

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup>  
ΡΕΥΣΤΑ

ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Τα φυσικά φαινόμενα δεν αφορούν μόνο στερεά σώματα. Βέβαια, η παρουσία και η συμμετοχή των στερεών είναι καταλυτική, αφού η σταθερότητα στη δομή και στη συμπεριφορά τους ρυθμίζει την πλειονότητα των φυσικών εξελίξεων.

Εκτός από τα στερεά, καθοριστικό ρόλο σε όλα όσα συμβαίνουν γύρω μας παίζουν τα σώματα που ονομάζουμε **ρευστά**. Είναι όσα δεν έχουν ταυτόχρονα και τις τρεις παρακάτω ιδιότητες:

- σταθερό σχήμα
- σταθερό όγκο
- ελεύθερη επιφάνεια.

“Τα πάντα ρει”. (Ηράκλειτος)

“Η κατάσταση είναι ρευστή”. (Από τις εφημερίδες)

Μια από τις παραπάνω ιδιότητες αν λείπει από κάποιο σώμα, σημαίνει ότι το σώμα ανήκει στην κατηγορία των ρευστών. Οι κυριότερες κατηγορίες των ρευστών είναι:

α) Τα υγρά:

- Έχουν μεταβλητό σχήμα, αφού προσαρμόζονται στο σχήμα του δοχείου που τα περιέχει. Γι’ αυτό λέμε ότι τα υγρά εμφανίζουν **ελαστικότητα σχήματος**.
- Έχουν (σχεδόν) σταθερό όγκο, αφού, για να τον μεταβάλουμε πρέπει να καταβάλουμε πολύ μεγάλη προσπάθεια. Γι’ αυτό λέμε ότι τα υγρά είναι **ασυμπίεστα** στην πράξη.
- Έχουν ελεύθερη επιφάνεια.

β) Τα αέρια:

- Έχουν μεταβλητό σχήμα, ανάλογο με τον αντίστοιχο του δοχείου που τα δέχεται.
- Έχουν μεταβλητό όγκο, ίδιο πάντα με εκείνο του δοχείου που τα περιέχει. Γι’ αυτό λέμε ότι τα αέρια εμφανίζουν **ελαστικότητα όγκου**.
- Δεν παρουσιάζουν ελεύθερη επιφάνεια.

Ας αναρωτηθούμε για λίγο: Τι θα συνέβαινε, αν τα υγρά είχαν ελαστικότητα όγκου; Αν δηλαδή μπορούσαμε εύκολα να αλλάξουμε τον όγκο υγρού με δεδομένη μάζα. Θα ήταν σωστό, τότε, να γίνονται οι αγοραπωλησίες των κανσίων, π.χ., με βάση τον όγκο (lit) τους;

Όσον αφορά τα παραπάνω χαρακτηριστικά των ρευστών πρέπει να επισημανθούν τα εξής:

- Οι διαφορές των ρευστών (ανάμεσα στα υγρά και στα αέρια) και οι

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

διαφορές τους με τα στερεά βασίζονται αποκλειστικά στην κατασκευή (δομή) της ύλης. Ανάλυση για όλα αυτά έγινε στο κεφάλαιο 2. Εδώ θα επαναλάβουμε απλώς τα βασικά.

- Στα στερεά η διάταξη των ατόμων είναι κανονική και μόνιμη. Έχουν, γι' αυτό το λόγο, σταθερό σχήμα και όγκο.
- Στα υγρά υπάρχει κάποια διάταξη ατόμων αρκετά χαλαρή, ώστε εύκολα να της αλλάζουμε σχήμα, και αρκετά ισχυρή, ώστε πολύ δύσκολα να μεταβάλλουμε τον όγκο της.
- Στα αέρια υπάρχει αταξία. Τα άτομα ή τα μόριά τους κινούνται σχεδόν ελεύθερα, και κάθε προσπάθεια “χειραγώγησης” του όγκου ή του σχήματός τους αποδεικνύεται μάταιη.

Η διάκριση των υλικών στις κατηγορίες (στερεά, υγρά και αέρια) συχνά αποδεικνύεται σχετική. Η πίσσα και τα πλαστικά, π.χ., εύκολα ρευστοποιούνται ή στερεοποιούνται, ενώ ο υγρός υδράργυρος (Hg) του θερμομέτρου πέφτει με μορφή μικρών σφαιρών, αν τύχει και σπάσει ο γυάλινος σωλήνας που τον περιέχει.

Υπάρχει και τρίτη κατηγορία ρευστού: το **πλάσμα**. Είναι το αέριο σε πάρα πολύ υψηλές θερμοκρασίες. Τότε τα άτομά του έχουν χάσει όλα τα ηλεκτρόνιά τους. Το πλάσμα εμφανίζεται σε ειδικές ηλεκτρονικές διατάξεις και στον Ήλιο, εκεί όπου τα αέρια συμμετέχουν στις αντιδράσεις σύντηξης (θερμοπυρηνικές). Η κατασκευή της “βόμβας υδρογόνου” από κάπου εδώ ξεκινά...

## 7.1 Η πυκνότητα και το ειδικό βάρος

Η μάζα σώματος θεωρείται χαρακτηριστικό μέγεθος για το ίδιο το σώμα, όχι όμως και για το υλικό από το οποίο αποτελείται. Για να χαρακτηρίσουμε ένα υλικό ως πυκνό ή ως αραιό, χρειαζόμαστε κάποιο μέγεθος διαφορετικό από τη μάζα, το οποίο να μην επηρεάζεται από τις διαστάσεις του αντικειμένου, όπως συμβαίνει με τη μάζα.

Η **πυκνότητα**  $\rho$  του σώματος ορίζεται ως το πηλίκο της μάζας του  $m$  προς τον όγκο  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (7.1)$$

Είναι φανερό ότι η πυκνότητα  $\rho$ :

- Εκφράζει αριθμητικά τη μάζα που αντιστοιχεί στη μονάδα όγκου.
- Είναι κριτήριο για το πόσο πυκνό ή αραιό είναι το υλικό του σώματος. Αυτό, διότι συγκρίνουμε μάζες για ίδιο όγκο των υλικών (το  $1\text{m}^3$  π.χ.).

- Έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το  $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Συνηθισμένη πρακτική μονάδα

είναι το  $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , που ισοδυναμεί με  $10^3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ . (Δείτε γιατί).

- Είναι μονόμετρο μέγεθος.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ**  
**- στατική των ρευστών -**

Η πυκνότητα του υλικού επηρεάζεται, λίγο ή πολύ, από τη θερμοκρασία του. Αυτό είναι πιο έντονο στα ρευστά, ενώ στα στερεά η επίδραση της θερμοκρασίας θεωρείται σχεδόν αμελητέα (εκτός αν πλησιάζουμε τη θερμοκρασία υγροποίησής τους). Στα αέρια, επίσης, η πυκνότητα επηρεάζεται και από την πίεση που δέχονται.

Στον πίνακα 7.1 φαίνονται οι πυκνότητες γνωστών υλικών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1: Πυκνότητες γνωστών (και λιγότερο γνωστών) υλικών**

<b>Α. ΠΟΛΥ ΥΨΗΛΕΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΕΣ</b>		<b>Γ. ΥΛΙΚΑ ΠΥΚΝΟΤΕΡΑ ΑΠΟ ΤΟ ΝΕΡΟ</b>	
<b>Υλικό</b>	<b><math>\rho</math> kg/m<sup>3</sup></b>	<b>Υλικό</b>	<b><math>\rho</math> kg/m<sup>3</sup></b>
Αστέρας νετρονίων	10 <sup>18</sup>	Λευκόχρυσος	21,4 · 10 <sup>3</sup>
Αστέρι “Λευκός νάνος”	10 <sup>10</sup>	Χρυσός	19,3 · 10 <sup>3</sup>
<b>Β. ΥΛΙΚΑ ΑΡΑΙΟΤΕΡΑ ΑΠΟ ΤΟ ΝΕΡΟ</b>		Υδράργυρος	13,6 · 10 <sup>3</sup>
<b>Υλικό</b>	<b><math>\rho</math> kg/m<sup>3</sup></b>	Μόλυβδος	11,3 · 10 <sup>3</sup>
Νερό αποσταγμένο 4°C	1,0 · 10 <sup>3</sup>	Άργυρος	10,5 · 10 <sup>3</sup>
Πάγος	0,92 · 10 <sup>3</sup>	Χαλκός	8,9 · 10 <sup>3</sup>
Βενζίνη	0,90 · 10 <sup>3</sup>	Ορείχαλκος	8,6 · 10 <sup>3</sup>
Οινόπνευμα καθαρό	0,81 · 10 <sup>3</sup>	Ατσάλι	7,8 · 10 <sup>3</sup>
Οξυγόνο (1atm 20°C)	1,93	Σίδηρος	7,8 · 10 <sup>3</sup>
Αέρας (1atm 20°C)	1,2	Αργίλιο	2,7 · 10 <sup>3</sup>
Ήλιο (1atm 20°C)	1,79 · 10 <sup>-1</sup>	Μπετόν	2,0 · 10 <sup>3</sup>
Υδρογόνο (1atm 20°C)	8,99 · 10 <sup>-2</sup>	Γλυκερίνη	1,26 · 10 <sup>3</sup>
		Αίμα	1,06 · 10 <sup>3</sup>
		Θαλασσινό νερό	1,03 · 10 <sup>3</sup>

Όπως φαίνεται από τον πίνακα, η περιοχή τιμών για τις πυκνότητες των υλικών είναι πολύ μεγάλη. Για κάποια υλικά πρέπει να είμαστε επιφυλακτικοί, όταν αξιοποιούμε αυτές τις τιμές της πυκνότητας. Στα στερεά πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι δεν έχουν προσμειξείς ή δεν είναι οξειδωμένα (ειδικά τα μέταλλα). Για τα υγρά προέχει ο έλεγχος της καθαρότητας και της θερμοκρασίας τους. Για τα αέρια, τέλος, επιβάλλεται η μέτρηση των συνθηκών στις οποίες τα χρησιμοποιούμε.

Εκτός από την πυκνότητα, χρήσιμο μέγεθος για τα υλικά είναι και το **ειδικό βάρος**:

$$\varepsilon = \frac{B}{V} \quad (7.2)$$

$B$  = βάρος υλικού,  $V$  = όγκος του.

Το ειδικό βάρος έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με το βάρος. Μεταβάλλεται, δηλαδή, με το γεωγραφικό πλάτος και με το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται το σώμα (μιλάμε για αξιόλογες μεταβολές υψομέτρου).
- Είναι μέγεθος διανυσματικό.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ**  
**- στατική των ρευστών -**

- Έχει μονάδα μέτρησης, στο S.I., το  $1 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$  και αντίστοιχη πρακτική

το  $1 \frac{\text{P}}{\text{cm}^3} \cdot (1 \frac{\text{P}}{\text{cm}^3} = 9,81 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}, \text{ με } g=9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} )$ .

- Συνδέεται με την πυκνότητα, αφού:  $\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{mg}{V}$

ή

$$\varepsilon = \rho \cdot g$$

(7.3)

Η σχέση (7.3) δείχνει ότι το ειδικό βάρος δεν μπορεί να θεωρηθεί χαρακτηριστικό μέγεθος για το υλικό, αφού εξαρτάται και από την τιμή του  $g$ .

**Επισημάνσεις:** Για το ειδικό βάρος αξίζει να προσέξουμε ότι γίνεται μέγεθος ίσης αξίας με την πυκνότητα, αν είμαστε σε θέση να θεωρήσουμε σταθερό το  $g$  (είμαστε στον ίδιο τόπο ή μετατοπιζόμαστε σε μικρό ύψος ή σε γειτονικό τόπο). Δοκιμάστε να αποδείξετε ότι οι τιμές της πυκνότητας  $\rho$  του παραπάνω πίνακα (σε  $\text{kg/m}^3$ ) αντιστοιχούν σε ίσες τιμές (σε  $\text{kp/m}^3$ ) για το ειδικό βάρος.

Το αποσταγμένο νερό, π.χ., στους  $4^\circ\text{C}$  έχει:  $\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (ή  $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  )

και ειδικό βάρος:  $\varepsilon = 10^3 \frac{\text{kp}}{\text{m}^3}$  (ή  $1 \frac{\text{P}}{\text{cm}^3}$  ).

(Θυμηθείτε κάτι: το βάρος σώματος σε  $\text{kp}$  και η μάζα του σε  $\text{kg}$  είναι αριθμητικά ίσα...)

**Η πυκνότητα και ο έλεγχος κανοσίμων:** Αξιοποιήστε το ρόλο της πυκνότητας, για να μη σας ξεγελάνε. Μιμηθείτε εκείνον τον ιδιοκτήτη μονοκατοικίας που παραγγείλε 1tn πετρέλαιο θέρμανσης για το καλοριφέρ. Η δεξαμενή του πετρελαίου είναι κυβική με ακμή 1,2m. Προτού φτάσει το βυτιοφόρο, ο πελάτης βύθισε κατακόρυφα ξύλινο πήχυν στη δεξαμενή. Το βρεγμένο κομμάτι του ξύλου μετρήθηκε ίσο με 16cm στο ύψος. Μετά το τέλος της παροχής και πριν από την πληρωμή, ο πελάτης έκανε την ίδια κίνηση και μέτρησε το νέο ύψος του βρεγμένου ξύλου: 90cm. Δεχτείτε για το πετρέλαιο πυκνότητα ίση με της βενζίνης του πίνακα 7.1 και βρείτε αν τα 1000kg που του ανακοίνωσε ότι έβαλε ο ιδιοκτήτης βυτιοφόρου είναι σωστά. Αν όχι, ποιος ξεγέλασε ποιον, για πόσα kg πετρελαίου διαφορά μιλάμε και για πόσα χρήματα; (Ρωτήστε, για να πληροφορηθείτε, την τιμή ανά tn του πετρελαίου θέρμανσης).

**Μέτρηση της πυκνότητας:** Η πυκνότητα των υλικών υπολογίζεται με έμμεσο και με άμεσο τρόπο.

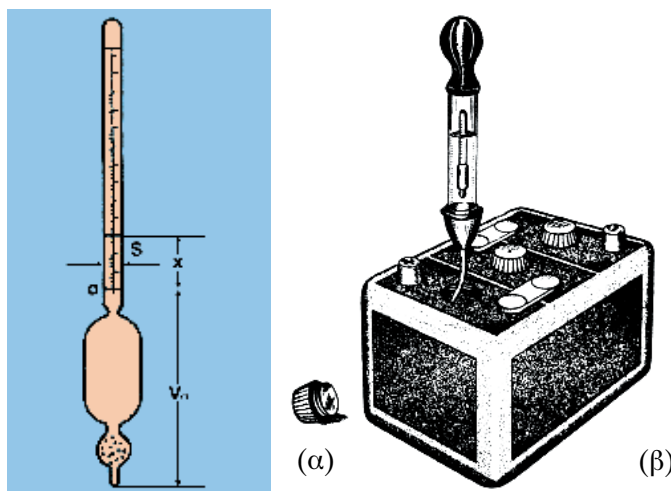
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**Έμμεσα:** Η πυκνότητα μπορεί να βρεθεί με τη βοήθεια της σχέσης (7.1), αφού πρώτα μετρηθούν η μάζα και ο όγκος του σώματος. Η μάζα βρίσκεται με ζύγιση και ο όγκος υπολογίζεται πρακτικά ή γεωμετρικά:

Το **στερεό** βυθίζεται σε υγρό μέσα σε ογκομετρικό σωλήνα. Από τη μετατόπιση της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού βρίσκεται ο όγκος του στερεού. Αν έχει γεωμετρικό σχήμα (κύβου, κυλίνδρου κτλ.), ο όγκος του στερεού υπολογίζεται με τη βοήθεια γεωμετρικών σχέσεων.

Το **ρευστό** τοποθετείται σε δοχείο γνωστής μάζας και όγκου. Η μάζα του ρευστού είναι ίση με τη διαφορά της μικτής μάζας και της αντίστοιχης του άδειου δοχείου (που βρίσκονται, πάλι, με ζύγιση). Ο όγκος του ρευστού είναι ίσος με τον αντίστοιχο του γεμάτου δοχείου. Μπορούμε, επίσης, να χρησιμοποιήσουμε ογκομετρικό σωλήνα. (Για τα αέρια, βέβαια, η ζύγιση δεν είναι πάντα εύκολη, αφού η μάζα τους είναι συνήθως μικρή και η ζυγαριά πρέπει να έχει μεγάλη ακρίβεια. Γι' αυτό υπολογίζουμε τη μάζα, αφού πρώτα μετρήσουμε τις συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας στις οποίες βρίσκεται το αέριο και χρησιμοποιήσουμε την καταστατική εξίσωσή τους. Τα αέρια τα θεωρούμε, τότε, ιδανικά).

**Άμεσα:** Η μέτρηση της πυκνότητας των υγρών γίνεται με τη βοήθεια οργάνων τα οποία, γενικά, λέγονται **πυκνόμετρα**, εικόνα 7.1(α). Για διευκόλυνση, όσα από αυτά αφορούν υγρά ελαφρύτερα του νερού λέγονται **αραιόμετρα**.



Εικόνα 7.1 : Συνηθισμένος τύπος πυκνόμετρου (α)  
και δοκιμαστής υγρών μπαταρίας αυτοκινήτου(β)

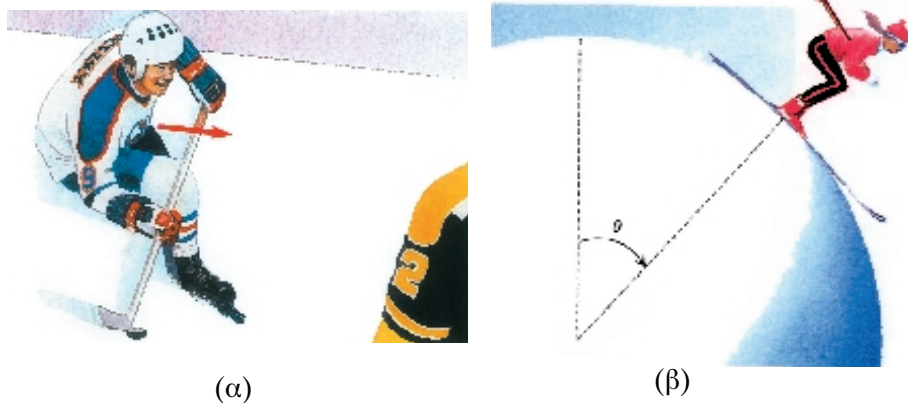
**Σκηνή από τρύγο:** Τα σταφύλια από το καφάσι ρίχνονται σε μεγάλο μεταλλικό κουβά. Ο τρυγητής βυθίζει κατακόρυφα ένα γυάλινο όργανο στα υγρά που βγήκαν από τις λωμένες ρώγες σταφυλιού. Τι προσπαθεί να διαπιστώσει; Έχει σχέση με πυκνόμετρο το όργανο που χρησιμοποιεί; (Άλλα όμοια όργανα είναι το οινοπνευματόμετρο και το γαλακτόμετρο. Υποψιάζεστε τι μετρούν;)

Δείτε στο εικόνα 7.1. (β) το δοκιμαστή υγρών της μπαταρίας του αυτοκινήτου. (Τελικά όλα αυτά τα όργανα έχουν να κάνουν με την πυκνότητα, η οποία, με τη σειρά της, δείχνει την περιεκτικότητα ενός υγρού σε διάλυμα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- η πίεση και τα ρευστά -

## 7.2 Η πίεση και τα ρευστά

Σε προηγούμενες ενότητες ασχοληθήκαμε αναλυτικά με τη δύναμη και με το ρόλο της σχετικά με την αλλαγή της κινητικής κατάστασης και σχετικά με τις παραμορφώσεις των σωμάτων. Υπάρχουν, όμως, πολλά φυσικά φαινόμενα στα οποία η δύναμη μοιάζει ανεπαρκής για την περιγραφή και για την εξήγησή τους. Αυτό συμβαίνει, επειδή η ίδια δύναμη προκαλεί διαφορετικά αποτελέσματα, αν ασκείται σε διαφορετικές επιφάνειες. Ας δούμε, π.χ., τους δυο αθλητές της εικ. 7.2.

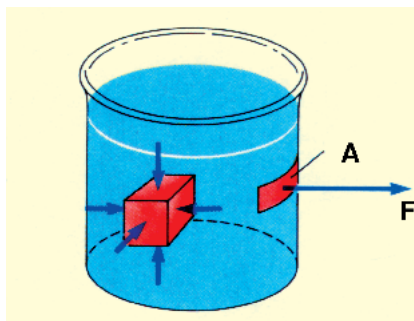


**Εικόνα 7.2: Ο πρώτος αθλητής ασκεί μεγαλύτερη πίεση στο χιόνι από το δεύτερο, αφού στηρίζεται σε μικρότερη επιφάνεια**

Ο πρώτος (αθλητής του χόκεϊ σε πάγο) κινείται φορώντας αθλητικά παπούτσια μικρής επιφάνειας. Ο δεύτερος (χιονοδρόμος) κινείται φορώντας τα ειδικά πέδιλα του σκι μεγάλης επιφάνειας βάσης. Ακόμα και αν οι δυο αθλητές έχουν ίδιο βάρος, η επαφή τους προκαλεί διαφορετικά σημάδια στη χιονισμένη επιφάνεια.

Χρειαζόμαστε, λοιπόν, κάποιο μέγεθος συγγενικό με τη δύναμη. Το μέγεθος αυτό είναι η **πίεση**  $p$ . Ορίζεται ως το πηλίκο της δύναμης που ασκείται κάθετα σε μια (όσο γίνεται μικρή) επιφάνεια  $A$ , προς την επιφάνεια:

$$p = \frac{F}{A} \quad (7.4)$$



**Εικόνα 7.3: Πίεση σε επιφάνεια**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΠΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

Αξιίζει να τονίσουμε ότι:

- Η επιφάνεια πρέπει να είναι τόσο μικρή, ώστε (αν η δύναμη είναι διαφορετική στα διάφορα σημεία της επιφάνειας) να μπορούμε να μιλάμε για συγκεκριμένη τιμή δύναμης.
- Αναφερόμαστε σε δύναμη κάθετη στην επιφάνεια, εικ.7.3., επειδή θεωρούμε ήρεμη την επιφάνεια (πράγμα απαραίτητο στα ρευστά). Μια πλάγια δύναμη, σε σχέση με την επιφάνεια, θα είχε συνιστώσα παράλληλη με αυτήν και η ισορροπία θα ήταν αδύνατη.
- Η πίεση θεωρείται μονόμετρο μέγεθος. (Ο σωστός όρος είναι **τανυστής**).
- Επίσημη μονάδα πίεσης (S.I.) είναι το  $1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ , το οποίο έχει την ονομα-

σία Pascal.  $\left(1\text{Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$ . Πρακτική μονάδα είναι το  $1 \frac{\text{kp}}{\text{m}^2}$ . Εδώ πρέ-

πει να αναφέρουμε την **ατμοσφαιρική** πίεση (με την οποία θα ασχοληθούμε παρακάτω). Είναι η πίεση που ασκείται στην επιφάνεια της Γης λόγω του βάρους της γήινης ατμόσφαιρας. Βρέθηκε ότι κάθε  $1\text{cm}^2$  επιφάνειας δέχεται βάρος  $1,033\text{kp}$  από τον αέρα που μας περιβάλλει. Ονομάσαμε **φυ-**

**σική ατμόσφαιρα** ή, απλά, ατμόσφαιρα (1Atm) την:  $1\text{Atm} = 1,033 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$ .

Για διευκόλυνση στις πράξεις έχουμε εισαγάγει την **τεχνική ατμόσφαιρα** (at) και:  $1\text{at} = 1 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$ . Οι μετεωρολόγοι χρησιμοποιούν την μονάδα Bar, που

είναι ίση με την τεχνική ατμόσφαιρα:  $1\text{bar} = 10^5 \text{Pa}$ . Πιο κάτω θα γνωρίσουμε και άλλες πρακτικές μονάδες πίεσης, που βασίζονται στον υδράργυρο. Εδώ αξίζει ακόμα να αναφέρουμε την αγγλοσαξωνική μονάδα psi (pounds per square inch, λίμπρες ανά τετραγωνική ίντσα), μονάδα κυρίαρχη στα ελαστικά των οχημάτων.

Από τα παραπάνω μπορεί κάποιος να βγάλει χρήσιμα συμπεράσματα, που αφορούν καθημερινές εμπειρίες μας:

- \* Τα κοπτικά εργαλεία (μαχαίρια, ψαλίδια, χλοοκόπτες κτλ.) είναι πολύ διεισδυτικά. Με μικρή δύναμη προκαλείται μεγάλη πίεση, αφού η επιφάνεια επαφής είναι απειροελάχιστη.
- \* Ο αθλητής χόκεϊ της εικ.7.2(α) αφήνει πίσω του αυλάκια στο χιόνι, ενώ ο χιονοδρομός απλές γραμμές. Αυτό συμβαίνει, επειδή στην περίπτωση του αθλητή χόκεϊ η πίεση είναι πολύ μεγαλύτερη. Το βάρος (ας το δεχθούμε ίδιο για τους δύο αθλητές) ασκείται σε μικρότερη επιφάνεια από τον πρώτο και γι' αυτό οι συνέπειες σ' αυτή την περίπτωση είναι εντονότερες.
- \* Όταν λέμε στον υπάλληλο του πρατηρίου καυσίμων: "Ελέγξτε τον αέρα στα λάστιχα. Παίρνουν 32 μπροστά και 30 πίσω", τι εννοούμε;

Αυτά τα νούμερα αναφέρονται σε psi, πράγμα που σημαίνει ότι η υπερπίεση στα μπροστινά λάστιχα είναι  $32 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$ . Λέμε **υπερπίεση** την παραπά-



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ**  
**- στατική των ρευστών -**

νω από την ατμόσφαιρα, πίεση που έχει ο αέρας στα ελαστικά, αφού το φουσκωμένο λάστιχο πρέπει να έχει μεγαλύτερη πίεση από την ατμοσφαιρική. (Αν λάβετε υπόψη ότι  $1\text{ lb} = 0,453\text{ kp}$  και  $1\text{ in} = 2,54\text{ cm}$ , βρείτε, με την ευκαιρία, πόσα Pa και πόσες at παραπάνω πίεση έχει ο αέρας στα ελαστικά από την ατμόσφαιρα).

\* **Απόσπασμα από το δελτίο καιρού:** “Πάνω από τη χώρα μας θα επικρατήσει βαρομετρικό χαμηλό 990 mbars ( $1\text{ bar} \sim 1\text{ Atm}$ ), ενώ στα βόρεια Βαλκάνια προβλέπεται βαρομετρικό υψηλό 1060 mbars. Προβλέπεται πτώση της θερμοκρασίας, αρχικά στη Βόρεια Ελλάδα...”.

Η κίνηση στα ρευστά έχει, λοιπόν, άλλο κίνητρο από την αντίστοιχη στα στερεά. Τα τελευταία κινούνται αυθόρμητα από σημεία μεγάλης δυναμικής βαρυτικής ενέργειας σε αντίστοιχα μικρής. **Τα ρευστά οδηγούνται από σημεία μεγαλύτερης σε αυτά με μικρότερη πίεση.**

Στον πίνακα 7.2 φαίνονται οι τιμές πίεσης στο περιβάλλον και στον οργανισμό του ανθρώπου.

**Πίνακας 7.2 Οι πιέσεις γύρω και μέσα μας**

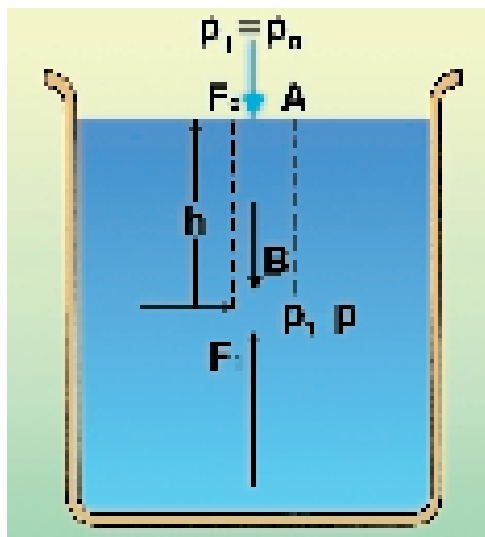
Πεδίο πίεσης	p (Pa)
<b>“Μεγάλες” πιέσεις</b>	
Κέντρο Ήλιου	$2 \cdot 10^{16}$
Πυρηνική έκρηξη	$7 \cdot 10^{12}$
Κέντρο Γης	$4 \cdot 10^{11}$
5,5 km βάθος θάλασσας	$6 \cdot 10^7$
Νερό πυρηνικού αντιδραστήρα	$1,6 \cdot 10^7$
<b>“Μικρές” πιέσεις</b>	
<b>Υπερπίεση σε:</b>	<b>p (Pa)</b>
Φιάλη $\text{O}_2$	$150 \cdot 10^5$
Φιάλη $\text{CO}_2$	$55 \cdot 10^5$
Φιάλη διαλύματος $\text{C}_2\text{H}_2$	$12 \cdot 10^5$
Δίκτυο ύδρευσης	$6 \cdot 10^5$
Φιάλη υγραερίου	$5 \cdot 10^5$
Ελαστικό αυτοκινήτου	$2 \cdot 10^5$
Πίεση σε επιφάνεια θάλασσας	$1 \cdot 10^5$
Πίεση σε κέντρο τυφώνα	$2 \cdot 10^4$
<b>Υπερπίεση οργανισμού</b>	
Καρδιάς (συστολή)	$1,6 \cdot 10^4$
Καρδιάς (διαστολή)	$1,1 \cdot 10^4$
Αρτηρίας	12-14cmHg

**7.3 Η υδροστατική πίεση και οι εφαρμογές της**

Συνηθίσαμε να την ονομάζουμε υδροστατική πίεση αντί για υγροστατική, για να τιμήσουμε, ίσως, το πιο οικείο σ' εμάς υγρό, δηλαδή το νερό (ύδωρ). Όπως κι αν την ονομάσουμε, εννοούμε την πίεση που ασκούν τα υγρά σε κάθε επιφάνεια με την οποία έρχονται σε επαφή και η οποία οφείλεται στο βάρος τους. Το υγρό βρίσκεται σε ηρεμία και γι' αυτό δε μιλάμε προς το παρόν για άλλα είδη πιέσεων.

Όταν τα υγρά βρίσκονται σε ηρεμία, η ελεύθερη επιφάνειά τους πρέπει να είναι κάθετη στη συνολική δύναμη που δέχονται. Για υγρά μικρής έκτασης και ποσότητας η συνολική δύναμη είναι το βάρος των μορίων τους. Η ελεύθερη επιφάνεια υγρών σε δοχεία, σε δεξαμενές και σε μικρές λίμνες είναι οριζόντια. Μικρή απόκλιση έχουμε, όταν μιλάμε για θάλασσες και για ωκεανούς, αφού πρέπει να συνυπολογίσουμε και την επίδραση από την περιστροφή της Γης. Πάλι, όμως, η επιφάνεια θεωρείται σχεδόν οριζόντια, αφού η επίδραση αυτή είναι αμελητέα σε σχέση με το βάρος.

Στην εικ.7.4 φαίνεται δοχείο με υγρό σε ηρεμία. Ας φανταστούμε κάποιο τμήμα του υγρού με βάση εμβαδού  $A$  και με ύψος  $h$ . Το τμήμα περιλαμβάνεται ανάμεσα στις εστιγμένες ευθείες (μιλάμε για κάτοψη φυσικά) και δέχεται δυνάμεις από όλες τις πλευρές του. Το τμήμα υγρού ισορροπεί, άρα η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται σε κάθε διεύθυνση είναι ίση με μηδέν.



**Εικόνα 7.4: Υπολογισμός της πίεσης σε σημείο υγρού**

Ας ασχοληθούμε με την ισορροπία στον κατακόρυφο άξονα  $y$ . Σε αυτό τον άξονα έχουμε:

\* Τη δύναμη  $\vec{F}_\alpha$  από την ατμόσφαιρα, με φορά προς τα κάτω και ίση με:  
 $F_\alpha = p_\alpha A$ .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

\* Τη δύναμη  $\vec{F}_1$  από τα στρώματα του υγρού που βρίσκονται κάτω από το τμήμα. Η δύναμη αυτή είναι η αντίδραση της αντίστοιχης την οποία δέχονται τα στρώματα αυτά από οτιδήποτε βρίσκεται από πάνω τους (τμήμα υγρού και ατμόσφαιρα). Είναι  $F_1 = p_1 A$  ή  $F_1 = p A$  (αφού θέσαμε:  $p_1 \equiv p$ ).

\* Το βάρος  $B$  του τμήματος, που είναι ίσο με  $B = \varepsilon V$  ( $V$  = όγκος του τμήματος). Το τμήμα έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου. Άρα:  $V = A h$ . Επομένως,  $B = \varepsilon A h$ .

Η ισορροπία στον άξονα  $y$  οδηγεί στη σχέση:

$$\begin{aligned} & F_a + B - F_1 = 0 \\ \text{ή} & p_a A + \varepsilon A h - p A = 0. \end{aligned}$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (7.3) καταλήγουμε στην:

$$p = p_a + \rho g h \quad (7.5)$$

Η σχέση (7.5) εκφράζει το **θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής**. Η σημασία του είναι μεγάλη για τα υγρά, αφού δείχνει ότι στην κατάσταση ηρεμίας τους:

- Η πίεση σε κάθε σημείο καθαρού ομογενούς υγρού εξαρτάται μόνο από το βάθος  $h$  του σημείου από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (η  $P_a$  θεωρείται σταθερή και γνωστή).
- Η ποσότητα υγρού, που περιέχεται στο δοχείο, και το σχήμα του δοχείου δεν παίζουν ρόλο στην τιμή της  $p$ .
- Η διαφορά πίεσης  $p - p'$  ανάμεσα σε δύο σημεία που βρίσκονται σε βάθη  $h$  και  $h'$  αντίστοιχα βρίσκεται ίση με:

$$p - p' = \rho g (h - h') \quad (7.6)$$

Η σχέση (7.6) μπορεί να γραφεί πιο απλά, αν αξιοποιήσουμε το σύμβολο “ $\Delta$ ”, το οποίο, όπως έχουμε αναφέρει, σημαίνει μεταβολή κάποιου μεγέθους:

$$\Delta p = \rho g \Delta h \quad (7.7)$$

Η σχέση δείχνει ότι **η μεταβολή πίεσης ανάμεσα σε δυο σημεία υγρού εξαρτάται μόνο από τη διαφορά ύψους τους**.

**Η υδροστατική πίεση και η “νόσος των δυτών”**. Αν γράψουμε τη σχέση

$$(7.7) \text{ έτσι: } \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho g \frac{\Delta h}{\Delta t} \text{ και φανταστούμε κινητό που κατεβαίνει κατακόρυφα}$$

σε υγρό με ταχύτητα:  $v = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ , η τελευταία σχέση γράφεται:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho g v \quad (7.8)$$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ**  
**- στατική των ρευστών -**

Από κάπου εδώ ξεκινά το πρόβλημα που αποκαλούμε “νόσο των δυτών”. Όταν ο δύτης, ερασιτέχνης ή επαγγελματίας, καταδύεται με μεγάλη ταχύτητα υ, υποβάλλεται σε μεγάλους ρυθμούς μεταβολής της πίεσης  $\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)$ . Τα αφτιά πρώτα και ο εγκέφαλος μετά ταλαιπωρούνται, με αποτέλεσμα να προκαλούνται διαταραχές που αρχίζουν από εμφάνιση βαρηκοΐας και φτάνουν σε εγκεφαλικά επεισόδια, σε παράλυση των άκρων και στο θάνατο ακόμα.

**Ας εξασκηθούμε**

Ψαροντουφεκάς εντόπισε χταπόδι σε βάθος 2m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας. Σε ποια πίεση βρίσκεται, όταν προσπαθεί να το ξεκολλήσει από το βράχο;

**Λύση:**

Από τη σχέση:  $p = p_a + \rho gh$  (με δεδομένα  $p_a = 10^5 \frac{N}{m^2}$ ,  $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$  και  $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$ )

$$\text{βρίσκουμε: } p = 10^5 \frac{N}{m^2} + 10^3 \frac{kg}{m^3} 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2m = 10^5 \frac{N}{m^2} + 2 \cdot 10^4 \frac{kg}{ms^2}.$$

$$\text{Το } 1 \frac{kg}{ms^2} \text{ μπορεί να γραφεί: } 1 \frac{kgm}{m^2 s^2} = 1 \frac{N}{m^2}.$$

Επιστρέφουμε στον υπολογισμό της p:

$$p = 10^5 \frac{N}{m^2} + 2 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} = 1,2 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 2 \cdot 10^5 p_a = 1,2at.$$

Αντιστρέψτε τώρα το ερώτημα: Σε ποιο βάθος του ωκεανού η πίεση είναι 3at;

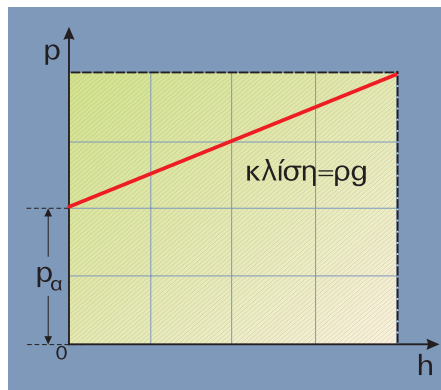
**Ας σκεφτούμε:** Μήπως δεν πρέπει να ρωτάμε: “σε πόσο μεγάλη πίεση αντέχει ο ανθρώπινος οργανισμός;” αλλά : “με ποιους ρυθμούς έφτασε στη μεγάλη αυτή πίεση”; Ισχύει το ίδιο για την ταχύτητα, για τη θερμοκρασία και, γενικά, για όλα τα μεγέθη που καταπονούν τον οργανισμό;

**Απόσπασμα από αστυνομικό δελτίο:** “Το αυτοκίνητο ιδιωτικής χρήσης τύπου..... με δύο επιβάτες, για λόγους που δεν εξακριβώθηκαν, ξέφυγε από την πορεία του και έπεσε στη θάλασσα. Παρά τις προσπάθειές τους, δεν κατάφεραν να ανοίξουν τις πόρτες”.

*Σχολιάστε...*

Ξαναγυρνάμε στη σχέση (7.5). Η γραφική απεικόνισή της (με το h στον άξονα x και το p στον άξονα y) φαίνεται στην εικ. 7.5.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -



Εικόνα 7.5: Μεταβολή της πίεσης με το βάθος

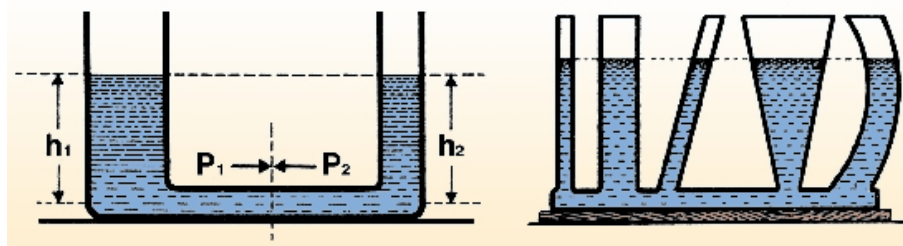
Βλέπουμε ότι, όταν  $h = 0$  (επιφάνεια του υγρού), έχουμε:  $p = p_a$ . Εξάλλου η κλίση της ευθείας ισούται με την παράσταση:  $\rho g$  (θυμηθείτε όλα όσα είπαμε για τη σχέση  $v = v_0 + at$  και για την παράσταση της  $v$  με το  $t$ ). Όσο μεγαλύτερη πυκνότητα  $\rho$  έχει το υγρό, τόσο μεγαλύτερη είναι η κλίση, δηλ. πιο απότομη η ευθεία. Αυτό μπορεί να μας βοηθήσει να σχεδιάσουμε στο ίδιο διάγραμμα τρεις ευθείες πίεσης - βάθους: για το νερό, για το οινόπνευμα και για τη γλυκερίνη (με τη βοήθεια του πίνακα 7.1).

**Ας ασχοληθούμε:** Ποτήρι είναι γεμάτο μέχρι τη μέση με νερό και το υπόλοιπο με λάδι (εικόνα που θυμίζει το καντήλι στις εκκλησίες). Προσπαθήστε να σχεδιάσετε την παράσταση πίεσης - βάθους για το σύστημα των υγρών. (Θυμηθείτε: νερό και λάδι δεν αναμειγνύονται).

#### 7.4 Από το θεμελιώδη νόμο στις αρχές της υδροστατικής

##### Α. Αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων

Από τη σχέση (7.6) γίνεται φανερό ότι σε όλα τα σημεία που βρίσκονται στο ίδιο υγρό και στο ίδιο βάθος  $h$  η πίεση  $p$  είναι ίδια, εικόνα 7.6(α). Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι **η ελεύθερη επιφάνεια του ίδιου υγρού σε σωλήνες διαφορετικού σχήματος και εμβαδού βάσης βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο**, εικ. 7.6.



Εικόνα 7.6: Συγκοινωνούντα δοχεία με ένα υγρό

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

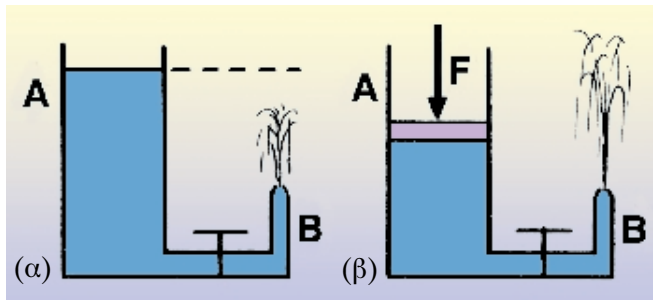
Πραγματικά:

και

άρα

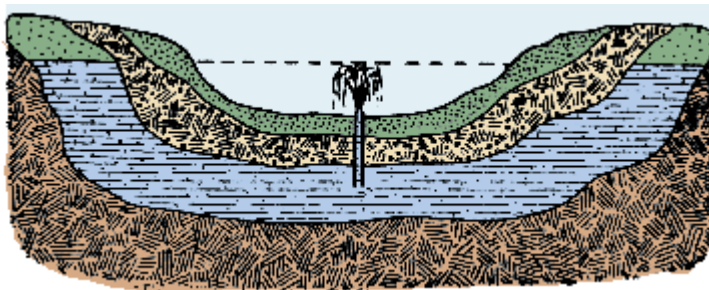
$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ p_a + \rho g h_1 &= p_a + \rho g h_2, \\ h_1 &= h_2. \end{aligned}$$

Το παραπάνω συμπέρασμα αποτελεί την **αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων ενός υγρού**. Είναι η πιο απλή εκδήλωση του φαινομένου και βρίσκει εφαρμογή σε πολλές τεχνικές και τεχνολογικές κατασκευές.



Εικόνα 7.7: Δημιουργία πίδακα αυθόρμητα(α) ή με εξαναγκασμό(β)

\* **Ο πίδακας** (εικ. 7.7): Το νερό αυθόρμητα (α) ή με εφαρμογή δύναμης F (β) σχηματίζει πίδακα στην προσπάθειά του να φτάσει στο ύψος της ελεύθερης επιφάνειας στη δεξαμενή Δ. Είναι φανερό ότι ο πίδακας στην περίπτωση (β) είναι πιο “πλούσιος” από τον αντίστοιχο της περίπτωσης (α).



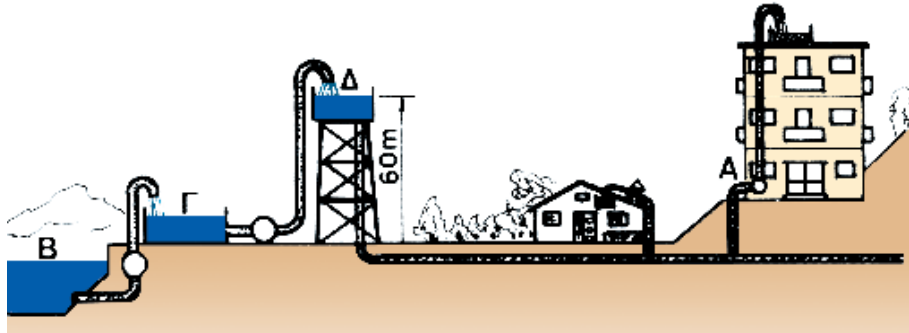
Εικόνα 7.8: Αρτεσιανό πηγάδι

\* **Τα αρτεσιανά πηγάδια** : Σε κάποιο βάθος κάτω από το έδαφος μπορεί να υπάρχει στρώμα υδροφόρο ανάμεσα σε αδιάβροχα στρώματα πάνω και κάτω από αυτό. Το νερό μπορεί να σχηματίσει πίδακα, αν η ελεύθερη επιφάνεια στο στρώμα είναι ψηλότερα από το σημείο γεώτρησης. Αν όχι, το νερό ανεβαίνει στο έδαφος με αντλία ή με κουβά, που ανεβοκατεβαίνει με τη βοήθεια βαρούλκου (αυτό που λέμε μαγγανοπήγαδο).

Το παράπονο του αγρότη: “Το καλοκαίρι του ’97 έκανα γεώτρηση στο χωράφι μου με κόστος 20 χιλιάδες το μέτρο. Το νερό βρέθηκε στα 20 μέτρα. Και φέτος το νερό βγαίνει γλυφό. Είναι βλέπεις κοντά η θάλασσα. Καλά καλά δεν πρόλαβα να αποσβέσω το κόστος της γεώτρησης”. Ας προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε την ατυχία του αγρότη...

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

\* **Το δίκτυο ύδρευσης** (εικ. 7. 9): Οι δεξαμενές Δ, που τροφοδοτούν τον οικισμό, το χωριό ή την πόλη, βρίσκονται σε πυλώνα με κάποιο ύψος βολικό (π.χ. 60m). Για τις μονοκατοικίες η μεταφορά του νερού γίνεται χωρίς μηχανική υποστήριξη. Για τις πολυκατοικίες απαιτείται η χρήση υδραντλίας Α. Το σκηνικό συμπληρώνεται με τη λίμνη - αποταμιευτήρα Β, με το διυλιστήριο καθαρισμού νερού Γ και με τις σωληνώσεις.



Εικόνα 7.9: Δίκτυο ύδρευσης

**Επιστροφή στα συγκοινωνούντα δοχεία:**

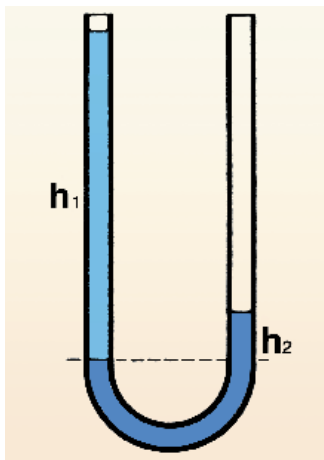
Εκτός από τα συγκοινωνούντα δοχεία του ενός υγρού, υπάρχουν και τα αντίστοιχα δύο (ή και περισσότερων) υγρών. Στην εικόνα 7.10 φαίνεται σωλήνας σχήματος U (νοειδής) με δυο υγρά, που έχουν πυκνότητες  $\rho_1$  και  $\rho_2$ . Τα υγρά δεν αναμειγνύονται, και στη διαχωριστική επιφάνειά τους (εστιγμένη γραμμή) οι πιέσεις είναι ίσες στα δύο σκέλη:  $p_1 = p_2$

$$\text{ή} \quad p_a + \rho_1 g h_1 = p_a + \rho_2 g h_2.$$

Άρα:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (7.9)$$

Η σχέση (7.9) εκφράζει τη **γενική αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων με δύο υγρά** και διατυπώνεται ως εξής:



Εικόνα 7.10: Συγκοινωνούντα δοχεία με δύο υγρά

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**“Τα ύψη δύο υγρών (που δεν αναμειγνύονται), πάνω από τη διαχωριστική επιφάνειά τους σε συγκοινωνούντα δοχεία, είναι αντίστροφα με τις πυκνότητές τους”.**

Είναι φανερό ότι για όλα τα παραπάνω πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω προϋποθέσεις:

\* Οι εξωτερικές πιέσεις στο χώρο των συγκοινωνούντων δοχείων να είναι ίσες για όλες τις ελεύθερες επιφάνειες.

\* Το υγρό (ή τα υγρά) να βρίσκονται σε ισορροπία και (στην περίπτωση των δύο υγρών) να μην αναμειγνύονται. Η ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται, γενικά, οδηγεί σε δημιουργία στρωμάτων, από τα οποία το καθένα αποτελείται από ένα υγρό και η πυκνότητά τους αυξάνεται από πάνω προς τα κάτω. (Θυμηθείτε το νερό και το λάδι στο ποτήρι που αναφέραμε πιο πάνω).

**Οικονομία και συγκοινωνούντα δοχεία:** Οι οικονομικοί αναλυτές σχολιάζουν: “Η αύξηση της τιμής των καυσίμων θα προκαλέσει αλυσιδωτές ανατιμήσεις σε βασικά είδη. Το σύστημα λειτουργεί όπως τα συγκοινωνούντα δοχεία”.

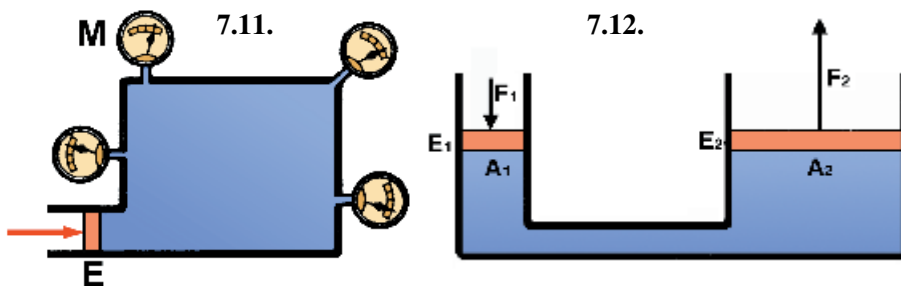
Σχολιάστε τις εκτιμήσεις του ειδικού, ο οποίος παρομοιάζει την τιμή ενός είδους με το ύψος στήλης υγρού.

### B. Η αρχή του Pascal

Αν στη σχέση (7.4) τη θέση της ατμοσφαιρικής πίεσης  $p_a$  πάρει κάποια άλλη πίεση (ή αν στην  $p_a$  προστεθεί κάποια άλλη πίεση), η μορφή της σχέσης παραμένει ίδια. Αυτό σημαίνει ότι: **“οποιαδήποτε εξωτερική πίεση ασκηθεί σε υγρό που ισορροπεί μεταβιβάζεται αμετάβλητη σε όλα τα σημεία του”.**

Η παραπάνω διατύπωση αποτελεί την **αρχή του Pascal** και ισχύει ανεξάρτητα από τη διεύθυνση μετάδοσης.

Η αρχή του Pascal επιβεβαιώνεται πειραματικά με τη διάταξη της εικ. 7.11. Τα **μανόμετρα** είναι όργανα μέτρησης της πίεσης (θα αναφερθούμε σ' αυτά πιο κάτω), και με τη βοήθειά τους διαπιστώνουμε ότι οι πιέσεις σε όλα τα σημεία αυξάνονται κατά την ίδια ποσότητα κάθε φορά που αυξάνεται η πίεση στο έμβολο.



Εικόνες 7.11, 7.12: Πειραματική και θεωρητική επιβεβαίωση της αρχής Pascal



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ**  
**- στατική των ρευστών -**

**Η θεωρητική υποστήριξη:** Με τη βοήθεια της εικ. 7.12 μπορούμε να επιβεβαιώσουμε θεωρητικά την αρχή του Pascal. Στο έμβολο  $E_1$  εμβαδού  $A_1$  ασκούμε δύναμη  $F_1$ . Το έμβολο μετατοπίζεται κατά  $\ell_1$  προς τα κάτω αναγκάζοντας το νερό να υποχωρήσει προς τα κάτω στο αριστερό σκέλος και να ανυψωθεί κατά  $\ell_2$  στο δεξιό.

Στο έμβολο  $E_2$  εμβαδού  $A_2$  ασκείται από το νερό δύναμη  $F_2$  και μετατοπίζεται κατά  $\ell_2$  επίσης. Δύο **φυσικά μεγέθη διατηρούνται** στη διαδικασία αυτή:

\* Ο **όγκος**  $V$  του μετατοπιζόμενου υγρού αφού, όπως είπαμε, τα υγρά είναι ασυμπίεστα. Άρα:  $V_1 = V_2$

$$\text{ή} \quad A_1 \ell_1 = A_2 \ell_2 \quad (7.10)$$

\* Η **ενέργεια** του συστήματος. Θεωρώντας αμελητέες τις τριβές, το έργο των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  είναι ίδιο:

$$\begin{aligned} & W_1 = W_2 \\ & F_1 \ell_1 = F_2 \ell_2 \\ \text{ή} \quad & p_1 A_1 \ell_1 = p_2 A_2 \ell_2 \end{aligned} \quad (7.11)$$

Από τις σχέσεις (10) και (11) φαίνεται ότι:

$$p_1 = p_2 \quad (7.12)$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει την αρχή του Pascal.

**Μετά την αρχή του Pascal...**

Η ισότητα (7.12) μπορεί να γραφεί και έτσι:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad (7.13)$$

$$\text{ή} \quad F_1 = F_2 \frac{A_2}{A_1} \quad (7.14)$$

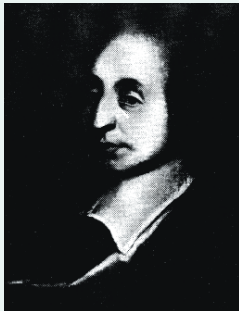
Βλέπουμε, δηλαδή, ότι εμφανίζεται ένα μηχανικό κέρδος  $\frac{F_2}{F_1}$ , που ε-

ξαρτάται από τη σχέση των εμβαδών των δύο εμβόλων (αρκεί να έχουμε  $A_2 > A_1$ ). Το συμπέρασμα θυμίζει το αντίστοιχο κέρδος στις μηχανές και δείχνει ότι μπορούμε να έχουμε στην τεχνολογία τους λεγόμενους **πολλαπλασιαστές**, τις συσκευές, δηλαδή, που αυξάνουν (πολλαπλασιάζουν) κάποιο φυσικό μέγεθος. Μερικοί από αυτούς είναι:

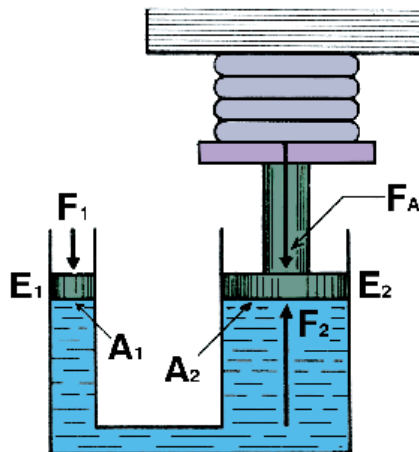
- τα οπτικά συστήματα που αυξάνουν τις διαστάσεις των αντικειμένων.
- ο σιδερένιος πυρήνας που μεγαλώνει την ένταση μαγνητικού πεδίου.
- ο πολλαπλασιαστής αυτοκινήτου, που αυξάνει την τάση της μπαταρίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΠΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

Βρισκόμαστε, λοιπόν, μπροστά σε εκδήλωση γενικότερου φαινομένου. Ας δούμε τις πιο ενδιαφέρουσες εφαρμογές της αρχής Pascal.



**Blaise PASCAL (1623-1662):** Γάλλος φιλόσοφος και μαθηματικός με μεγάλη προσφορά στα Μαθηματικά και στη Φυσική (υδροστατική). Μελέτησε συστηματικά τα θέματα της ατμοσφαιρικής πίεσης, αλλά έγινε διάσημος από τις εργασίες του σχετικά με τη **μετάδοση της πίεσης** στα διάφορα σημεία των ρευστών. Αυτή η τελευταία προσφορά του βρίσκει πολλές τεχνικές και τεχνολογικές εφαρμογές.



Εικόνα 7.13 Υδραυλικό πιεστήριο

**Υδραυλικό πιεστήριο** (εικ. 7.13): Η σχέση των εμβαδών  $A_1$ ,  $A_2$  για τα δύο έμβολα  $E_1$  και  $E_2$  είναι:  $\frac{A_2}{A_1} = \lambda$  ( $\lambda$  = θετικός αριθμός πολύ μεγαλύτε-

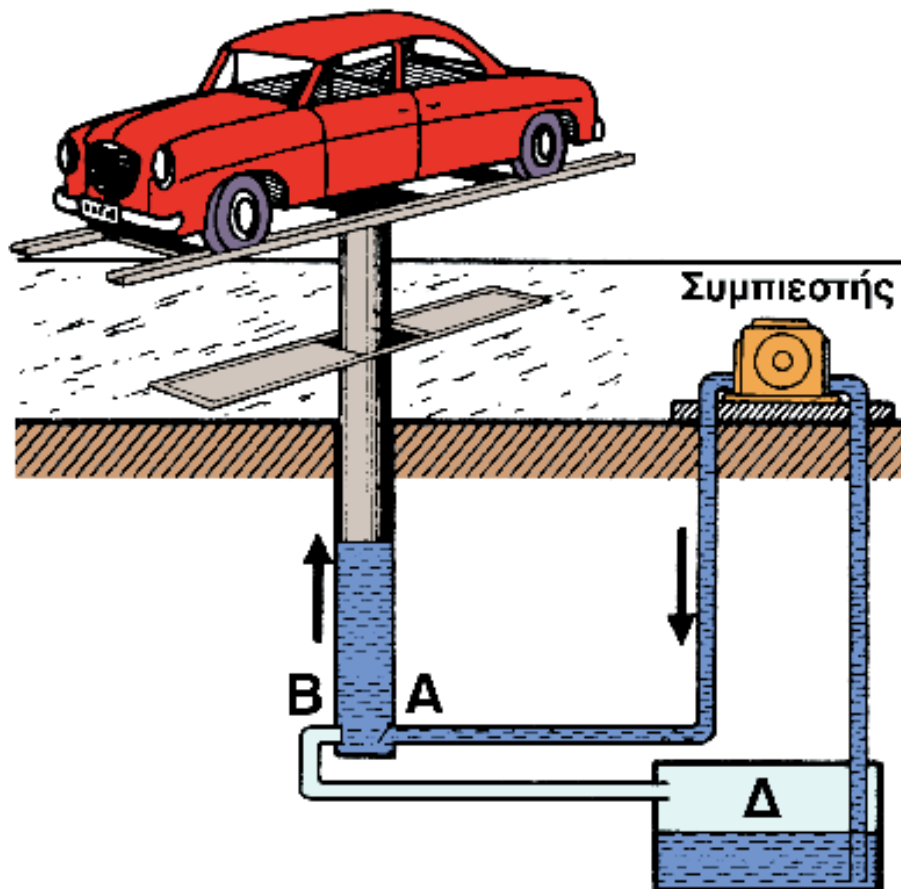
ρος του 1). Από τη σχέση (7.14) διαπιστώνουμε ότι:  $F_2 > F_1$ , γεγονός που φανερώνει μεγάλο μηχανικό κέρδος. Το υδραυλικό πιεστήριο μπορεί να φτάσει και σε τιμές γύρω και πάνω από το 1000 για το μηχανικό κέρδος. (Θυμηθείτε ότι ο “ξημωμένος” της υπόθεσης είναι η μετατόπιση των εμβόλων. Αυτό συμβαίνει, επειδή η ισότητα των έργων  $W_1$ ,  $W_2$  αναγκάζει το χειριστή να μετατοπίσει το έμβολο  $E_1$  πολύ περισσότερο από όσο θα μετατοπιστεί το  $E_2$ ).

\* Το υδραυλικό πιεστήριο αξιοποιείται σε γεωργικές και σε βιομηχανικές εφαρμογές. Η συμπίεση του βαμβακιού και η εξαγωγή του λαδιού από την ελιά ανήκουν στην πρώτη κατηγορία. (Για να ξέρετε: στα ελαιοτριβεία σας προσφέρουν 1kg λαδιού για κάθε 4 ή 5kg ελιάς που τους παραδίνετε,

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

ανάλογα με το είδος και με την ποιότητα της ελιάς). Στα εργοστάσια βαριάς βιομηχανίας αξιοποιείται, συχνά, το υδραυλικό πιεστήριο.

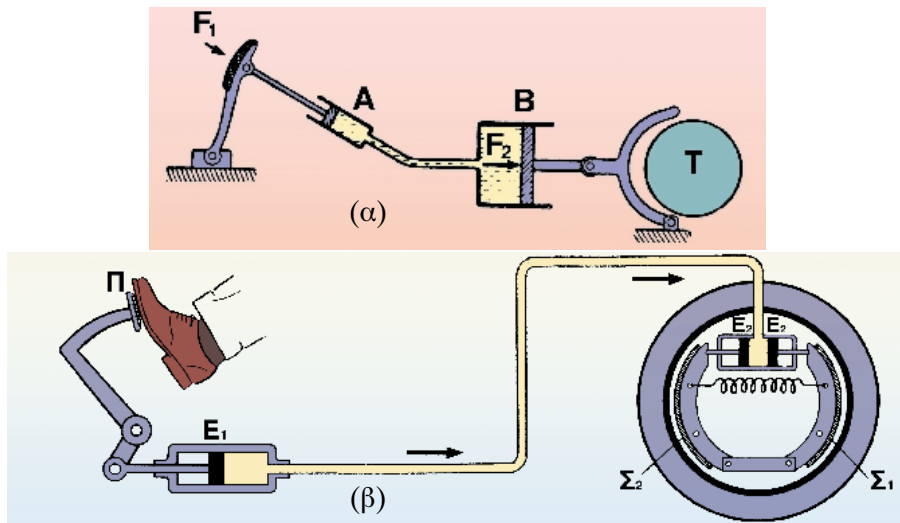
Το υδραυλικό πιεστήριο χρησιμοποιείται και στον **υδραυλικό ανυψωτήρα**, εικ. 7. 14. Εδώ η πίεση στο υγρό (λάδι) ασκείται με τη βοήθεια πεπιεσμένου αέρα. Εντοπίστε στο σχήμα τις επιφάνειες στις οποίες ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$ , που αναφέρθηκαν πιο πάνω. Αν διαθέτει η οικογένειά σας αυτοκίνητο, φροντίστε να παραβρεθείτε σε κάποιο service του, για να διαπιστώσετε πώς ανυψώνεται το όχημα για τον έλεγχο της εξωτερικής πλευράς του δαπέδου, της εξάτμισης, του δοχείου καταλύτη (αν έχει) και για το άδειασμα των φθαρμένων λαδιών.



Εικόνα 7.14: Υδραυλικός ανυψωτήρας

**Τα υδραυλικά φρένα:** Στην εικ. 7.15 (α) φαίνεται η αρχή λειτουργίας των υδραυλικών φρένων αυτοκινήτου με την τυπική διάταξη: μικρή δύναμη  $F_1$  στο έμβολο μικρού εμβαδού Α, μεγάλη δύναμη  $F_2$  στο αντίστοιχο μεγάλου εμβαδού Β. Με το έμβολο Β συνεργάζεται η τροχοπέδη Τ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -



Εικόνα 7.15: Η αρχή λειτουργίας (α) και η διάταξη στα υδραυλικά φρένα (β)

Στην εικ. 7.15(β) εμφανίζεται σε κάτοψη μια “ρεαλιστική” εικόνα του συστήματος. Σ’ αυτή την περίπτωση είναι δύσκολο να διαπιστώσει κάποιος ότι το εμβαδόν  $A_2$  των εμβόλων  $E_2$  (σε διεύθυνση που είναι κάθετη στη δύναμη) είναι αρκετά μεγαλύτερο από αυτό του εμβόλου  $E_1$ ...

Προτού κλείσουμε το τεράστιο θέμα που συνδέεται με την αρχή του Pascal, ας δοκιμάσουμε να κάνουμε κάποιους υπολογισμούς συσχέτισης.

Σε υδραυλικό πιεστήριο ο λόγος των διαμέτρων για τα έμβολα είναι 1:4. Να συγκριθούν:

- οι πιέσεις  $p_1, p_2$
- οι δυνάμεις  $F_1, F_2$
- οι μετατοπίσεις  $\ell_1, \ell_2$  και
- τα έργα  $W_1, W_2$  για τα έμβολα  $E_1, E_2$ .

Πόσο είναι το μηχανικό κέρδος και τι σημαίνει;

## 7.5 Το υγρό που ηρεμεί ασκεί δυνάμεις...

### Ι) Δυνάμεις στα τοιχώματα του δοχείου

Το υγρό που βρίσκεται σε ηρεμία ασκεί δυνάμεις σε όλα τα τοιχώματα του δοχείου μέσα στο οποίο βρίσκεται. Επειδή σε αυτή την παράγραφο ασχολούμαστε μόνο με τις δυνάμεις αυτές, η ατμοσφαιρική πίεση γίνεται αθέατος παρατηρητής. Αυτό, φυσικά, δε σημαίνει ότι στον υπολογισμό της συνολικής πίεσης θα παραλείπεται η πίεση της ατμόσφαιρας.

#### α) Δύναμη στον οριζόντιο πυθμένα δοχείου από υγρό που ηρεμεί

Στην εικ. 7.16 φαίνεται δοχείο με οριζόντιο πυθμένα, το οποίο περιέχει υγρό με πυκνότητα  $\rho$  και ύψος  $h$ . Η υδροστατική πίεση  $p_v$  στον πυθμένα εί-

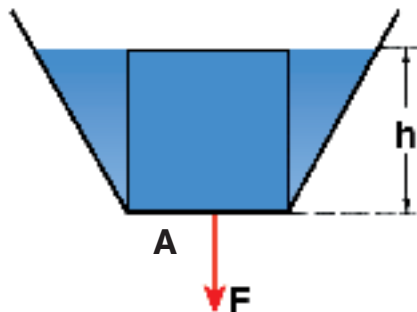
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

ναι προφανώς παντού ίδια και ίση με:  $p = \rho gh$  (ξαναδείτε τη σχέση 7.4). Η δύναμη  $\vec{F}$  που ασκεί το υγρό κατακόρυφα στον πυθμένα είναι:

$$F = pA = \rho gAh \quad (7.15)$$

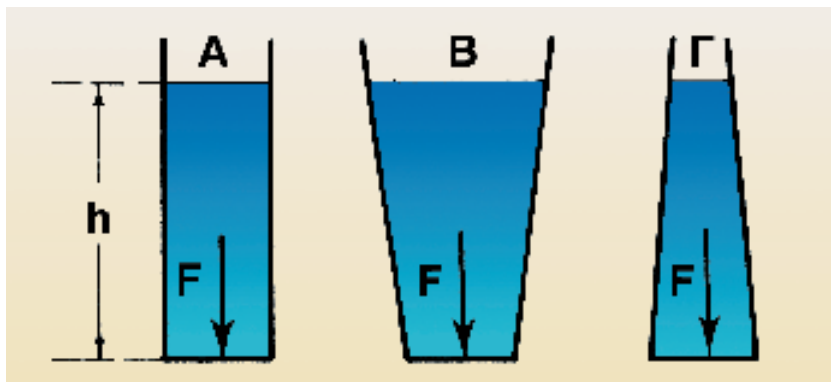
Όπως φαίνεται από τη σχέση (7.15), η δύναμη  $F$  εξαρτάται:

- από τη φύση του υγρού, που αντιπροσωπεύεται από την πυκνότητά του  $\rho$
- από το εμβαδόν  $A$  της επιφάνειας του πυθμένα και
- από την απόσταση  $h$  πυθμένα - ελεύθερης επιφάνειας υγρού.



Εικόνα 7.16: Δύναμη στον οριζόντιο πυθμένα δοχείου

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.16 και από τη σχέση (7.15), η δύναμη  $F$  ισούται με το βάρος του υγρού που αντιστοιχεί στο γραμμοσκιασμένο τμήμα (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με βάση εμβαδού  $A$  και ύψος  $h$ ). Άρα, το σχήμα του δοχείου και το συνολικό βάρος του υγρού σε αυτό δεν επηρεάζουν την τιμή της δύναμης  $F$ .



Εικόνα 7.17: Το “υδροστατικό παράδοξο” που δεν είναι παράδοξο...

Οι παραπάνω διαπιστώσεις δεν είχαν γίνει από τους πειραματιστές προ της εποχής του Pascal, οι οποίοι ονόμασαν **υδροστατικό παράδοξο** το φαινόμενο της εικ. 7.17. Βλέπουμε τρία δοχεία με διαφορετικό σχήμα και με ίσες ποσότητες του ίδιου υγρού. Το ύψος του υγρού, όμως, και το εμβαδόν

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

Α της επιφάνειας του πυθμένα είναι τα ίδια για τις τρεις περιπτώσεις. Γιατί να είναι παράδοξο, λοιπόν, το ότι η δύναμη στον πυθμένα είναι ίδια;

(Το “παράδοξο”, για να είμαστε ακριβείς, προκύπτει αβίαστα για το δοχείο Γ, όπου η δύναμη  $F$  είναι μεγαλύτερη από το βάρος του υγρού στο δοχείο).

Καταλήγουμε, λοιπόν: “Το υγρό που ηρεμεί ασκεί στον πυθμένα του δοχείου που το περιέχει κατακόρυφη δύναμη ίση με το βάρος μιας ορθογώνιας στήλης του υγρού με βάση τον πυθμένα και το ύψος την απόσταση πυθμένα - ελεύθερης επιφάνειας”. Το βάρος αυτό μπορεί να είναι ίσο με το πραγματικό βάρος του υγρού (δοχείο Α), μικρότερο (δοχείο Β) ή μεγαλύτερο από αυτό (δοχείο Γ).

**β) Δύναμη σε πλευρικό τοίχωμα δοχείου από το υγρό που ηρεμεί μέσα σε αυτό**

Στα πλευρικά τοιχώματα δοχείου που περιέχει υγρό σε ηρεμία τα πράγματα είναι λίγο διαφορετικά από όσα είπαμε για τον πυθμένα. Αυτό συμβαίνει, επειδή η υδροστατική πίεση ( $p = \rho gh$ ) είναι διαφορετική στα σημεία του τοιχώματος με διαφορετικό βάθος  $h$ . Η κατανομή των πιέσεων που ασκεί το υγρό στο τοίχωμα δείχνει μια αύξηση από την τιμή  $P_1 = 0$  (στα σημεία που αντιστοιχούν στην ελεύθερη επιφάνεια) μέχρι τη μέγιστη τιμή  $P_2 = \rho gh$  (στα σημεία του τοιχώματος που βρίσκονται στο κάτω άκρο του). Μπορούμε, έτσι, να μιλήσουμε για **μέση πίεση στο πλευρικό τοίχωμα** ίση με:

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2} = \rho g \frac{h}{2} = \rho gh_k.$$

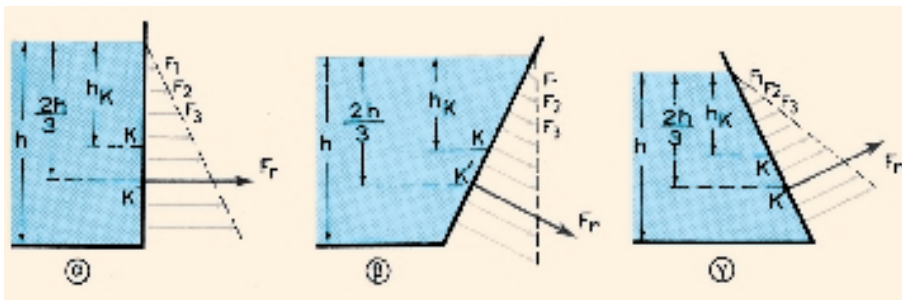
Με  $h_k = \frac{h}{2}$  συμβολίσαμε τη μέση απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια ή

την απόσταση του κέντρου βάρους  $K$  του ομογενούς τοιχώματος από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

Η μέση πίεση μας βοηθά να εκφράσουμε απλά τη μέση δύναμη για το πλευρικό τοίχωμα, αφού:

$$\bar{F} = \bar{p}A = \rho g Ah_k \quad (7.16)$$

$A$  = εμβαδόν επιφάνειας του πλευρικού τοιχώματος που έρχεται σε επαφή με το υγρό.



Εικόνα 7.18: Κατανομή δυνάμεων σε πλευρικό τοίχωμα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

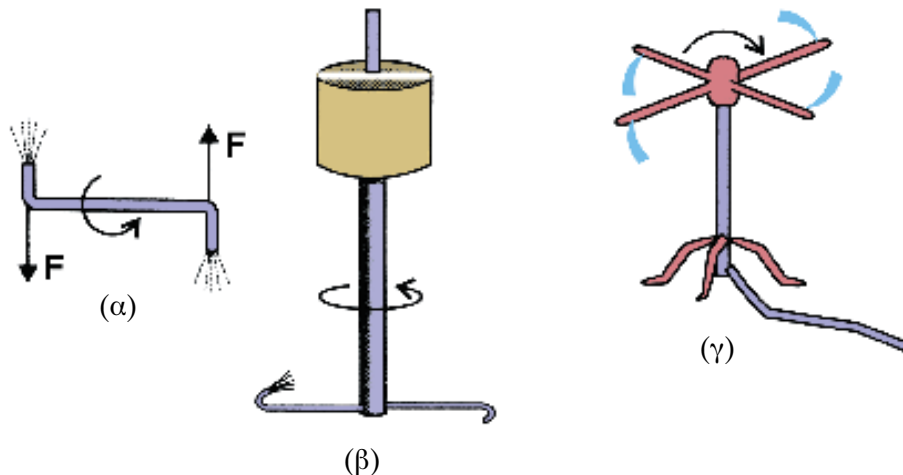
Η κατανομή των δυνάμεων που έχουν μέση τιμή  $\bar{F}$  φαίνεται στην εικ. 7.18 και αφορά μια κατακόρυφη (α) και δύο πλάγιες πλευρικές επιφάνειες (β και γ). Όπως βλέπουμε, οι δυνάμεις είναι παντού κάθετες στο τοίχωμα και αυξάνονται ομαλά, όσο κατεβαίνουμε από την ελεύθερη επιφάνεια προς τον πυθμένα.

Υπάρχει κάποιο σημείο  $K'$ , όπου θεωρούμε ότι ασκείται η μέση δύναμη της σχέσης (7.16). Το σημείο λέγεται **κέντρο των πιέσεων** και ισοδυναμεί με το “κέντρο βάρους” όλων των δυνάμεων του πλευρικού συστήματος (πλευρικό τοίχωμα - υγρό). Αποδεικνύεται ότι το  $K'$  βρίσκεται σε βάθος

$$h' = \frac{2h}{3} \text{ από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.}$$

**Συμπερασματικά:** Αν θέλουμε να μιλήσουμε για μια μόνο δύναμη στο πλευρικό τοίχωμα, που να είναι αντιπροσωπευτική για το σύνολο, αυτή θα είναι η μέση δύναμη  $\bar{F}$  της σχέσης (7.16) και το σημείο εφαρμογής της το  $K'$ .

**Από τη θεωρία στην πράξη:** Οι δυνάμεις που ασκεί το υγρό στα πλευρικά τοιχώματα των δοχείων καθορίζουν και διευκολύνουν πολλές εφαρμογές.



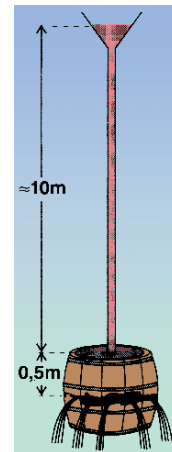
Εικόνα 7.19: Αρχή λειτουργίας υδροστρόβιλου και καταιονιστήρα

Στην εικόνα 7.19 φαίνεται η αρχή λειτουργίας του υδροστρόβιλου (α,β) και του καταιονιστήρα (ποτιστικού) για το χλοοτάπητα (γκαζόν). Οι πλευρικές δυνάμεις και στις δύο συσκευές δημιουργούν ζεύγος που προκαλεί την περιστροφή.



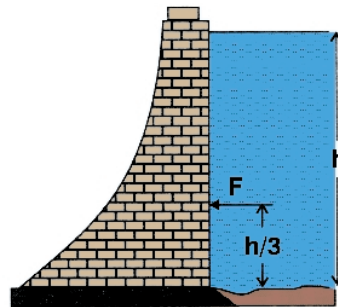
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

Στην εικόνα 7.20 υπάρχει πείραμα όμοιο με αυτό που επιχείρησε ο Pascal το 1646. Όταν ο κατακόρυφος σωλήνας γέμισε με νερό, το ξύλινο βαρέλι έσπασε, αφού οι πλευρικές δυνάμεις στα τοιχώματά του είναι πολύ μεγάλες.



Εικόνα 7.20:  
Το πείραμα Pascal

Η κατασκευή των φραγμάτων, εικόνα 7.21, βασίζεται στην κατανομή δυνάμεων, που αναφέραμε πιο πάνω. Είναι κατασκευασμένα έτσι, ώστε να υπάρχει αύξηση του πλάτους από πάνω προς τα κάτω.



Εικόνα 7.21: Φράγμα

**γ) Η συνισταμένη των δυνάμεων από το υγρό στα τοιχώματα δοχείου**

Το βάρος υγρού με δεδομένο όγκο δεν επηρεάζεται, φυσικά, από το σχήμα του δοχείου που το περιέχει. Αυτό αποδεικνύεται με τη χρήση ενός ζυγού και οδηγεί στο εξής ενδιαφέρον συμπέρασμα: **Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκεί το υγρό στα τοιχώματα του δοχείου είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και ισούται με το βάρος του υγρού.** (Η εξήγηση του συμπεράσματος βασίζεται στην ισορροπία δυνάμεων και στην αρχή δράσης-αντίδρασης. Μπορείτε, αν θέλετε, να ασχοληθείτε με το φαινόμενο).

**II. Δυνάμεις από υγρό που ηρεμεί σε σώμα βυθισμένο μέσα σε αυτό**

Η καθημερινή εμπειρία μάς προσφέρει πολλά παραδείγματα στα οποία υποψιαζόμαστε την παρουσία δύναμης από το υγρό σε σώμα, που είναι κατά ένα μέρος του ή ολόκληρο βυθισμένο μέσα σε αυτό.

Βλέπουμε, π.χ., αντικείμενα να επιπλέουν στη θάλασσα, ενώ θα περιμέναμε να βυθίζονται λόγω του βάρους τους (όταν μάλιστα έχουν, όπως τα μέταλλα, μεγαλύτερη πυκνότητα από το νερό).

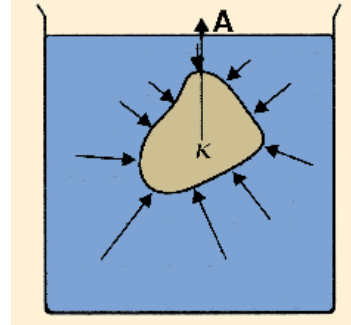
Νιώθουμε πως κάθε σώμα γίνεται ελαφρύτερο μέσα στο νερό από ό,τι στον αέρα.

Όλα αυτά δείχνουν ότι το υγρό ασκεί δύναμη στο στερεό που βυθίζεται σε αυτό. Δύναμη που την περιμένουμε να έχει φορά προς τα πάνω, αφού η αίσθηση είναι ότι το σώμα έχει τώρα μειωμένο βάρος.



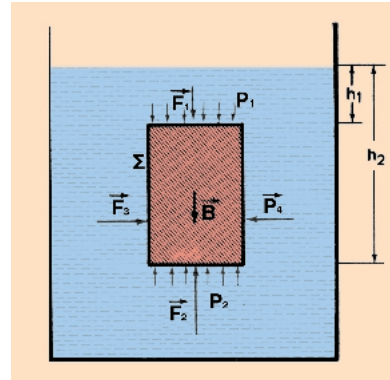
**7.6 Άνωση - Αρχή του Αρχιμήδη**

Ας δούμε το σώμα Α της εικόνας 7.22, που είναι βυθισμένο μέσα σε υγρό. Το σώμα δέχεται δυνάμεις από το υγρό, οι οποίες είναι κάθετες σε κάθε στοιχειώδη επιφάνειά του. Οι δυνάμεις που ασκούνται στην κατώτερη πλευρά αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες πιέσεις, λόγω του μεγαλύτερου βάθους στο οποίο βρίσκονται τα σημεία της πλευράς αυτής.



Εικόνα 7.22: Δυνάμεις από υγρό σε βυθισμένο στερεό

Επιλέγουμε στερεό με πρισματικό σχήμα, εικόνα 7.23, για απλοποίηση των σχέσεων. Οι δυνάμεις στις 4 πλευρές του στερεού έχουν τη φορά που προκαλείται από τις πιέσεις του υγρού σε αυτές. Η  $\vec{F}_1$  έχει φορά προς τα κάτω και είναι η συνισταμένη των δυνάμεων στην πάνω έδρα. Οι δυνάμεις  $\vec{F}_3, \vec{F}_4$  στα πλευρικά τοιχώματα είναι αντίθετες (αφού για κάθε σημείο της μιας πλευράς υπάρχει αντίστοιχο της άλλης σε ίδιο βάθος. Τα σημεία, δηλαδή, δέχονται ανά δύο την ίδια πίεση). Η δύναμη  $\vec{F}_2$  στην κάτω έδρα έχει φορά προς τα πάνω και είναι μεγαλύτερη από την  $F_1$ , αφού  $F_1 = p_1 A$ ,  $F_2 = p_2 A$  και  $p_2 > p_1$ .



Εικόνα 7.23: Υπολογισμός της άνωσης

Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκεί το υγρό στο στερεό είναι λοιπόν:

$$F = F_2 - F_1$$

$$\text{ή} \quad F = (p_2 - p_1)A = \rho g (h_2 - h_1)A$$

$$\text{ή} \quad F = \rho g Ah,$$

$$\text{όπου} \quad h = h_2 - h_1 = \text{ύψος στερεού}$$

$$\rho = \text{πυκνότητα υγρού.}$$

Τελικά:

$$F = \varepsilon V$$

(7.17)

Η σχέση (7.17) δείχνει ότι:

**Η συνισταμένη δύναμη εξαρτάται από το ειδικό βάρος του υγρού και από τον όγκο του βυθισμένου στερεού.**

Επειδή η  $\vec{F}$  έχει φορά προς τα πάνω, ονομάστηκε **άνωση**  $\vec{A}$ , και επομένως:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

$$A = \varepsilon V \quad (7.18)$$

Αν λάβουμε υπόψη ότι ο όγκος  $V$  του βυθισμένου στερεού είναι ίδιος με τον αντίστοιχο του υγρού που εκτοπίζει, η σχέση (7.18) μπορεί να γραφεί:

$$A = B' \quad (7.19)$$

όπου  $B' =$  βάρος του εκτοπισμένου υγρού.

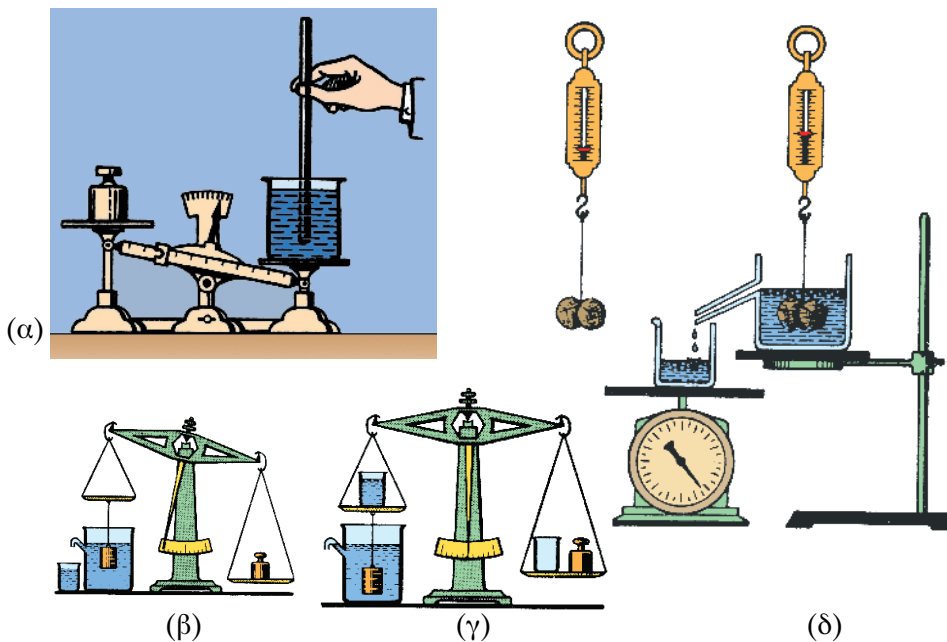
Η σχέση (7.19) εκφράζει την **αρχή του Αρχιμήδη**:

**“Κάθε σώμα που βρίσκεται σε υγρό που ηρεμεί δέχεται δύναμη ίση με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει”.**

Η αρχική διατύπωση της αρχής του Αρχιμήδη ήταν:

**“Κάθε σώμα που βυθίζεται σε υγρό χάνει από το βάρος του τόσο όσο είναι το βάρος του υγρού που εκτοπίζει”.** Είναι φανερό ότι οι δύο διατυπώσεις της αρχής είναι ισοδύναμες, αφού το σώμα “χάνει βάρος” ακριβώς λόγω της άνωσης.

Η άνωση εμφανίζεται είτε το σώμα είναι βυθισμένο ολόκληρο στο υγρό είτε ένα μέρος του, με μία προϋπόθεση όμως: **πρέπει η κατώτερη επιφάνεια του στερεού να βρέχεται από το υγρό**. Αν αυτό δε συμβαίνει και το στερεό ακουμπά στη βάση του δοχείου, η συνισταμένη δύναμη από το υγρό έχει φορά προς τα κάτω (θα τη λέγαμε κάτωση) και το στερεό σπρώχνεται προς τα κάτω.



Εικόνα 7.24: Πειραματική επαλήθευση της αρχής του Αρχιμήδη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**Ο ζυγός και η άνωση:** Στην εικόνα 7.24 παρουσιάζονται 4 πειράματα επαλήθευσης της αρχής του Αρχιμήδη.

\* Στην εικόνα 7.24(α) η ράβδος δέχεται άνωση από το νερό και ανταποδίδει με ίση δύναμη αντίθετης φοράς (δράση-αντίδραση). Η ισορροπία του ζυγού χαλάει, επειδή το υγρό εμφανίζεται “βαρύτερο”. *As το σκεφτούμε λίγο...*

\* Στην εικόνα 7.24(β) ο ζυγός ισορροπούσε πριν τοποθετήσουμε το μεγάλο ποτήρι με το νερό κάτω από το σώμα. Μετά τη βύθιση του σώματος στο νερό ο ζυγός κλίνει προς το μέρος των σταθμών.

**Απορία:** *Αν μαζέψουμε στο μικρό ποτήρι το νερό που εκτοπίστηκε από τη βύθιση του στερεού, θα μπορούσαμε να το χρησιμοποιήσουμε (και πώς;), για να αποκατασταθεί η ισορροπία στο ζυγό;*

\* Στην εικόνα 7.24(γ) βρίσκουμε μια απάντηση στην απορία που εκφράστηκε. Έχετε άλλη λύση να προτείνετε;

\* Στην εικόνα 7.24(δ) προσπαθούμε να επιβεβαιώσουμε ότι η άνωση σώματος ισούται με το βάρος του εκτοπιζόμενου υγρού. Η άνωση βρίσκεται από τη διαφορά  $A = B - B'$ , όπου  $B, B'$  το βάρος του σώματος στον αέρα και στο νερό αντίστοιχα.

Αυτά τα δύο βάρη βρίσκονται με τη βοήθεια ζυγού με ελατήριο. Το βάρος του εκτοπιζόμενου υγρού μετριέται με το δυναμομετρικό ζυγό.



**ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ** (287-212 π.Χ.): Έλληνας μαθηματικός, φυσικός και μηχανικός που έζησε στις Συρακούσες. Θεωρείται σαν ο μεγαλύτερος θετικός επιστήμονας της αρχαιότητας. Σημαντικότερες προσφορές του ήταν:

– Απέδειξε πώς το πηλίκο του μήκους κάθε περιφέρειας προς τη διάμετρό της είναι σταθερό και ίσο με  $\pi=3,14156...$  Βρήκε, επίσης, τις σχέσεις για τον υπολογισμό του όγκου και της ολικής επιφάνειας όλων των γνωστών γεωμετρικών σχημάτων (σφαίρας, κυλίνδρου κτλ.). Σε αυτόν αποδίδεται η φράση: “μη μου τους κύκλους τάραττε”, που απηύθυνε σε Ρωμαίο στρατιώτη έτοιμο να τον συλλάβει, ενώ έλυνε γεωμετρικό πρόβλημα στην άμμο.

– Προσδιόρισε τη φύση και τον τύπο για την **άνωση** που δέχονται τα στερεά μέσα στα ρευστά.

– Επινόησε πολλές **απλές μηχανές** (μοχλούς, τροχαλίες κτλ.) για τη μετακίνηση σωμάτων με μεγάλο βάρος. Είπε τη φράση “Δος μοι πα στο καί την γαν κινάσω” (δώσε μου, δηλαδή, μέρος να σταθώ και θα μετακινήσω τη γη). Οι μηχανικές και οπτικές επινοήσεις του (παραβολικά κάτοπτρα κ.ά.) αξιοποιήθηκαν από το στόλο των Συρακουσών στο διετή πόλεμο με τους Ρωμαίους.

Τον συνοδεύει η ιστορική φράση “Εύρηκα”, η οποία ακολούθησε τη δοκιμασία που τον επέβαλε ο βασιλιάς Ιέρωνας, ο οποίος τον ζήτησε να ελέγξει τη γνησιότητα του στέμματός του, χωρίς να προκαλέσει ζημιά σ’ αυτό. Ο Αρχιμήδης ανακάλυψε τυχαία – ενώ έκανε το μπάνιο του – τη λύση του προβλήματος αντιλαμβανόμενος την άνωση του νερού στο σώμα του. Το παραπάνω ρήμα ακούστηκε σαν κραυγή από τον εφευρέτη, που έτρεχε με αδαμαία περιβολή στους δρόμους των Συρακουσών θριαμβολογώντας. Φήμες ....

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**Εργαστηριακή πρόταση:** Σε εργαστήριο Φυσικής μετρείται πειραματικά η πυκνότητα στερεού βαρύτερου από το νερό, ειδικά μετάλλου (π.χ. μολύβδου) και υγρού (π.χ. οινόπνευματος). Χρησιμοποιούνται ο αναλυτικός ζυγός της εικόνας 6.24(β).

Μετρείται το βάρος  $B_1$  του μολύβδου στον αέρα και το αντίστοιχο του  $B_2$  στο νερό. Έχουμε:

$$B_1 = \rho_1 g V$$

$$A_1 = B_1 - B_2 = \rho_2 g V.$$

( $\rho_1, \rho_2$  οι πυκνότητες μολύβδου και νερού αντίστοιχα).

Βρίσκουμε:

$$\frac{B_1}{B_1 - B_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Αφού η πυκνότητα  $\rho_2$  του νερού είναι γνωστή (πίνακας 6.1), υπολογίζουμε την πυκνότητα  $\rho_1$  του μολύβδου.

Μετρείται το βάρος  $B_3$  του ίδιου κομματιού στο οινόπνευμα. Η νέα άνωση  $A_2$  είναι:

$$A_2 = B_1 - B_3 = \rho_3 g V,$$

$\rho_3$  = πυκνότητα οινόπνευματος. Άρα:

$$\frac{B_1}{B_1 - B_3} = \frac{\rho_1}{\rho_3}$$

Τώρα ξέρουμε την πυκνότητα  $\rho_1$  του μολύβδου, άρα βρίσκουμε την αντίστοιχη  $\rho_3$  του οινόπνευματος.

**Σημείωση:** Τι κάνουμε, αν το στερεό είναι ελαφρύτερο από το υγρό (π.χ. φελλός και νερό); Μπορούμε να αξιοποιήσουμε τη μέθοδο της **άνωσης**, που περιγράψαμε για το μολύβδο, μόνο αν το σώμα που έχει πυκνότητα μικρότερη από το νερό "συνοδεύεται" στο βύθισμα από κάποιο με αρκετά μεγαλύτερη πυκνότητα από το υγρό (π.χ. φελλός – μολύβδος). Υποψιάζεστε γιατί; Η διαδικασία είναι, τώρα, πιο χρονοβόρα και η περιγραφή της παραλείπεται.

**Η άνωση και η πλευση:** Σημαντικό ρόλο για τη δράση της άνωσης έχει η θέση του σημείου εφαρμογής της. Το σημείο αυτό λέγεται **κέντρο άνωσης** και είναι το (u) στην εικόνα 7.22. Εκείνο που έχει σημασία είναι η σχετική θέση των κέντρων βάρους (κ) και ανώσεως (u).

Αυτά τα δύο κέντρα συμπίπτουν, μόνο αν το σώμα είναι ομογενές (έχει δηλ. παντού την ίδια πυκνότητα). Για να εντοπίσουμε αυτά τα δυο σημεία, θυμόμαστε ότι:

Το κέντρο βάρους υπολογίζεται εμπειρικά, όπως συζητήσαμε στην αντίστοιχη ενότητα.

Το κέντρο άνωσης βρίσκεται, αν φανταστούμε ότι στη θέση του βυθισμένου στερεού (ή τμήματός του) έχουμε υγρό, σαν αυτό στο οποίο έχει βυθιστεί. Τότε, το κέντρο άνωσης είναι το κέντρο βάρους αυτού του υγρού.

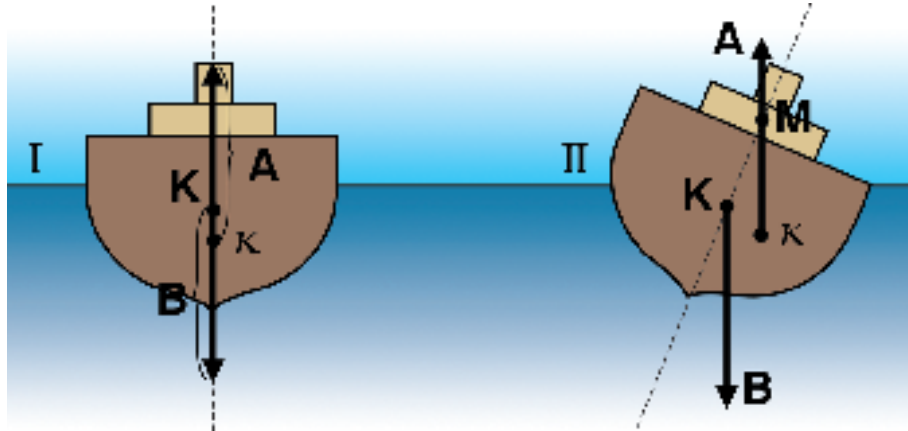
Επειδή οι δύο δυνάμεις (βάρος και άνωση) είναι αντίρροπες και ίσου μέτρου (αφού το στερεό ισορροπεί), οι περιπτώσεις είναι δύο:

\* Να έχουν ίδιο φορέα, οπότε δεν υπάρχει συνολικά ροπή.

\* Να έχουν παράλληλους φορείς, οπότε σχηματίζουν το γνωστό ζεύγος

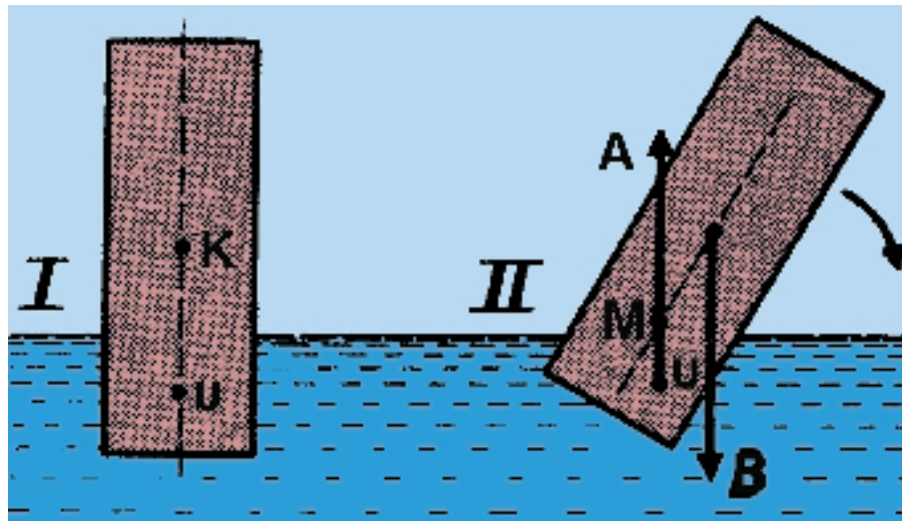
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

δυνάμεων. Το σώμα, τότε, περιστρέφεται και το ερώτημα είναι αν αυτή η περιστροφή οδηγεί σε αποκατάσταση ισορροπίας ή σε ανατροπή.



Εικόνα 7.25: Πλεύση πλοίου(ευσταθής ισορροπία)

Ας παρατηρήσουμε το πλοίο στην εικόνα 7.25, το οποίο επιπλέει στο νερό. Στη θέση ισορροπίας το βάρος και η άνωση είναι αντίθετες δυνάμεις πάνω σε φορέα που είναι ο άξονας συμμετρίας του πλοίου. Αν το πλοίο παρουσιάσει μικρή κλίση, το βάρος και η άνωση αποτελούν ζεύγος δυνάμεων. Η ροπή του ζεύγους (ας θυμηθούμε την αντίστοιχη παράγραφο...)



Εικόνα 7.26: Πλεύση σανίδας(ασταθής ισορροπία)

βοηθά στο να ξαναγυρίσει το πλοίο στην αρχική θέση του.

Για την ξύλινη σανίδα της εικόνας 7.26, όμως, η εξέλιξη είναι διαφορετική. Η σανίδα βυθίζεται κατά μικρό τμήμα του όγκου της στο νερό και γι' αυτό το

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

κέντρο άνωσης (u) είναι αρκετά χαμηλότερο από το κέντρο βάρους (κ). Στην πλάγια θέση το ζεύγος των  $\vec{B}, \vec{A}$  δημιουργεί ροπή που ανατρέπει την σανίδα.

Στη ναυπηγική αναφέρεται το **μετάκεντρο** (M), που είναι το σημείο τομής δύο φορέων: του φορέα της άνωσης και του άξονα συμμετρίας του στερεού.

**Γενική συνθήκη ευστάθειας στην πλευση:** Κάθε πλευόμενο βρίσκεται σε ευσταθή ισορροπία, όταν το μετάκεντρό του είναι πιο ψηλά από το κέντρο βάρους του.

Στην άνωση στηρίζεται σειρά εφαρμογών όπως η κίνηση των υποβρυχίων, οι πλωτές δεξαμενές, η κίνηση και η ηρεμία των ψαριών στη θάλασσα.

**Υδροστατικοί υπολογισμοί: Ομογενές σώμα Σ ζυγίζει στον αέρα  $B_1 = 40p$ , μέσα στο νερό  $B_2 = 35,3p$  και μέσα σε άγνωστο υγρό  $B_3 = 36,25p$ . Να υπολογιστούν οι πυκνότητες του στερεού και του άγνωστου υγρού.**

**Λύση:**

Το βάρος  $B_1$  ισούται με

$$B_1 = \rho_1 V = \rho_1 g V \quad (1)$$

( $\rho_1$  = πυκνότητα στερεού και  $V$  ο όγκος του). Η διαφορά  $A_1 = B_1 - B_2$  εκφράζει την άνωση μέσα στο νερό και:

$$A_1 = \rho_2 g V \quad (2)$$

$$\rho_2 = \text{πυκνότητα του νερού} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{B_1}{B_1 - B_2},$$

$$\text{άρα} \quad \rho_1 = \rho_2 \frac{B_1}{B_1 - B_2}.$$

$$\text{Βρίσκουμε:} \quad \rho_1 = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{40p}{4,7p} = 8510 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Η άνωση  $A_2$ , εξάλλου, του σώματος στο άγνωστο υγρό είναι:

$$A_2 = B_1 - B_3 = \rho_3 g V = \rho_3 g \frac{B_1}{\rho_1 g},$$

$$\text{δηλαδή} \quad A_2 = \frac{B_1 \rho_3}{\rho_1}$$

$$\text{ή} \quad B_1 - B_3 = \frac{B_1 \rho_3}{\rho_1}$$

$$\text{και τελικά:} \quad \rho_3 = \frac{(B_1 - B_3)}{B_1} \rho_1.$$

$$\text{Βρίσκουμε:} \quad \rho_3 = \frac{(40 - 36,25)p}{40p} \cdot 8510 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 797,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$



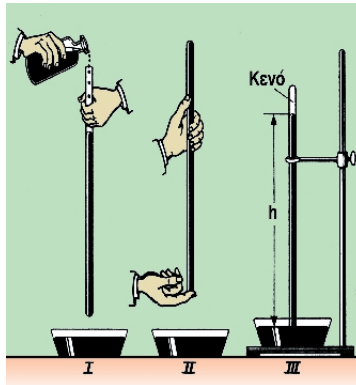
**7.7 Αεροστατική και ατμοσφαιρική πίεση**

Οι αρχές που αναφέρθηκαν στην Υδροστατική ισχύουν και για τα αέρια, εκτός από την σχέση (7.4). Δεν μπορούμε, δηλαδή, να μιλάμε για τέτοιας μορφής μεταβολή της πίεσης με το ύψος. Ας πάρουμε τα πράγματα με τη σειρά: Τα αέρια ασκούν πίεση για τους ίδιους λόγους με τα υγρά.

**Σε κατάσταση ηρεμίας ασκούν πίεση λόγω του βάρους τους.**

**Σε κατάσταση κίνησης ασκούν πίεση στα τοιχώματα εξαιτίας των συγκρούσεων των μορίων τους με αυτά.**

Τυπικό δείγμα αερίου είναι ο ατμοσφαιρικός αέρας ο οποίος, όπως είδαμε στην § 7.2, ασκεί την ατμοσφαιρική πίεση.



**Εικόνα 7.27: Προσεγγίζοντας το πείραμα Toricelli**



**Evangelista TORRICELLI** (1608-1647): Ιταλός φυσικός, μαθητής του Γαλιλαίου. Επινόησε πείραμα για τη μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης με τη βοήθεια στήλης υδραργύρου. Σε αυτό στηρίχτηκε η λειτουργία των κυριότερων τύπων μανομέτρων και βαρομέτρων. Μελέτησε τη δυναμική των ρευστών και διατύπωσε **θεώρημα για την ταχύτητα εκροής** ιδανικών υγρών από δοχεία.

*Πρότεινε εφαρμογές βασισμένες στο θεώρημα Bernoulli.*

Ο Toricelli (1643) ασχολήθηκε συστηματικά με τη μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης. Το πείραμα πρέπει να έγινε περίπου όπως δείχνει η εικόνα 7.27. Ο γυάλινος σωλήνας με μήκος 90cm γέμισε με καθαρό υδράργυρο απαλλαγμένο από υγρασία (εικόνα 7.27 I). Ο σωλήνας αναποδογυρίστηκε αφού κλείστηκε το ανοικτό άκρο του και βυθίστηκε σε ανοικτή λεκάνη γεμάτη με υδράργυρο (7.27 II). Το σύστημα ισορρόπησε τελικά στην κατάσταση που δείχνει η εικόνα (7.27 III).

Τι προκύπτει από το πείραμα; Μετά τη μέτρηση του ύψους  $h$  που απόκτησε η στήλη του υδραργύρου, το οποίο βρέθηκε  $h = 76\text{cm}$ , μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η ατμοσφαιρική πίεση ισοδυναμεί με την πίεση που ασκεί στη βάση της στήλης Hg με ύψος 76cm. Άρα:  $1\text{atm} = 76\text{cm Hg} = 760\text{mm Hg}$ . Η μονάδα 1mm Hg ονομάστηκε τιμητικά **Torr**, και, επομένως,

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΠΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

εισάγεται νέα μονάδα μέτρησης της πίεσης το  $1 \text{ Torr} = 1 \text{ mm Hg}$ .

**Για όσους ενδιαφέρονται για αποδείξεις:** Ας θυμηθούμε την αρχή της υδροστατικής: η πίεση στη βάση της στήλης είναι  $p_1 = \rho_{\text{Hg}} gh$ . Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο στην ελεύθερη επιφάνεια του υδραργύρου της λεκάνης η πίεση είναι  $p_2 = p_a$ . Άρα  $p_1 = p_2$  και:

$$p_a = \rho_{\text{Hg}} gh \quad (7.11)$$

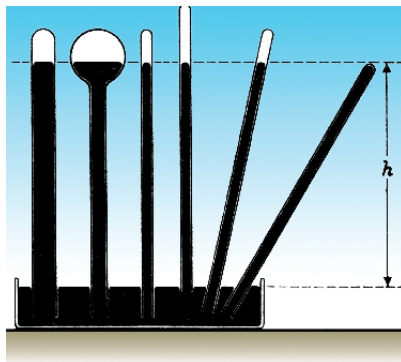
Αν αντικαταστήσουμε:  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,

$h = 76 \text{ cm} = 0,76 \text{ m}$ , βρίσκουμε:  $p_a = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,76 \text{ m}$

και  $p_a = 1,033 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ , (τιμή την οποία είχαμε αναφέρει στην § 7.2).

### Σκέψεις και σχόλια για το πείραμα Toricelli

- \* Πάνω από τη στήλη Hg στο σωλήνα της εικόνας 7.27 III αναγράφεται η λέξη “κενό”. Αυτό δεν είναι απόλυτα σωστό, αφού υπάρχουν ατμοί Hg. Ένα από τα προσόντα του Hg, όμως, είναι ότι η πίεση που ασκούν οι ατμοί του σε συνηθισμένες θερμοκρασίες είναι πολύ μικρή, μέχρι αμελητέα (σε σχέση με την  $p_a$ ).
- \* Η στήλη Hg στο σωλήνα, που την ονομάζουμε **βαρομετρική**, είναι ίδια ανεξάρτητα από την επιφάνεια βάσης, από τη μορφή και από την κλίση του σωλήνα (εικόνα 7.28). Η εξήγηση είναι όμοια με αυτήν που δώσαμε για το υδροστατικό παράδοξο.



**Εικόνα 7.28:** Το ύψος της βαρομετρικής στήλης δεν επηρεάζεται από την επιφάνεια της βάσης, από τη μορφή και από την κλίση του σωλήνα.

Εύλογη απορία: Γιατί ο Toricelli δούλεψε με Hg και όχι με νερό, που είναι και το φθηνότερο και το πιο διαδεδομένο υγρό;



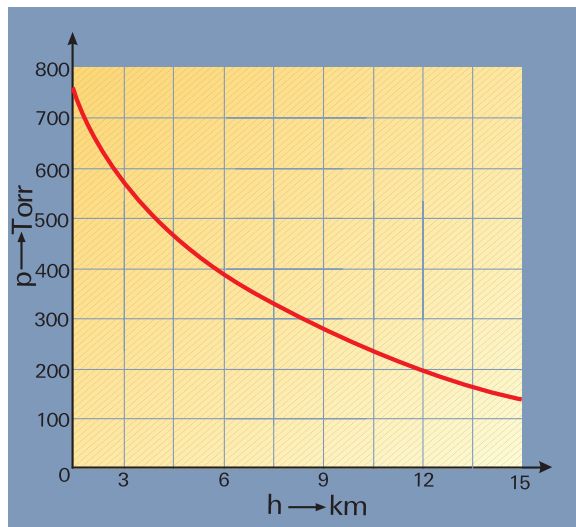
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

(Χρησιμοποιήστε τη σχέση (7.11) για το νερό με  $\rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  και βρείτε το ύψος  $h$  που θα είχε η στήλη του. Σχολιάστε...)

### 7.8 Η ατμοσφαιρική πίεση ελαττώνεται με το ύψος.

Είδαμε ότι στα υγρά η πίεση αυξάνεται με το βάθος. Αν το δούμε αντίστροφα, η πίεσή τους μειώνεται από τον πυθμένα προς την ελεύθερη επιφάνεια. Εκεί, όμως, η μεταβολή ακολουθούσε ευθεία γραμμή στο διάγραμμα πίεσης - βάθους (εικόνα 7.5).

Και στην ατμόσφαιρα η πίεση ελαττώνεται από τη βάση της αέριας στήλης (έδαφος) προς τα πάνω. Μόνο που τώρα η μεταβολή δίνει καμπύλη στο διάγραμμα πίεσης ( $p$ ) - ύψους ( $h$ ). Αυτό συμβαίνει, επειδή η πυκνότητα του αέρα δεν είναι σταθερή με την αύξηση του ύψους, αφού ελαττώνεται, όσο ανεβαίνουμε. Στα υγρά, αντίθετα, θεωρήσαμε σταθερή πυκνότητα για όλο το υγρό. Η μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος φαίνεται στην εικόνα 7.29.



Εικόνα 7.29: Μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος

Η ελάττωση πίεσης και πυκνότητας του αέρα, όσο ψηλότερα βρισκόμαστε, έχει πολλές χαρακτηριστικές συνέπειες. Θυμηθείτε εκφράσεις όπως αυτές:

“Έχει καρδιοπάθεια και δεν πρέπει να μένει σε μέρη με μεγάλο υψόμετρο.”

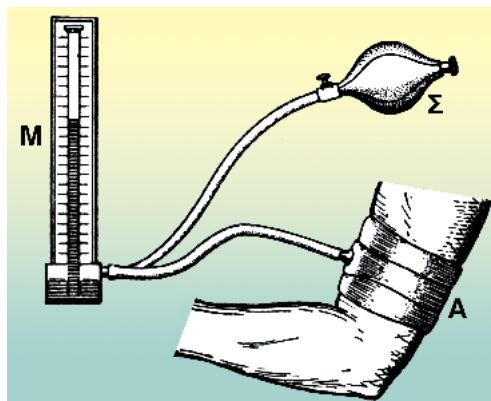
“Καθώς ανεβαίναμε στον Παρνασσό, βούλωσαν τα αφτιά μου.”

“Η ορειβασία στα Ιμαλάια, πάνω από κάποιο υψόμετρο, γίνεται εξαιρετικά επίπονη για τον οργανισμό.”

Αξιίζει να αναφερθούν λίγες από τις χαρακτηριστικές εφαρμογές της αεροστατικής:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**Το ιατρικό πιεσόμετρο** (εικ. 7.30). Αξιοποιείται για τη μέτρηση της αρτηριακής υπερπίεσης (όπως σχολιάσαμε και για τον αέρα στα ελαστικά). Ο αεροθάλαμος τοποθετείται σταθερά στο βραχίονα του χεριού (αριστερού, ώστε να εξετάζεται αρτηρία κοντά στην καρδιά). Με το συμπιεστή Σ γεμίζουμε τον αεροθάλαμο έως ότου η πίεση να μην επιτρέπει στο σφυγμό να ακούγεται στον καρπό του χεριού. Αφαιρούμε, μετά, αέρα με πολύ μικρό ρυθμό με τη βοήθεια του σφικτήρα. Κάποια στιγμή ακούγεται πάλι ο σφυγμός, και, τότε, μετράμε την αρτηριακή πίεση με τη βοήθεια στήλης Hg. Λέμε ότι μετρήσαμε τη “μεγάλη” πίεση, που θα πρέπει να είναι 10 - 12 cm Hg για τους νέους και 14 - 15 cm Hg για τους μεσήλικες. Αν συνεχίσουμε την αφαίρεση του αέρα, ο σφυγμός κάποια στιγμή “ξαναχάνεται”. Η πίεση που μετράμε τώρα, η “χαμηλή”, λέγεται και πίεση καρδιάς. Ο εμπειρικός τύπος



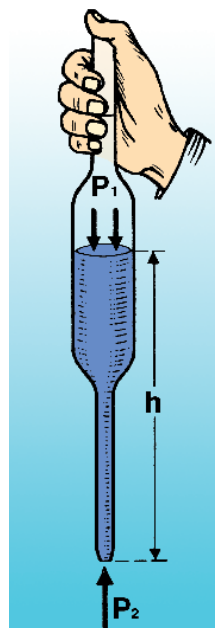
Εικόνα 7.30: Το ιατρικό πιεσόμετρο

για τη μεγάλη  $p$  και τη μικρή πίεση είναι:  $p_{\text{μικρή}} = \frac{p_{\text{μεγάλη}}}{2} + 1 \text{ cmHg}$ . Αν δεν

προκύψει τέτοιο ζευγάρι τιμών, ίσως πρέπει να συμβουλευτούμε γιατρό. (Εκτός αν μετρηθήκαμε σε στιγμή υπερέντασης ή αύπνίας ή ύστερα από πολυφαγία).

**Το σιφώνι** (εικόνα 7.31): Χρησιμοποιείται για μεταγίσεις μικρών ποσοτήτων υγρών. Αν το γεμίσουμε με υγρό από δοχείο και κλείσουμε με το δάκτυλο το πάνω άνοιγμα, παρατηρούμε μικρή πτώση της στάθμης, και μετά η εκροή σταματά. Αυτό σημαίνει ότι το υγρό σταμάτησε να πέφτει, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων έγινε ίση με μηδέν. Οι δυνάμεις είναι: το βάρος της στήλης, η δύναμη από την ατμοσφαιρική πίεση  $p_1$  και η αντίστοιχη από την πίεση  $p_2$  του παγιδευμένου αέρα.

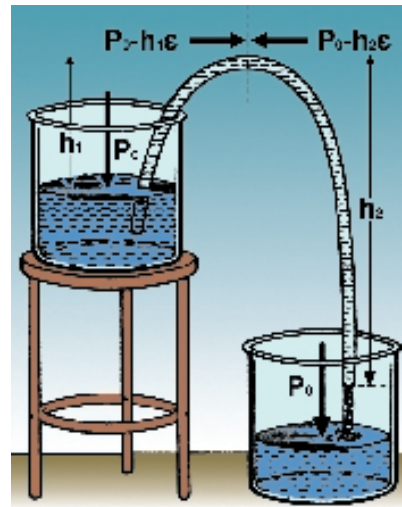
Αν πάτε για ανάλυση αίματος, θα δείτε το μικροβιολόγο να τοποθετεί με σιφώνι σε γυάλινη πλάκα λίγο από το αίμα που σας αφαίρεσε. Ανοιγοκλείνοντας το πάνω άκρο ρυθμίζει την ποσότητα του υγρού που θέλει. Το σιφώνι, τότε, λέγεται σταγονόμετρο.



Εικόνα 7.31: Το σιφώνι

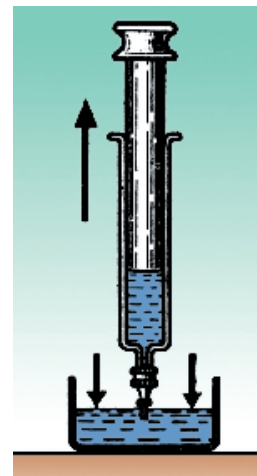
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**Ο σίφωνας** (εικόνα 7.32): Με αυτόν μπορούμε να μεταγγίσουμε μεγαλύτερες ποσότητες υγρού απ' ό,τι με το σιφώνι. Στο σίφωνα, όμως, πρέπει να προηγηθεί τράβηγμα του αέρα με το στόμα. Ύστερα όλα εξελίσσονται ομαλά. Η εκροή συνεχίζεται έως ότου οι πιέσεις στο ανώτατο σημείο του σωλήνα γίνουν ίσες. Όσο ρέει το υγρό, το ύψος  $h_1$  στον τροφοδότη Τ μεγαλώνει, άρα η πίεση από αριστερά ( $p_a - \epsilon h_1$ ) μικραίνει. Συγχρόνως μικραίνει το ύψος  $h_2$  στον υποδοχέα Υ, άρα η πίεση από δεξιά ( $p_a - \epsilon h_2$ ) μεγαλώνει. Κάποια στιγμή οι δύο πιέσεις γίνονται ίσες και η εκροή σταματά.



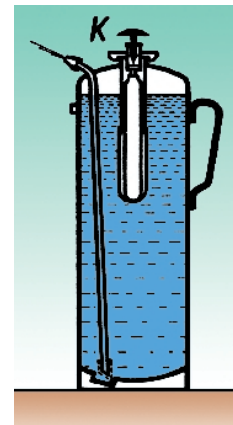
Εικόνα 7.32: Ο σίφωνας

**Η ιατρική σύριγγα** (εικόνα 7.33): Ας μην αναφέρουμε πού χρησιμοποιείται, επειδή κάποιοι φοβούνται τα “τοιμήματα”! Πάντως, το ανέβασμα του εμβόλου δίνει διέξοδο στο διαλυμένο αέρα να κινηθεί προς τα πάνω. Όσο μεγαλώνει ο όγκος του, μικραίνει η πίεση και το υγρό επωφελείται ανεβάζοντας τη στάθμη του. Το αντίθετο γίνεται στο κατέβασμα του εμβόλου.



Εικόνα 7.33: Η ιατρική σύριγγα

**Ο πυροσβεστήρας** (εικόνα 7.34): Ο τύπος της εικόνας χρησιμοποιείται σε κλειστούς χώρους (σπίτια, αυτοκίνητα κτλ.) Με απότομο κτύπημα στο κάλυμμα Κ ανοίγει το στόμιο της φιάλης με διοξείδιο του άνθρακα σε μεγάλη πίεση. Το υγρό, συνήθως διάλυμα αλατούχου, εκσφενδονίζεται με μορφή φλέβας.

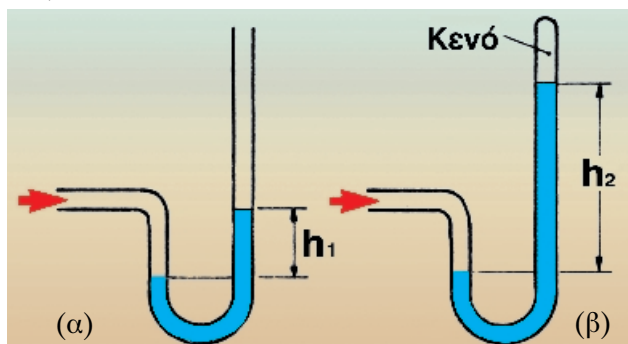


Εικόνα 7.34: Ο πυροσβεστήρας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

### Όργανα μέτρησης της αεροστατικής πίεσης

Η αεροστατική πίεση, γενικά, μετρείται με τα **μανόμετρα** (εικόνα 7.35), τα οποία διακρίνονται σε δύο τύπους:

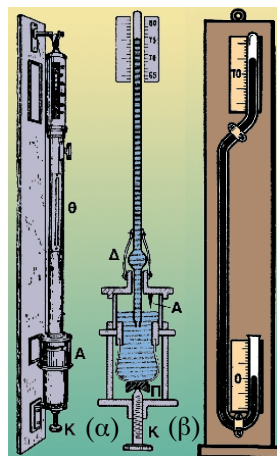


Εικόνα 7.35: Ανοιχτό και κλειστό μανόμετρο.

- \* Στα **ανοιχτά μανόμετρα** (εικ. 7.35 α): Το δεύτερο σκέλος είναι ανοιχτό (το πρώτο έτσι κι αλλιώς είναι), για να εισάγεται το αέριο που θα μελετήσουμε. Η διαφορά πίεσης  $p_A - p_a$ , εικόνα 7.35, ( $p_A$  = η πίεση του αερίου και  $p_a$  = ατμοσφαιρική πίεση) ισούται με την πίεση ( $\epsilon h_1$ ) της στήλης Hg ύψους  $h_1$  και ειδικού βάρους  $\epsilon$ .
- \* Στα **κλειστά μανόμετρα** (εικ. 7.35β): Το δεύτερο σκέλος είναι κλειστό και η πίεση πάνω από τη στήλη Hg σε αυτό είναι αμελητέα ("κενό"). Τώρα η πίεση  $p_A$  του αερίου μετρείται απευθείας με το ύψος  $h_2$  της στήλης Hg ( $p_A = \epsilon h_2$ ).

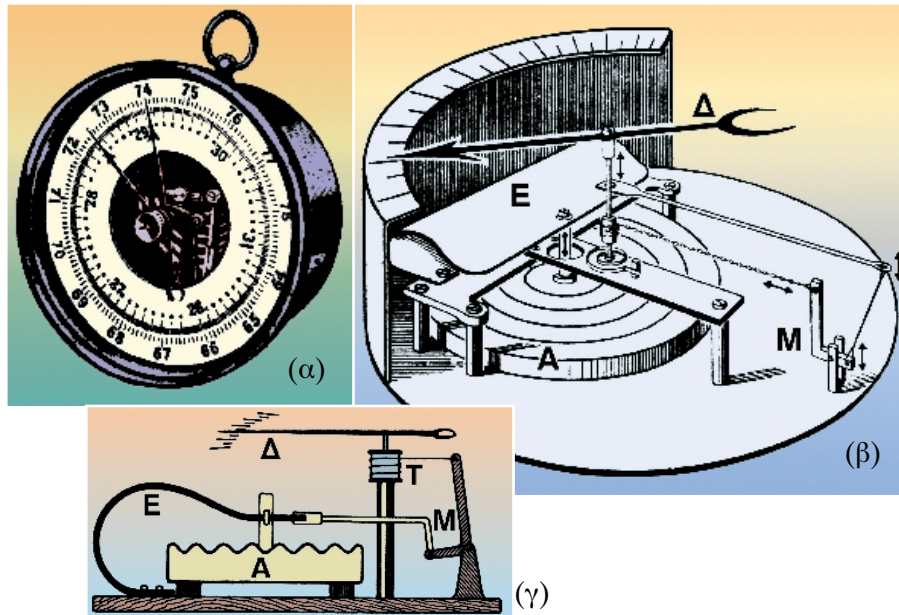
Ειδικά για την ατμοσφαιρική πίεση χρησιμοποιούνται τα **βαρόμετρα**. Βασίζονται σε δύο μεθόδους:

- Στα **άμεση μέτρηση**: Τα βαρόμετρα αυτού του τύπου λειτουργούν όπως και τα μανόμετρα. Βασίζονται στον υδράργυρο. Τα πιο συνηθισμένα είναι το βαρόμετρο Fortin και το σιφωνοειδές, εικόνα 7.36 (α) και (β). Το πρώτο μοιάζει να είναι πιο πολύπλοκο από το άλλο, αλλά έχει ένα μεγάλο πλεονέκτημα: δε σπάει εύκολα κατά τη μεταφορά, όπως βλέπετε και από την κατασκευή του.
- Στην **έμμεση μέτρηση**: Τα βαρόμετρα αυτού του τύπου μετράνε την ατμοσφαιρική πίεση από τα αποτελέσματά της σε ευαίσθητα υλικά. Είναι τα **μεταλλικά βαρόμετρα** και είναι ελαφρά (λείπει τώρα ο "βαρύς" Hg) και ευμετακίνητα (εικόνα 7.37). Η ατμοσφαιρική πίεση μετρείται από την παραμόρφωση σε κατάλληλα μεταλλικά ελάσματα.



Εικόνα 7.36: Βαρόμετρα

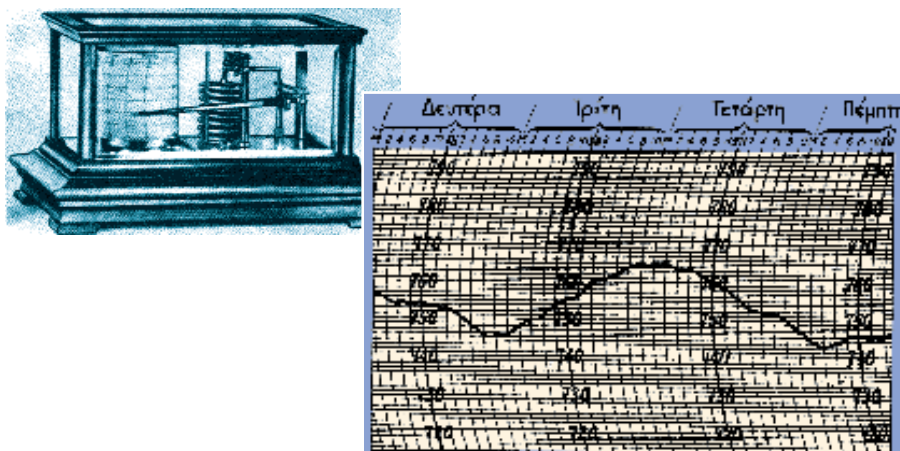
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -



Εικόνα 7.37 : Δομή και μορφή συνηθισμένου βαρόμετρου

Στην εικόνα 7.37(α) φαίνεται το βαρόμετρο όπως το βλέπουμε εξωτερικά. Στην εικόνα 7.37(β) έχουμε "ανοίξει" το όργανο και στην 7.37 (γ) φαίνεται απλοποιημένη η εσωτερική διάταξή του.

Με κατάλληλη επέκταση το μεταλλικό βαρόμετρο μπορεί να γίνει **βαρογράφος** (αφού το δεύτερο συνθετικό μιας λέξης είναι "γράφος", περιμένουμε καταγραφή των μετρήσεων κάπου σε χαρτί, σε φιλμ κτλ.). Τώρα έχουμε και τύμπανο που περιστρέφεται με ωρολογιακό μηχανισμό και καλύπτεται εξωτερικά από φύλλο χαρτιού στο οποίο αναγράφονται ημέρες και ώρες. Όλα αυτά φαίνονται στην εικόνα 7.38.



Εικόνα 7.38: Βαρογράφος



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

**Παράδειγμα:** Αερόστατο έχει συνολικό όγκο  $V = 60\text{m}^3$ . Το περίβλημα μαζί με τα εξαρτήματα έχουν βάρος 750p. Ο αεροθάλαμος περιέχει υδρογόνο. Οι συνθήκες είναι τέτοιες, ώστε οι πυκνότητες υδρογόνου και αέρα να είναι 0,09 και 1,3 (στο S.I.). Με ποια δύναμη ανυψώνεται το αερόστατο;

**Λύση.**

Η ανυψωτική δύναμη  $F$  δίνεται από τη σχέση:

$$F = A - B_{ολ}$$

όπου

$$A = \rho_a g V$$

( $\rho_a$  = πυκνότητα υδρογόνου και  $B_e$  το βάρος των εξαρτημάτων).

$$\text{Άρα: } F = \rho_a g V - (\rho_H g V + B_e).$$

$$\text{Τελικά: } F = (\rho_a - \rho_H) g V - B_e.$$

$$\text{Βρίσκουμε } F = 1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60\text{m}^3 - 7,5\text{N} = 718,5\text{N}.$$

(Η μονάδα πυκνότητας στο S.I. είναι  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  και  $1\text{p} = 10^{-3}\text{kp} = 10^{-2}\text{N}$ ).

**Πώς λύνουμε ασκήσεις στατικής των ρευστών:** Όπως φαίνεται από τα λυμένα παραδείγματα, που προηγήθηκαν, υπάρχουν δύο γενικές κατηγορίες ασκήσεων στατικής των ρευστών:

- **Ασκήσεις βασισμένες στις πιέσεις:** Έχουν ως βασικό δεδομένο ή ζητούμενο την υδροστατική ή την αεροστατική πίεση. Στην πρώτη περίπτωση δουλεύουμε με τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής και την αρχή του Pascal. Στη δεύτερη περίπτωση αξιοποιούμε το διάγραμμα μεταβολής της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος, και το πείραμα του Toricelli.

- **Ασκήσεις βασισμένες στις δυνάμεις:** Εδώ κυριαρχούν η αρχή του Αρχιμήδη (για περιπτώσεις στερεού μέσα σε ρευστό) και οι δυνάμεις στα πλευρικά τοιχώματα. Η πιο συνηθισμένη μορφή ασκήσεων είναι αυτή του "φαινομένου βάρους" στερεού μέσα σε ρευστό. Τότε θυμόμαστε ότι η άνωση είναι η διαφορά του βάρους του στερεού έξω από το ρευστό και μέσα σ' αυτό.

## 7.9 Ιδανικά και πραγματικά ρευστά

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε τη στατική των ρευστών. Όταν τα υγρά θεωρούνται ακίνητα (για τα αέρια τέτοια περίπτωση δεν υπάρχει παρά μόνο στο απόλυτο μηδέν των θερμοκρασιών), δε μας απασχολεί συνήθως το ερώτημα: "συμπεριφέρεται ιδανικά το ρευστό ή όχι;". Υπάρχουν, όμως, φαινόμενα όπου το ερώτημα ζητά απάντηση. **Ιδανικά υγρά** θεωρούνται εκείνα για τα οποία μπορούμε να δεχτούμε:

α) πολύ μικρή συμπίεστικότητα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

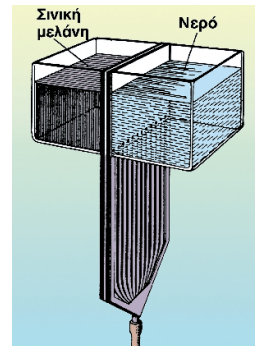
- β) αμελητέες δυνάμεις επαφής ανάμεσα στο υγρό και στο στερεό με το οποίο γειτονεύουν (**δυνάμεις συνάφειας**).
- γ) απουσία δυνάμεων ανάμεσα στα μόρια του υγρού (**δυνάμεις συνοχής**).
- δ) απουσία κάθε αντίστασης κατά τις κινήσεις που γίνονται μέσα σε αυτά.
- ε) σταθερή σύσταση της κινούμενης μάζας τους.
- στ) έλλειψη στροβίλων κατά την κίνησή τους.
- Όπως βλέπουμε, από τις παραπάνω ιδιότητες μόνο οι τρεις πρώτες (α, β, γ) αναφέρονται στην ηρεμία του υγρού.

*Είναι παράλειψη το ότι δεν ελέγχουμε αυτές τις ιδιότητες ως τώρα; Θεωρώντας το υγρό ιδανικό στα υδροστατικά φαινόμενα δεν είχαμε τη δυνατότητα να αναφερθούμε στο τριχοειδές φαινόμενο, το οποίο οφείλεται στις δυνάμεις συνοχής και συνάφειας. Ας περιοριστούμε στην διευκρίνιση ότι αφορά το ανθόρμητο ανέβασμα νερού από το δοχείο σε πολύ λεπτό σωλήνα που βυθίζεται κατακόρυφα σε αυτόν. Και ότι το ανέβασμα του νερού από τις ρίζες των φυτών στα πιο ψηλά σημεία τους αποτελεί τη σημαντικότερη απόδειξη αυτού του φαινομένου.*

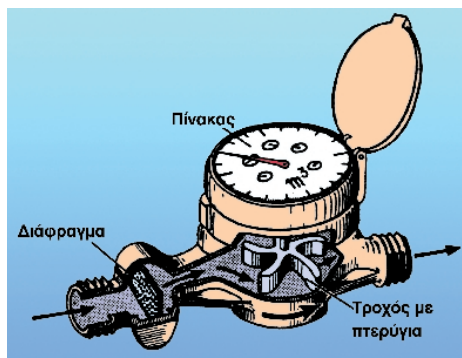
## 7.10 Δυναμική ιδανικών υγρών

### 7.10.1. Ροή και παροχή

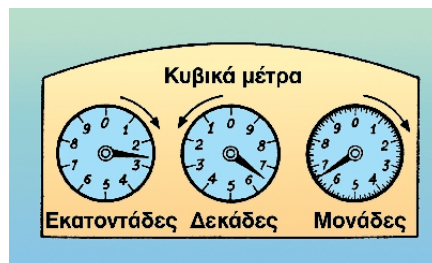
Όταν ένα ρευστό κινείται, λέμε ότι υπάρχει **ροή** και το ρευστό αποτελεί **πεδίο ροής**. Η ροή μπορεί να είναι **μόνιμη** (ή στρωτή), όταν η ταχύτητα των μορίων σε κάθε σημείο είναι πάντα ίδια (δεν εννοούμε και παντού ίδια). Αν δε συμβαίνει αυτό, μιλάμε για **στροβιλώδη** (ή **τυρβώδη**) ροή. Η μελέτη της κίνησης του υγρού διευκολύνεται, αν θεωρήσουμε τις **γραμμές ροής**. Στην εικόνα 7.39, π.χ., βλέπουμε τις γραμμές ροής για δύο υγρά διαφορετικού χρώματος που δεν αναμειγνύονται (σινική μελάνη και νερό).



Εικόνα 7.39: Γραμμές ροής για δύο υγρά



Εικόνα 7.40: Το γνωστό μας ρολόι της εταιρείας ύδρευσης



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Έχουμε συνηθίσει να μιλάμε για κατανάλωση νερού και, φυσικά, αναφερόμαστε στον όγκο. Είναι το μέγεθος που μετρά το “ρολόι” της εταιρείας ύδρευσης (ΕΥΔΑΠ για την Αττική) (εικόνα 7.40).

Όπως έχουμε εξηγήσει, όμως, στο κεφ. 5, πολλές φορές χρειαζόμαστε το ρυθμό μεταβολής κάποιου μεγέθους. Στα θέματα που συζητάμε αναφερόμαστε στο ρυθμό με τον οποίο γίνεται η ροή του υγρού. Πόσες φορές δε διαπιστώσαμε ότι “η ροή είναι μεγάλη” ή ότι “με το σταγονόμετρο βγαίνει το νερό από τη βρύση”? Το μέγεθος που εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του όγκου υγρού είναι η **παροχή Π**:

$$\Pi = \frac{V}{t} \quad (7.11)$$

$V$  = όγκος υγρού που πέρασε από μια διατομή σωλήνα σε χρόνο  $t$ .

**Προσέχουμε:**

Η παροχή εκφράζεται σε  $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$  (στο S.I.).

Η σχέση (7.11) μπορεί να γραφεί:

$$\Pi = A \cdot v \quad (7.12)$$

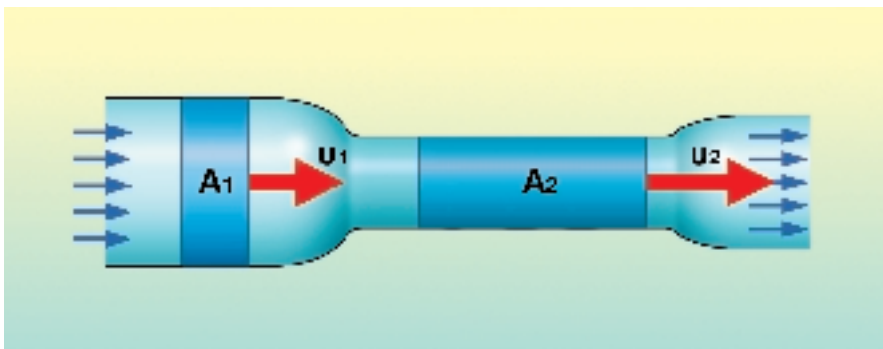
(έχοντας υπόψη ότι  $V = A \ell$  και  $\frac{\ell}{t} = v$  για ένα τμήμα υγρού με εμβαδόν βάσης  $A$  και μήκος  $\ell$ ).

Όπως φαίνεται από τη σχέση (7.12), όταν η ροή γίνεται με σταθερή παροχή, εικόνα 7.41, μπορούμε να γράψουμε:

$$\Pi_1 = \Pi_2$$

ή

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (7.13)$$



Εικόνα 7.41: Ροή με σταθερή παροχή



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Η σχέση (7.13) εκφράζει το **νόμο της συνέχειας** και έχει μεγάλη σημασία για την κατανομή των ταχυτήτων σε σωλήνα τυχαίου σχήματος.

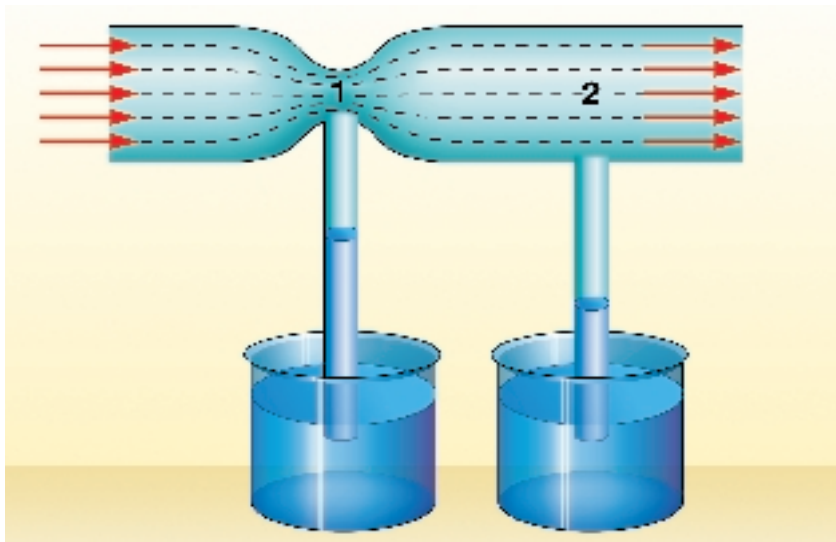
*Ας θυμηθούμε:* Πόσες φορές αναγκαστήκαμε να μειώσουμε το άνοιγμα του σωλήνα ποτίσματος (πιέζοντας με τα δάχτυλα), για να βγαίνει το νερό με μεγαλύτερη ταχύτητα;

### 7.10.2 Ο Νόμος του Bernoulli και εφαρμογές του

Με το νόμο της συνέχειας υπολογίζουμε την ταχύτητα σε κάθε σημείο υγρού, αν μετρήσουμε τη διατομή  $A$  του σωλήνα που αντιστοιχεί στο σημείο. Έχουμε, όμως, παραμελήσει το βασικό μέγεθος για τη συμπεριφορά των ρευστών: την πίεση. Επιχειρούμε δύο πειράματα διερευνητικά.

#### Πείραμα 1ο

Στα σημεία 1 και 2 του σωλήνα με νερό που ρέει, εικόνα 7.42, όπου οι διατομές είναι διαφορετικές, συνδέονται δύο σωληνάκια με τα άλλα άκρα τους βυθισμένα σε ποτήρια με νερό. Το αποτέλεσμα φαίνεται στην εικόνα.



Εικόνα 7.42: Πειραματική επιβεβαίωση του νόμου Bernoulli

Το ύψος του νερού στα δύο σωληνάκια δεν είναι το ίδιο. Το μεγαλύτερο ύψος στο σωληνάκι I δείχνει ότι η πίεση στο σημείο 1 είναι μικρότερη από την αντίστοιχη στο σημείο 2 ( $p_1 < p_2$ ). Στο σημείο 1, όμως, έχουμε μεγαλύτερη ταχύτητα ροής από αυτήν στο 2, αφού στο πρώτο σημείο η διατομή είναι μικρότερη.

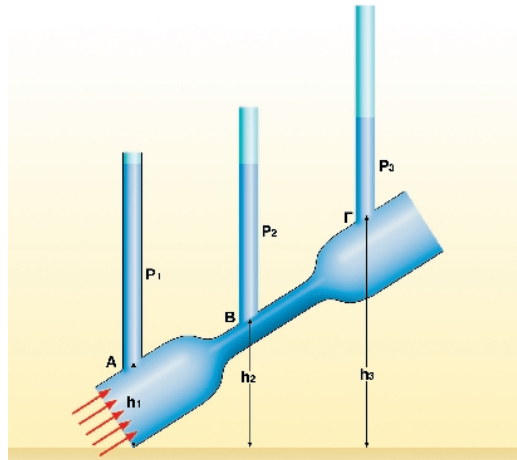
**Συμπέρασμα:** Σε υγρό που ρέει μέσα σε σωλήνα, η πίεση που επικρατεί σε σημείο του ρευστού είναι μικρή εκεί που η ταχύτητα του υγρού είναι μεγάλη (και αντίστροφα). Την πίεση αυτή, στις επόμενες παραγράφους, θα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

την ονομάζουμε **στατική**.

### Πείραμα 2ο

Στην εικόνα 7.43 επαναλαμβάνεται το προηγούμενο πείραμα για σωλήνα σε πλάγια θέση. Επιδίωξή μας είναι, τώρα, να δούμε την επίδραση του ύψους από επίπεδο αναφοράς (π.χ. το έδαφος) στη στατική πίεση του υγρού.



Εικόνα 7.43: Επίδραση του ύψους στη στατική πίεση σε σημείο υγρού

Σταματάμε τη ροή του υγρού κλείνοντας το δεξιό άκρο του σωλήνα με την παλάμη. Βλέπουμε ότι τα ύψη του νερού στα σωληνάκια είναι διαφορετικά. Εκεί που το ύψος από το έδαφος είναι μικρό (σημείο Α) η στατική πίεση είναι μεγάλη. Αν ο σωλήνας στραφεί στην οριζόντια θέση και αφήσουμε ελεύθερη τη ροή, βλέπουμε, όπως και στο 1ο πείραμα, μεγάλη στατική πίεση εκεί που η ταχύτητα είναι μικρή. Οι πιέσεις δηλαδή στα Α, Γ είναι ίσες, ενώ στο Β, όπου έχουμε μεγαλύτερη ταχύτητα, η στατική πίεση είναι μικρότερη.

Ο συνδυασμός των πειραμάτων έδειξε ότι:

**"Η στατική πίεση σε σημείο είναι μεγαλύτερη, όταν η ταχύτητα του υγρού σε αυτό είναι μικρότερη (μεγαλύτερη διατομή) ή όταν το σημείο είναι χαμηλότερο υψομετρικά".**

Ασχοληθήκαμε, λοιπόν, με τρία είδη πιέσεων για κάθε ροή υγρού σε σωλήνα τυχαίου σχήματος και πλάγιο:

**Τη στατική πίεση  $p_s$** , που εμφανίζεται ανεξάρτητα από το αν το υγρό κινείται ή όχι. Εμφανίζεται σε όλους τους σωλήνες, οριζόντιους και πλάγιους.

**Τη δυναμική πίεση**, που οφείλεται στην ταχύτητα του ρευστού στο εξεταζόμενο σημείο και εκφράζεται από τη σχέση:  $p_d = \frac{1}{2} \rho v^2$  ( $\rho$  = πυκνότητα).

**Την υψομετρική πίεση**, που σχετίζεται με το ύψος  $h$  του σημείου από κάποιο επίπεδο αναφοράς. Εμφανίζεται σε σωλήνες τοποθετημένους πλάγια, οπότε όλα τα σημεία του δε βρίσκονται στο ίδιο ύψος. Υπολογίζεται

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

από τη σχέση:  $p_v = \rho gh$ .

Ο Bernoulli απέδειξε θεωρητικά και πειραματικά ότι το άθροισμα των τριών πιέσεων είναι σταθερό:

$$p_{\sigma} + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{σταθ.} \quad (7.14)$$

Η σχέση (7.14) είναι γνωστή ως **νόμος του Bernoulli**. (Η θεωρητική απόδειξη βασίζεται στη διατήρηση της ενέργειας). Ο νόμος ισχύει για όλα τα ιδανικά ρευστά και έχει πολλές ενδιαφέρουσες εφαρμογές, πρακτικές και τεχνολογικές.

\* **Μακριά από “κόντρες”**. Οι γνωστοί ανταγωνισμοί με τα αυτοκίνητα είναι έτσι κι αλλιώς επικίνδυνοι και ανεπίτρεπτοι. Δείτε και την αεροδυναμική πλευρά τους. Όταν τα αυτοκίνητα τρέχουν παράλληλα και σε μικρή απόσταση μεταξύ τους έλκονται, και απειλείται πλάγια σύγκρουση. Ο αέρας ανάμεσα στα αυτοκίνητα κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από τον αέρα στις εξωτερικές πλευρές του. Αυτό συμβαίνει, επειδή η διατομή στον ενδιάμεσο χώρο είναι μικρότερη, και επομένως, ισχύει ο νόμος της συνέχειας. Η υψομετρική πίεση είναι ίδια σε όλους τους χώρους γύ-

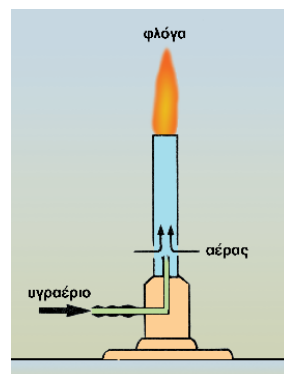
ρω από τα αυτοκίνητα. Από τη σχέση (7.14) προκύπτει:  $p_{\sigma} + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{σταθ.}$

Άρα στον ενδιάμεσο χώρο, όπου η δυναμική πίεση είναι μεγαλύτερη, έχουμε μικρότερη στατική πίεση  $p_{\sigma}$ . Επομένως, η πίεση εξωτερικά είναι μεγαλύτερη και ωθεί το ένα αυτοκίνητο προς το άλλο...

Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται, όταν το αυτοκίνητο κινείται με μεγάλη ταχύτητα στην αριστερή λωρίδα της εθνικής οδού, κοντά στον προστατευτικό τοίχο από μπετόν.

\* Υπάρχει μια σειρά από συσκευές και μηχανήματα των οποίων η λειτουργία βασίζεται στο νόμο Bernoulli. Το κοινό γνώρισμα όλων αυτών είναι ότι δημιουργούμε μεγάλη ταχύτητα ρευστού εκεί που θέλουμε μικρή στατική πίεση και, αντίθετα, μικρή ταχύτητα για μεγάλη στατική πίεση.

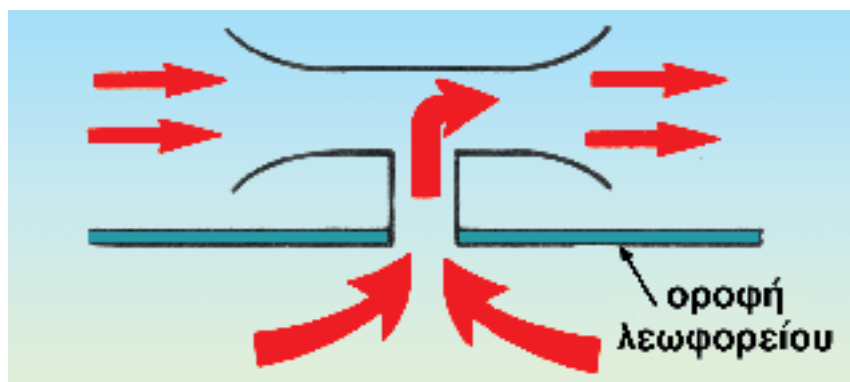
Στην εκτόξευση αερίου, όπως, π.χ., στο λύχνο Bunsen (συσκευή όμοια με τα γκαζάκια, εικόνα 7.44(α)), επιδιώκουμε μεγάλη ταχύτητα στην έξοδο από το μικρό ακροφύσιο. Ύστερα, όμως, το αέριο οδηγείται σε χώρο μεγαλύτερης διατομής, μικραίνει η ταχύτητά του και μεγαλώνει η στατική πίεση. Το υγραέριο μπορεί, έτσι, να εισχωρεί στον ατμοσφαιρικό αέρα στο χώρο του σωλήνα. Εξάλλου, επιτρέπει στον αέρα να εισχωρεί από την περιοχή ακροφυσίου στη συσκευή, αφού εκεί η πίεση του υγραερίου είναι μικρή. Το μείγμα αναφλέγεται από δική μας επέμβαση (σπίρτο, αναπτήρας) και λειτουργεί όση ώρα κρατά η παροχή του υγραερίου.



Εικόνα 7.44 (α): Λύχνος Bunsen

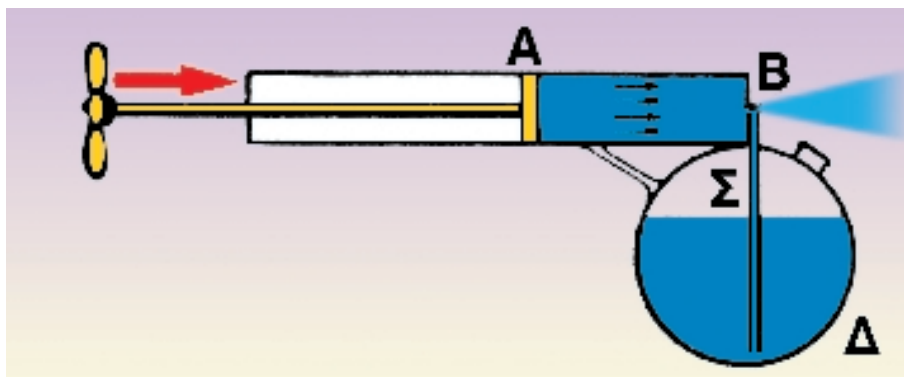
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Στους εξαεριστήρες για χώρους συναθροίσεων, όπως π.χ. αυτόν του λεωφορείου, εικόνα 7.44(β), υπάρχει χωνί με στένωση, για να περνά ο αέρας με μεγάλη ταχύτητα. Η στατική πίεση εκεί μικραίνει και η υποπίεση που δημιουργείται ευνοεί την αναρρόφηση αέρα από το χώρο των επιβατών. (Ας προσέξουμε μια παρόμοια περίπτωση: τα ειδικά “καπέλα” που τοποθετούνται στις καπνοδόχους, για να “τραβάει” το τζάκι καλύτερα).



Εικόνα 7.44 (β): Εξαεριστήρας σε λεωφορείο

Για την εκτόξευση υγρών (και μάλιστα με τη μορφή συγκεντρωτικής δέσμης) βοηθά πάντα κάποιο ρεύμα αέρα, που δημιουργούμε με πίεση. Στους ψεκαστήρες, π.χ., εικόνα 7.44 (γ) η μεγάλη ταχύτητα του αέρα αντιστοιχεί σε μικρή πίεση (μικρότερη από την ατμοσφαιρική). Το υγρό, που δέχεται επιφανειακά την ατμοσφαιρική πίεση, αναγκάζεται να ανέβει στο σωληνάκι και να διασκορπιστεί έξω στον αέρα.

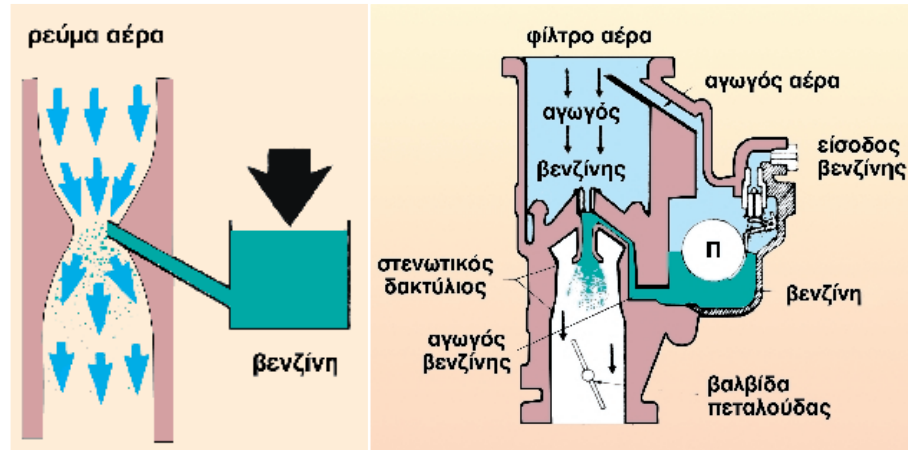


Εικόνα 7.44 (γ) Ψεκαστήρας

Το ίδιο ακριβώς γίνεται στον εξαερωτήρα (καρμπιρατέρ) του αυτοκινήτου εικόνα 7.44 (δ). Η μηχανή τραβά αέρα προς τα κάτω, στη στένωση η ταχύτητα στον εξαερωτήρα μεγαλώνει και η πίεση μικραίνει. Γίνεται μικρότερη από την ατμοσφαιρική και βοηθά τη βενζίνη, που βρίσκεται σε ατμοσφαιρική πίεση, να αναμιχθεί με τον αέρα. Ακολουθεί η ανάφλεξη του μείγματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Για περισσότερες τεχνικές λεπτομέρειες οι ενδιαφερόμενοι ας ρίξουν μια ματιά στην εικόνα 7.44 (ε) ή... ας ρωτήσουν τον τεχνικό του συνεργείου!



Εικόνα 7.44 (δ, ε): Η αρχή λειτουργίας και η διάταξη στον εξαερωτήρα (καρπιρατέρ) αυτοκινήτου

\* Έξοδος υγρού από πλευρικό άνοιγμα: θεώρημα Toricelli

Όσον αφορά τις δεξαμενές μεγάλης χωρητικότητας μπορούμε να δεχτούμε ότι, ενώ το υγρό ρέει από μικρό άνοιγμα, η ελεύθερη επιφάνεια μένει για κάποιο χρόνο ακίνητη. Η δεξαμενή στην εικόνα 7.45 είναι δείγμα μόνο μιας τέτοιας παραδοχής. Εξετάζουμε τα σημεία 1 και 2.

**Σημείο 1:** Στατική πίεση ίση με την ατμοσφαιρική:  $p_0 = p_a$

Δυναμική πίεση αμελητέα ( $v_1 \approx 0$ ):  $p_\delta = 0$   
Υψομετρική πίεση:  $P_v = \rho gh$ .

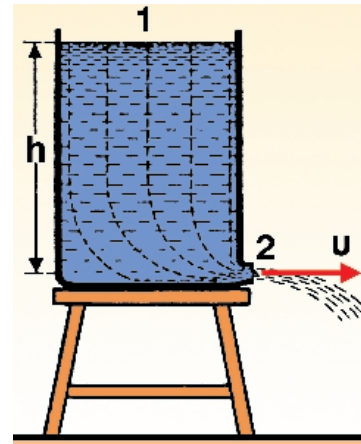
**Σημείο 2:** Στατική πίεση ίση, επίσης, με την ατμοσφαιρική:  $p'_0 = p_a$

Δυναμική πίεση:  $p'_\delta = \frac{1}{2} \rho v^2$

Υψομετρική πίεση μηδέν ( $h = 0$ ):  $p'_v = 0$ .

Εφαρμόζουμε το θεώρημα Bernoulli:

$$p_0 + p_\delta + p_v = p'_0 + p'_\delta + p'_v$$



Εικόνα 7.45: Για την επιβεβαίωση του θεωρήματος Toricelli

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

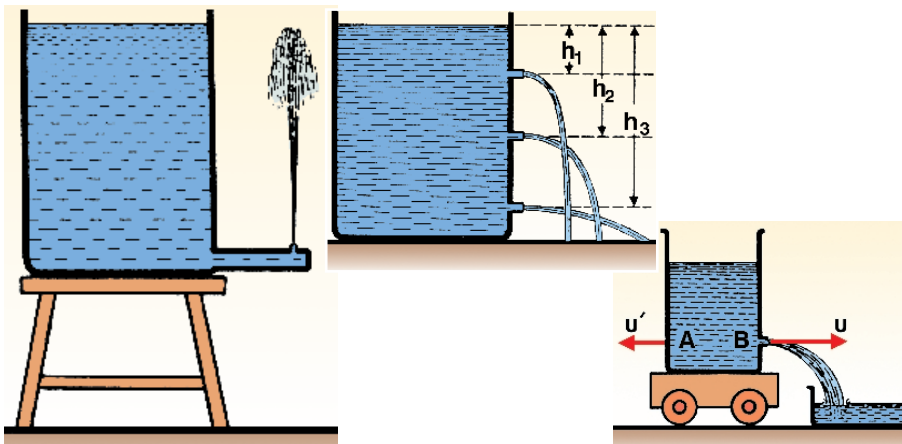
ή 
$$p_a + 0 + \rho \cdot gh = p_a + \frac{1}{2} \rho v^2 + 0.$$

Τελικά:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (7.15)$$

Η σχέση (7.15) εκφράζει το **θεώρημα Toricelli**: “Η ταχύτητα με την οποία ρέει ιδανικό υγρό ύψους  $h$  από μικρό άνοιγμα μεγάλης δεξαμενής είναι ίση με την ταχύτητα ελεύθερης πτώσης μιας μάζας του υγρού από το ίδιο ύψος”.

**Ας σχολιάσουμε με εξήγηση:** Στην εικόνα 7.46 βλέπουμε τρία παραδείγματα εφαρμογής του θεωρήματος Toricelli. Αιτιολογούμε όσα βλέπουμε βασιζόμενοι σε θεωρήματα που μελετήσαμε πρόσφατα (Toricelli) και παλιότερα (διατήρησης ορμής και ενέργειας).



Εικόνα 7.46: Παραδείγματα εφαρμογής του θεωρήματος Toricelli

**Παράδειγμα δυναμικής ιδανικού ρευστού:** Σωλήνας παροχής φυσικού αερίου έχει την αρχή της εγκατάστασης διάμετρο 10mm και στην είσοδο σπιτιού διάμετρο 5mm. Αν η ταχύτητα εισαγωγής του αερίου στην οικιακή εγκατάσταση είναι 25 m/s να βρεθούν: α) πόση είναι η ταχύτητα εκροής του αερίου από την παραγωγή, β) πόση είναι η παροχή του φυσικού αερίου, γ) σε πόσο χρόνο η κατανάλωση φτάνει το 1m<sup>3</sup>.  
**Λύση:**

α) Από την εξίσωση συνέχειας έχουμε  $A_1 v_1 = A_2 v_2$ , όπου  $A_1, A_2$  οι

διατομές στα δύο σημεία που μας ενδιαφέρουν, και  $A = \pi r^2 = \pi \frac{\delta^2}{4}$  ( $r$  = ακτίνα και  $\delta$  = διάμετρο σωλήνα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Άρα:  $\pi \frac{\delta^2}{4} v_1 = \pi \frac{\delta_1^2}{4} v_2$ .

Τελικά:  $v_2 = v_1 \left( \frac{\delta_1}{\delta_2} \right)^2$ .

Βρίσκουμε:  $v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left( \frac{5\text{mm}}{10\text{mm}} \right)^2 = 6,25\text{m/s}$ .

β)  $\Pi = A_1 v_1 = A_2 v_2$

Άρα  $\Pi = \frac{\pi \delta_1^2}{4} v_1$ .

Βρίσκουμε:

$\Pi = 3,14 \frac{(5\text{mm})^2}{4} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{3,14 \cdot 25}{4} \cdot 10^{-6} \text{m}^3 \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 490 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ .

γ)  $\Pi = \frac{V}{t}$ , άρα  $t = \frac{V}{\Pi}$

Τελικά:  $t = \frac{1\text{m}^3}{490 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} \cong 2040\text{s} \cong 34\text{min}$ .

**Πώς λύνουμε ασκήσεις δυναμικής ιδανικών ρευστών:** Σε όλες τις περιπτώσεις ασκήσεων που αφορούν τη δυναμική των ιδανικών ρευστών βασιζόμαστε σε δύο νόμους:

- **στο νόμο της συνέχειας:** Με αυτόν μπορούμε να συγκρίνουμε τις ταχύτητες του ρευστού σε δύο σημεία με διαφορετική διατομή σωλήνα.

- **το νόμο του Bernoulli:** Η ισότητα των ολικών πιέσεων σε όλα τα σημεία ιδανικού ρευστού μάς δίνει σχέση από την οποία βρίσκουμε το ζητούμενο μέγεθος. Δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι απλοποιημένη μορφή του νόμου Bernoulli είναι το θεώρημα Toricelli.

### 7.11 Δυναμική μη ιδανικών (πραγματικών) ρευστών

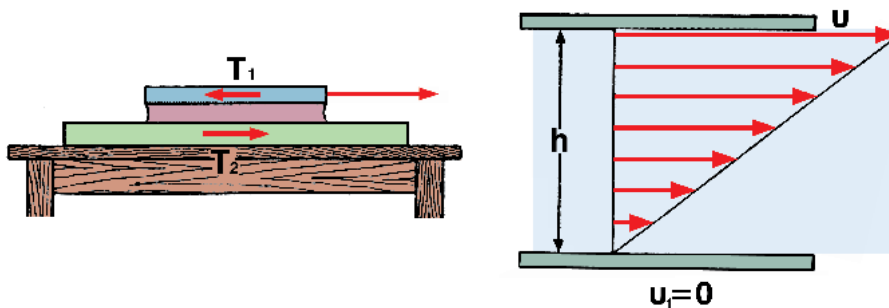
Στην προηγούμενη παράγραφο 7.10 αντιμετωπίσαμε τα ρευστά ως ιδανικά και τη ροή τους ως στρωτή. Και οι δύο παραδοχές ισχύουν σε αρκετές αλλά όχι σε όλες τις εφαρμογές δυναμικής ρευστών. Έχουμε παραλείψει έως τώρα τις δυνάμεις που ασκούν τα μόρια του ρευστού μεταξύ τους και τις δυνάμεις που δέχεται κάθε κινούμενο σώμα μέσα στα ρευστά. Μην ξεχνάμε ότι μιλάμε για σχετική κίνηση του ρευστού ως προς το στερεό.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

### 7.11.1 Εσωτερική τριβή - Ιξώδες

Ας φανταστούμε μια εκτεταμένη ποσότητα υγρού μεταξύ δύο οριζόντιων πλακών. Διαλέγουμε υγρό παχύρρευστο (μέλι, γλυκερίνη κτλ.) το οποίο να ρέει δύσκολα (εικόνα 7.47α). Επιχειρούμε να μετακινήσουμε την πάνω πλάκα προς τα δεξιά και νιώθουμε κάποια αντίσταση στην προσπάθειά μας. Δεχόμαστε ότι το υγρό αποτελείται από πολύ μικρά ορθογώνια τμήματα, τα οποία μπορούμε να τα θεωρήσουμε για τη μελέτη μας ως αυτόνομα.



Εικόνα 7.47: Για τη μελέτη της εσωτερικής τριβής στα υγρά

Το πάνω τμήμα του υγρού, λοιπόν, ασκεί στην πάνω πλάκα τριβή  $T_1$  αντίρροπη της ταχύτητάς της. Η αντίδραση της  $T_1$  είναι μια δύναμη στο ανώτερο τμήμα με φορά προς τα δεξιά, η οποία το βοηθά να κινηθεί ακολουθώντας την πάνω πλάκα. Το αμέσως κατώτερο τμήμα του υγρού ασκεί τριβή  $T_2$  στο τμήμα πάνω από αυτό κ.ο.κ.

Δημιουργείται, λοιπόν, μια κατάσταση όπου κάθε τμήμα του ρευστού δημιουργεί δυσκολίες στο αμέσως ανώτερό του και συγχρόνως βοηθιέται από αυτό να κινηθεί. Η ταχύτητα μειώνεται από στρώμα σε στρώμα προς τα κάτω και τα μόνα σημεία που είναι ακίνητα είναι αυτά που βρίσκονται σε επαφή με την ακίνητη κάτω πλάκα. Η κατανομή των ταχυτήτων δεχόμαστε ότι είναι αυτή της εικόνας 7.47 (β).

Πειραματικά αποδεικνύεται ότι, για να συνεχίζει η πάνω πλάκα με σταθερή ταχύτητα  $u$ , πρέπει να ασκηθεί δύναμη  $F$  ίση με τη συνολική τριβή  $T$  που αναπτύσσεται ανάμεσα στα μετακινούμενα στρώματα. (Ας σκεφτούμε: για όλα τα υπόλοιπα στρώματα υπάρχει δράση - αντίδραση που βρίσκονται μέσα στο υγρό, εκτός από τα δύο ακραία, ανώτερο και κατώτερο, όπου η μια δρα εντός και η άλλη εκτός υγρού, στις πλάκες). Η τριβή  $T$ :

- αποδεικνύεται ανάλογη της επιφάνειας  $A$  των πλακών.
- αποδεικνύεται ανάλογη της μεταβολής της ταχύτητας του υγρού ανά μονάδα ύψους. (Εδώ η μεταβολή είναι:  $\Delta u = u - 0 = u$  και το ύψος  $h$ ).
- εξαρτάται από τη φύση του υγρού.

Η σχέση που συγκεντρώνει τις διαπιστώσεις αυτές είναι:

$$T = \eta A \frac{u}{h} \quad (7.17)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

όπου:  $\eta$  = **συντελεστής τριβής ή ιξώδες του υγρού**, που εκτός από τη φύση επηρεάζεται από τη θερμοκρασία και από τις τυχόν αλλοιώσεις του υγρού.

Μονάδα του  $\eta$  στο S.I. είναι το  $1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$  (ή  $1 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ ). Πιο γνωστή μονάδα εί-

ναι το  $1 \text{poise} = 10^{-1} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$  και το  $\text{dekapoise} = 10 \text{poise} = 1 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ .

Στα λιπαντικά του αυτοκινήτου κυριαρχεί η μονάδα Engler. Τα Engler (E) συνδέονται με το poise (n) σύμφωνα με την εμπειρική σχέση:

$$100 \frac{n}{\varrho} = 7,24E - \frac{6,25}{E}.$$

Στις προδιαγραφές των λιπαντικών θα δούμε τα εξής: Ρευστότητα: 15W/50. (Το "W" σημαίνει Winter – χειμώνας).

Αξιζει να ρωτήσουμε τι σημαίνουν οι τιμές αυτές και να αναρωτηθούμε γιατί η τιμή που αντιστοιχεί στο χειμώνα είναι μικρότερη.

Η τριβή που ασκεί το υγρό στο στερεό που κινείται μέσα σε αυτό εξαρτάται και από τη μορφή του στερεού. Σε μια σφαίρα π.χ. η τριβή είναι:

$$T = 6 \pi \eta r v \quad (7.18)$$

όπου  $r$  και  $v$  = η ακτίνα και η ταχύτητα της σφαίρας αντίστοιχα (**νόμος Stokes**).

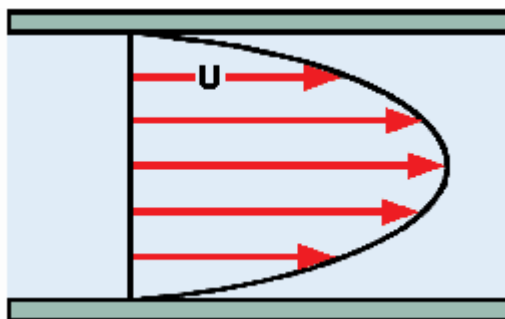
**Ας πειραματιστούμε:** Βρίσκουμε κάποιο γυάλινο σωλήνα μήκους 1m μήκος. Τον γεμίζουμε με λάδι κουζίνας. Παίρνουμε μια μικρή μεταλλική σφαίρα και την αφήνουμε ελεύθερη στην επιφάνεια του λαδιού. Προσέχουμε ότι, ενώ στην αρχή κάνει επιταχυνόμενη κίνηση, μετά συνεχίζει να πέφτει ομαλά. Θυμόμαστε ποιες δυνάμεις ενεργούν στην σφαίρα:

- το βάρος της B.
- η άνωση A από το υγρό.
- η τριβή T από το υγρό.

Οι δύο πρώτες δεν επηρεάζονται, φυσικά, από την ταχύτητα, ενώ η τρίτη ακολουθεί τη σχέση (7.18). Τις σχεδιάζουμε και εξηγούμε γιατί, τελικά, έχουμε ομαλή κίνηση.

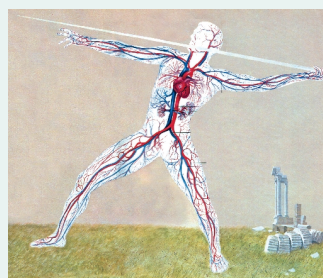
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

### Η εσωτερική τριβή και η τυρβώδης ροή



Εικόνα 7.48: Κατανομή ταχυτήτων σε στρωτή ροή

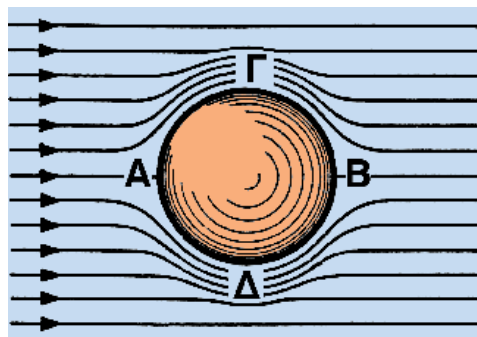
Οι επιπτώσεις της εσωτερικής τριβής στη διαμόρφωση της ροής είναι άμεσες. Στη **στρωτή ροή** δεχόμαστε ότι κάθε τμήμα ρευστού έχει τη μορφή **φλέβας** και ότι η μορφή των γραμμών ροής είναι συμμετρική.



Το εσωτερικό κυκλοφορικό μας δίκτυο

**Ας... περιαυτολογήσουμε:** Το κυκλοφορικό δίκτυο του ανθρώπινου οργανισμού αποτελείται από "σωλήνες" με συνολικό μήκος...96000km!. Το αίμα ταξιδεύει από την καρδιά με τις **αρτηρίες** και προς την καρδιά με τις **φλέβες**. Ακόμα πιο εντυπωσιακό είναι το πώς αντιδρά το αίμα στο νόμο της βαρύτητας με τη βοήθεια της καρδιάς, που δουλεύει σαν αντλία.

Ας δούμε την κατανομή των ταχυτήτων στη στρωτή ροή, εικόνα 7.48 και πώς αντιμετωπίζει το υγρό σε στρωτή ροή τα στερεά (πλάκα και σφαίρα) που βρίσκονται μέσα σε αυτό, εικόνα 7.49. Είναι φανερό ότι στα σημεία Γ, Δ με τη μικρή διατομή της ροής η ταχύτητα είναι η μεγαλύτερη, ενώ στα Α, Β τη δεχόμαστε πρακτικά ίση με μηδέν (σημεία ανακοπής).



Εικόνα 7.49: Στρωτή ροή γύρω από πλάκα και σφαίρα

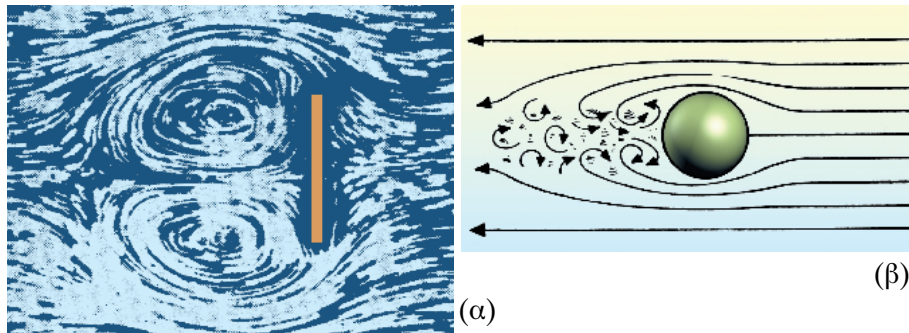
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Αυτό το μοντέλο μπορεί ίσως να “σταθεί” για μικρές ταχύτητες του υγρού, ενώ σε μεγαλύτερες μοιάζει εξωπραγματικό. Αν η σφαίρα, π.χ., περιστρέφεται, δημιουργείται η κατανομή των ταχυτήτων του κυλιόμενου τροχού (κεφ. 5), και η ταχύτητα στο Γ είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη στο Δ (θυμηθείτε: στο Γ έχουμε άθροισμα δύο ταχυτήτων, ενώ στο Δ τη διαφορά τους). Άρα:  $v_{\Gamma} > v_{\Delta}$  και, σύμφωνα με το νόμο Bernoulli,  $p_{\Gamma} < p_{\Delta}$ . Στο κάτω μέρος της σφαίρας υπάρχει, λοιπόν, μεγαλύτερη πίεση από το πάνω, και η διαφορά πίεσης δημιουργεί δύναμη προς τα πάνω, που λέγεται **δυναμική άνοση Α**. Πιο κάτω θα μας απασχολήσει αρκετά η δύναμη αυτή.

Έχουμε, όμως, και άλλες εξελίξεις. Λόγω της παρουσίας της εσωτερικής τριβής οι ταχύτητες δεν είναι όσο τις περιμένουμε αλλά μικρότερες. Δεν είναι, λοιπόν, αρκετή η τιμή τους, ώστε να συνεχιστεί η ροή. Τότε, το υγρό αναδιπλώνεται και αποσπάται στρόβιλος. Ο στροβιλισμός είναι ένα από τα χαρακτηριστικά της τυρβώδους ροής, η οποία, γι’ αυτό, λέγεται και **στροβιλώδης**. Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της ροής αυτής είναι:

- η ταχύτητα σε κάθε σημείο μεταβάλλεται με το χρόνο.
- η κατανομή των ταχυτήτων σε σωλήνα δείχνει απότομη μεταβολή στα άκρα και σχεδόν σταθερότητα γύρω από τον άξονα του σωλήνα.
- κάθε στρόβιλος είναι κλειστή “καμπύλη”.

Η πραγματική ροή γύρω από πλάκα και σφαίρα φαίνεται στην εικόνα 7.50.



Εικόνα 7.50: Πραγματική ροή γύρω από πλάκα και σφαίρα

**Παράδειγμα δυναμικής πραγματικού υγρού:** Σφαίρα από μόλυβδο ( $\rho_1 = 11300 \text{ kg/m}^3$ ) με ακτίνα  $r = 2 \text{ mm}$  αποκτά, τελικά, οριακή (σταθερή) ταχύτητα  $v = 15 \text{ cm/s}$ , αν αφεθεί ελεύθερη σε παχύρρευστο υγρό πυκνότητας  $\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$ . Να υπολογιστεί ο συντελεστής ιξώδους του υγρού ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

**Λύση:**

Στη σφαίρα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- το βάρος της  $B = \rho_1 g V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g$  (όγκος σφαίρας:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ )

- η άνοση από το υγρό  $A = \rho_2 g V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_2 g$

- η εσωτερική τριβή  $T = 6\pi\eta r v$  (τύπος Stokes).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Όταν η σφαίρα φτάσει στην οριακή ταχύτητα, έχουμε:  $\Sigma F=0$ ,  
 $B-A-T=0$

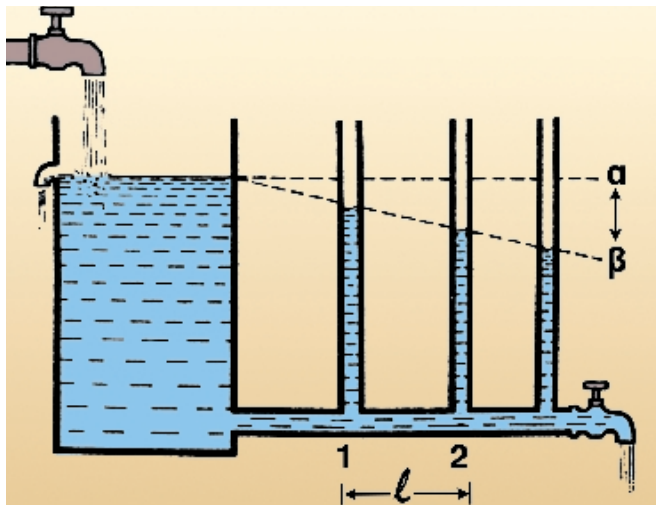
$$\text{ή} \quad \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_2 g - 6\pi \eta r v = 0.$$

$$\text{Τελικά:} \quad \eta = \frac{2}{9} \frac{(\rho_1 - \rho_2) r^2}{v}.$$

$$\text{Βρίσκουμε} \quad \eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(11300 - 800) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{m})^2}{0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,56 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}.$$

### 7.11.2. Ροή πραγματικού ρευστού σε σωλήνα

Στην εικόνα 7.51 φαίνεται διάταξη με την οποία παρακολουθούμε τη ροή του υγρού. Αν η προς τα δεξιά βρύση είναι κλειστή και κρατήσουμε σταθερή τη στάθμη στη δεξαμενή, έχουμε εκδήλωση υδροστατικού φαινομένου. Άρα, σύμφωνα με την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων η ελεύθερη επιφάνεια είναι στο ίδιο ύψος στη δεξαμενή και στους τρεις κατακόρυφους σωλήνες.



Εικόνα 7.51: Διάταξη για την παρακολούθηση της ροής υγρού

Ανοίγουμε την προς τα δεξιά βρύση, ώστε να δημιουργηθεί ροή σταθερής, μικρής παροχής. Παρατηρούμε ότι όσο απομακρυνόμαστε από τη δεξαμενή, μικραίνει η στατική πίεση. Αν αυξήσουμε μάλιστα την παροχή, η διαφορά στις στατικές πιέσεις μεγαλώνει. Η σχέση που συνδέει τη διαφορά πίεσης  $p_1 - p_2$  σε δύο σημεία 1 και 2 που απέχουν οριζόντια κατά  $\ell$  σε σωλήνα ακτίνας  $r$  είναι:

$$p_1 - p_2 = \frac{8\eta\ell\Pi}{\pi r^4} \quad (7.18)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

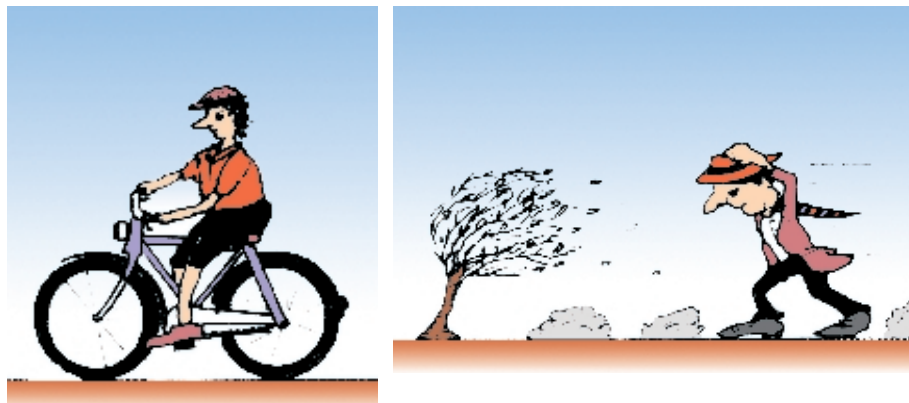
όπου:  $\Pi$  = παροχή  
 $n$  = συντελεστής ιξώδους  
 $\pi = 3,14$ ,

Η σχέση (7.18) είναι μια μορφή του νόμου Poiseuille.

**Ας αναρωτηθούμε:** Τι θα συμβεί, αν κάποιος οριζόντιος σωλήνας είναι ανοικτός στα δύο άκρα;

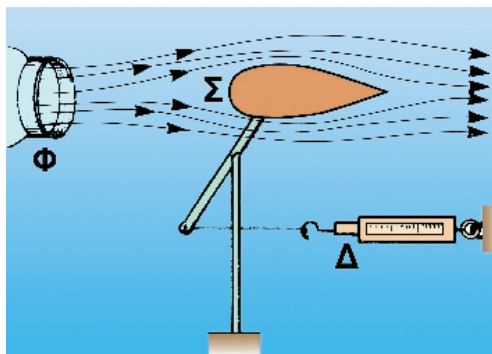
### 7.11.3. Η αντίσταση του αέρα

**Αντίσταση ασκείται, γενικά, από ρευστό σε οτιδήποτε βρίσκεται μέσα σε αυτό, αρκεί να έχει διαφορετική ταχύτητα από το ρευστό.** Ειδικά για τον αέρα, η αντίσταση συμμετέχει σημαντικά στη συμπεριφορά κάθε κινητού μέσα σ' αυτόν. Έχουμε πάρει, κιόλας, μια “γεύση” στην παράγραφο που αναφέρεται στο βάρος. Εκεί αναφέρθηκε ότι η παρουσία της αντίστασης δεν επιτρέπει σε όλα τα σώματα να φτάνουν συγχρόνως στο έδαφος (ενώ έχουν αφεθεί από το ίδιο ύψος).



Εικόνα 7.52: Καθένας νοιώθει την αντίσταση του αέρα με διαφορετικό τρόπο

Ο ποδηλάτης και ο πεζός της εικόνας 7.52 νιώθουν έντονα την αντίσταση του αέρα και, ο δεύτερος όπως φαίνεται, ταλαιπωρείται περισσότερο. Μια πρώτη εκτίμηση είναι ότι αυτό οφείλεται στη μεγάλη ταχύτητα του ανέμου και στη σχετικά μικρή (και μάλιστα αντίθετης φοράς) δική του.



Εικόνα 7.53: Για τη μέτρηση της αντίστασης του αέρα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΠΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Με τη συσκευή της εικόνας 7.53 μπορούμε να μετράμε την αντίσταση του αέρα κάτω από διάφορες συνθήκες. Η μέτρηση της αντίστασης  $T_a$  είναι εύκολη, αφού σε κάθε περίπτωση ισούται με την ένδειξη του δυναμόμετρου (προσέξτε τη διάταξη και εξηγήστε γιατί).

### Πείραμα 1ο

Με τη βοήθεια του φουσητήρα  $\Phi$  ρυθμίζουμε την ταχύτητα  $v$  του αερίου. Το σώμα  $\Sigma$  είναι πάντα το ίδιο. Παρατηρούμε ότι σε πολύ μικρές ταχύτητες η αντίσταση είναι ανάλογη της ταχύτητας, ενώ σε μεγαλύτερες τιμές η αντίσταση είναι ανάλογη του  $v^2$ .

**Συμπέρασμα:** η αντίσταση  $T_a$  είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας του αερίου.

### Πείραμα 2ο

Κρατάμε σταθερή την ταχύτητα ροής του αέρα. Χρησιμοποιούμε σώματα με ίδιο σχήμα και υλικό αλλά με διαφορετική μετωπική επιφάνεια  $A$ . (Είναι η προστινή επιφάνεια κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας).

**Συμπέρασμα:** η αντίσταση  $T_a$  είναι ανάλογη της μετωπικής επιφάνειας  $A$ .

### Πείραμα 3ο

Διατηρούμε σταθερή την ταχύτητα του αερίου και τη μετωπική επιφάνεια, αλλά επιλέγουμε σώματα με διαφορετικό σχήμα (του οπίσθιου τμήματός τους).

**Συμπέρασμα:** το σχήμα του οπίσθιου τμήματος επηρεάζει την τιμή της αντίστασης  $T_a$ .

### Πείραμα 4ο

Κρατάμε όλα τα άλλα σταθερά (ταχύτητα αερίου  $v$ , μετωπική επιφάνεια, σχήμα του σώματος) και αλλάζουμε την πυκνότητα  $\rho$  του αερίου.

**Συμπέρασμα:** η αντίσταση  $T$  είναι ανάλογη της πυκνότητας  $\rho$  του αερίου.

Όλα τα παραπάνω συμπεράσματα σχετικά με την αντίσταση οδηγούν στη σχέση:

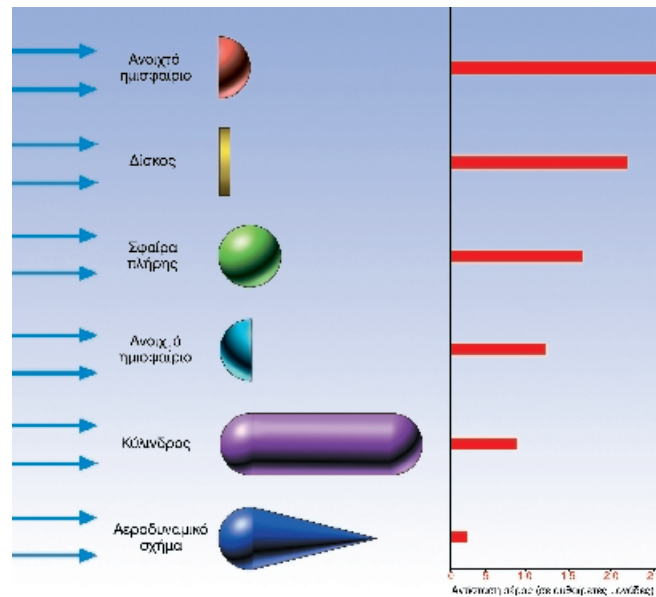
$$T_a = k A v^2 \quad (7.19)$$

όπου  $k$  = συντελεστής αντίστασης, που εξαρτάται από το σχήμα του σώματος (κυρίως του οπίσθιου τμήματός του) και από την πυκνότητα του αερίου. Η σχέση (7.19) ισχύει και για τον αέρα.



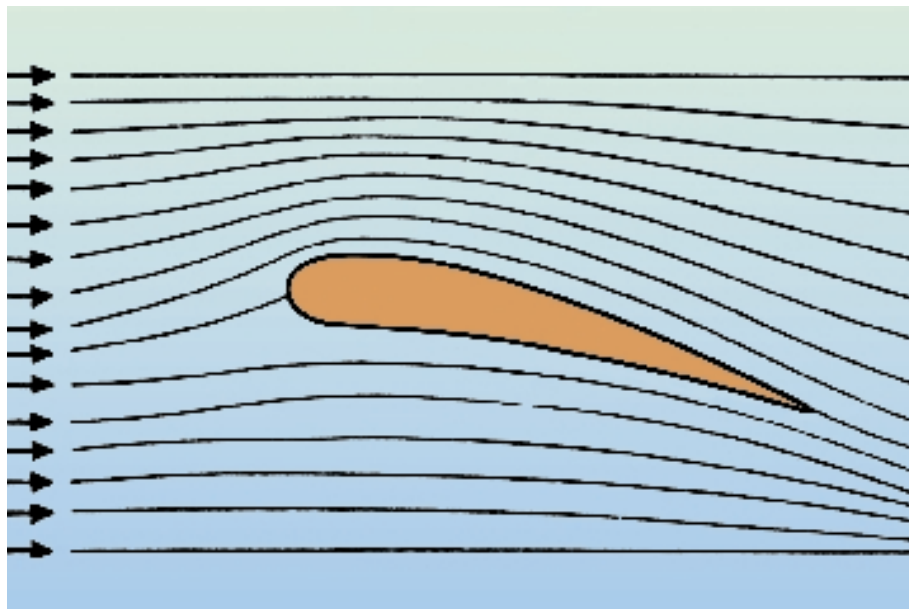
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ

### - δυναμική των ρευστών -



**Εικόνα 7.54: Ο ρόλος του σχήματος στο οπίσθιο τμήμα για την αντίσταση του αέρα**

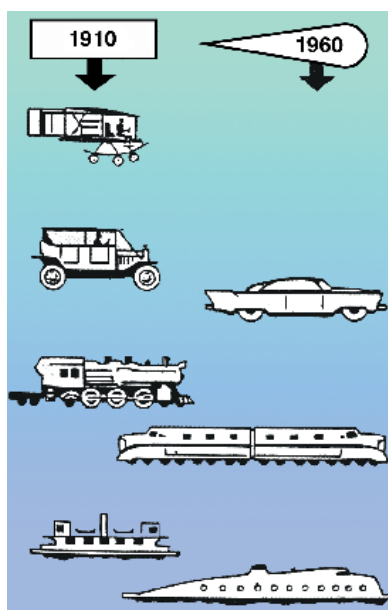
Στην εικόνα 7.54 φαίνεται η μεγάλη σημασία που έχει το σχήμα του οπίσθιου τμήματος σωμάτων για την αντίσταση του αέρα σε αυτά. (Επιλέχθηκαν σώματα με ίδια μετωπική επιφάνεια).



**Εικόνα 7.55: Γραμμές ροής σε αεροδυναμικό σχήμα**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΠΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Το τελευταίο σχήμα παρουσιάζει σχεδόν μηδενική αντίσταση και λέγεται **αεροδυναμικό**. (Προσέξτε την ομοιότητά του με το αντίστοιχο των ψαριών. Η φύση πάντα προνοεί...). Για το σχήμα αυτό σχεδιάστηκαν οι γραμμές ροής στην εικόνα 7.55. Παρατηρούμε ότι το σχήμα αυτό αποτελεί βελτίωση του σφαιρικού σχήματος της εικόνας 7.50(β). Αξίζει να προσεξουμε τη διαφορά στο στροβιλισμό των δύο σωμάτων.



Εικόνα 7.56: Μορφές αεροδυναμικών σχημάτων

Στην εικόνα 7.56, τέλος, θυμίζουμε τις τυπικές μορφές αεροδυναμικών σχημάτων για τις δύο δεκαετίες - σταθμούς της αυτοκινητοβιομηχανίας: το 1910 (“τα πρώτα βήματα”) και το 1960 (“η μεγάλη έκρηξη παραγωγής”). (Με την ευκαιρία, ας επιχειρήσουμε μια μικρή ιστορική αναδρομή: οι άλλες δύο περιόδους ιστορικής σημασίας για το αυτοκίνητο ήταν: τα πρώτα χρόνια της δεκαετίας του ‘70 και η αρχή της δεκαετίας του ‘90. Στην πρώτη είχαμε την εκτίναξη της τιμής του πετρελαίου. Αυτή έφερε αναγκαστικά την αλλαγή νοοτροπίας όσον αφορά κατασκευές (ελαφρά αμαξώματα για μικρότερη κατανάλωση καυσίμου). Στη δεύτερη περίοδο εμφανίστηκαν τα καταλυτικά αυτοκίνητα).

### Η αντίσταση του αέρα και η πτώση των σωμάτων

Σε κάθε σώμα που πέφτει στον αέρα ασκούνται οι παρακάτω τρεις δυνάμεις:

- το βάρος του B  $B = \rho_{\sigma} g V$  ( $\rho_{\sigma}$  = πυκνότητα σώματος)
- η άνωση A  $A = \rho_{\alpha} g V$  ( $\rho_{\alpha}$  = πυκνότητα αέρα)
- η αντίσταση  $T_{\alpha}$   $T_{\alpha} = k A v^2$ .

Για σχετικά ελαφρά σώματα η κίνηση μπορεί να εξελιχθεί σε ομαλή. Αυτό συμβαίνει, επειδή, ενώ οι δυνάμεις B, A είναι σταθερές, η αντίσταση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

$T_a$  συνέχεια αυξάνεται στην πρώτη φάση της κίνησης. Κάποτε, λοιπόν, αν οι συνθήκες το επιτρέπουν, μπορεί να φτάσουμε σε συνισταμένη κατακόρυφη δύναμη ίση με μηδέν. Άρα:

$$B - A - T_a = 0$$

Αν μάλιστα θεωρήσουμε αμελητέα την άνωση  $A$  (λόγω της πολύ μικρής πυκνότητας του αέρα), γράφουμε:

$$\text{ή} \quad mg - kAv^2 = 0 \quad B - T_a = 0$$

και

$$v = \sqrt{\frac{mg}{kA}}$$

(7.20)

Τότε η  $v$  λέγεται **ορική ή οριακή ταχύτητα**. Υποτίθεται ότι για όλα αυτά πρέπει να υπάρχουν οι κατάλληλες προϋποθέσεις. Στο βαρύ σώμα, αν αυτό αφεθεί από μικρά σχετικά ύψη, δεν προλαβαίνουν να συμβούν όλα αυτά. Ιδανικό για τέτοιες εξελίξεις είναι το αλεξίπτωτο, εικόνα 7.57. Η πολύ μεγάλη επιφάνεια του ανοικτού αλεξίπτωτου δημιουργεί μεγάλη αντίσταση  $T_a$  και, έτσι, πολύ γρήγορα εξουδετερώνει το βάρος του αλεξίπτωτιστή.

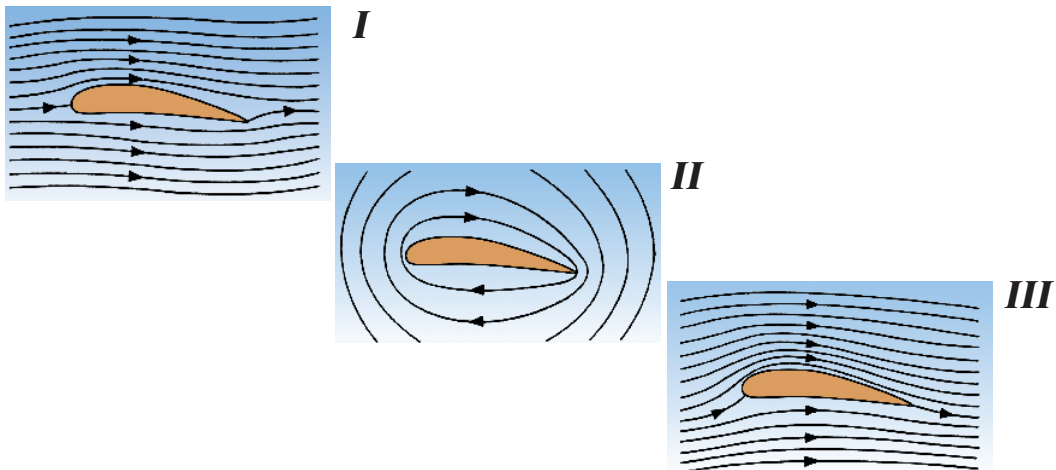


Εικόνα 7.57: Η πτώση του αλεξίπτωτου

#### 7.11.4. Η δυναμική άνωση και η κίνηση του αεροπλάνου

Κάποια εισαγωγικά στοιχεία για τη δυναμική άνωση αναφέρθηκαν με αφορμή τη σφαίρα του σχ. 7.49. Εκεί φάνηκε ότι οφείλεται σε διαφορά πίεσης ανάμεσα στην κάτω και στην πάνω επιφάνεια του στερεού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΠΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

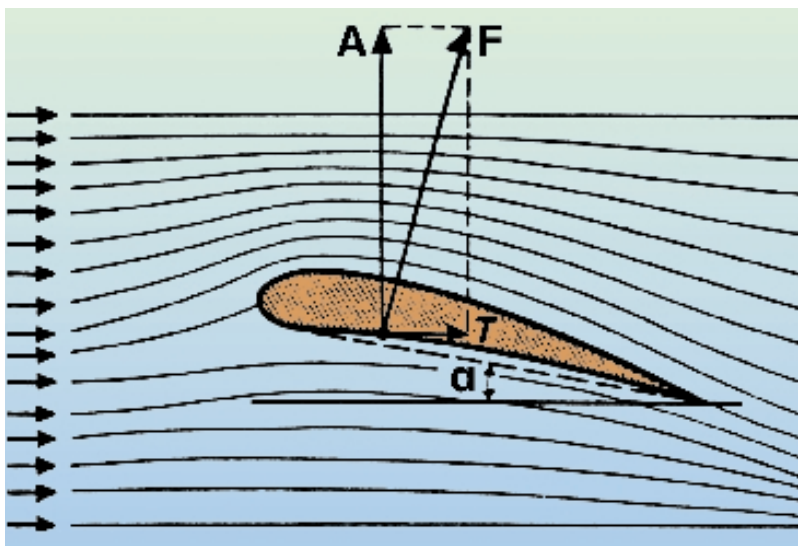


Εικόνα 7.58: Ροή γύρω από την πτέρυγα αεροπλάνου

Στην εικόνα 7.58 φαίνεται ο επηρεασμός της πτέρυγας αεροπλάνου από τις δύο ροές:

- \* τη στρωτή ροή 7.58(I)
- \* τη ροή λόγω τριβών, την οποία ονομάσαμε τριβώδη 7.58(II).

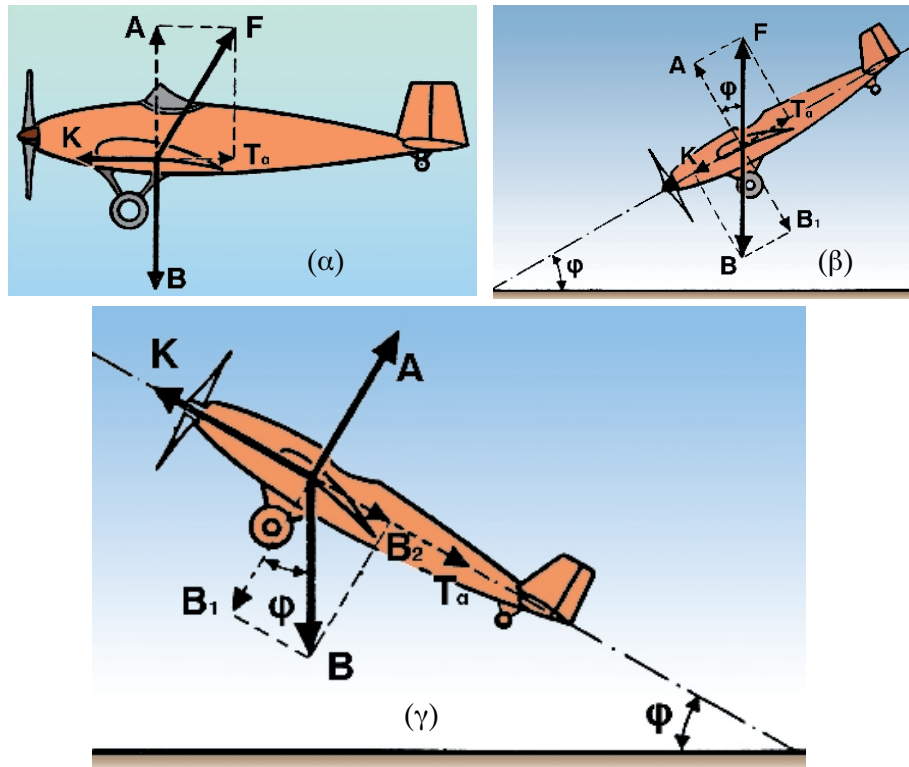
Η σύνθεση των δύο αυτών ροών δίνει την εικόνα 7.58 (III) . Όπως βλέπουμε, υπάρχει αραίωμα γραμμών (μεγάλη διατομή) κάτω από την πτέρυγα και πύκνωση γραμμών (μικρή διατομή) πάνω από αυτήν. Ο νόμος της συνέχειας προβλέπει μικρή ταχύτητα ροής κάτω από την πτέρυγα και μεγάλη ταχύτητα πάνω από αυτήν. Ο νόμος του Bernoulli οδηγεί στο συμπέρασμα, τελικά, ότι έχουμε μεγάλη πίεση κάτω από την πτέρυγα και μικρή πάνω από αυτήν. Η διαφορά πίεσης δημιουργεί τη δυναμική άνοση  $A$ , εικόνα 7.59.



Εικόνα 7.59: Η εμφάνιση της δυναμικής άνοσης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

Η δυναμική άνοση  $A$  μπορεί να θεωρηθεί αντίστοιχη της κατακόρυφης δύναμης που ασκεί το έδαφος σε σώμα. Η αντίσταση  $T_a$  είναι, επίσης, αντίστοιχη με την τριβή στα στερεά. Η συνισταμένη των  $A$ ,  $T_a$ , δηλαδή η  $F$ , λέγεται αεροδύναμη. Η αντίσταση  $T_a$  στα κινητά, γενικά, λέγεται και οπισθέλκουσα και εξουδετερώνεται από τη δύναμη του κινητήρα (προωστική).



Εικόνα 7.60: Στρατιωτικό αεροπλάνο στις τρεις φάσεις πτήσης του

Στην εικόνα 7.60 έχουμε κανονική πτήση (α), προσγείωση (β) και απογείωση (γ) στρατιωτικού αεροπλάνου. Για τις δυνάμεις που φαίνονται στις εικόνες έχουμε μιλήσει ( $K$  είναι η δύναμη από τον κινητήρα). Ας ασχοληθούμε με την ομαλή κίνηση του αεροπλάνου. Η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα κίνησης και στον κάθετο σε αυτόν είναι μηδέν.

Οριζόντια πτήση:  $K = T_a$  και  $A = B$

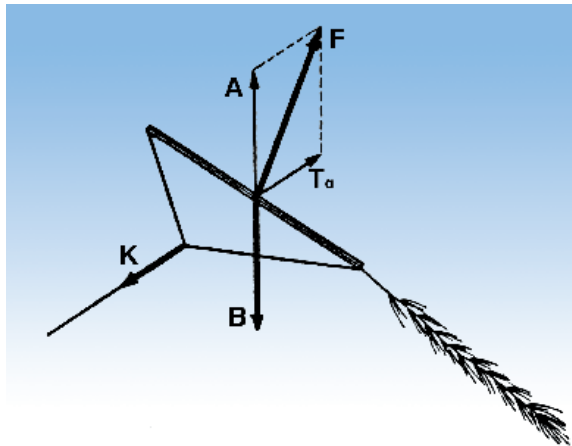
Προσγείωση:  $K + B_2 = T_a$  ( $K = T_a - B_2$ ) και  $A = B_1$

Απογείωση:  $K = B_2 + T_a$  και  $A = B_1$

Παρατηρούμε ότι στην προσγείωση η προωθητική δύναμη  $K$  είναι μικρότερη από την αντίστοιχη σε οριζόντια πτήση. Άρα, ο κινητήρας τότε υπολειτουργεί (αν έχει δύο κινητήρες το αεροπλάνο, λειτουργεί μόνο ο ένας).

Στην απογείωση η  $K$  είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη σε οριζόντια θέση. Ο κινητήρας λειτουργεί σε οριακά υψηλές συνθήκες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -



Εικόνα 7.61: Η πτήση του χαρταετού

**Η αεροδυναμική και τα "κούλουμα".** Στην εικόνα 7.61 φαίνεται η κατανομή των δυνάμεων στο χαρταετό, που κατά το έθιμο "πετάμε" την Καθαρή Δευτέρα. Είναι φανερό ότι προωστική δύναμη  $K$  είναι η αντίδραση της δύναμης που ασκεί όποιος χειρίζεται το σχοινί. Η δύναμη  $K$  είναι αντίθετη της αντίστασης, και το βάρος αντίθετο της δυναμικής άνωσης.

**Ας αναρωτηθούμε:** Γιατί, όταν υπάρχει άπνοια, τρέχει ο χειριστής του χαρταετού, για να ανυψωθεί ο χαρταετός;

**Πώς λύνουμε ασκήσεις με πραγματικά ρευστά:** Οι ασκήσεις αυτές περιλαμβάνουν το ιξώδες και την αντίσταση του αέρα.

- **Ασκήσεις με εσωτερική τριβή:** Συνήθως αφορούν την κίνηση σφαίρας μέσα σε ρευστό. Τότε χρησιμοποιούμε το νόμο του Stokes. Η κίνηση της σφαίρας καθορίζεται από τη σχέση των δυνάμεων: βάρος, άνωση και αντίσταση. Η άσκηση θα αφορά, πάντα, την ομαλή κίνηση της σφαίρας, άρα  $\Sigma F = 0$ . Η σχέση αυτή ας βοηθά να βρούμε το ζητούμενο μέγεθος.

- **Ασκήσεις με αντίσταση του αέρα:** Χρησιμοποιούμε τη σχέση  $T_a = k A v^2$  και εξετάζουμε τη συνθήκη ομαλής κίνησης :  $\Sigma F = 0$ .

**Παράδειγμα δυναμικής πραγματικού αερίου:** Δύο σφαιρίδια, το ένα από ξύλο ( $\rho_1 = 200 \text{ kg/m}^3$ ) και το άλλο από σίδηρο ( $\rho_2 = 7800 \text{ kg/m}^3$ ), αφήνονται στον αέρα από μεγάλο ύψος. Αν η διάμετρος τους είναι 2cm, να βρεθούν οι οριακές ταχύτητές τους (ο συντελεστής αντίστασης  $k$  για τη σφαίρα είναι  $k = 1,21 \text{ kg/m}^3$ ).

**Λύση:**

Οριακή ταχύτητα αποκτούν οι σφαίρες, όταν:  $B = T_a$  ( $T_a$  = αντίσταση αέρα) ή  $\rho g V = k A v^2$ .

όπου  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  και  $A = 4\pi r^2$  ο όγκος και η μετωπική επιφάνεια της

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

σφαίρας. Άρα  $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = k 4\pi r^2 v^2$  Τελικά :  $v = \sqrt{\frac{\rho r g}{3k}}$ .

Βρίσκουμε:

Για την ξύλινη σφαίρα:

$$v_1 = \sqrt{\frac{200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-2} \text{m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3 \cdot 1,21 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \approx 2,35 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Για τη σιδερένια σφαίρα:

$$v_2 = \sqrt{\frac{7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-2} \text{m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3 \cdot 1,21 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 10,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Για τις περιπτώσεις που χρειάζεται η τιμή του  $g$  τη θεωρούμε ίση με  $10 \text{ m/s}^2$ ).

- 7.1 Ασχοληθείτε με τα ερωτήματα και με τους προβληματισμούς που βρίσκονται διασκορπισμένα μέσα στο κείμενο του κεφαλαίου.
- 7.2 Να συμπληρωθούν οι προτάσεις:
  - α: Τα υγρά έχουν ελαστικότητα ....., ενώ τα αέρια έχουν ελαστικότητα ..... και .....
  - β: Δύτης κατεβαίνει στο ίδιο βάθος στη λίμνη Βουλιαγμένης και στη θάλασσα του Σαρωνικού. Η πίεση που δέχεται είναι μεγαλύτερη στη ..... παρά στη ..... Αυτό συμβαίνει, επειδή η ..... της λίμνης είναι ..... από εκείνη της θάλασσας.
  - γ: Στα υδραυλικά πιεστήρια ασκούμε ..... δύναμη στο ..... έμβολο και δημιουργούμε ..... δύναμη στο ..... έμβολο.
  - δ. Στα σημεία όπου ένας σωλήνας είναι στενός, η ταχύτητα είναι ..... και η στατική πίεση .....
- 7.3 Ξύλινη και μεταλλική σφαίρα έχουν ίδια ακτίνα. Αν τις βυθίσετε στο νερό μιας πισίνας, να συγκρίνετε τις ανώσεις που δέχονται.
- 7.4 Πλοίο πλέει σε ποτάμι και στη συνέχεια προχωρά στη θάλασσα, όπου συνεχίζει το ταξίδι του. Δέχεται ίδια άνωση στα δύο υγρά; Πώς εξηγείτε το γεγονός ότι όλα εξελίσσονται ομαλά;



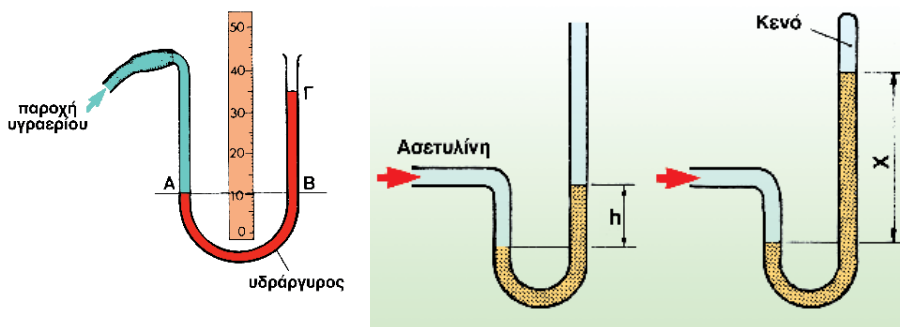
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- δυναμική των ρευστών -

- 7.5 Διαθέτετε κόσμημα που υποτίθεται ότι είναι ασημένιο. Επίσης, έχετε δυναμόμετρο και ποτήρι με νερό. Πώς θα διαπιστώσετε ότι το κόσμημα είναι γνήσιο;
- 7.6 Θέλετε να ελέγξετε αν κάποιο μεταλλικό αντικείμενο είναι συμπαγές ή κοίλο (“κούφιο”). Έχοντας δυναμόμετρο και ποτήρι με νερό πώς μπορείτε να εργαστείτε; Αν διαπιστώσετε την ύπαρξη κοιλότητας, πώς θα υπολογίσετε τον όγκο της;
- 7.7 Συμπληρώστε τα στοιχεία που λείπουν (παύλες) από τον παρακάτω πίνακα:

Σώμα	Μάζα	Μήκος	Πλάτος	Ύψος	Διάμετρος βάσης	Ακτίνα σφαίρας	Πυκνότητα	Ειδικό βάρος
	g	cm	cm	cm	cm	cm	kg/m <sup>3</sup>	N/m <sup>3</sup>
A	156	1	2	10			-	-
B	113			20	2,5		-	-
Γ	114					-	11400	-
Δ	-	2	3	5			-	780
E	125			7,5	-		2500	-

7.8 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

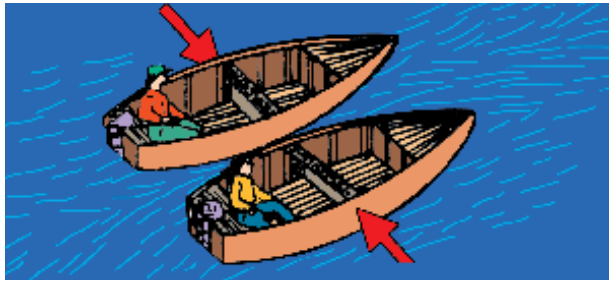
- α: Ο παγοδρόμος φορά παπούτσια με κατακόρυφη λεπίδα στη βάση για να ασκεί μεγάλη δύναμη στην παγωμένη πίστα.
- β: Τα υγρά απορρυπαντικά ασκούν στη βάση των ισοϋψών δοχείων που τα περιέχουν ίδια δύναμη.
- γ: Το ύψος υδραργυρικής στήλης σε συγκοινωνούντα δοχεία είναι 13,6 φορές μεγαλύτερο από το ύψος της υδάτινης.
- δ: Όταν επιδιώκουμε μεγάλες στατικές πιέσεις σε σωλήνες, πρέπει να επιλέγουμε περιοχές με μεγάλη διατομή.



Εικόνα 7.62: Για τον υπολογισμό πιέσεων

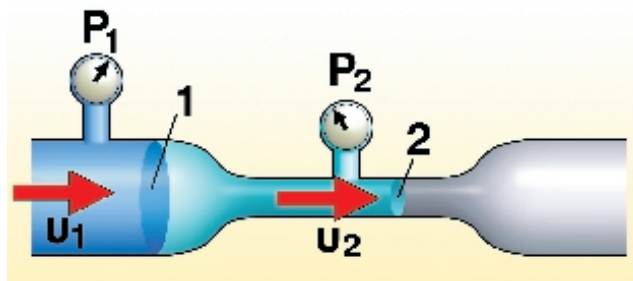
- 7.9 Εξηγήστε τη λειτουργία των διατάξεων στην εικόνα 7.62. Με την προϋπόθεση ότι το σκούρο υγρό είναι Hg να υπολογίσετε την πίεση των αερίων που συμμετέχουν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -



Εικόνα 7.63: Το πλησίασμα δεν κάνει καλό...

7.10 Βλέπετε κίνδυνο σύγκρουσης για τις βάρκες της εικ. 7.63; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Εικόνα 7.64: Για το υδραυλικό πιεστήριο

7.11. Οι διαμέτροι  $d_1$ ,  $d_2$  των διατομών της εικόνας 7.64 έχουν σχέση  $d_1 = 3d_2$ . Να συγκρίνετε τις ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$ , καθώς και τις ενδείξεις  $p_1$ ,  $p_2$  των οργάνων.

7.12. Συμπληρώστε τα στοιχεία που λείπουν (παύλες) στον παρακάτω πίνακα (τα σημεία 1,2,... βρίσκονται μέσα στον ίδιο οριζόντιο σωλήνα νερού  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ). Συμβουλή: αρχίστε από το σημείο 3 και θυμηθείτε κάποιους νόμους...

Σημείο	Ακτίνα $r$ cm	Διατομή $A$ cm <sup>2</sup>	Ταχύτητα $v$ m/s	Παροχή lt/s	Δυναμική πίεση $p_d$ N/m <sup>2</sup>	Στατική πίεση $P_\sigma$ N/m <sup>2</sup>	Ολική πίεση $P_{ολ}$ N/m <sup>2</sup>
1	1,5	-	-	-	-	-	-
2	-	3,6	-	-	-	-	-
3	1,0	-	2	-	-	-	-
4	0,8	-	-	-	-	$10^5$	-
5	1,2	-	-	-	-	-	-

7.13. Εξηγήστε τα παρακάτω:

- Αρχές Αυγούστου οι ταξιδιώτες του Αιγαίου βλέπουν μπουκάλια γεμάτα λάδι να επιπλέουν με επιθυμητή κατεύθυνση προς την Τήνο. Πώς επιπλέουν;
- Πώς λειτουργούν το σταγονόμετρο και το ιατρικό πιεσόμετρο;
- Γιατί στην άπνοια μιας Καθαρής Δευτέρας τραβάμε συνέχεια το σχοινί του χαρταετού, για να ανυψωθεί;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

δ: Γιατί λέμε ότι στην προσγείωσή του το αεροπλάνο ταλαιπωρείται από τα ρεύματα του αέρα περισσότερο από ότι στην απογείωση;

**7.14. Χαρακτηρίστε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:**

- α: Οι αρχές Pascal και Αρχιμήδη ισχύουν μόνο στα ιδανικά ρευστά.  
β: Η άνωση είναι δύναμη ηρεμίας από το υγρό στο στερεό, ενώ η δυναμική άνωση εμφανίζεται μόνο κατά τη σχετική κίνησή τους.  
γ: Το λάδι έχει μεγαλύτερο ιξώδες το χειμώνα από ό,τι το καλοκαίρι.  
δ: Αν διπλασιαστεί η ταχύτητα αυτοκινήτου, διπλασιάζεται η αντίσταση του αέρα σε αυτό.  
ε: Ο δύτης δέχεται μεγαλύτερη πίεση όταν κινείται μέσα στη θάλασσα, από αυτήν που δέχεται όταν είναι στάσιμος.

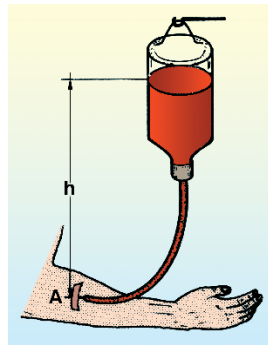
**7.15. Με τη βοήθεια του νόμου Bernoulli εξηγήστε γιατί υπάρχει κίνδυνος να αρπάξει σφοδρός άνεμος τη στέγη σπιτιού. (Θυμηθείτε τη λαϊκή έκφραση αγανάκτησης: “Θεέ μου, γιατί αφήνεις καρφωμένα τα κεραμίδια στη στέγη!!...”).**

**7.16. Το λάστιχο σύνδεσης στο ψυγείο αυτοκινήτου (κολάρο) έχει διάμετρο  $\delta=4\text{cm}$ . Από βλάβη του ανεμιστήρα (βεντιλατέρ) και από την υπερθέρμανση που ακολούθησε τρύπησε σε σημείο που βρίσκεται 20cm κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής νερού. Το άνοιγμα είχε διάμετρο 5mm. α) Με ποια ταχύτητα εκρρέει αρχικά το νερό; (Γιατί μόνο αρχικά;). β) Αν το ψυγείο δέχεται 1,5lit νερού (δική μας εκτίμηση), σε πόση ώρα θα αδειάσει το ψυγείο; (Ας δεχτούμε ότι η παροχή μειώνεται με σταθερό ρυθμό μέχρι να μηδενιστεί)**

**7.17. Η πίεση καρδιάς για έφηβο βρέθηκε 8. Εκτιμήστε αποστάσεις και βρείτε πόση πίεση υπάρχει στο πέλμα του ποδιού και στον εγκέφαλο (για το αίμα  $\rho = 1055 \text{ kg/m}^3$ ).**

**7.18. Σε υδραυλικό πιεστήριο η σχέση διαμέτρων στα δύο έμβολα είναι 1:10. Η μέγιστη δύναμη που ασκούμε είναι 50kp και η μετατόπιση 10cm. Να βρεθούν: α) το μέγιστο φορτίο που μπορεί να ανυψωθεί, β) η σχέση μετατοπίσεων, έργων και πιέσεων.**

**7.19. Στην εικόνα 7.65 φαίνεται η μετάγγιση ενδοφλέβιου ορού για χειρουργημένο ασθενή σε νοσοκομείο. Αν στο σημείο Α η ολική πίεση δεν πρέπει να ξεπερνά τα 80 Torr και η πυκνότητα του ορού θεωρηθεί ίση με αυτήν του νερού, α) να βρεθεί από ποιο ύψος  $h$  πρέπει να αρχίσει η μετάγγιση ώστε η στατική πίεση να μην ξεπεράσει τα 60mm Hg, β) αν η ακτίνα κάθε (υποτίθεται σφαιρικής) σταγόνας που πέφτει είναι 1,5mm και ο ρυθμός εκροής είναι 1Hz, να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται, για να αδειάσει το μπουκάλι του ορού**

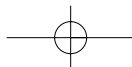
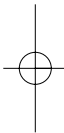
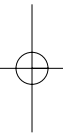
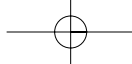


Εικόνα 7.65: Μετάγγιση ορού σε ασθενή

0,5lit. (Θυμηθείτε: όγκος σφαίρας  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ,  $r = \text{ακτίνα}$ ).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> ΡΕΥΣΤΑ  
- στατική των ρευστών -

**7.20.** Αεροπλάνο με συνολικό βάρος 8,6 tn και επιφάνεια πτερύγων  $60\text{m}^2$  βρίσκεται στη φάση της απογείωσης. Αν για τον αέρα εκείνη τη στιγμή δεχτούμε συντελεστή αντίστασης  $k = 0,4 \text{ kg/m}^3$ , σε ποια ταχύτητα απογειώνεται το αεροπλάνο; (Για εκείνη τη στιγμή δεχτείτε ότι το αεροπλάνο είναι ακόμα σε οριζόντια θέση).



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Αξιολόγηση των μαθητών της Α' Λυκείου στο μάθημα της Φυσικής ΚΕΕ Αθήνα 1998.
2. Φυσική Δ' Επαγγελματικής Κατεύθυνσης (Λευκωσία-Κύπρος 1993).
3. D. SANG **Further Physics** (Cambridge University Press, 1996).
4. HALLIDAY, D., RESNICK, R. **Γενική Φυσική** (Ελληνική μετάφραση), Αθήνα 1966.
5. K. GIBBS **Advanced Physics** (Cambridge University Press, 1990).
6. KEN DOBSON **Physics** (Nelson Science, 1998).
7. M BRIMICOMBE **Physics in focus** (Nelson Science, 1990).
8. S. POPLER **Advanced Physics** (Oxford University Press, 1996).
9. SPIEGEL, M.R. **Πιθανότητες και Στατιστική** (Ελληνική μετάφραση), 1975.
10. SPEIEGEL, M.R. **Θεωρητική Μηχανική**. (Ελληνική μετάφραση) 1967.
11. WALTERJ., DODGE J., SCHAN U. **PSSC ΦΥΣΙΚΗ** (Ελληνική μετάφραση) 1992.
- 12 ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΣ Κ.Δ. **Γενική Φυσική** Αθήνα 1976.
13. Β. ΦΩΤΕΙΝΟΠΟΥΛΟΣ **Μηχανική 1** Πειραιάς 1983.
14. Ι. ΑΘΑΝΑΣΑΚΗ **Θέματα Γενικής Φυσικής** Αθήνα 1980.
15. ΚΟΥΠΟΥΜΤΖΕΛΗΣ Θ., ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗΣ Σ. **Στοιχεία Φυσικής** Αθήνα 1960.
- 16 ΚΟΥΜΕΛΗΣ Χ.Ν. **Ασκήσεις Φυσικής** Τόμοι Α' και Β' Αθήνα 1967.
- 17 Ν.Α. ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ **Εισαγωγή στη Φυσική** Θεσσαλονίκη 1975.
- 18 Σ. ΣΙΡΟΚΟΥ **Ασκήσεις Φυσικής** Αθήνα 1976.
19. **Basic Physics1 and 2 Modular Science** (Cambridge University Press, 1995).
20. **Μηχανική** Μαθήματα Φυσικής Πανεπιστημίου Berkley.
- 21 ΕΛΕΥΘΕΡΟΥΔΑΚΗΣ **Εγκυκλοπαιδικό Λεξικό**, Τόμος 2, Αθήνα 1930.
22. ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ "TIME-LIFE" International 1971.
23. Ι. ΓΑΡΟΦΑΛΑΚΗ **Τεχνολογική Φυσική** (Μακεδονικές Εκδόσεις 1994)
24. ΟΜΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Τ.Ε.Ι. Πειραιά **Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής Ι και ΙΙ** (Μακεδονικές Εκδόσεις 1996).
25. YOUNG H. **Φυσική** (Εκδόσεις Παπαζήση 1995).
26. A. ABBOTT **Ordinary Level Physics**.
27. GREEN **Technical Physics** (P. Hall Inc. N.J. 1984).

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

28. GREEN BERG **Physics for biology and premedical Dtudents** (Students Company 1975).
29. Arons, B.A. 1992 **Οδηγός διδασκαλίας της Φυσικής**, ελληνική μετάφραση εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα.
30. Einstein A. and Infeld L. 1928/1978. **Η εξέλιξη των ιδεών στη Φυσική** (ελληνική μετάφραση). Εκδόσεις Δωδώνη, Αθήνα.
31. Driver R., Squire A., Ruchworth P., Wood-Robinson 1994. **Making sence of secondary science research into children's ideas**. London and New York Routledge.
32. Hewitt G.P. 1992. **Οι έννοιες της Φυσικής**, τόμος I, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
33. Δαππόντες Ν., Κασσέτας Α., Μουρίκης Στ., Σκιαθίτης Μ., 1997. **Φυσική Α' τάξη ΕΠΑ, ΓΕΛ, ΤΕΛ, Ο.Ε.Δ.Β.** Αθήνα.



