

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο
ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Από όσα συμβαίνουν γύρω μας...

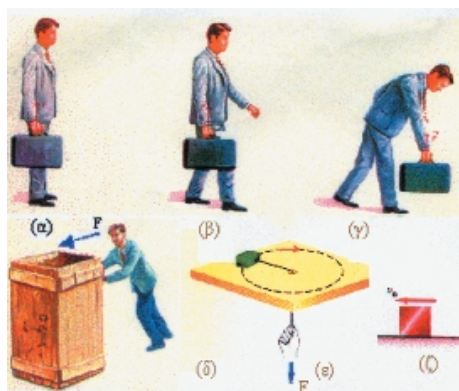
“Ενεργειακή κρίση”. “Εργάζεται σε οριακές συνθήκες”. “Εξοικονόμηση ενέργειας”. “Ενεργειακός τομέας μηχανολογίας”... είναι μερικές από τις φράσεις που απαντούν με μεγάλη συχνότητα σε συζητήσεις, σε δημοσιεύματα, σε εκπομπές. Προβληματισμοί και αντιπαραθέσεις με επίκεντρο δύο καταλυτικές φυσικές έννοιες: **έργο** και **ενέργεια**. Δύο φυσικά μεγέθη που είναι τόσο αλληλένδετα, ώστε να συμπορεύονται στα φυσικά φαινόμενα.

Στη Φυσική οι όροι αυτοί εμφανίστηκαν από ανάγκη. Διαπιστώθηκε ότι τα κινηματικά μεγέθη (μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση) από μόνα τους και τα αντίστοιχα δυναμικά (δύναμη, ροπή) απομονωμένα δεν αρκούσαν για να περιγραφούν σε βάθος οι φυσικές διαδικασίες. Για παράδειγμα, άλλος είναι ο ρόλος του βάρους για τη φορτωμένη με ψώνια νοικοκυρά, που περιμένει στη στάση λεωφορείου, και άλλος, όταν αυτή ανηφορίζει το δρόμο για το σπίτι.

Στη προσπάθειά μας να καταλάβουμε, να εξηγήσουμε και να αξιοποιήσουμε τα μηνύματα της φύσης θα μπορούσαμε να αναφερθούμε σε πάρα πολλά παραδείγματα που αποκαλύπτουν την αναγκαιότητα να μιλάμε και να σκεφτόμαστε “ενεργειακά”.

5.1. Από τη βιολογική εργασία στο φυσικό έργο

Η Φυσική ενδιαφέρεται για οτιδήποτε έχει σχέση με την έννοια “εργάζομαι”. Μια έννοια που σχετίζεται με την κόπωση, την προσφορά, την κατανάλωση και την εξέλιξη. Στην εικόνα 5.1 φαίνονται χαρακτηριστικά στιγμιότυπα από την καθημερινή ζωή όπου κάποιος καταβάλλει ή έχει καταβάλει προσπάθεια.



Εικόνα 5.1. Χαρακτηριστικές περιπτώσεις παραγωγής ή κατανάλωσης ενέργειας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - από τη βιολογική εργασία στο φυσικό έργο -

Ο νεαρός της εικ. 5.1(α) στέκεται κρατώντας ένα χαρτοφύλακα στο χέρι. Ο ίδιος νεαρός βαδίζει οριζόντια στην εικ.5.1(β). Στην εικ.5.1(γ) ο νεαρός επιχειρεί να αφήσει το χαρτοφύλακα στο έδαφος. Ο άντρας της εικ.5.1(δ) μετακινεί κιβώτιο σε οριζόντιο έδαφος. Κάποιο χέρι περιστρέφει σώμα σε οριζόντιο επίπεδο, εικ.5.1(ε). Τέλος, κάποιος έριξε το σώμα της εικ.5.1(ζ) οριζόντια στο λείο έδαφος.

Είναι φανερό ότι καταναλώνεται, από βιολογική άποψη, **ενέργεια** από τον άνθρωπο σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις. Το ερώτημα είναι: “Αξιοποιείται αυτή η ενέργεια, από ποιον και με ποιο τρόπο;”.

Στη Φυσική χρειαζόμαστε κάποιο μέγεθος που να είναι υπεύθυνο για τις μεταβολές, για τη μεταφορά και για τις μετατροπές της ενέργειας από μια μορφή σε μια άλλη. Το μέγεθος αυτό είναι το **έργο**. Εκδηλώσεις έργου είναι, λοιπόν, εκείνες που οδηγούν σε μετασχηματισμό ή σε μεταβολή κάποιας μορφής ενέργειας. Η επιλογή αυτή μοιάζει να οδηγεί σε μια σύζευξη, σε ένα “πάντρεμα” έργου και ενέργειας.

Συνηθίσαμε να λέμε **πως υπάρχει έργο δύναμης, όταν μετατοπίζεται το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνση στην οποία η δύναμη επενεργεί**. Αν δεχτούμε αυτή την αρχή, η νοικοκυρά που αναφέρθηκε πιο πάνω και ο νεαρός της εικ.5.1(α) δε δικαιούνται να παραπονιούνται για κόπωση. Αν όμως έτσι έχουν τα πράγματα, τότε γιατί ακούγεται πως: “το λεωφορείο αργεί και πιάστηκαν τα χέρια μου”; Ίσως επειδή δε βλέπουμε την καταπόνηση (επιμήκυνση) κάποιων μυών των χεριών.

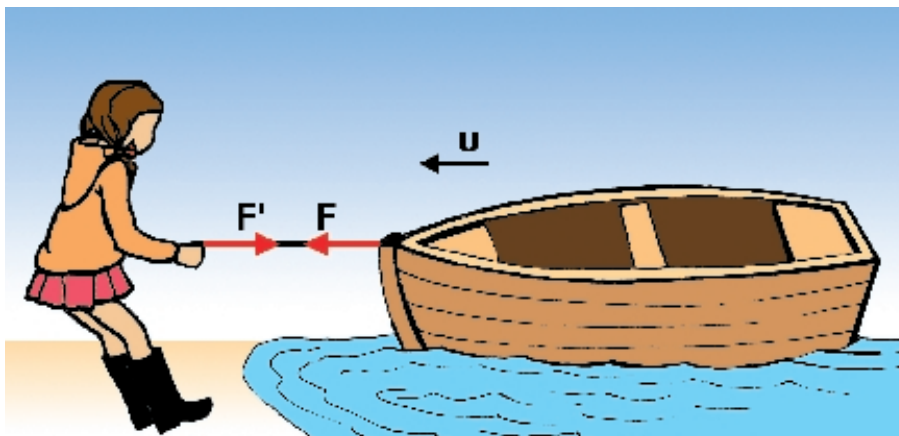
Το έργο δύναμης συνδέεται, λοιπόν, με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της. Το αντίστροφο όμως συμβαίνει; Έχουμε, δηλαδή, πάντα έργο δύναμης, όταν εμφανίζεται μετακίνηση;

Η παρουσία έργου εκδηλώνεται με αλλαγή της κατάστασης του σώματος και περιγράφεται με ποικίλους τρόπους: με μεταβολή ταχύτητας, με μετατόπιση σε άλλο επίπεδο, με παραμόρφωση, με εκπομπή σήματος διάφορων μορφών (ήχος, φως κτλ.), με θέρμανση...Σύμφωνα με αυτή την άποψη μπορούμε να προβλέψουμε ότι:

- Στην περίπτωση της εικ.5.1 (α) δεν υπάρχει έργο, αφού η δύναμη που ασκεί ο νεαρός (ίση με το βάρος του χαρτοφύλακα) δεν προκαλεί μετακίνηση του σημείου εφαρμογής της.
- Στην εικ. 5.1 (β) υπάρχει μετακίνηση (όχι όμως στη διεύθυνση που επενεργεί η δύναμη) και δεν αλλάζει η κινητική κατάσταση του σώματος. Άρα δε δικαιολογείται η παρουσία έργου.
- Στις εικόνες 5.1 (γ) και (δ) υπάρχει μετακίνηση κατά τη διεύθυνση που επενεργεί η δύναμη και αναμένεται εμφάνιση έργου.
- Στην εικόνα 5.1 (ε) η δύναμη επενεργεί σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας και η κινητική κατάσταση του σώματος παραμένει σταθερή. Το έργο, επομένως απουσιάζει.
- Στην εικόνα 5.1 (ζ), τέλος, δεν ασκείται δύναμη στο σώμα κατά τη διεύθυνση της κίνησης. Άρα δεν αναμένεται εμφάνιση έργου.

Το έργο γίνεται αντιληπτό, κατ' αρχήν, εμπειρικά. Η λεπτομερέστερη μελέτη βοηθά στην επιβεβαίωση του ρόλου του. Το κορίτσι της εικόνας 5.2 τραβά με σχοινί τη βάρκα σε οριζόντια αμμουδιά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο σταθερής δύναμης -



Εικόνα 5.2: Έργο δύναμης συγγραμμικής με τη μετατόπιση

Το κορίτσι τραβά τη βάρκα με τη βοήθεια του σχοινιού με δύναμη \vec{F} , της οποίας η αντίδραση \vec{F}' ασκείται στην άλλη άκρη του σχοινιού στο χέρι του. Οι τριβές, για διευκόλυνση, θεωρούνται αμελητέες. Ας δούμε πώς οδηγούμαστε σταδιακά στην ερμηνεία του φαινομένου.

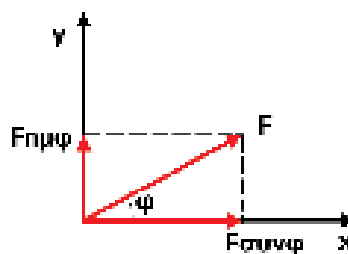
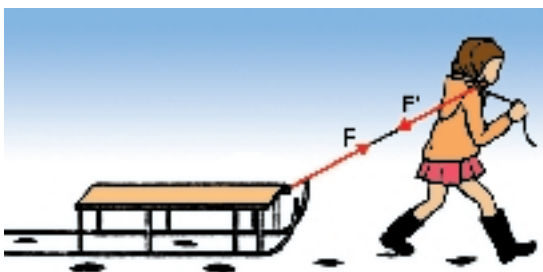
5.2. Έργο σταθερής δύναμης

Διατυπώθηκε παραπάνω η άποψη πως το έργο εμφανίζεται, όταν η δύναμη μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνση που επενεργεί. Αυτό μας βοηθά να διατυπώσουμε τον ορισμό του έργου W δύναμης.

Το έργο ορίζεται από τη σχέση:

$$W = F \cdot s \quad (5.1)$$

όταν η δύναμη \vec{F} και η μετατόπιση \vec{s} έχουν ίδια κατεύθυνση, και το μέτρο της F είναι σταθερό. Όταν αυτό δε συμβαίνει, το έργο αφορά μόνο τη συνιστώσα (Fσυνφ) της δύναμης στη διεύθυνση της μετατόπισης. Στην εικ. 5.3 φαίνεται το κορίτσι να τραβά έλκυστρο με πλάγια δύναμη \vec{F} .



Εικόνα 5.3: Έργο δύναμης πλάγιας ως προς τη μετατόπιση

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο σταθερής δύναμης -

Τότε:

$$W = F_x s$$

ή

$$W = F \cos \varphi s$$

(5.2)

Η σχέση (5.2) είναι γενικός ορισμός για το έργο και αναφέρεται στο γινόμενο δύο διανυσματικών μεγεθών, όπως είναι η δύναμη και η μετατόπιση. Είναι μονόμετρο (βαθμωτό) μέγεθος. Επομένως, για τον προσδιορισμό του αρκούν η αριθμητική τιμή, η μονάδα μέτρησής του και, όπως θα δούμε παρακάτω, το πρόσημό του.

Το πρόσημο και οι μονάδες έργου

Το έργο μιας δύναμης άλλοτε παράγεται και άλλοτε καταναλώνεται. Όταν το έργο είναι θετικό ($W > 0$), λέμε ότι παράγεται, ενώ όταν είναι αρνητικό ($W < 0$), λέμε ότι καταναλώνεται. Έτσι:

α) Αν η δύναμη \vec{F} ή η συνιστώσα της στον άξονα της κίνησης έχει ίδια φορά με τη μετατόπιση, τότε βοηθά την κίνηση του σώματος, και το έργο είναι θετικό. Αυτό συνεπάγεται και από τη σχέση (5.2), αφού τότε η γωνία φ είναι 0° (όταν η \vec{F} έχει ίδια φορά με την \vec{s}) ή μικρότερη από 90° (η \vec{F}_x ίδιας φοράς με την \vec{s}) και $\cos \varphi > 0$. Άρα:

$W > 0$ σημαίνει έργο που παράγεται από τη δύναμη που ασκείται στο σώμα. Αν, όμως, μιλάμε για το σώμα, αυτό αξιοποιεί το έργο που παράγει η δύναμη. Το περιβάλλον, (με την εκπροσώπηση όποιου ασκεί την \vec{F}) λοιπόν, μεταβιβάζει μέσω έργου “βοήθεια” στο σώμα.

$W = 0$ όταν η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση, εικόνα 5.1 (ε). Τότε $\varphi = 90^\circ$ και $\cos \varphi = 0$. Το περιβάλλον δεν αλληλεπιδρά, μέσω έργου, με το σώμα.

$W < 0$ προκύπτει, όταν η δύναμη ή η συνιστώσα της έχει αντίθετη φορά με την \vec{s} . Το περιβάλλον, μέσω έργου, “κοντρούρει” το σώμα, με όλα όσα αυτό συνεπάγεται.

Ας επιστρέψουμε στο παράδειγμα της εικόνας 5.2. Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το έργο της \vec{F} είναι θετικό (παραγόμενο) για τη βάρκα. Ας σκεφτούμε τι σημαίνει αυτό για το κορίτσι.

Ας σκεφτούμε:

1. Ας προσπαθήσουμε να θυμηθούμε περιπτώσεις παρόμοιες με εκείνες των εικόνων 5.1, στις οποίες “κάτι να λείπει” κάθε φορά από τα μεγέθη της σχέσης (5.2). Για παράδειγμα, είναι δυνατόν να έχουμε έργο, όταν $F = 0$;

2. Ας φανταστούμε τη μετακίνηση του έλκηθρου (εικ. 5.3) σε λεία ανηφόρα κλίσης θ . Το κορίτσι τραβάει το σχοινί με κλίση φ ως προς την ανηφόρα. Γράψτε τις σχέσεις για το έργο όσων δυνάμεων ασκούνται στο έλκηθρο και σημειώστε ποια έργα είναι θετικά και ποια αρνητικά.

Η μέτρηση του έργου: Από τις σχέσεις (5.1) και (5.2) προκύπτει η μονάδα μέτρησής του έργου W στο S.I.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο σταθερής δύναμης -

$$W = 1\text{N} \cdot 1\text{m} = 1\text{Joule}$$

Το Joule είναι, λοιπόν, το παραγόμενο έργο από δύναμη ίση με 1N, όταν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά 1m στη κατεύθυνση που επενεργεί.



James P. JOULE (1818-1889): Γεννήθηκε στην Αγγλία. Καταγόταν από εύπορη οικογένεια. Πήρε τη βασική εκπαίδευσή του στα μαθηματικά, στη φιλοσοφία και στη χημεία από τον Dalton, αλλά θεωρείται, σε μεγάλο βαθμό, αυτοδίδακτος. Η πιο παραγωγική ερευνητική περίοδός του ήταν το διάστημα ανάμεσα στα 20 και στα 30 χρόνια του. Τότε θεμελίωσε την **αρχή της διατήρησης της ενέργειας και την ισοδυναμία της θερμότητας με τις άλλες μορφές ενέργειας**. Το έργο του για την ποσοτική σχέση ανάμεσα στα μηχανικά, στα ηλεκτρικά και στα χημικά αποτελέσματα της θερμότητας ολοκληρώθηκε το 1843. Τότε υπολόγισε το **μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας** ίσο με 4,186 J/cal.

Έθεσε τις βάσεις για την πρωτοεμφανιζόμενη τότε **θερμοδυναμική**, τις οποίες επέκτεινε ο λόρδος Kelvin.

Σημαντική ήταν, επίσης, η προσφορά του Joule στη Φυσική των χαμηλών θερμοκρασιών.

Τα βιωματικά μας κατάλοιπα: Ο άνθρωπος δεν μπορεί εύκολα να απαλλαγεί από τα βιώματά του:

Πολύ πριν μάθει τι είναι έργο και ενέργεια, έτριβε δυο πέτρες μεταξύ τους, για να δημιουργηθεί σπινθήρας και να ανάψει τα ξύλα. Η θερμότητα μπήκε στη ζωή του από πολύ νωρίς και το cal επέζησε ως μονάδα θερμικού έργου. Μην ξεχνάμε πως οι διαιτολόγοι στο θερμοδομετρητή μιλάνε για θερμίδες (1 ιατρική θερμίδα = 1kcal = 10^3 cal) και όχι για Joules. (Αλήθεια πώς κρίνετε τη φράση: “Η μερίδα του μουςακά έχει 800 θερμίδες”;) Ισχύει: 1cal = 4,186 Joules.

– Οι Αγγλοσάξονες από τα χρόνια της αποικιοκρατίας επέβαλαν τις μονάδες τους, που έμειναν ως τις μέρες μας. Μιλάμε για τη μονάδα B.t.u. (British thermal unit), την οποία θα γνωρίσετε στη Β’ τάξη και θα δείτε γραμμένη στις ετικέτες των κλιματιστικών συσκευών. 1B.t.u. = 1055 Joules.

Οι λογαριασμοί της Δ.Ε.Η. αναγράφουν πόσες kWh (κιλοβατώρες) καταναλώσαμε, και: **1kWh = $3,6 \cdot 10^6$ Joules**.

Οι μηχανολόγοι συνήθισαν να μιλάνε για “κilogράμμο δύναμης” (kgf) και εννοούν το 1kp. Η αντίστοιχη μονάδα έργου είναι το 1kpm (αυτό μπορείτε να το ορίσετε ανάλογα με το Joule). Οι φυσικοί δεν πολυσυμπαθούν αυτή τη μονάδα, επειδή θυμίζει ροπή.

$$\text{Πάντως: } 1\text{kpm} = g \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \text{Joules}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο σταθερής δύναμης -

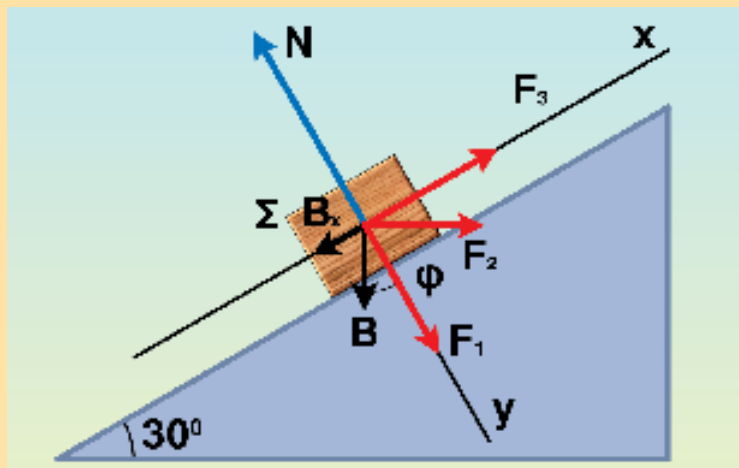
Αν, π.χ., $g=9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, τότε $1\text{kp}\cdot\text{m} = 9,81 \text{ Joules}$. **Συμπέρασμα:** Άλλο είναι

το $1\text{kp}\cdot\text{m}$ για το Σουηδό ($g=9,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) και άλλο για μας ($g=9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

Παράδειγμα

Υπολογισμός έργου δυνάμεων: Σώμα Σ με μάζα $m=1\text{kg}$ ανέρχεται σε λεία ανηφόρα κλίσης $\varphi=30^\circ$ και δέχεται την επίδραση των δυνάμεων που φαίνονται στην εικ. 5.4. Δίνονται: $F_1=30\text{N}$, $F_2=20\text{N}$ και $F_3=30\text{N}$. Να υπολογιστεί το συνολικό έργο των δυνάμεων για μετατόπιση κατά 30m ,

αν δεχτούμε λείο επίπεδο και $g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\sqrt{3}\approx 1,7$.



Εικόνα 5.4: Υπολογισμός έργου δυνάμεων που ασκούνται σε σώμα

Λύση:

Χρησιμοποιούμε τη σχέση (5.2): $W=F \cdot s \cdot \sin\varphi$. Τα έργα είναι:

- Για το βάρος \vec{B} : $W_B=W_{B_x}=B_x s \sin 180^\circ = -B_x s = -mg \sin \varphi s = -150\text{J}$
- Για την \vec{F}_1 : $W_1=F_1 s \sin 90^\circ = 0\text{J}$
- Για την \vec{F}_2 : $W_2=F_2 s \sin 30^\circ = 20\text{N} \cdot 30\text{m} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 300\sqrt{3}\text{J} = 510\text{J}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- έργο γνωστών δυνάμεων -

– Για την \vec{F}_3 : $W_3 = F_3 \sin 0^\circ = 30 \text{ N} \cdot 30 \text{ m} \cdot 1 = 900 \text{ J}$

– Για την \vec{N} : $W_N = N \sin 90^\circ = 0 \text{ J}$

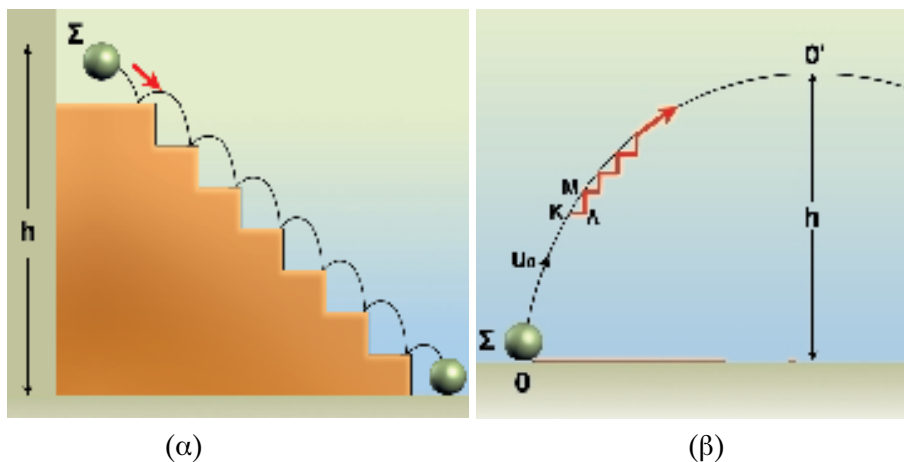
Συνολικό έργο δυνάμεων: $W_{\text{ολ}} = W_B + W_1 + W_2 + W_3 + W_N = 1260 \text{ J}$.

5.3 Έργο γνωστών δυνάμεων

Από όλες τις δυνάμεις που μας περιτριγυρίζουν αξίζει να μελετήσουμε δύο, το βάρος και την τριβή, για δύο λόγους:

- Εμφανίζονται σχεδόν σε κάθε μηχανικό σύστημα.
- Αντιπροσωπεύουν τις δύο κυριότερες κατηγορίες δυνάμεων: τις δυνάμεις πεδίου (βάρος) και τις αντίστοιχες επαφής (τριβή).

5.3.1. Το βάρος, το έργο και η ... συντήρηση



Εικόνα 5.5: Το βάρος παράγει και καταναλώνει έργο.

Στην εικόνα 5.5 βλέπουμε κινήσεις σωμάτων κατά τις οποίες ο ρόλος του βάρους είναι καθοριστικός. Το γελάρισμα της σφαίρας Σ στα σκαλοπάτια και η πλάγια βολή στον αέρα επηρεάζονται σχεδόν αποκλειστικά από το βάρος. Το “σχεδόν” αναφέρεται στην παράλειψη της αντίστασης του αέρα, την οποία θεωρούμε αμελητέα. Στις κινήσεις της εικ. 5.5, λοιπόν, το έργο προέρχεται μόνο από το βάρος. Όταν το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω ή προς τα κάτω, το έργο του βάρους υπολογίζεται εύκολα. Αν μετατοπίζεται το σώμα κατακόρυφα κατά h , βρίσκουμε:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο γνωστών δυνάμεων -

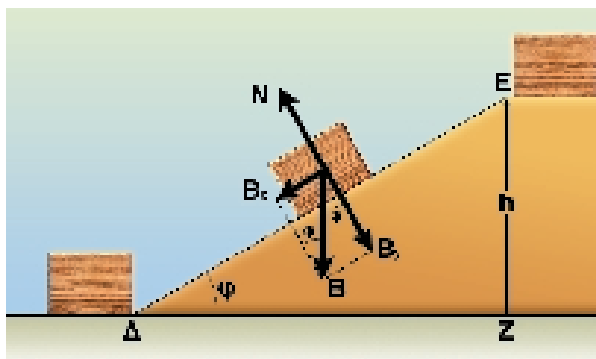
Άνοδος: $W = F \sin \varphi = Bh \sin 180^\circ = -Bh$

Κάθοδος: $W = F \sin \varphi = Bh \sin 0^\circ = Bh$.

Ας αναρωτηθούμε: Στο σερβίς του βόλεϊ ο παίκτης ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω τη μπάλα. Το έργο του βάρους, μέχρι να ξαναγυρίσει η μπάλα στο ύψος του παίκτη, είναι: $W = -Bh + Bh = 0$. Γιατί, τότε, γίνεται η κίνηση αυτή; Ο άλλος παίκτης, που ρίχνει τη μπάλα απ' την αρχή προς τα αντίπαλα καρέ, τι διαφορετικό κάνει; Έτσι κι αλλιώς και οι δύο παίκτες στο δίποντο στοχεύουν...

Όταν η κίνηση του σώματος δεν είναι κατακόρυφη αλλά πλάγια, όπως στην εικόνα 5.5 β, το έργο του βάρους υπολογίζεται με υπομονή. Προσεγγίζουμε την τροχιά με μια σειρά οριζόντιων και κατακόρυφων μετατοπίσεων. Είναι φανερό ότι για την κίνηση από το Ο στο Ο', που απέχουν υψομετρικά κατά h, το έργο βάρους είναι: $W = -Bh$.

Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει και για τη μετατόπιση του σώματος πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να βρεθεί κατά h ψηλότερα (εικόνα 5.6).



Εικόνα 5.6: Έργο του βάρους σε κεκλιμένο επίπεδο

Η μεταφορά του σώματος από το σημείο Δ του εδάφους στο Ε του τραπέζιού μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

α) Μέσω της διαδρομής ΔΖΕ: Το έργο του βάρους ισούται με:

$$W_{\Delta ZE} = W_{\Delta Z} + W_{ZE} = 0 - Bh = -Bh$$

Μέσω της διαδρομής ΔΕ (με τη βοήθεια πλάγιας σανίδας):

$$W_{\Delta E} = W B_x = -B_x(\Delta E) = -B \eta \mu \varphi (\Delta E) = -Bh$$

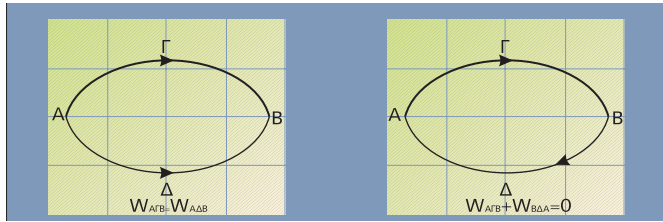
(αφού $\eta \mu \varphi = \frac{h}{\Delta E}$ στο τρίγωνο ΔΕΖ και $\eta \mu \varphi = \frac{B_x}{B}$).

Το έργο του βάρους, επομένως, αποδεικνύεται ανεξάρτητο από τη διαδρομή που επιλέγουμε. Επίσης, στην κλειστή διαδρομή ΔΖΕΔ το έργο του βάρους είναι:

$$W_{\Delta ZE} = W_{\Delta Z} + W_{ZE} + W_{E\Delta} = 0 - Bh + Bh = 0.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- έργο γνωστών δυνάμεων -



Η ιδιότητα του έργου βάρους μεταξύ δύο σταθερών σημείων να είναι το ίδιο, ανεξάρτητα από τη διαδρομή που επιλέγουμε ανάμεσα στα σημεία, κατατάσσει το βάρος σε μια σημαντική κατηγορία δυνάμεων, στις **συντηρητικές ή διατηρητικές**.

Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις είναι εκείνες των οποίων το έργο είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή και εξαρτάται μόνο από τη θέση του αρχικού και του τελικού σημείου. Με άλλα λόγια, το έργο αυτών των δυνάμεων σε κλειστή διαδρομή είναι ίσο με μηδέν.

Το βάρος πρωταγωνιστεί σε πολλά από τα συστήματα που αποκαλούμε μηχανές. **Μηχανή**, γενικά, θεωρούμε κάθε διάταξη με την οποία επιδιώκουμε κέρδος σε κάποιο φυσικό μέγεθος. Δείτε, π.χ., την περίπτωση της εικ. 5.6. Με τη “μηχανή” που λέγεται κεκλιμένο επίπεδο κερδίζουμε σε δύναμη, αφού απαιτείται ελάχιστη τιμή της (για μετακίνηση χωρίς τριβή με πολύ μικρή και σταθερή ταχύτητα) ίση με $F = B \eta \mu \phi$. Η αντίστοιχη δύναμη F' στην ανύψωση κατά h χωρίς τη μηχανή είναι: $F' = B$. Το **κέρδος**, λοιπόν, είναι: $k = \frac{F}{F'} = \eta \mu \phi$. Στη μετατόπιση η ζημιά είναι ακριβώς ίδια, αφού αντί

για τη διαδρομή $ZE = h$ η μηχανή προτιμά την $\Delta E = \frac{h}{\eta \mu \phi} > h$.

Η ιδιότητα αυτή του βάρους αποδείχτηκε θεμελιακή στη λειτουργία απλών μηχανών και οδήγησε στο **χρυσό κανόνα της Μηχανικής**:

Σε κάθε απλή μηχανή όσο κερδίζουμε σε δύναμη, τόσο χάνουμε σε διαδρομή. Έτσι, το έργο: $W = Fs$ μένει σταθερό.

5.3.2: Πρώτη γνωριμία με μηχανές

Εκτός από το κεκλιμένο επίπεδο, απλές μηχανές θεωρούνται ο μοχλός, οι τροχαλίες, το πολύσπαστο και το βαρούλκο (βλ. εικόνες 5.7, 5.8, 5.9, και 5.10)



Εικόνα 5.7: Τα δύο είδη μοχλών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

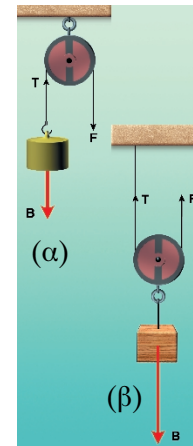
- έργο γνωστών δυνάμεων -

Στην εικόνα 5.7 (α, β) φαίνονται δύο είδη μοχλών. Διαφέρουν ως προς τη θέση του στηρίγματος (υπομόχλιου) σε σχέση με τα σημεία όπου δρουν η δύναμη που ασκούμε και το φορτίο που μετακινούμε. Άλλοτε βρίσκεται εκτός των σημείων εφαρμογής των δυνάμεων, εικ.5.7 (α), άλλοτε πάλι ανάμεσά τους. Δεν πρέπει να ξεχνάμε και την ισορροπία ροπών των δυνάμεων ως προς το υπομόχλιο (αλήθεια, γιατί ισχύει αυτό;). **Το μηχανικό κέρδος είναι πάντα το πηλίκο του φορτίου προς τη δύναμη που ασκούμε.**

Δοκιμάζουμε: Ας βρούμε το μηχανικό κέρδος για τους μοχλούς της εικ. 5.7. Για το μοχλό της εικ. 5.7(α) δεχόμαστε ότι η ράβδος χωρίζεται σε τμήματα με λόγο 3:1. Πόση είναι η αντίστοιχη μηχανική ζημιά για τις μετατοπίσεις δύναμης και φορτίου;

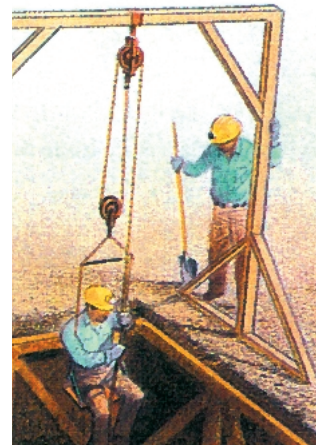
- Στις εικόνες 5.8(α) και (β) έχουμε δύο είδη τροχαλίας: την ακίνητη στην 5.8(α) και την κινητή στην 5.8(β). Η ελάχιστη δύναμη για ισορροπία ή ανύψωση του σώματος με σταθερή ταχύτητα για την ακίνητη είναι ίση με το βάρος του σώματος.

Εύλογη απορία: Τι μας προσφέρει τότε η μηχανή, αφού το μηχανικό κέρδος είναι 1 (στην ουσία δεν υπάρχει κέρδος); Η αντίστοιχη ελάχιστη δύναμη για την κινητή είναι ίση με το μισό του βάρους που ανυψώνεται (κέρδος 2). Γιατί;



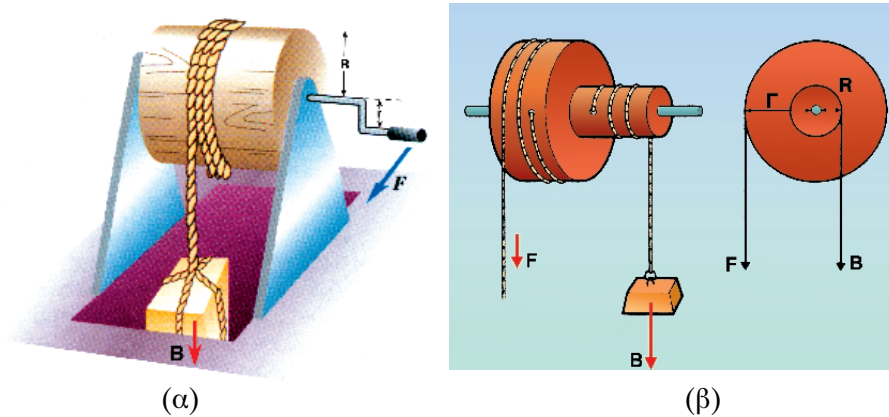
Εικόνα 5.8: Η ακίνητη και η κινητή τροχαλία

- Στην εικόνα 5.9 έχουμε συνεργασία κινητής και ακίνητης τροχαλίας και το σύστημα λέγεται **πολύσπαστο**. Ο εργάτης ανυψώνει τον εαυτό του με τη βοήθεια του σχοινιού της μηχανής. Δοκιμάζουμε, πάλι, να βρούμε το μηχανικό κέρδος στις δυνάμεις και τη ζημιά στις μετατοπίσεις.



Εικόνα 5.9: Συνδυασμός ακίνητης και κινητής τροχαλίας (πολύσπαστο)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο γνωστών δυνάμεων -



Εικόνα 5.10: Το βαρούλκο

Στην εικόνα 5.10 (α) και (β) έχουμε το **βαρούλκο**. Είναι η μηχανή που βλέπουμε σε παλιά πηγάδια νερού για το ανέβασμα του κουβά. Ο κύλινδρος είναι δυνατό να έχει μεγαλύτερη ή μικρότερη ακτίνα R από την αντίστοιχη r του κύκλου που διαγράφει το άκρο της χειρολαβής στη μανιβέλα.

Το μηχανικό κέρδος $\frac{B}{F}$ (B = το βάρος που ανυψώνουμε, το οποίο ονομάζουμε συνήθως **φορτίο**, F = η δύναμη που ασκούμε) βρίσκεται από την ισορροπία των ροπών. Η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδέν. Άρα, $B \cdot R = F \cdot r$ και :

$$\frac{B}{F} = \frac{r}{R}.$$

Η δύναμη είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από το βάρος B ανάλογα με τη σχέση των δύο ακτίνων R , r .

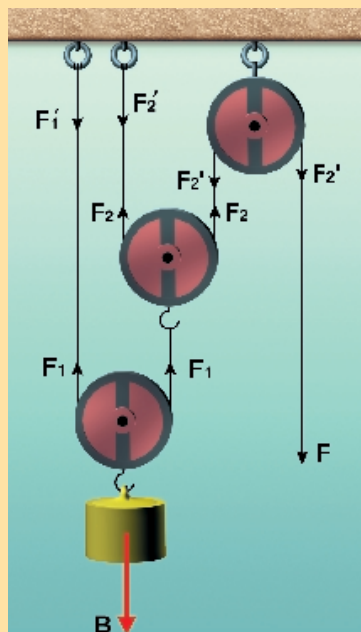
Η λύση (α) της εικ. 5.10 αντιστοιχεί σε μηχανικό κέρδος μικρότερο του 1 αλλά σε κέρδος μετατοπίσεων μεγαλύτερο από 1. Ασκούμε, δηλαδή, δύναμη μεγαλύτερη από το βάρος, αλλά κερδίζουμε σε αριθμό περιστροφών της μανιβέλας.

Το αντίστροφο συμβαίνει στο σύστημα (β) της εικ. 5.10.

Σημαντική επισήμανση: Για τις τροχαλίες, ακίνητες και κινητές, μπορούμε να δεχτούμε αμελητέα τη μάζα, άρα και το απαιτούμενο έργο περιστροφής του τροχού τους. Αυτό δεν ισχύει για τον κύλινδρο του βαρούλκου, του οποίου η μάζα και η ακτίνα είναι υπολογίσιμα. Γι' αυτό προτιμήσαμε την ισορροπία ροπών και όχι την ισότητα έργων, για να καταλήξουμε σε συμπεράσματα...

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο γνωστών δυνάμεων -

Παράδειγμα (Ο χρυσός κανόνας της Μηχανικής): Με το πολύσπαστο της εικ. 5.11 επιχειρούμε να ανυψώσουμε βάρος $B=500\text{N}$. Να υπολογιστεί η δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί και το μηχανικό κέρδος.



Εικόνα 5.11: Υπολογισμός δυνάμεων στο πολύσπαστο

Λύση:

Και για τις 3 τροχαλίες (τις δύο κινητές και τη μία ακίνητη) έχουμε την απαίτηση:

- η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι ίση με το μηδέν.
- η συνισταμένη των ροπών να είναι επίσης μηδέν (γιατί;).

Στην εικ. 5.11 έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις F_1 , F_2 και F και οι αντιδράσεις τους F_1' , F_2' . Ελέγξτε γιατί έχουμε ίσες δυνάμεις σε κάθε τροχαλία. Τελικά, η ασκούμενη δύναμη F είναι ίση με την αντίδραση F_2' της F_2 .

Είναι εύκολο να γράψουμε: $F_1 = \frac{B}{2}$, $F_2 = \frac{F}{2}$ και, επομένως $F = F_2' = \frac{B}{4}$.

Επομένως, το μηχανικό κέρδος είναι $\frac{B}{F} = 4$, η “ξημιά” στις μετατοπίσεις

είναι: $\frac{h}{s} = \frac{F}{B} = \frac{1}{4}$ (προκύπτει από το χρυσό κανόνα της Μηχανικής:

$W_B = W_F$ ή $Bh = Fs$).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο γνωστών δυνάμεων -

5.3.3: Έργο τριβής: ποσότητα μόνιμα αρνητική.

Σε αντίθεση με το βάρος, που έχει πάντα την ίδια διεύθυνση (κατακόρυφη) και φορά (προς το κέντρο της γης), η τριβή έχει διεύθυνση και φορά οι οποίες εξαρτώνται από την κατεύθυνση της κίνησης. Όπως έχουμε δει (Κεφάλαιο 4), η φορά της τριβής είναι αντίθετη από αυτήν της ταχύτητας. Η σχέση (5.2) παίρνει “μονότονη” μορφή, όταν αφορά το έργο W_T της τριβής, αφού πάντα $\varphi = 180^\circ$ και:

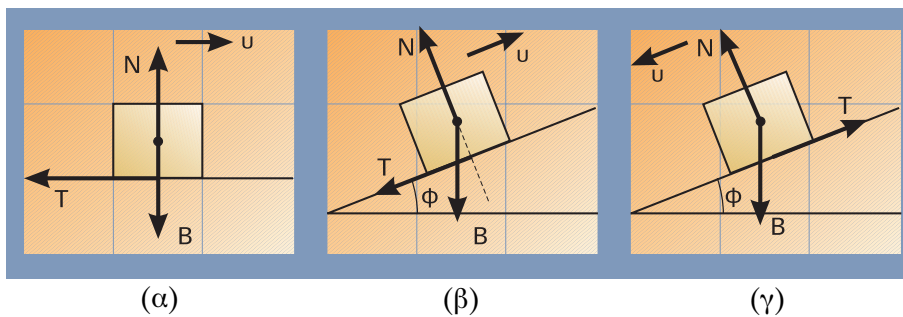
$$W_T = T \text{ συν} \varphi$$

ή

$$W_T = -Ts$$

(5.5)

Το αρνητικό (-) πρόσημο σημαίνει έργο καταναλισκόμενο από την τριβή και αυτό είναι ανεξάρτητο από το είδος της επιφάνειας κίνησης (οριζόντιας ή πλάγιας) και από τη φορά κίνησης, προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά στην εικ. 5.12(α), προς τα πάνω ή προς τα κάτω στις εικ.

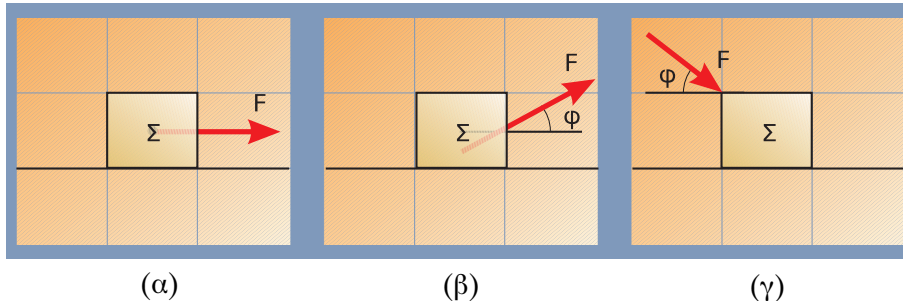


Εικόνα 5.12: Έργο τριβής

5.12(β,γ).

Όταν η απλή σκέψη συμβαδίζει με τη φυσική εξήγηση.

Το σώμα Σ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση δύναμης οριζόντιας (α), πλάγιας προς τα πάνω (β) και προς τα κάτω (γ) με κλίση φ , εικόνα 5.13. Επιδιώκουμε να συγκρίνουμε τα έργα της τριβής στις τρεις



Εικόνα 5.13: Η τιμή της δύναμης τριβής εξαρτάται και από τον προσανατολισμό της δύναμης που ασκούμε στο σώμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- έργο γνωστών δυνάμεων -

περιπτώσεις (για ίδια οριζόντια μετατόπιση).

Σκεφτόμαστε απλά: Η τριβή γίνεται μεγαλύτερη, όταν το σώμα πιέζεται περισσότερο προς την επιφάνεια στήριξης. Περιμένουμε, λοιπόν, τη σχέση: $T\gamma > T\alpha > T\beta$ (και $W\gamma > W\alpha > W\beta$) για τις τιμές της τριβής και του έργου της στις περιπτώσεις (α), (β) και (γ).

Επιβεβαιώνουμε: Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις για τις τρεις περιπτώσεις. Από τη σχέση $\Sigma \vec{F}_y = 0$ για τις δυνάμεις του κατακόρυφου άξονα y βρίσκουμε τις σχέσεις για τις αντιδράσεις $N_\alpha, N_\beta, N_\gamma$ (κατακόρυφες) του επιπέδου στο σώμα. Ύστερα φτάνουμε στις σχέσεις: $T = \eta N, W = -T s$ (η = συντελεστής τριβής ολίσθησης, ίδιος για τις τρεις περιπτώσεις). Επαληθεύ-

Πώς λύνουμε τις ασκήσεις του έργου: Σε όλες ανεξαιρέτως τις ασκήσεις έργου δυνάμεων η διαδικασία επίλυσής τους είναι η παρακάτω:

- Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα (ή στα σώματα) που περιλαμβάνει η άσκηση. Θυμόμαστε ότι έχουμε δυνάμεις βαρύτητας και δυνάμεις επαφής. Οι δυνάμεις επαφής περιλαμβάνουν εκείνες που είναι κάθετες στην επιφάνεια επαφής και τις συμβολίζουμε με το γράμμα N , και τις τριβές, που τις συμβολίζουμε με το γράμμα T .
- Ελέγχουμε την κατεύθυνση κίνησης του σώματος ή των σωμάτων. Αυτό μας βοηθάει:
 1. Να επιλέγουμε τους άξονες x (άξονας κίνησης) και y (κάθετος στον x).
 2. Να σχεδιάζουμε τις τριβές, με αντίθετη φορά από εκείνη της κίνησης.
- Αναλύουμε όλες τις δυνάμεις στους δύο άξονες x, y που επιλέξαμε. Για όλες αυτές τις συνιστώσες το έργο βρίσκεται από τη σχέση (5.2) με $\sin\varphi = \pm 1$, αφού η γωνία φ θα ισούται με 0° ή με 180° .

ονται οι προβλέψεις μας; Αξιίζει να προσπαθήσουμε...

5.4. Ρυθμοί έργου

Για να αξιολογήσουμε μηχανήματα και συσκευές, δεν μπορούμε να βασιστούμε μόνο στο έργο που παράγουν. Ποιος εμποδίζει, π.χ., τον κινητήρα μιας “σακαράκας” να παράγει ίδιο ή και μεγαλύτερο έργο σε σχέση με το αντίστοιχο ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου; Αρκεί ο πρώτος να δουλέψει πολλαπλάσιο χρόνο από το δεύτερο. Για να εκτιμηθεί η “δύναμη” του κινητήρα, πρέπει να κριθεί με το **ρυθμό** παραγωγής έργου. Η λέξη “ρυθμός” δημιουργεί μια αρκετά μεγάλη, σε αξία και ποικιλία, κατηγορία φυσικών μεγεθών, τα οποία δείχνουν τη μεταβολή στη μονάδα χρόνου ενός άλλου μεγέ-

θους: Η σχέση: $X = \frac{\Delta A}{\Delta t}$ δηλώνει ότι το μέγεθος X είναι ρυθμός μεταβολής

του μεγέθους A . Αν στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1 = t - 0 = t$ το μέγεθος A αυξήθηκε από 0 σε A με σταθερό τρόπο, μπορούμε να γράψουμε:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5° ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο γνωστών δυνάμεων -

$X = \frac{A}{t}$. (Ας θυμηθούμε μεγέθη – ρυθμούς από την έως τώρα εμπειρία μας).

Ο ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης έργου $\left(\frac{\Delta W}{\Delta t} \text{ ή } \frac{W}{t} \right)$ εκφράζεται με την ισχύ P .

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{W}{t} \quad (5.3)$$

Από τις σχέσεις (5.1) και (5.3) προκύπτει: $P = \frac{F \cdot s}{t}$ ή

$$P = F \cdot v \quad (5.4)$$

Προσοχή: Τα διανύσματα \vec{F} και \vec{v} στη σχέση (5.4) είναι συγγραμικά. Μιλάμε, δηλαδή, για τη δύναμη που έχει ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα.

Η ισχύς είναι μέγεθος μονόμετρο, με μονάδα στο S.I. :

$$1 \text{ W (Watt)} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} .$$

Το **Watt** είναι, δηλαδή, ο ρυθμός λειτουργίας συστήματος το οποίο παράγει ή καταναλώνει με σταθερό τρόπο 1J σε χρόνο 1s. Η μονάδα 1kWh, που αναφέρθηκε πιο πάνω, αντιστοιχεί στο έργο που προκύπτει σε 1h από σύστημα σταθερής ισχύος 1kW.

Έχουμε και για την ισχύ τις πρακτικές μονάδες, τις οποίες επιβάλλουν οι παραδόσεις. Είναι:

$$1 \text{ H.P. (Horse Power)} = 746 \text{ W}$$

$$1 \text{ C.V. (Cheval Vapeur)} = 736 \text{ W}$$

Οι όροι σημαίνουν: “ισχύς αλόγου”. Δε μοιάζει όμως κάπως “θολή” αυτή η φράση; Για ποιο λόγο μιλάμε; Γι’ αυτό στο κάρο του πλανόδιου μανάβη ή για το αγωνιστικό του ιππόδρομου; Τελικά, η απάντηση είναι: Για κανένα από τα δύο αλλά για ένα “μέσο” άλογο. Άρα, 1H.P. είναι η ισχύς ενός μέσου αλόγου που παράγει 550 ft.lb έργο σε 1s. (1ft.lb=1,356Joules).

Έργο από δύναμη μεταβλητού μέτρου - Μεταβλητή ισχύς

Έως τώρα δεχτήκαμε ότι η δύναμη ή η ισχύς που συνδέεται με έργο έχουν σταθερή τιμή. Είναι μια παραδοχή βολική μεν, περιορισμένης εγκυρότητας δε, για τις περιπτώσεις στις οποίες το μήκος ή η διάρκεια της μετατόπισης δεν είναι στοιχειώδη. Είναι σχεδόν αδύνατο να επιχειρούμε μεγάλες μετατοπίσεις ασκώντας, εμείς ή η μηχανή που χρησιμοποιούμε, σταθερή δύναμη. Ή πάλι είναι σχεδόν αδύνατο να λειτουργεί κινητήρας παράγοντας συνεχώς την ίδια ισχύ. (Ας προσέξουμε, π.χ., ότι στα εγχειρίδια λειτουργίας των αυτοκινήτων αναγράφεται κάποια τιμή μέγιστης ισχύος για κάποια τιμή στροφών του κινητήρα).

Οι περιπτώσεις εφαρμογών στις οποίες η δύναμη μεταβάλλεται με τη μετατόπιση και η ισχύς με το χρόνο είναι εξαιρετικά ενδιαφέρουσες και

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - ανθρώπινος οργανισμός: η σχεδόν τέλεια μηχανή -

πολύαριθμες. Η μαθηματική επεξεργασία, όμως, των περιπτώσεων αυτών είναι χρονοβόρα και ξεφεύγει από τους στόχους του βιβλίου.

Η μόνη περίπτωση έργου μεταβλητής δύναμης που θα αναφέρουμε ενδεικτικά είναι η παραμόρφωση (επιμήκυνση ή συσπίρωση) ιδανικού ελατηρίου. Το φαινόμενο μελετήθηκε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 2. Το έργο για την παραμόρφωση του ελατηρίου κατά x δίνεται από τη σχέση:

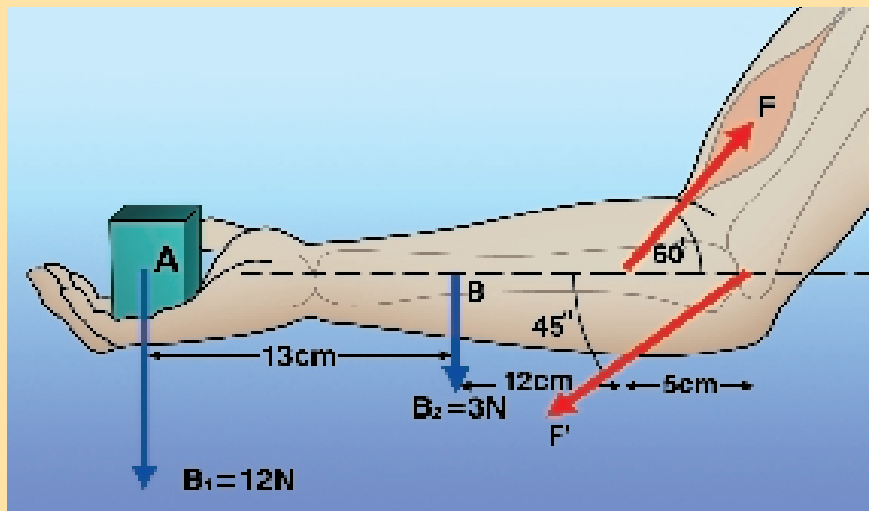
$$W = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \quad (5.5)$$

Όπως φαίνεται από τη σχέση αυτή, στην επιμήκυνση ($x > 0$) και στη συσπίρωση ($x < 0$) το έργο είναι θετικό. (Ας θυμηθούμε τι σημαίνει αυτό).

Προσέξτε και αυτό...

5.5. Ανθρώπινος οργανισμός: η σχεδόν τέλεια μηχανή.

Το ανθρώπινο σώμα είναι μια πολύπλοκη μηχανή: θερμική, χημική, ηλεκτρική, παραγωγική και αναπαραγωγική για κάποια από τα συστατικά του (τομές ξανακλείνουν, τραύματα επουλώνονται, αυτοθεραπεία μπορεί να γίνει...). Ο ανθρώπινος σκελετός είναι γεμάτος από μοχλούς, οι οποίοι ενεργοποιούνται από τους μύες. Όλοι οι μύες έχουν αποθηκευμένη χημική ενέργεια και την αποδίδουν άλλοτε αυξάνοντας το μήκος τους και άλλοτε ελαττώνοντάς το ή διατηρώντάς το σταθερό. Οι μυϊκές δυνάμεις μεταφέρονται ή μετασχηματίζονται από οστά και από αρθρώσεις, και δίνεται κίνηση στα μέλη του σώματος. Μηχανή παραγωγής έργου για τον οργανισμό είναι η καρδιά με τους 70 κτύπους ανά min κατά μέσο όρο και τα 1,3J ανά κτύπο. (Για πόσο έργο ανά 24ωρο μιλάμε αλήθεια;).



Εικόνα 5.14: Το ανθρώπινο χέρι ως μοχλός

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - ανθρώπινος οργανισμός: η σχεδόν τέλεια μηχανή -

Το χέρι της εικόνας 5.14 μοιάζει με το μοχλό της εικ. 5.7(α) με το υπομόχλιο έξω από τα σημεία εφαρμογής δύναμης \vec{F} και φορτίου (B_1). Με μια απλή εφαρμογή του θεωρήματος των ροπών ως προς το υπομόχλιο βρίσκουμε πως η F_1 είναι πολύ μεγαλύτερη από το φορτίο. (Δοκιμάστε, με την ευκαιρία, να βρείτε τις δυνάμεις F , F').

Γιατί, τότε, θεωρούμε “έξυπνη” μηχανή το σώμα μας, αφού απαιτεί δυνάμεις μεγαλύτερες από τα φορτία; Υπάρχει φυσική και βιολογική εξήγηση.

Η φυσική εξήγηση βρίσκεται στο χρυσό κανόνα της Μηχανικής: κερδίζουμε σε μετατοπίσεις. Ενώ ο μυς συσπάται δηλαδή μετακινείται λίγο (μέχρι το πολύ 30% του μήκους του), τα άκρα μπορούν να μετατοπίζονται αρκετά.

Η βιολογική εξήγηση είναι ότι οι μύες μπορούν να βρίσκονται πολύ κοντά και σχεδόν παράλληλα με τα οστά. Γι’ αυτό τα άκρα μας (χέρια και πόδια) μπορούν να είναι σχετικά λεπτά.

Πηγή ενέργειας του ανθρώπινου οργανισμού είναι η διατροφή. Μέρος της ενέργειας εμφανίζεται ως ανθρώπινη δραστηριότητα με όλες τις μορφές της, ενώ το υπόλοιπο αποβάλλεται ως θερμότητα. Κατά μέσο όρο ο άνθρωπος καταναλώνει 2.500 θερμίδες (2.500 kcal) την ημέρα. Ως **μέσος ρυθμός μεταβολισμού** ορίζεται η ισχύς κατανάλωσης. Θυμηθείτε τη σχέση του 1 cal με το Joule και τα 86400s που αποτελούν το 24ωρο. Θα βρείτε μέσο ρυθμό μεταβολισμού 121W για τον άνθρωπο, στον οποίο και αναφερόμαστε. Μέγεθος που κατεβαίνει στα 75W, όταν κοιμόμαστε, και ανεβαίνει στα 400W, όταν κάνουμε “τζόκινγκ”. (Για το διάβασμα η τιμή μεταβολισμού έχει να κάνει με το βαθμό προσήλωσης του αναγνώστη στο κείμενο και με το βαθμό δυσκολίας του κειμένου).

Πρόταση: Συμβουλευτείτε θερμοδομετρητή για τις τροφές που καταναλώσατε κάποια μέρα. Βάλτε κάτω και τις δραστηριότητες της ίδιας μέρας και “κοστολογήστε” τες ως προς τις θερμίδες. Να συγκρίνετε τις δύο τιμές (κατά προσέγγιση). Οι παρακάτω πίνακες ίσως σας φανούν χρήσιμοι, αν το μενού της διατροφής σας περιλαμβάνεται στη λίστα (Πίνακας Ι).

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι: Θερμιδική αξία κάποιων γνωστών τροφών και ποτών.

Τροφές - ποτά	Θερμίδες kcal/100g	Τροφές - ποτά	Θερμίδες kcal/100g
Ψωμιά διάφορα	65-85	Γλυκά	200-700
Γάλα αποβουτυρωμένο	40	Λαχανικά	10-300
Γάλα ζαχαρούχο	560	Ξηροί καρποί	200-700
Γάλα σοκολατούχο	80	Τυριά	150-500
Γιαούρτι πρόβειο	100	Καφές ελλην. σκέτος	0
Γιαούρτι στραγγιστό	130	Χυμοί φυσικοί	20-50
Σαντιγί	660	Ποτά	50-300
Αρνί ψητό	320	Φρούτα	30-300
Μοσχαρίσια μπριζόλα	206	Ψάρια	30-400
Χοιρινό φιλέτο	300	Ζαμπόν	350

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - ανθρώπινος οργανισμός: η σχεδόν τέλεια μηχανή -

ΠΙΝΑΚΑΣ II: Ανθρώπινες δραστηριότητες και οι αντίστοιχες θερμίδες

Δραστηριότητα	O ₂ (ml/s)	P (W)
Ύπνος	4	85
Ανάπαυση	55	120
Παρακολούθηση μαθήματος	100	210
Αργό βάδισμα	120	266
Ποδηλασία	190	400
Κολύμπι	230	480
Ανέβασμα σκάλας (2σκαλιά/s)	330	686
Αγώνας δρόμου 5km	605	1230

Στον πίνακα II αναγράφονται κάποιες ανθρώπινες δραστηριότητες, η μέση κατανάλωση οξυγόνου στις καύσεις και ο αντίστοιχος μέσος μεταβολισμός.

Επειδή, ο πίνακας είναι ελλιπής, υπολογίστε με δική σας εκτίμηση, τις τιμές του O₂ και του P για άλλες δραστηριότητες (διάβασμα, παρακολούθηση TV, αναμονή στη στάση λεωφορείου κτλ.). Δε θα κριθείτε αυστηρά για τις εκτιμήσεις σας. Ειδικοί δεν είστε...

Παράδειγμα: Η προσπάθεια να “κάψουμε” τις θερμίδες.

Μαθητής γευμάτισε τρώγοντας: μοςχαρίσια μπριζόλα 200gr, ψωμί 100gr, σαλάτα 80gr, φρούτα 150gr με συνοδεία 200gr γνωστού αναψυκτικού - χωνευτικού. Έπειτα αναπαύθηκε για 1h, διάβασε για 2h και ύστερα πήγε πεζοπορία 10min μέχρι το γυμναστήριο. Πόσες αννψώσεις βάρους 500N πρέπει να επιχειρήσει σε ύψος 2m, για να “κάψει” τις θερμίδες που πήρε στο γεύμα;

Λύση:

Κατανάλωση θερμίδων:

Μπριζόλα: $Q_1 = 200\text{gr} \cdot 206 \frac{\text{kcal}}{100\text{gr}} = 412\text{kcal}$

Ψωμί: $Q_2 = 100\text{gr} \cdot 70 \frac{\text{kcal}}{100\text{gr}} = 70\text{kcal}$

Σαλάτα: $Q_3 = 80\text{gr} \cdot 50 \frac{\text{kcal}}{100\text{gr}} = 40\text{kcal}$

Φρούτα: $Q_4 = 150\text{gr} \cdot 100 \frac{\text{kcal}}{100\text{gr}} = 150\text{kcal}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5° ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - ανθρώπινος οργανισμός: η σχεδόν τέλεια μηχανή -

Αναψυκτικό: $Q_5 = 250\text{gr} \cdot 100 \frac{\text{kcal}}{100\text{gr}} = 250\text{kcal}$

Συνολικά πήρε: $Q = 922\text{kcal}$. (Όπως διαπιστώνετε, η θερμοδική αξία κάθε είδους υπολογίστηκε κατά προσέγγιση (με τη βοήθεια του πίνακα I).

Παραγωγή ενέργειας:

Ανάπαυση: $W_1 = P_1 t_1 = 120\text{W} \cdot 1\text{h} = 120\text{Wh}$

Διάβασμα: $W_2 = P_2 t_2 = 200\text{W} \cdot 2\text{h} = 400\text{Wh}$

Πεζοπορία: $W_3 = P_3 t_3 = 300\text{W} \cdot 10\text{min} = 300\text{W} \cdot \frac{1}{6}\text{h} = 50\text{Wh}$

Συνολικά κατανάλωσε μέχρι το γυμναστήριο:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 570\text{Wh}$$

Αλλά $1\text{Wh} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600\text{s} = 3600\text{J} = \frac{3600}{4,18} \text{cal} \approx 900\text{cal}$.

Από τα 922 kcal, λοιπόν, έκαψε πριν από τη γυμναστική τα 900 cal, δηλαδή περίπου 1 kcal. Μένουν 921 kcal. Κάθε ανύψωση του βάρους αντιστοιχεί σε έργο:

$$W' = mgh = 500\text{N} \cdot 2\text{m} = 10^3\text{J} \approx 250\text{cal}.$$

Για να “φύγουν” λοιπόν τα 921 kcal, ο μαθητής πρέπει να επιχειρήσει... 36.103 ανυψώσεις. Χαρά στο κουράγιο του!

Συμπέρασμα:

Ο μαθητής πρέπει ή να τρώει λιγότερο ή να επιλέξει άθλημα πιο θερμοδοφάγο...

5.6. Έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος

Στις προηγούμενες σελίδες αναφερθήκαμε σε όλα όσα αφορούν το έργο. Πίσω από την έννοια “έργο” βρίσκεται η σημαντικότερη, ίσως, ιδιότητα της ύλης: η ενέργεια.

Η ενέργεια εμφανίζεται με πολλές μορφές. Οι πιο συνηθισμένες μορφές της είναι: η μηχανική, η ηλεκτρική, η θερμική, η φωτεινή, η ηλιακή, η ακουστική, η ατομική, η πυρηνική. Από την ονομασία τους και μόνο μπορεί κάποιος να αντιληφθεί το είδος του φαινομένου που βρίσκεται πίσω από κάθε ενέργεια. Τελικά, κάθε διαδικασία ζωής και εξέλιξης συνοδεύεται από κάποια ενεργειακή διαδικασία. Σε όλα τα φυσικά φαινόμενα μια μορφή ενέργειας μεταβάλλεται ή μετατρέπεται σε άλλη ενέργεια. Η μακρόχρονη εμπειρία επιτρέπει τη διατύπωση του νόμου διατήρησης της ενέργειας:

Η ενέργεια δεν παράγεται από το μηδέν ούτε οδηγείται στο μηδέν (δεν εξαφανίζεται). Μπορεί μόνο να μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.

Ας αναφερθούμε συνοπτικά στα πιο γνωστά είδη ενέργειας, εξετάζοντας κυρίως τα αίτια και το ρόλο τους.

Μηχανική είναι η ενέργεια που εμφανίζεται στα μηχανικά φαινόμενα (κινήσεις, παραμορφώσεις, μετατοπίσεις σε διάφορα επίπεδα ως προς το έδαφος). Διακρίνεται σε δύο μορφές: σε **κινητική** και σε **δυναμική**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος -

• **Κινητική ενέργεια** είναι εκείνη που οφείλεται στην κίνηση υλικού σημείου ή σώματος και συνδέεται με την ταχύτητά του (με τη γενική σημασία που έχει ο όρος “ταχύτητα”). Μια απλή και συνηθισμένη περίπτωση εμφάνισης της κινητικής ενέργειας είναι το σώμα της 1^{ης} από τις παρακάτω εικόνες. Δεχόμαστε λείο επίπεδο και σώμα αρχικά σε ηρεμία. Το έργο W της συνισταμένης δύναμης μπορεί να εκφραστεί με μια σχέση “εύχρηστη”, αν αξιοποιήσουμε τις εξισώσεις:

$$W = F_{ολ} s, \quad F_{ολ} = m a, \quad v = a t \quad s = \frac{1}{2} a t^2$$

Καταλήγουμε: $W = \frac{1}{2} m (a t)^2$

ή τελικά, $W = \frac{1}{2} m v^2$.

Η παράσταση $\frac{1}{2} m v^2$ εκφράζει την κινητική ενέργεια του κινητού:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (5.6)$$

Έργο και μεταβολή κινητικής ενέργειας

Η μελέτη της κίνησης σώματος δεν αρχίζει πάντα από τη φάση της ηρεμίας. Αν, π.χ., για $t = 0$ το σώμα έχει ταχύτητα $\vec{v}_0 \neq 0$, έχουμε κάποιες διαφοροποιήσεις στις σχέσεις μας. Οι σχέσεις κίνησης είναι τώρα:

$$v = v_0 + a t \text{ και } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

και ο συνδυασμός τους: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ (λύσαμε ως προς t τη 1η σχέση και βρή-

καμε: $t = \frac{v - v_0}{a}$. Τη σχέση αυτή του t την αντικαταστήσαμε στην εξίσωση

του s). Τώρα έχουμε: $W = F_{ολ} \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

ή $W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 \quad (5.7)$

Έτσι, φτάσαμε στο θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

Το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται σε σώμα κατά τη μετακίνησή του μεταξύ δύο θέσεων ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του.

Λύση – κλειδί: Το θεώρημα αυτό μας λύνει τα χέρια, σε περιπτώσεις στις οποίες με την κινηματική απαιτείται χρήση συνδυασμού σχέσεων. Ας δούμε το σώμα της 2^{ης} εικόνας, π.χ., όπου το έργο αντιστοιχεί τελικά μόνο στην τριβή: $W_T = -T s = -\eta N s$.

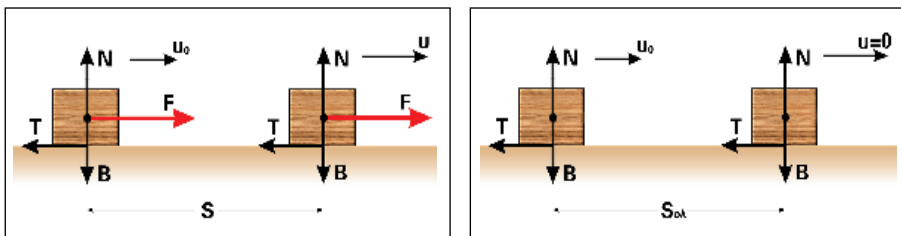
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος -

Η απόσταση σταματήματος $s_{\text{ολ}}$ είναι εκείνη για την οποία έχουμε τελική ταχύτητα $v = 0$. Η σχέση (5.7) γράφεται τότε:

$$W_T = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\text{ή} \quad -\eta m g s_{\text{ολ}} = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\text{Άρα} \quad s_{\text{ολ}} = \frac{v_0^2}{2\eta g} \quad (5.8)$$



Συγκρίσεις: Ας επιχειρήσουμε να βρούμε τη σχέση (5.8) αξιοποιώντας τις εξισώσεις της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης. Είχαμε κάνει σχετική νύξη στο Κεφάλαιο 4, το οποίο αναφέρεται στις τριβές. Ας τα θυμηθούμε:

$$v = v_0 - at, \quad s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2, \quad v = 0, \quad a = \frac{T}{m}, \quad T = \eta mg$$

Ας εφαρμόσουμε: Προσπαθούμε να βρούμε το ύψος h_m που φτάνει σώμα, αν το ρίξουμε κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα v_0 . Αξιοποιούμε τη σχέση (5.7). Επαναλαμβάνουμε την προσπάθεια για την κάθοδο του σώματος και βρίσκουμε με ποια ταχύτητα γυρίζει στα χέρια μας το σώμα. Ευκαιρία να θυμηθούμε ότι το βάρος είναι συντηρητική δύναμη. (Αντιστάσεις αέρα αμελητέες).

• **Δυναμική ενέργεια:** είναι εκείνη που οφείλεται στη **θέση** του σώματος ή στην **κατάσταση** στην οποία βρίσκεται. Θα πρέπει να αποσαφηνίσουμε από την αρχή: η δυναμική ενέργεια είναι μέγεθος με σχετική αξία. Μοιάζει με την “οικονομική επιφάνεια”. Για τις εξελίξεις που προκαλούν και οι δύο ενδιαφέρουν μόνο οι μεταβολές της τιμής τους και όχι το πόσο μεγάλο ή μικρό είναι το μέγεθός τους.

Δυναμική ενέργεια λόγω θέσης είναι, π.χ., η βαρυτική, η οποία έχει ως αιτία το έργο του βάρους. Αν ανεβάσουμε κάποιο σώμα κατά h , καταναλώνουμε έργο: $W = Bh$. Αν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα, μπορεί να παραγάγει ισοδύναμο έργο (οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται). Αυτό σημαίνει ότι το σώμα στην υψηλότερη θέση έχει δυναμική ενέργεια σε σχέση με τη χαμηλότερη θέση ίση με:

$$U = Bh = mgh \quad (5.9)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος -

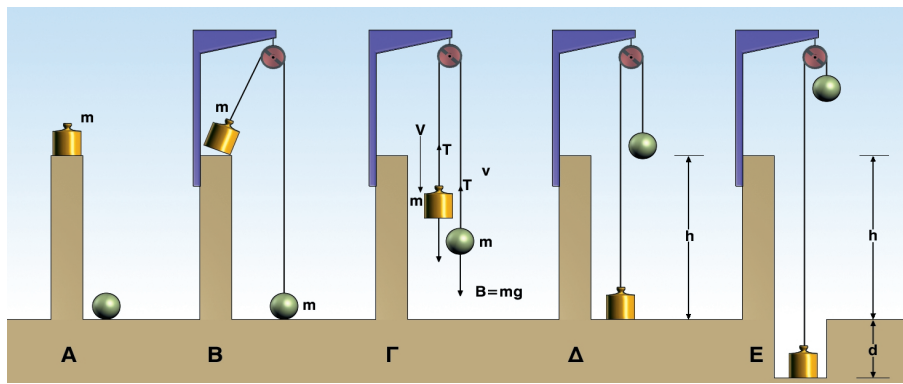
Λίγα λόγια για το πρόσημο της U . Έχουμε:

* $U=0$: στο επίπεδο όπου δεχόμαστε $h = 0$. Η επιλογή έχει μια αυθαιρεσία (ή, τουλάχιστον, φαίνεται ότι έχει). Δεν είναι όμως έτσι. Επίπεδο αναφοράς ($h = 0$) θεωρείται το χαμηλότερο για τη διαδικασία που μελετούμε. Συνήθως, αλλά όχι πάντα, ως τέτοιο επίπεδο λαμβάνεται το έδαφος.

* $U>0$: σε όλα τα επίπεδα πάνω από το “επίπεδο αναφοράς”.

* $U<0$: για τα επίπεδα που βρίσκονται κάτω από το επίπεδο αναφοράς.

Στην εικ. 5.15 φαίνεται σύστημα τροχαλίας και σωμάτων που τους αλλάζουμε θέση. Συγκρίνετε τις δυναμικές ενέργειες των σωμάτων με επίπεδο αναφοράς το έδαφος.



Εικόνα 5.15: Σύγκριση δυναμικών ενεργειών

Δυναμική ενέργεια λόγω κατάστασης είναι εκείνη που εμφανίζεται, όταν σώμα ή σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση που επιτρέπει παραγωγή έργου. Η παραμόρφωση είναι η πιο χαρακτηριστική περίπτωση. Το ελατήριο, π.χ., στη θέση επιμήκυνσης κατά x έχει δυναμική ενέργεια ίση με το έργο που δαπανήσαμε, για να το φέρουμε από το φυσικό μήκος σε αυτή τη θέση. Άρα:

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad (5.10)$$

Αυτό φαίνεται από το γεγονός ότι το ελατήριο αποδίδει το έργο που του δώσαμε για να το επιμηκύνουμε.

Γενικά: Η δυναμική ενέργεια λόγω θέσης ή κατάστασης ισούται με το έργο της δύναμης που ευθύνεται για την αλλαγή αυτής της θέσης ή της κατάστασης.

Αμοιβαίες μετατροπές κινητικής και δυναμικής ενέργειας

Η μηχανική ενέργεια είναι, το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας. Αυτή είναι η ποσότητα που διατηρείται σταθερή και όχι οι επιμέρους ποσότητες, δηλαδή η κινητική ενέργεια και η δυναμική ενέργεια.

Η μηχανική ενέργεια σωμάτων που εκτοξεύεται από το έδαφος με ταχύτητα προς τα πάνω ισούται με:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος -

$$E_M = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Στο ανώτερο σημείο που φτάνει το σώμα έχουμε:

$$E'_M = K_2 + U_2 = 0 + m g h_m$$

όπου h_m = κατακόρυφη απόσταση του υψηλότερου σημείου από το έδαφος (όπου $v = 0$).

Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα, το έργο κατά την άνοδο του σώματος προέρχεται μόνο από το βάρος: $W = - m g h_m$. Η σχέση (5.7) οδηγείται στο αποτέλεσμα:

$-m g h_m = -\frac{1}{2} m v_0^2$, σχέση που δείχνει ότι οι δύο τιμές E_M , E'_M της μηχανικής ενέργειας στα δύο σημεία είναι ίσες:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (5.11)$$

Η σχέση (5.11) είναι έκφραση του θεωρήματος διατήρησης της μηχανικής ενέργειας η οποία συνδέεται με δυνάμεις “μηχανικές”, όπως το βάρος και η δύναμη Hooke (δηλαδή δυνάμεις που το έργο τους συνδέεται με μετατροπές της μηχανικής ενέργειας). Όταν εμφανίζονται δυνάμεις που έχουν σχέση με άλλες μορφές ενέργειας, το θεώρημα οδηγείται σε μετατροπές της μηχανικής ενέργειας και λέγεται **θεώρημα διατήρησης ολικής ενέργειας**. Τέτοια δύναμη είναι η τριβή, της οποίας το έργο γίνεται θερμοότητα.

Είναι φανερό ότι αν υπάρχουν μόνο μηχανικές δυνάμεις, η κινητική και η δυναμική ενέργεια λειτουργούν ανταγωνιστικά, αφού η αύξηση της μιας προκαλεί μείωση της άλλης. Πρακτικά αυτό φαίνεται στις κινήσεις σώματος στον αέρα ή με τη βοήθεια ελατηρίου. Άνοδος του σώματος οδηγεί σε αύξηση της δυναμικής ενέργειάς του ως προς το έδαφος με σύγχρονη ελάττωση της κινητικής. Σώμα δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου που επιμηκύνεται, κινείται με μικρότερη ταχύτητα όσο μεγαλώνει η επιμήκυνση. Αυτό συμβαίνει επειδή η αύξηση στην επιμήκυνση αυξάνει τη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης σε βάρος της κινητικής ενέργειας του σώματος. (Δοκιμάστε με ένα ελατήριο και ένα σώμα).

Πώς λύνουμε τις ασκήσεις ενέργειας: Προηγείται η διαδικασία που περιγράψαμε για τις ασκήσεις του έργου (σχεδίαση όλων των δυνάμεων, ανάλυση στους άξονες x , y και υπολογισμός όλων των συνιστωσών). Μετά ακολουθούμε έναν από τους παρακάτω τρόπους:

- Βρίσκουμε το συνολικό έργο $W_{\text{ολ}}$ των δυνάμεων, δηλαδή το έργο της συνισταμένης ΣF_x στον άξονα της κίνησης για τη μετακίνηση από το αρχικό στο τελικό σημείο. Το έργο αυτό ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2. \text{ Έτσι, αν μας δοθεί η μια ταχύτητα, μπορούμε να βρούμε την άλλη.}$$

- Γράφουμε τις εκφράσεις για τη μηχανική ενέργεια (κινητική + δυναμική) στο αρχικό και στο τελικό σημείο της διαδρομής. Για τις δύο αυτές εκφράσεις ισχύουν τα εξής:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - έργο και ενέργεια: οι δύο όψεις του ίδιου νομίσματος -

1. Είναι ίσες, αν δεν εμφανίζονται δυνάμεις τριβής: $E_M^{αρχ} = E_M^{τελ}$.
 2. Η μεταβολή της είναι ίση με το έργο της τριβής: $\Delta E_M = W_T$.
- Όποια από τις δύο περιπτώσεις και να συναντήσουμε, θα γράψουμε την ισότητα και θα βρούμε το άγνωστο μέγεθος.

Παράδειγμα

Το σώμα της **εικ. 5.6** εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0 = 10 \frac{m}{s}$ από τη

βάση ανηφόρας κλίσης 30° . α) Πόσο διάστημα διανύει ανεβαίνοντας, αν το επίπεδο θεωρείται λείο; β) Να βρεθεί το ίδιο διάστημα, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι 0,2, και να υπολογιστεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας, αν η μάζα του σώματος είναι 1kg. γ) Με ποια ταχύτητα επιστρέφει το σώμα στη βάση του για τις παραπάνω περιπτώσεις;

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right) \quad \sqrt{3} = 1,7$$

Λύση:

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στο σώμα και στις δύο περιπτώσεις και τις αναλύουμε στους άξονες x (παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο) και y (κάθετο στον x).

α) Χρησιμοποιούμε τη σχέση (5.7): $W = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$.

Έργο W καταναλίσκει μόνο η συνιστώσα \vec{B}_x του βάρους \vec{B} .

$$\text{Άρα:} \quad -B_x s = -B \eta \mu \phi s = -\frac{1}{2} mv_0^2$$

$$\eta \quad s = \frac{v_0^2}{2g\eta\mu\phi} = \frac{100 m^2/s^2}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2}} = 10 m.$$

β) Πριν από την επεξεργασία σκεφτόμαστε πρακτικά: η διαδρομή σε μη λείο επίπεδο πρέπει να είναι μικρότερη. (Ή όχι; Και γιατί;).

Τώρα έχουμε και το έργο της τριβής:

$$\sqrt{\quad} \quad W_T = -T \cdot s = -\eta N s = -\eta B_y s = -\eta B \sigma \nu \phi s.$$

$$\text{Άρα:} \quad W_{ολ} = W_{Bx} + W_T = -\frac{1}{2} mv_0^2 \quad (\text{πάλι } v=0).$$

$$\text{Επομένως:} \quad s = \frac{v_0^2}{2g(\eta\mu\phi + \eta\sigma\nu\phi)}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
 - έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος -

Βρίσκουμε:

$$s = \frac{100 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{1}{2} + 0,2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right)} = \frac{100}{20(0,5+0,17)} \text{ m} = \frac{10}{1,34} \text{ m} \approx 7,6 \text{ m}.$$

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας $\Delta E_{\text{μηχ.}}$ ισούται με το έργο της τριβής W_T :

$$\Delta E_{\text{μηχ.}} = W_T = -\eta \text{mg} \sin \varphi s = -0,2 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 7,6 \text{ m} = -13,75 \text{ J}.$$

γ) Στην περίπτωση του λείου επιπέδου, η μόνη δύναμη που έχει σχέση με το έργο είναι το βάρος, δύναμη συντηρητική, όπως είπαμε, με αποτέλεσμα να μην έχουμε συνολικό έργο στην κλειστή διαδρομή: $W_{\text{ολ}} = 0$. Άρα το σώμα επιστρέφει με την ίδια ταχύτητα v_0 στη βάση.

Για το μη λείο επίπεδο τα έργα των B_x και T εκφράζονται με τις ίδιες σχέσεις, που αναφέρθηκαν πιο πάνω.

Τώρα, όμως, το έργο της B_x είναι θετικό (γιατί;).

$$\text{Άρα:} \quad W' = \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2 = W_{B_x} + W_T \quad \text{και} \quad v_0' = 0$$

$$\text{Επομένως:} \quad \text{mg} \eta \mu \varphi s - \eta \text{mg} \sin \varphi s = \frac{1}{2} m v'^2$$

$$\text{και:} \quad v'^2 = 2gs(\eta \mu \varphi - \eta \sin \varphi).$$

$$\text{Τελικά:} \quad v'^2 = \sqrt{2gs(\eta \mu \varphi - \eta \sin \varphi)}.$$

$$\text{Βρίσκουμε:} \quad v'^2 = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7,6 \text{ m} \left(\frac{1}{2} - 0,2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right)} \approx 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Παράδειγμα:

Από την κορυφή παραθαλάσσιου βράχου ύψους 25m νεαρός πετά (για εκτόνωση) πέτρες με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ σε όλες τις δυνατές

διευθύνσεις (οριζόντια, κατακόρυφα προς τα πάνω ή προς τα κάτω, πλάγια σε διάφορες διευθύνσεις). Οι πέτρες έχουν διαφορετική μάζα και πέφτουν στη θάλασσα. α) Να βρεθεί η ταχύτητά τους, όταν φτάνουν στο νερό. β) Σε ποιο ύψος η δυναμική τους ενέργεια είναι το 1/3 της αντίστοιχης κινητικής ενέργειάς τους; (Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται). Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Λύση:

α) Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, γράφουμε για το αρχικό σημείο 1 και για το τελικό 2: $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- έργο και ενέργεια: οι δυο όψεις του ίδιου νομίσματος -

Άρα:
$$\frac{1}{2} mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2} mv^2 + 0$$

(επίπεδο αναφοράς η επιφάνεια της θάλασσας).

Τελικά: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ οπότε $v = 30 \text{ m/s}$

β) Σχόλιο: Το γεγονός ότι η δυναμική ενέργεια είναι το $1/3$ της κινητικής, σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια μοιράζεται κατά τα $3/4$ της σε κινητική και κατά το $1/4$ σε δυναμική

$$U = \frac{1}{4} E_M \quad \text{ή} \quad mgh' = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} mv_0^2 + mgh \right) \quad h' = \frac{1}{8} \frac{v_0^2}{g} + \frac{1}{4} h.$$

Τελικά: $h' = 11,25 \text{ m}.$



Άνθρωπος με κινητική ενέργεια

*** 5.7. Οι “άλλες” μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος**

Όσον αφορά τις ανθρώπινες δραστηριότητες η μηχανική ενέργεια είναι ίσως, η πιο διαδεδομένη, αλλά όχι βέβαια και η μόνη μορφή ενέργειας. Ας δούμε μερικές από τις υπόλοιπες μορφές ενέργειας.

- **Εσωτερική ενέργεια οργανισμού:** είναι το σύνολο των κάθε μορφής ενεργειών που διαθέτουν τα μόρια σώματος. Είναι στην πραγματικότητα μηχανική αφού οφείλεται στην κίνηση, στην ταλάντωση, στην έλξη και στην άπωση των μορίων. Εξαρτάται κυρίως από τη θερμοκρασία και είναι μια μορφή ενέργειας που αποθηκεύεται (σε αντίθεση με τη θερμότητα π.χ. η οποία προσφέρεται στο σώμα ή αποβάλλεται από αυτό).

Σχόλιο: Το ζεστό σώμα έχει μεγάλη, σχετικά, εσωτερική ενέργεια και όχι μεγάλη θερμότητα (όπως συνήθως ακούγεται).

- **Θερμική ενέργεια:** είναι εκείνη που ρέει από κάποια περιοχή σε άλλη (ή από σώμα σε άλλο) λόγω διαφοράς θερμοκρασίας ανάμεσά τους. Ο κλάδος της Φυσικής που ασχολείται με τη σχέση έργου με θερμότητα λέγεται Θερμοδυναμική. Πηγές θερμότητας είναι τα καύσιμα, οι καταναλωτές στον ηλεκτρισμό, η τριβή στη μηχανική κ.ά.

- **Ο Ήλιος ως πηγή ενέργειας:** Στον Ήλιο πραγματοποιείται μια κατηγορία αντιδράσεων, που λέγονται θερμοπυρηνικές ή αντιδράσεις σύντηξης. Σε υψηλές θερμοκρασίες ισότοπα του H_2 μετατρέπονται σε πυρήνες He και παράγεται ενέργεια. Με τον τεράστιο αριθμό ατόμων που συντηκονται η ενέργεια φτάνει σε πολύ υψηλές τιμές και μικρό μέρος της αντιστοιχεί σε ορατό φως. Είναι ενέργεια καθοριστική για τη διατήρηση και την ανάπτυξη της ζωής στον πλανήτη μας. Ένα μικρό αλλά σημαντικό ποσοστό της ηλιακής ενέργειας αντιστοιχεί στην υπεριώδη ακτινοβολία, η οποία είναι επικίνδυνη για τον άνθρωπο λόγω της χημικής δράσης της (είναι αυτή που απορροφάται από το όζον της ατμόσφαιρας. Να γιατί, όταν αναφερόμαστε στην “τρύπα του όζοντος” προβάλλουμε έντονα τους κινδύνους που διατρέχουμε από αυτήν).

- **Ηλεκτρική ενέργεια:** Παράγεται στα εργοστάσια που μετατρέπουν άλλη μορφή ενέργειας σε ηλεκτρισμό. Τα εργοστάσια αυτά διακρίνονται σε θερμικά, σε υδροηλεκτρικά, σε πυρηνοηλεκτρικά και σε γεωθερμικά. Τελευταία έχει αρχίσει η συστηματική αξιοποίηση των ανεμογεννητριών και των φωτοβολταϊκών μονάδων.

- **Πυρηνική ενέργεια:** Παράγεται από τις αντιδράσεις σχάσεως με “πρώτη ύλη” βαρείς πυρήνες (π.χ. ουράνιο) και πηγή δράσης νετρόνια με κατάλληλη ταχύτητα. Αξιοποιείται στους αντιδραστήρες, στα πυρηνικά υποβρύχια και στα πυρηνοηλεκτρικά εργοστάσια.

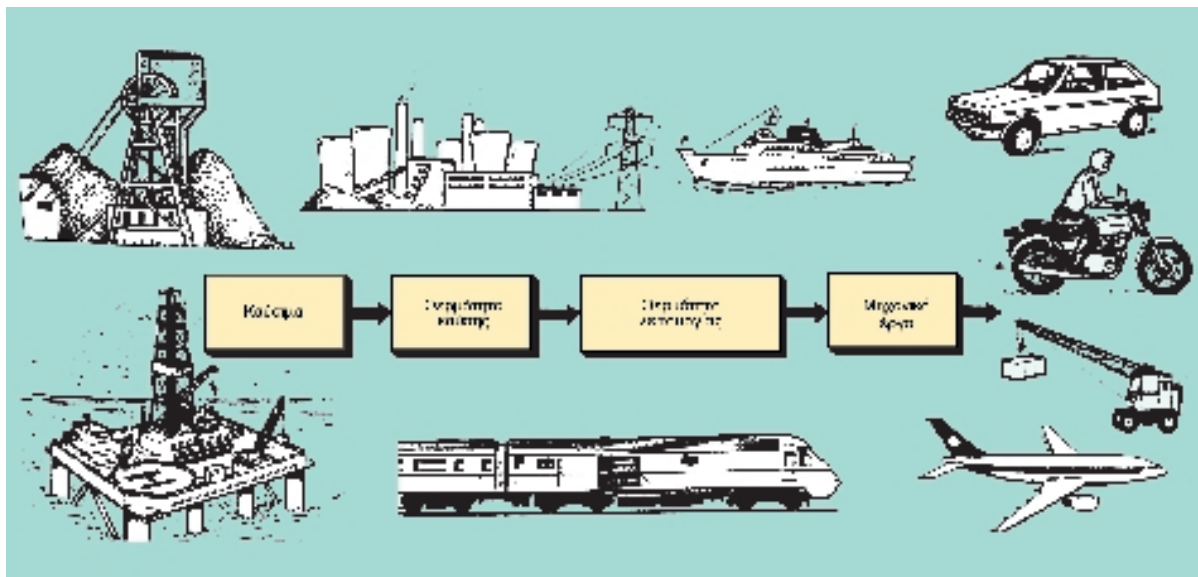
Για όλες αυτές τις μορφές ενέργειας ισχύει μια γενική αρχή με τον ανεπίσημο τίτλο : “**αρχή της ελάχιστης ενέργειας**”. Σύμφωνα με την αρχή αυτή το οποιοδήποτε φυσικό σύστημα είναι τόσο σταθερότερο, όσο μικρότερη ενέργεια διαθέτει. Η κατάσταση, μάλιστα, θεωρείται ευσταθής και μόνιμη, όταν το φυσικό σύστημα διαθέτει την ελάχιστη ενέργεια για τις συνθήκες που επικρατούν. Το βιβλίο μας, π.χ., στο θρανίο πάνω στο οποίο το έχουμε αφήσει, βρίσκεται σε κατάσταση ευστάθειας, επειδή έχει ελαχι-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- οι "άλλες" μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος -

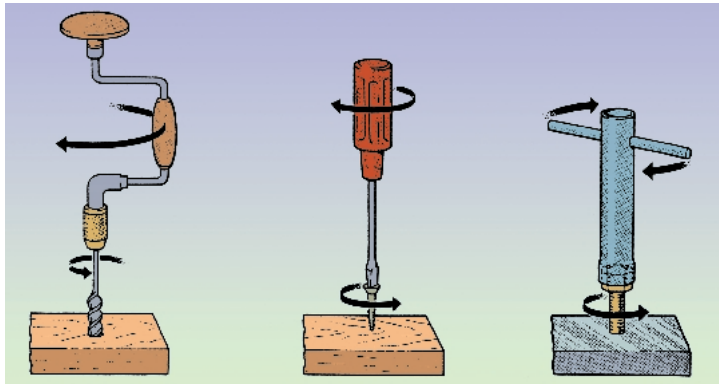
στη δυναμική ενέργεια. Αν το βιβλίο, όμως, μετακινηθεί σε σημείο του αέρα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το θρανίο, η κατάσταση παρουσιάζει αστάθεια, αφού το βιβλίο μπορεί να μετακινηθεί σε σημεία με μικρότερη δυναμική ενέργεια (π.χ. στο έδαφος)

Στην αρχή αυτή οφείλονται πολλά φυσικά φαινόμενα, όπως η εκπομπή ενέργειας από πυρήνες ατόμων που τους έχουμε διεγείρει (γνωστή ως ραδιενέργεια), η δημιουργία σεισμού από τη συσσωρευμένη ενέργεια σε περιοχή του υπεδάφους κ.ά.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- οι “άλλες” μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος -



Εικόνα 5.16: Συνηθισμένες, απλές “μηχανές”

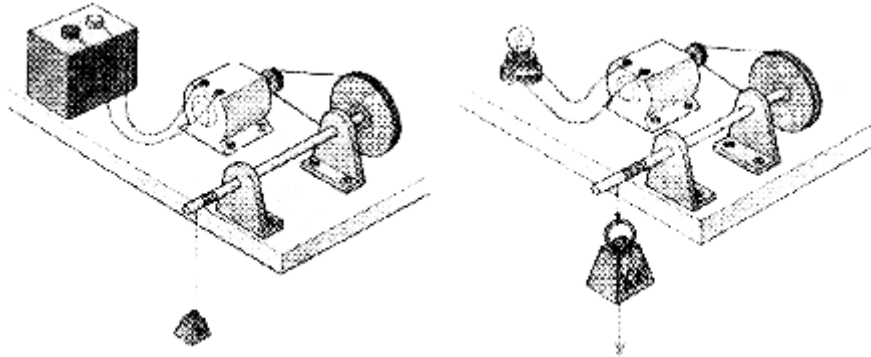
- 5.4. “Παίξτε” με τις μηχανές της εικ. 5.16. Εξηγήστε το ρόλο των εργαλείων με τη βοήθεια του χρυσού κανόνα της Μηχανικής.**
- 5.5. Βρείτε τις τιμές που λείπουν:**
 Μέγιστη ισχύς κινητήρα 110H.P.=.....kW
 Τριμηνιαία οικιακή ηλεκτρική κατανάλωση 1100Wh=....J
 Θέρμανση φαγητού 120kcal=...J=....kWh
- 5.6. Προσέξτε το λογαριασμό ηλεκτρικού ρεύματος για οικιακή κατανάλωση, εικόνα 5.17. Βρείτε τα φυσικά μεγέθη που αναγράφονται, εξηγώντας τι σημαίνει καθένα από αυτά. Υπολογίστε τις τιμές τους στο S.I. (Για ό,τι δεν ξέρετε, ρωτήστε τους γύρω σας. Έτσι κι αλλιώς πρέπει να ξέρουμε τι πληρώνουμε).**

ΔΗΜΟΣΙΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ		Α.Φ.Μ. 90050045
ΓΡΑΦΕΙΟ ΠΕΛΑΤΩΝ ΕΛΕΥΣΙΝΑΣ		ΗΡ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 108
ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ		192 00 ΑΜ 70012939
		ΕΝΑΝΤΙ ΗΜΕΡΑ 05/08/99
		ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΑΡΑΚΑΤΑΛΟΓΟΥ 15004226-01 6
		15000
ΠΡΩΤΗ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗ		7089 04 06 006620
24/07/99		04/08/99
Ε.Κ.Δ.Ε.Ι.Σ.Υ.		
ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗ	ΕΝΕΡΓΕΙΑ	ΔΕΔΩΜΕΝΗ
10	056202	
ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΣΟΥ ΔΕΗ		
ΕΛΑΝΤΕ ΑΣΙΑΣ ΚΑΤ'ΕΣΗ 1274		
ΠΟΣΟ ΣΤΡΩΓΓ. ΠΡΟΗΓ. ΜΟΥ ΛΟΓ. -50		
ΣΤΡΩΓΓ. ΠΑΡΗΓΩΓΕΥ ΠΟΣΟΥ 50		
ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΟΣΟΥ ΣΤΡΩΓΓ.		
ΕΙΣΗΛΘΙΚΑ ΤΕΛΗ - ΦΕΡΟΣ		
57 X 353X 11/365=	661	
57 X 16X 11/365=	27	
ΤΕΛΟΣ ΑΚΙΝΗΤΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΣ		
57 X 180000 X 0,90 X		
0,00025 X 11/365 =	69	
ΕΡΓΑ		
1000 X 11/365	367	
1200 X 11/365	1140	
1274 X 8X	102	
ΔΙΑΦΕΡΕΣ		
ΔΡΧ.	1.226	
ΔΡΧ.	1.274	
ΔΡΧ.	8.900	
ΓΙΑ ΤΗ ΔΕΗ ΠΛΗΡΩΝΕΤΕ 1.274		
ΑΝΕΞΟΦΑΝΤΟΙ ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΙ		
ΠΡΩΤΗ	ΗΡ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ	ΗΜΕΡΑ 05/08/99
06/10/99	5546227 1257	83/08/99
		ΠΟΣΟ ΠΛΗΡΩΜΗΣ
		ΔΡΧ. *11.400

Εικόνα 5.17: Λογαριασμός της Δ.Ε.Η.

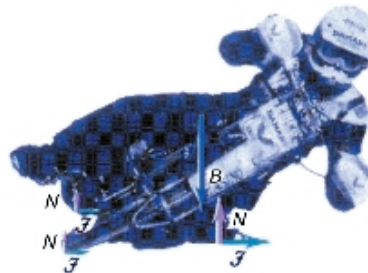
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- οι “άλλες” μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος -

- 5.7. Λέμε συχνά πως ο σημερινός τρόπος ζωής με τα “αφύσικα” του (την παρατεταμένη καθιστική ζωή, τη μόνιμη χρήση μεταφορικού μέσου για όλες σχεδόν τις μετακινήσεις μας, τους γαστρονομικούς πειρασμούς στους οποίους υποκύπτουμε κτλ.) προκάλεσε στις μέρες μας την εμφάνιση μιας νέας - γνωστής σε όλους μας - επιδημίας, της παχυσαρκίας. Αναλύστε ενεργειακά αυτή την άποψη.
- 5.8. Ποιες ενεργειακές μετατροπές βλέπετε στα συστήματα της εικ. 5.18;



Εικόνα 5.18: Ενεργειακές μετατροπές

- 5.9. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
- Η ισχύς του βάρους σώματος είναι σταθερή, όσο το σώμα πέφτει κατακόρυφα.
 - Ο κινητήρας αγωνιστικού αυτοκινήτου παρέχει μεγαλύτερη ισχύ από την αντίστοιχη κοινού Ι.Χ.
 - Αδυνατίζουμε, όταν καταναλώνουμε περισσότερη ενέργεια από όση παίρνουμε με τις τροφές.
 - Κατά την πτώση σώματος στον αέρα, στο μισό ύψος έχει διπλάσια ταχύτητα.
- 5.10. Διατηρείται η μηχανική ενέργεια στο ντεραπάρισμα (πλάγια εξολίσθηση) της μοτοσικλέτας της εικ. 5.19;



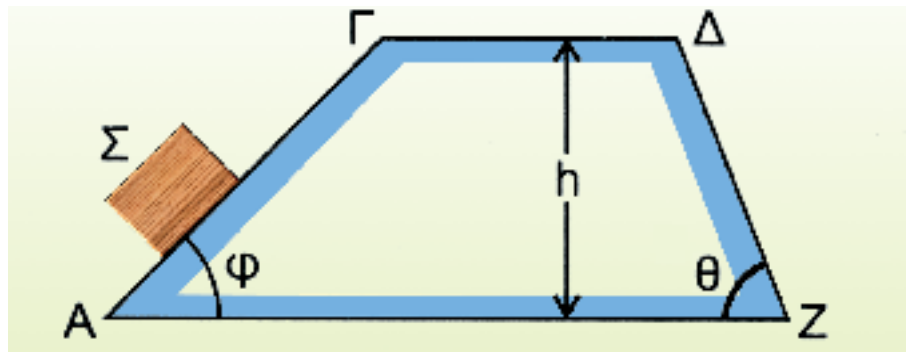
Εικόνα 5.19: Προσοχή στις στροφές. Κίνδυνος ντεραπαρίσματος...

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- οι "άλλες" μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος -

- 5.11. Συμπληρώστε τα στοιχεία που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα (που αφορά σώμα με μάζα 1kg που πέφτει ελεύθερα. Το ύψος h μετριέται από το έδαφος $g=10\text{m/s}^2$).

h (m)	v (m/s)	U J	K J	$E_{\text{μηχ}}$ J
10	0	—	—	—
8	—	—	—	—
—	10	—	—	—
—	—	60	—	—
—	—	—	80	—
—	—	—	0	—
—	—	0	—	—

- 5.12. Να συγκρίνετε το έργο του βάρους για τις διαδρομές ΑΓ, ΔΖ της εικ. 5.20. Να κάνετε το ίδιο και για το έργο της τριβής. (Θεωρήστε ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης για όλα τα επίπεδα).



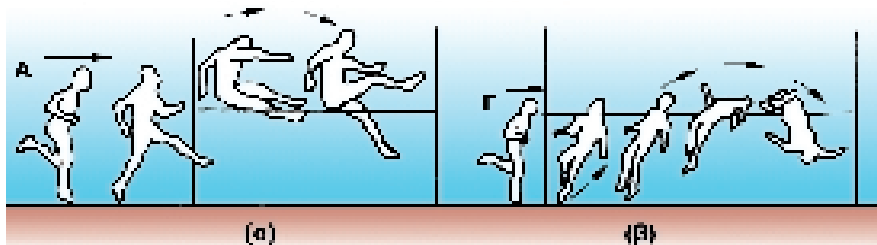
Εικόνα 5.20: Συγκρίσεις έργου δυνάμεων

- 5.13. Για να ανεβάσουμε μια βαριά εργαστηριακή συσκευή από το πάτωμα στον πάγκο ασκήσεων μπορούμε να επιλέξουμε μια από τις παρακάτω λύσεις:
α) κατακόρυφο χειρωνακτικό ανέβασμα β) κινητή τροχαλία γ) ακίνητη τροχαλία δ) ολίσθηση σε πλάγια λεία λαμαρίνα κλίσης 30° . Ποια λύση είναι συμφερότερη ενεργειακά και από άποψη μηχανικού κέρδους;
- 5.14. Κλιματιστικό(air condition) δωματίου έχει ισχύ εισόδου (ηλεκτρική) 21000 B.t.u./h και μέγιστη ωφέλιμη ισχύ 9000 B.t.u./h. Βρείτε τις αντίστοιχες τιμές στο S.I. Αν το κλιματιστικό εργάστηκε σε μέρα καύσωνα για 5h με τη μέγιστη ισχύ του και 7h με τη μισή της μέγιστης ισχύος του, πόσες kWh κατανάλωσε από το δίκτυο και σε τι κόστος αντιστοιχούν;
(1kWh=25δραχ.). Δεχτείτε σταθερή απόδοση α ($\alpha = \frac{P_{\Omega\Phi}}{P_{\Delta\text{λη}}}$) για το κλιματιστικό.
- 5.15. Δικαιολογήστε τις τρεις καταστάσεις ισορροπίας(ευσταθή, ασταθή και αδιάφορη), που μάθατε στο κεφάλαιο 3, με τη βοήθεια της αρχής της ελάχιστης ενέργειας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- οι "άλλες" μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος -

5.16. Γιατί επικράτησε το στυλ Φώλσμπερν (Faulsbery) στο άλμα εις ύψος αντί του κλασικού, εικόνα 5.21;



Εικόνα 5.21: Τα δυο στυλ άλματος σε ύψος

5.17. Σώμα Σ αφήνεται από σημείο Α σε σύστημα λείων επιπέδων, εικ. 5.22. Αν $AB=10\text{cm}$,

- Να βρεθεί το μήκος $\Gamma\Delta$, (όπου Δ το σημείο στο οποίο σταματά στιγμιαία)
- Να συγκριθούν αρχικό και τελικό ύψος από το έδαφος. Πώς εξηγείτε το αποτέλεσμα σας;



Εικόνα 5.22: Διατήρηση μηχανικής ενέργειας

5.18. Σώμα αφήνεται από σημείο Α κατηφόρας κλίσης 30° , φτάνει στη βάση της Γ και προχωρά μέχρι το σημείο Δ οριζόντιου δρόμου. Αν τα μήκη $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ είναι ίσα και τα δύο επίπεδα έχουν με το σώμα ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης η .

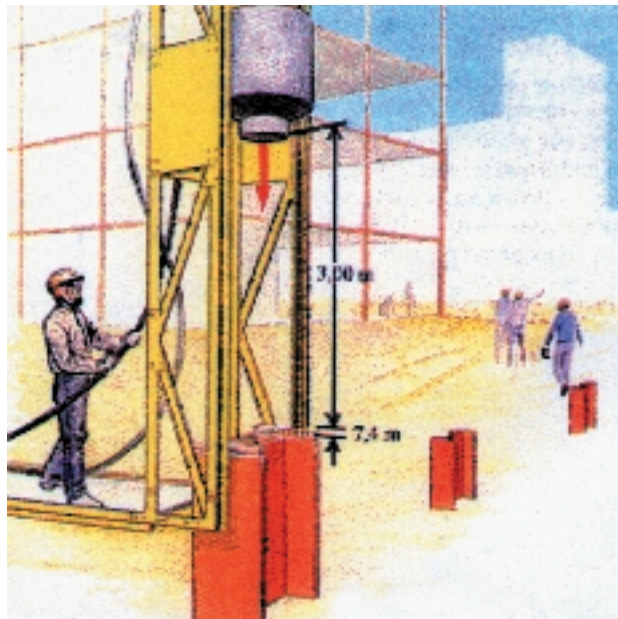
- Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής η
 - ποιο ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος μετατράπηκε σε έργο τριβής;
 - Να συγκριθούν τα έργα της τριβής στα δύο επίπεδα.
- 5.19. Τετραμελής οικογένεια (γονείς, γιος και κόρη) επιχειρεί να ζυγιστεί σε ζυγαριά μπάνιου που λειτουργεί με κατακόρυφο σκληρό ελατήριο. Πρώτος ανεβαίνει ο πατέρας και ο δείκτης φτάνει στην ένδειξη 82kp, ενώ το ελατήριο συμπιέζεται κατά 2cm. Μετά τη ζύγιση αυτή διαπιστώνεται βλάβη του δείκτη, αλλά το ελατήριο συμπεριφέρεται σωστά. Μετά το ανέβασμα των 3 υπολοίπων μελών διαπιστώνεται συμπίεση 1,5cm για τη μητέρα, 1,2cm για το γιο και 1,1cm για την κόρη. Να βρεθούν:
- Η σταθερή k του ελατηρίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ
- οι "άλλες" μορφές ενέργειας και ο άνθρωπος -

- β) Πόσο ζυγίζουν τα τρία μέλη, και
γ) Πόσο έργο παράγεται στο ελατήριο από κάθε μέλος της οικογένειας.

5.20. Το σύστημα της εικ. 5.23 χρησιμοποιείται για το κατακόρυφο βύθισμα δοκαριών και πασσάλων στο έδαφος. Η σφύρα έχει μάζα 250kg, ανυψώνεται κατά 3m πάνω από το ανώτερο άκρο του δοκαριού και αφήνεται ελεύθερη. Αφού κτυπήσει στο δοκάρι, το βυθίζει κατά 10,5cm στο έδαφος. Η ολίσθηση της σφύρας στους οδηγούς δημιουργεί τριβή 80N. Να βρεθούν:

- α) Η ταχύτητα πρόσκρουσης της σφύρας στο δοκάρι
β) Η μέση αντίσταση του εδάφους στο βύθισμα του δοκαριού.
Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$



Εικόνα 5.23: Τεχνολογική εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας