξάνεται η πίεση.



Σχ. 3.25

3.16 Συμπληρώστε τις προτάσεις :
Σύμφωνα με το νόμο του Bernoulli το άθροισμα της πίεσης, της …………… ….. ενέργειας και …. …………….. ενέργειας ανά μονάδα όγκου έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής. Ο νόμος του Bernoulli είναι έκφραση της αρχής ……………. ……. …………….. στα ρευστά.

3.17 Μέχρι ποιο ύψος θα φτάσει ο πίδακας του νερού; Θεωρήστε ότι η επιφάνεια του νερού στο δοχείο είναι πολύ μεγάλη και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.. Αιτιολογήστε την απάντηση σας.



Σχ. 3.26

Νόμος του Pascal – Υδροστατική πίεση

3.18 Το μικρό έμβολο υδραυλικού ανυψωτήρα που χρησιμοποιείται για την ανύψωση αυτοκινήτων έχει διατομή εμβαδού 3 cm^2 ενώ το μεγάλο έχει διατομή εμβαδού 200 cm^2. Πόση δύναμη πρέπει να ασκηθεί στο μικρό έμβολο ώστε το μεγάλο να ανυψώσει ένα αυτοκίνητο βάρους 10000 N;
[Απ : 150 N]

Εξίσωση συνέχειας

3.19 Η ταχύτητα με την οποία ρέουν τα νερά ενός ποταμού σταθερού πλάτους σε ένα σημείο όπου το μέσο βάθος είναι $h_1 = 1{,}5\,m$, είναι $\upsilon_1 = 1{,}3\ m/s$. Πόσο είναι το μέσο βάθος σ' ένα άλλο σημείο όπου τα νερά τρέχουν με ταχύτητα $\upsilon_2 = 0{,}3\ m/s$;
[Απ : 6,5 m]

3.20 Η παροχή ενός πυροσβεστικού κρουνού είναι $0{,}012\ m^3/s$. Το λάστιχο της πυροσβεστικής καταλήγει στο ελεύθερο του άκρο σ' ένα στένωμα εσωτερικής διαμέτρου $2{,}2\ cm$. Με τι ταχύτητα εκτοξεύεται το νερό από το στένωμα;
[Απ : $31{,}6\ m/s$]

Εξίσωση του Bernoulli

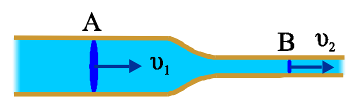
3.21 Από το πλευρικό άνοιγμα μιας ανοιχτής δεξαμενής βγαίνει νερό με ταχύτητα 8,86 m/s. Με πόση ταχύτητα θα βγαίνει αν η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια γίνει 2 atm; Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho = 10^3\,kg/m^3$ και ότι $1\,atm = 1{,}033\times10^5\ Pa$.
[Απ : 16,76 m/s]

3.22 Κατά τη διάρκεια καταιγίδας ο αέρας κινείται πάνω από τη στέγη ενός σπιτιού με ταχύτητα 108 km/h. Ποια η διαφορά στην πίεση κάτω και πάνω από τη στέγη; Υπολογίστε την ανυψωτική δύναμη που δέχεται η στέγη. Η στέγη είναι επίπεδη και έχει εμβαδόν A=100 m^2. Θεωρήστε την πυκνότητα του αέρα σταθερή και ίση με 1,2 kg/m^3.
[Απ : $540\,Pa$, $54\times10^3\ N$]

3.23 Η φλέβα του νερού της βρύσης γίνεται στενότερη καθώς το νερό πέφτει. Η διατομή της φλέβας είναι A_1=1,2 cm^2 κοντά στο στόμιο της βρύσης και A_2=0,4 cm^2 σε απόσταση h=4 cm από αυτό. Υπολογίστε την παροχή της βρύσης. Δίνεται g=10m/s^2.
[Απ: $1{,}2\sqrt{10}\times10^{-5}$ m^3/s]

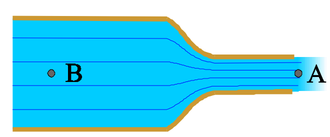
3.24 Ανοικτή δεξαμενή που περιέχει νερό έχει στο πλευρικό τοίχωμά της, σε βάθος $h = 1{,}8\ m$ κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, βρύση διατομής $A = 0{,}5\ cm^2$. Πόση ώρα χρειάζεται για να γεμίσουμε ένα δοχείο όγκου 1 L από τη βρύση; Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.
[Απ : 3,33 s]

3.25 Νερό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα (σχ. 3.27). Η διατομή του σωλήνα στη θέση Α είναι A_1=10^{-2} m^2 και στη θέση Β γίνεται A_2=A_1/2. Η παροχή του σωλήνα είναι Π=2×10^{-2} m^3/s. Να βρείτε τη διαφορά της πίεσης του νερού ανάμεσα στα σημεία Α και Β. Δίνεται η πυκνότητα του νερού ρ=10^3 kg/m^3.
[Απ: 6000 Pa]



Σχ. 3.27

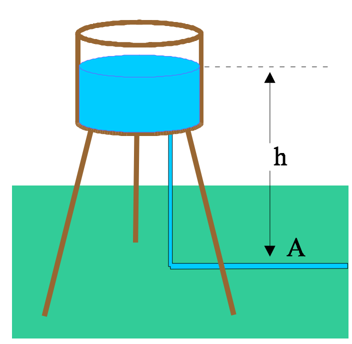
3.26 Νερό που κινείται μέσα σε οριζόντιο σωλήνα (σχ. 3.28) βγαίνει από το άκρο Α με ταχύτητα υ_2=10 m/s. Το εμβαδόν διατομής του σωλήνα στα σημεία Α και Β είναι 16 cm^2 και 20 cm^2, αντίστοιχα.
α) Πόσα m^3 νερού δίνει ο σωλήνας σε μία ώρα;
β) Ποια η πίεση στο σημείο Β;
Η πυκνότητα του νερού είναι ρ=10^3 kg/m^3. Θεωρήστε ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι 10^5 Pa.
[Απ: 57,6 m^3, 118 kPa]



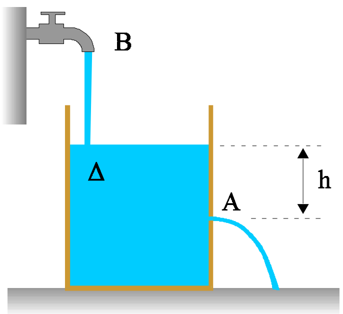
Σχ. 3.28

3.27 Μια αντλία χρησιμοποιείται για την άντληση νερού από πηγάδι βάθους 5m. Το νερό βγαίνει από την αντλία με σωλήνα διατομής 10 cm^2 και με ταχύτητα υ=20 m/s. Υπολογίστε την ισχύ της αντλίας. Δίνεται η πυκνότητα του νερού ρ=10^3 kg/m^3 και $g = 10\ m/s^2$.
[Απ: 5kW]

3.28 Μια ανοιχτή δεξαμενή νερού, μεγάλου όγκου, βρίσκεται ψηλά πάνω από το έδαφος(σχ. 3.29). Όταν χρησιμοποιούμε το νερό της δεξαμενής η ταχύτητα του νερού, σε κάποιο σημείο Α, στο σωλήνα που βρίσκεται στο έδαφος είναι υ=12 m/s. Υπολογίστε την πίεση στο σημείο Α. Δίνεται ότι η στάθμη του νερού βρίσκεται σε ύψος h=10 m πάνω από το έδαφος. Η πυκνότητα του νερού είναι ρ=10^3 kg/m^3 , η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ατμοσφαιρική πίεση 10^5 Pa.
[Απ: 128×10^3 Pa]



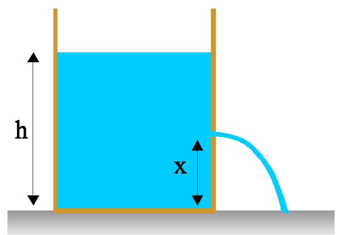
Σχ. 3.29



Σχ. 3.30

3.29 Στο δοχείο Δ πέφτει συνέχεια νερό από τη βρύση Β (σχ. 3.30). Το δοχείο δε μπορεί να γεμίσει επειδή χύνεται νερό από το πλευρικό άνοιγμα Α. Αν η παροχή της βρύσης είναι 22 cm^3/s και το εμβαδόν του ανοίγματος 1 cm^2, να βρείτε σε ποιο ύψος h πάνω από το σημείο Α θα σταθεροποιηθεί η ελεύθερη επιφάνεια. Δίνεται g=10 m/s^2.
[Απ: 24,2 cm]

3.30 Ένα δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα (σχ. 3.31) περιέχει νερό μέχρι ύψος h. Σε ποιο ύψος (x) από τον πυθμένα πρέπει να τρυπήσουμε το δοχείο, ώστε η φλέβα που θα δημιουργηθεί να συναντά το έδαφος στη μεγαλύτερη δυνατή απόσταση από τη βάση του δοχείου;
[Απ: $x=h/2$]



Σχ. 3.31

3.31 Ποσότητα νερού είναι αποθηκευμένη σε ανοικτό κυλινδρικό δοχείο. Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι $h=1\ m$.Το δοχείο έχει μικρή τρύπα στο πλευρικό του τοίχωμα και σε απόσταση $20\ cm$ κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Να υπολογίσετε:

α) Την ταχύτητα με την οποία βγαίνει το νερό από την τρύπα.

β) Πόσο απέχει από το δοχείο το σημείο του δαπέδου στο οποίο φτάνει η φλέβα του νερού.

γ) Σε ποιο ύψος από τη βάση του δοχείου πρέπει να ανοιχτεί δεύτερη τρύπα στο πλευρικό τοίχωμα ώστε η φλέβα του νερού που θα βγαίνει από αυτή να πέφτει στο ίδιο σημείο με την προηγούμενη.

δ) Σε ποιο ύψος από τη βάση του κυλίνδρου πρέπει να ανοίξουμε τρύπα ώστε η φλέβα του νερού να φτάνει στο δάπεδο στη μεγαλύτερη δυνατή απόσταση από το δοχείο.

Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

[Απ : $2\ m/s$, 0,8 m , 0,2 m , 0,5 m]